Teoria delle strutture - PROBLEMA 6

```
% Arco di forma parabolica schematizzato come una trave flessibile (e inestensibile)
% ad asse curvilineo
% di rigidezza flessionale EJ.
```

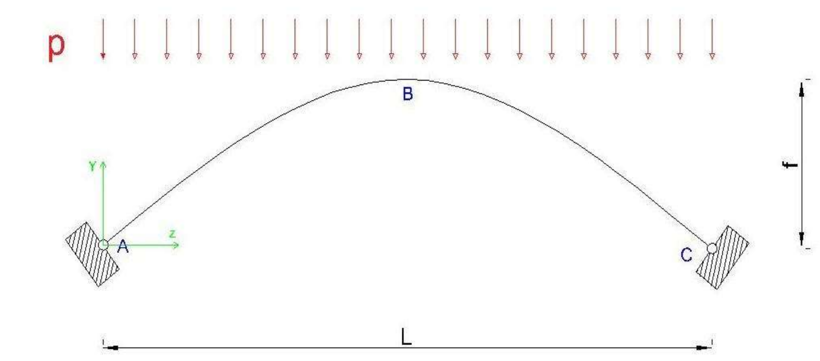
Clear workspace and close any open windows

```
clear all
close all
```

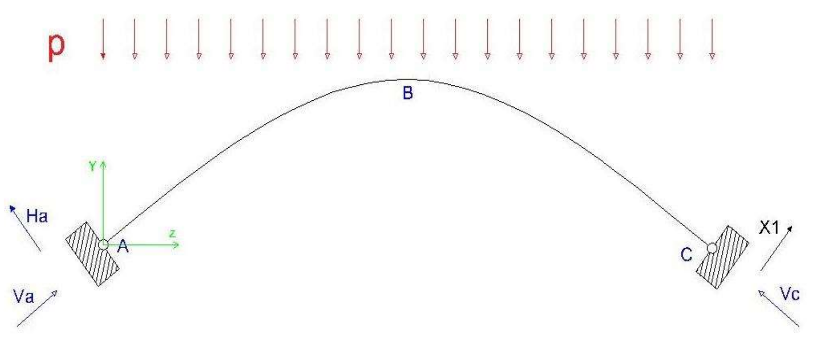
SOLUZIONE PUNTO 1

```
% 1) Mostrare che le sollecitazioni nell’arco, nel caso in cui sia soggetto esclusivamente al
% carico distribuito d’intensità uniforme p, mostrato nella figura a sinistra, si riducono al solo
% sforzo normale, variabile lungo la linea d’asse. Determinare l’andamento dello sforzo
% normale.
```

CASO 1



Scelta dell'incognita iperstatica



SIMBOLICO

```
syms f L a b c z real
assume(f>0 & L>0)
```

Determino l'equazione della nostra parabola

```
F(z)=a*z^2+b*z+c % Equazione della parabola
```

F(z) = $a z^2 + b z + c$

```
% SISTEMA D'EQUAZIONI PER TROVARE LA FUNZIONE DELLA PARABOLA DATA
delta=b^2-4*a*c;
% fisso che la cordinata x del vertice della parabloa passa per un determinato punto
E1=-b/(2*a)==L/2;
% fisso che la cordinata y del vertice della parabloa passa per un determinato punto
E2=-delta/(4*a)==f;
```

```
% fisso che la èarabola passa per punto A ''il nostro vincolo''
E3=F(0)==0;
% Risolvo il sistema
S=solve([E1 E2 E3],[a b c]);
a_1=S.a(1)
```

a_1 =

$$-\frac{4\,f}{L^2}$$

```
b_1=S.b(1)
```

b_1 =

$$\frac{4\,f}{L}$$

```
c_1=S.c(1)
```

c_1 = 0

```
% L'equazione della parabola diventa:
G(z)=simplify(subs(F,[a b c],[a_1 b_1 c_1]))
```

G(z) =

$$\frac{4\,f\,z\,(L-z)}{L^2}$$

Derivate della funzione parabolica

```
D1=simplify(diff(G,z)) % Derivata prima
```

D1(z) =

$$\frac{4\,f\,\,(L-2\,z)}{L^2}$$

```
D2=simplify(diff(D1,z)) % Derivata seconda
```

D2(z) =

$$-\frac{8\,f}{L^2}$$

PARAMETRIZZAZIONE DELLA CURVA

```
tan=D1              % porto tang_θ in funzione di z
```

tan(z) =

$$\frac{4\,f\,\,(L-2\,z)}{L^2}$$

```
ds=simplify(sqrt(1+D1^2)) % porto ds in funzione di z
```

ds(z) =

$$\sqrt{\frac{16\,f^2\,\,(L-2\,z)^2}{L^4}+1}$$

```
SIN(z)=D1/ds        % porto sin_θ in funzione di z
```

SIN(z) =

$$\frac{4\,f\,\,(L-2\,z)}{L^2\,\sqrt{\frac{16\,f^2\,\,(L-2\,z)^2}{L^4}+1}}$$

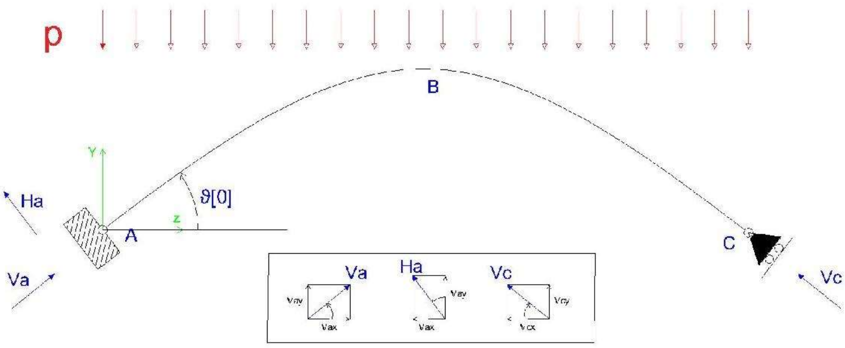
```
COS(z)=1/ds         % porto cos_θ in funzione di z
```

COS(z) =

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{16\,f^2\,\,(L-2\,z)^2}{L^4}+1}}$$

SISTEMA FO

Sistema F0




```
syms VA VC HA p real
% equazione alla traslazione orizzontale
E4=(VA-VC)*COS(0)-HA*SIN(0)==0
```

E4 =

$$\frac{\mathrm{VA}-\mathrm{VC}}{\sqrt{\frac{16\,f^2}{L^2}+1}}-\frac{4\,\mathrm{HA}\,f}{L\,\sqrt{\frac{16\,f^2}{L^2}+1}}=0$$

```
% equazione alla traslazione verticale
E5=L*p-HA*COS(0)-(VA +VC)*SIN(0)==0
```

E5 =

$$L\,p-\frac{\mathrm{HA}}{\sqrt{\frac{16\,f^2}{L^2}+1}}-\frac{4\,f\,(\mathrm{VA}+\mathrm{VC})}{L\,\sqrt{\frac{16\,f^2}{L^2}+1}}=0$$

```
% equazione alla rotazione in A
E6=L*VC*SIN(0)-(L^2)*p/2==0;
% Risolvo il sistema
SO=solve([E4 E5 E6],[VA VC HA]);
HA0=SO.HA(1)
```

HA0 = 0

```
VA0=SO.VA(1)
```

VA0 =

$$\frac{L^2\,p\,\sqrt{\frac{16\,f^2}{L^2}+1}}{8\,f}$$

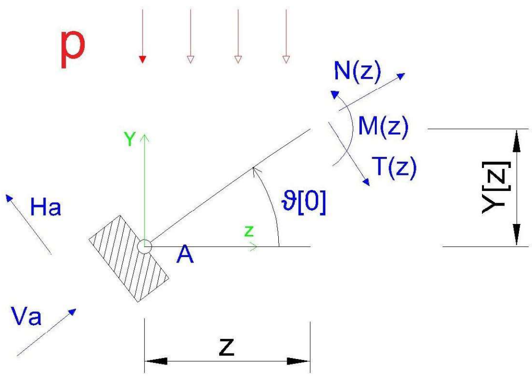
```
VC0=SO.VC(1)
```

VC0 =

$$\frac{L^2\,p\,\sqrt{\frac{16\,f^2}{L^2}+1}}{8\,f}$$

Momento in F0

CDS in F0



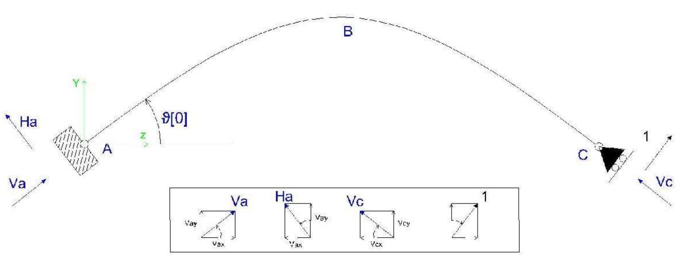

```
% Momento
M0(z)=simplify(-((p*z^2)/2)+VA0*SIN(0)*(z)-VA0*COS(0)*G(z))
```

M0(z) = 0

```
% (poichè il momento è nullo , anche il taglio sarà nullo essendo T=M')
% mi riduco al caso di solo N(z)
```

SISTEMA F1

Sistema F1




```
% equazione alla traslazione orizzontale
E7=VA*COS(0)-HA*SIN(0)-VC*COS(0)+1*SIN(0)==0;
% equazione alla traslazione verticale
E8=-VA*SIN(0)-VC*SIN(0)-HA*COS(0)-1*COS(0)==0;
% equazione alla rotazione in A
E9=VC*SIN(0)*L+1*COS(0)*L==0;
% Risolvo il sistema
S1=solve([E7 E8 E9],[VA VC HA]);
HA1=S1.HA(1)
```

HA1 = 1

```
VA1=S1.VA(1)
```

VA1 =

$$-\frac{L}{4\,f}$$

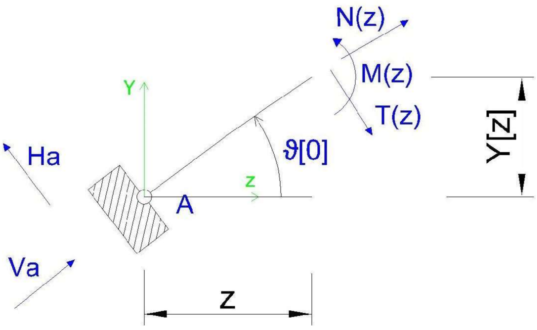
```
VC1=S1.VC(1)
```

VC1 =

$$-\frac{L}{4\,f}$$

Momento in F1

CDS in F1




```
% Momento in F1
M1(z)=simplify(VA1*SIN(0)*z-VA1*COS(0)*G(z)+1*COS(0)*(z)+1*SIN(0)*G(z))
```

M1(z) =

$$\frac{z\ \sqrt{L^2+16\,f^2}\ (L-z)}{L^2}$$

MULLER-BRESLAU

```
syms E J real
assume(E>0 & J>0)
Lv10=simplify(int(M1(z)*M0(z)/(E*J)*ds,z,0,L))
```

Lv10 = 0

```
Lv11=1; %Lv11 =int(M1(z)^2/(E*J)*ds,z,0,L);
% Lv11 è difficile da calcolare,
% per diminuire l'onere computazionale di matlab
% non faccio vedere il risultato
n10 =Lv10 ; n11 =Lv11;
% n1=n10+X1*n11==0;
X1=(-n10/n11)
```

X1 = 0

CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI

```
VAE=VA0+X1*VA1 % VA esatto
```

VAE =

$$\frac{L^2\,p\,\sqrt{\frac{16\,f^2}{L^2}+1}}{8\,f}$$

```
HAE=HA0+X1*HA1 % HA esatto
```

HAE = 0

CALCOLO DELLE CDS ESATTE

```
M1E=M0(z)+X1*M1(z) % Momento esatto
```

M1E = 0

```
N1E=simplify(-VAE*(COS(0))/COS(z)) % Forza normale esatta
```

N1E =

$$-\frac{L^2\,p\,\sqrt{\frac{16\,f^2\,(L-2\,z)^2}{L^4}+1}}{8\,f}$$

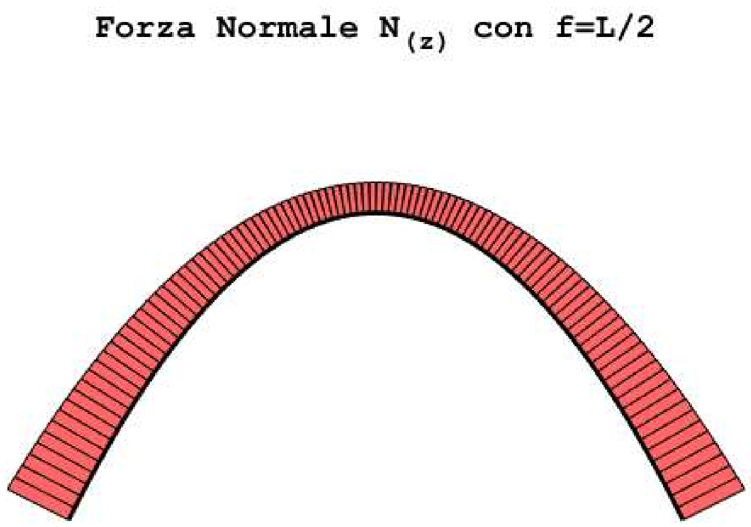
PLot Punto 1

```
% Per disegnare i diagrammi devo passare a definire
% qualche variabile
% faccio 3 casi
%% CASO f=L/2
Ln=10;
fn=Ln/2;
pn=1;
Y(z)=subs(G,[f L],[fn Ln]);
Nn(z)=subs(N1E,[f L p],[fn Ln pn])
```

Nn(z) =

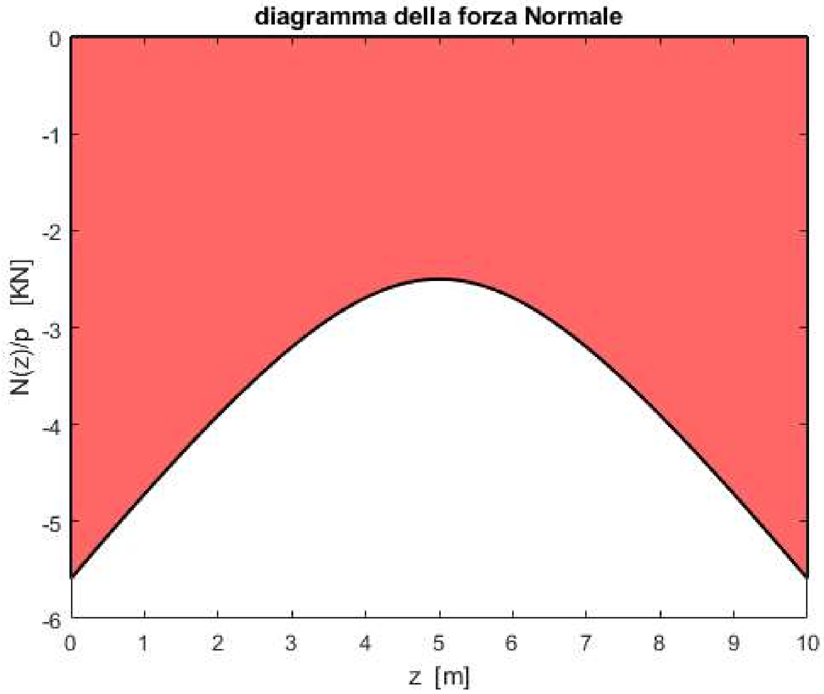
$$-\frac{5\sqrt{\frac{(2z-10)^2}{25}+1}}{2}$$

```
a=0:0.1:Ln;
ang(z)=atan(subs(D1,[f L],[fn Ln]));
angle=ang(a);
N0n=double(Nn(a));
figure(1)
c=1/5;
fig = gcf; % current figure handle
fig.Color = [1 1 1];
fig.ToolBar = 'none';
for n=1:length(a)-1
 B=double([a(n) a(n+1)  (a(n+1)+c*N0n(n+1)*sin(angle(n+1)))  (a(n)+c*N0n(n)*sin(angle(n+1)))]);
 C=double([Y(a(n)) Y(a(n+1))  (Y(a(n+1))-c*N0n(n+1)*cos(angle(n+1)))  (Y(a(n))-c*N0n(n)*cos(angle(n)))]);
hpatch=patch(B,C,'r','Facealpha',0.6);
axis equal
axis off
hold on
end
%Struttura
plot(a,Y(a),'-k','LineWidth',2)
title(['\fontname{Courier}\fontsize{15}Forza Normale N_(_z_) con f=L/2'],'color','K');
axis equal
axis off
hold on
```




```
% plot per i valori
figure(2)
area(a,N0n,'FaceColor', 'r','LineWidth',1.5)
```

```
alpha(.6)
title('diagramma della forza Normale')
xlabel('z  [m]')
ylabel('N(z)/p   [KN]')
hold on
```

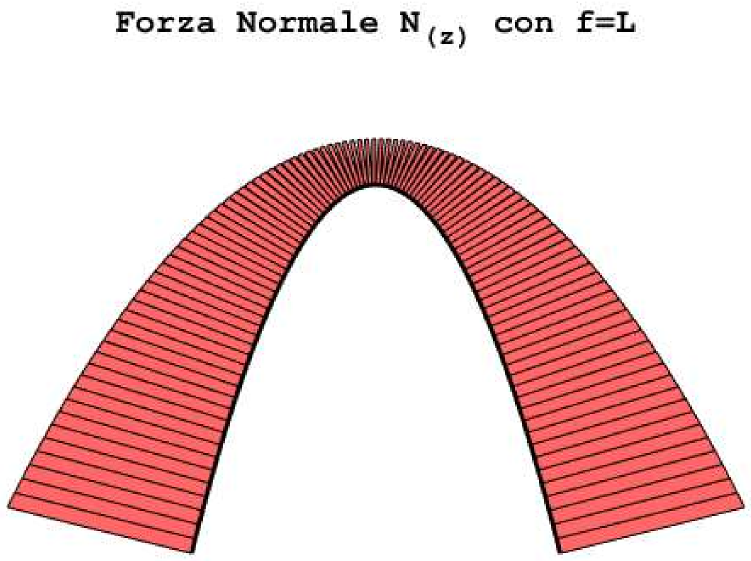



```
%% CASO f=L
fn=Ln;
pn=1;
Y(z)=subs(G,[f L],[fn Ln]);
Nn(z)=subs(N1E,[f L p],[fn Ln pn])
```

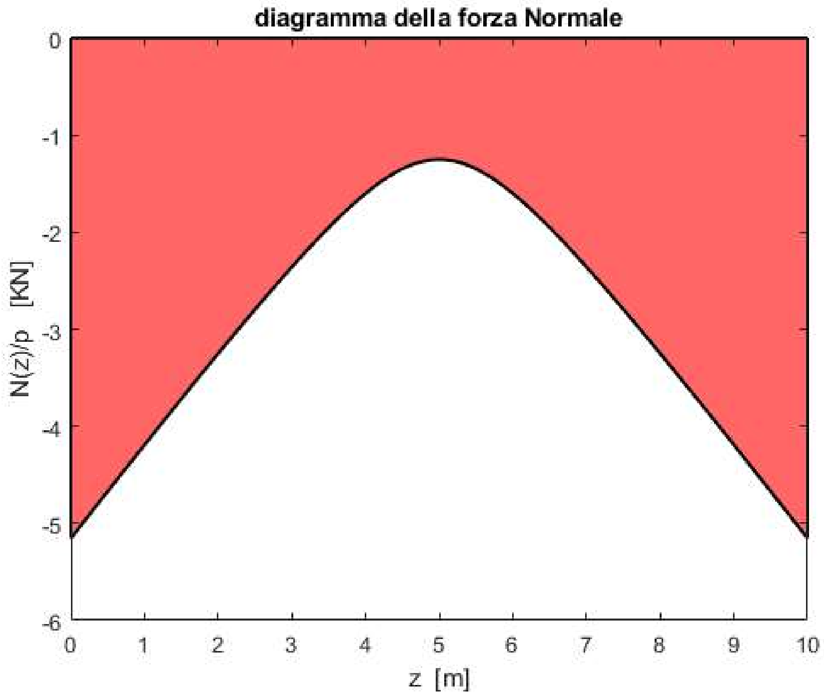
Nn(z) =

$$-\frac{5\sqrt{\frac{4\,(2\,z-10)^2}{25}+1}}{4}$$

```
a=0:0.1:Ln;
ang(z)=atan(diff(Y,z));
angle=ang(a);
N0n=double(Nn(a));
%% Plot f=L
figure(3)
c=1;
fig = gcf; % current figure handle
fig.Color = [1 1 1];
fig.ToolBar = 'none';
for n=1:length(a)-1
 B=double([a(n) a(n+1)  (a(n+1)+c*N0n(n+1)*sin(angle(n+1)))  (a(n)+c*N0n(n)*sin(angle(n+1)))]);
 C=double([Y(a(n)) Y(a(n+1))  (Y(a(n+1))-c*N0n(n+1)*cos(angle(n+1)))  (Y(a(n))-c*N0n(n)*cos(angle(n)))]);
hpatch=patch(B,C,'r','Facealpha',0.6);
axis equal
axis off
hold on
end
%Struttura
plot(a,Y(a),'-k','LineWidth',2)
title(['\fontname{Courier}\fontsize{15}Forza Normale N_(_z_) con f=L'],'color','K');
axis equal
axis off
hold on
```




```
% plot per i valori
figure(4)
area(a,N0n,'FaceColor', 'r','LineWidth',1.5)
alpha(.6)
title('diagramma della forza Normale')
xlabel('z  [m]')
ylabel('N(z)/p   [KN]')
hold on
```

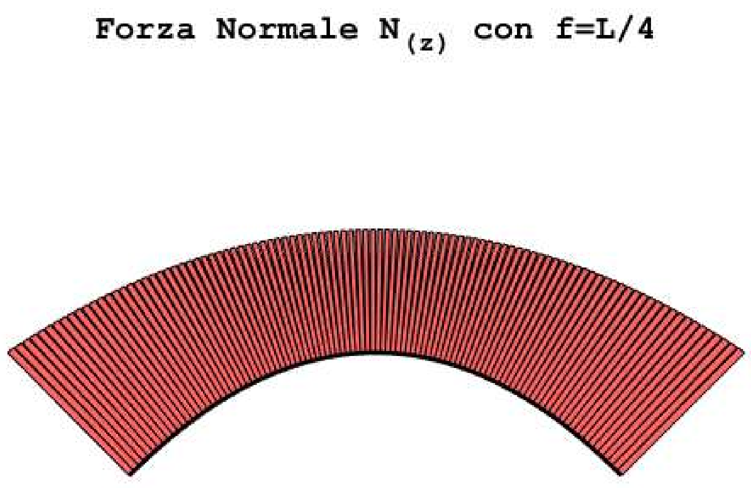



```
%% CASO f=L/4
fn=Ln/4;
pn=1;
Y(z)=subs(G,[f L],[fn Ln]);
Nn(z)=subs(N1E,[f L p],[fn Ln pn])
```

Nn(z) =

$$-5\sqrt{\frac{(2z-10)^2}{100}+1}$$

```
a=0:0.1:Ln;
ang(z)=atan(diff(Y,z));
angle=ang(a);
N0n=double(Nn(a));
%% Plot f=L
figure(5)
c=0.5;
fig = gcf; % current figure handle
fig.Color = [1 1 1];
fig.ToolBar = 'none';
for n=1:length(a)-1
 B=double([a(n) a(n+1)  (a(n+1)+c*N0n(n+1)*sin(angle(n+1)))  (a(n)+c*N0n(n)*sin(angle(n+1)))]);
 C=double([Y(a(n)) Y(a(n+1))  (Y(a(n+1))-c*N0n(n+1)*cos(angle(n+1)))  (Y(a(n))-c*N0n(n)*cos(angle(n)))]);
hpatch=patch(B,C,'r','Facealpha',0.6);
axis equal
axis off
hold on
end
%Struttura
plot(a,Y(a),'-k','LineWidth',2)
title(['\fontname{Courier}\fontsize{15}Forza Normale N_(_z_) con f=L/4'],'color','K');
axis equal
axis off
hold on
```




```
% plot per i valori
figure(6)
area(a,N0n,'FaceColor', 'r','LineWidth',1.5)
alpha(.6)
title('diagramma della forza Normale')
xlabel('z  [m]')
ylabel('N(z)/p   [KN]')
hold on
```

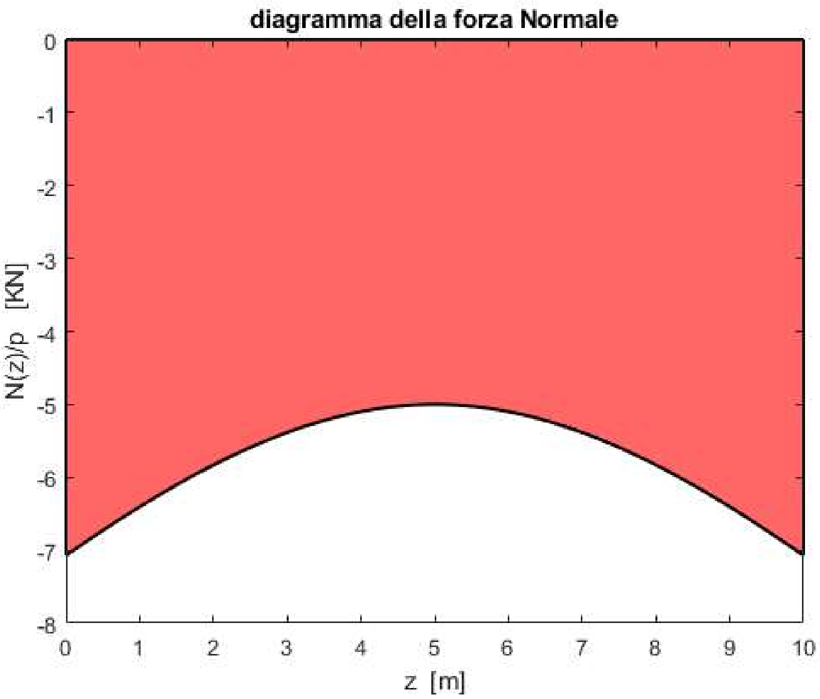


diagramma della forza Normale
N(z)/p [KN]
z [m]
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10