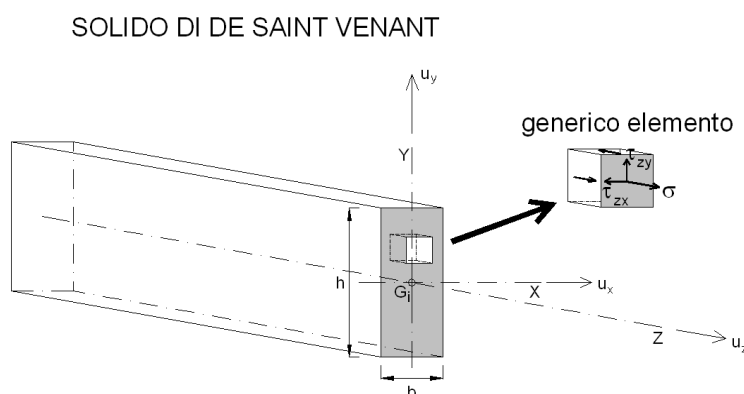


### 3 Principali formule operative impiegate per le verifiche di sezioni precomprese

#### 3.1 Equazione di Navier: cenni introduttivi e ipotesi adottate

La teoria della trave prismatica rettilinea poggia le basi su un modello solido particolare, sollecitato sulle sezioni di estremità, detto “solido di De Saint Venant”, dal cognome dello studioso dell’800 che trattò e risolse per primo il problema elastico. In questa sede, si è cercato di sintetizzare il più possibile tale teoria per evidenziare almeno le ipotesi di lavoro più importanti di detta schematizzazione. Nella figura, il sistema di riferimento adottato per il generico elemento del solido di De Saint Venant.



**Figura 28.** Solido di De Saint Venant tagliato in una sua sezione sufficientemente lontana dalla “distanza di estinzione” e generico elementino sottoposto agli sforzi di tensione interni.

Come noto, in virtù del teorema di unicità di Kirchhoff, tentando una soluzione che soddisfi le 15 equazioni di deformazione e sforzo del problema elastico nonché le condizioni al contorno, la soluzione è unica. L'ipotesi principale è quella della conservazione delle sezioni piane durante le deformazioni e l'adozione nella sezione trasversale di area  $A$  degli assi centrali di inerzia  $X$ ;  $Y$ . Analizziamo, per il caso particolare di una sezione in cemento armato precompresso, le sole sollecitazioni di forza normale eccentrica e pressoflessione retta. Prescindendo completamente da eventuali spostamenti rigidi d'insieme, detti rispettivamente con  $u_x$ ,  $u_y$  e  $u_z$  le componenti dello spostamento parallelamente agli assi  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , (e considerate positive le trazioni:  $N > 0$ ), la seguente soluzione:

$$\begin{aligned} u_x &= -v \frac{N}{EA} \cdot x - v \frac{k}{E} \cdot xy \\ u_y &= -v \frac{N}{EA} \cdot y + \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{E} \cdot [-z^2 + v(x^2 - y^2)] \\ u_z &= \frac{N}{EA} \cdot z + \frac{k}{E} \cdot yz \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

soddisfa le equazioni del problema elastico, avendo indicato con  $v$  e con  $E$ , rispettivamente, il modulo di Poisson e il modulo elastico del solido. La costante “ $k$ ” è stata già precedentemente introdotta per indicare la proporzionalità tra distanza  $y_i$  e la corrispondente tensione:  $\sigma_i = ky_i$  (discendendo dalla legge di Hooke monodimensionale). Come si può constatare immediatamente dalle equazioni (3.1.1), nel semplice caso di azione assiale di trazione  $N > 0$  (asse neutro all'infinito con  $k = 0$ ) le sezioni a distanza “ $z$ ” (ovvero le fibre longitudinali) si allungano di  $u_z > 0$  e la

sezione si restringe (risultando le componenti degli spostamenti  $u_x(x)$  e  $u_y(y)$ , per qualsiasi valore di  $x$  e  $y$  dirette verso il baricentro  $G_i$  della sezione del solido). In particolare, avendo accettato, come detto, l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane, allora ogni sezione della trave, nella deformazione dovuta alla forza normale  $N$ , si sposta rimanendo piana; da questo consegue che le  $\varepsilon_z$  (lungo la direzione dell'asse longitudinale della trave) variano linearmente con  $x$  e  $y$  e quindi anche le  $\sigma_i$ , valendo infatti la legge di Hooke. Dette quindi con  $c_i$  dei valori costanti:

$$\sigma_i(x; y) = c_1 x + c_2 y + c_3 = E \cdot \varepsilon_{zi} \quad (3.1.2)$$

Nel caso di compressione eccentrica, caratterizzando fortemente la soluzione imponendo che  $\sigma_i$  sia costante lungo l'asse del solido, quindi imponendo  $\tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$ , si ha:

$$N = \sum \sigma_i \cdot \Delta A_{ik} = \sum (c_1 x + c_2 y + c_3) \cdot \Delta A_{ik} = c_1 \sum x \cdot \Delta A_{ik} + c_2 \sum y \cdot \Delta A_{ik} + c_3 \sum \Delta A_{ik}$$

$$N = 0 + 0 + c_3 \cdot A \quad \rightarrow \quad c_3 = \frac{N}{A},$$

avendo tenuto conto che i momenti statici rispetto agli assi centrali di inerzia sono sempre nulli (passando infatti tali assi per il baricentro della sezione). Analogamente, per l'equilibrio alla rotazione dovuta al momento  $M_x = N \cdot y_C$  risulta:

$$M_x = \sum (\sigma_i \cdot \Delta A_{ik}) \cdot y_i = \sum (c_1 x + c_2 y + c_3) \cdot y \cdot \Delta A_{ik} = c_2 \sum y^2 \cdot \Delta A_{ik} = c_2 \cdot J_x$$

avendo tenuto anche conto che il termine  $\sum xy \cdot \Delta A_{ik}$  assume sempre somma nulla quando gli assi scelti sono centrali di inerzia. Si ottiene quindi:

$$c_2 = \frac{M_x}{J_x} = \frac{N \cdot y_C}{J_x} \quad \rightarrow \quad c_2 = k = \frac{M_x}{J_x}.$$

Ripetendo con analogo ragionamento, si ottiene:

$$c_1 = \frac{M_y}{J_y} = \frac{N \cdot x_C}{J_y}.$$

Sostituendo nell'eq. (3.1.2) i valori trovati per le costanti  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$ , si ottiene infine l'equazione canonica di pressoflessione deviata:

$$\sigma_i(x; y) = \frac{N \cdot x_C}{J_y} \cdot x + \frac{N \cdot y_C}{J_x} \cdot y + \frac{N}{A} \quad (3.1.3)$$

Considerando il caso tipico per sezione precompressa di pressoflessione retta:

$$\sigma_i = \frac{N \cdot y_C}{J_x} \cdot y + \frac{N}{A} \quad \rightarrow \quad \sigma_i = k \cdot y + \frac{N}{A} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_i = \frac{k}{E} \cdot y + \frac{N}{EA} \quad (3.1.4)$$

l'ultima espressione di  $\varepsilon_i$  è congruente con la terza relazione nelle eq. (3.1.1). Infatti:

$$\varepsilon_i = \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{N}{EA} \cdot z + \frac{k}{E} \cdot yz \right) = \frac{N}{EA} + \frac{k}{E} \cdot y \quad (3.1.5)$$

In particolare, dalla seconda dell'eq. (3.1.1), volendo concentrare l'attenzione solo sulla fibra baricentrica (quindi sui generici elementi posti sull'asse di sviluppo longitudinale del solido), ponendo pertanto  $x = y = 0$ , si ottiene:

$$u_y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{k}{E} \cdot z^2. \quad (3.1.6)$$

Se si deriva due volte rispetto alla variabile  $z$  l'equazione precedente, si ottiene:

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} = -\frac{k}{E} \rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} = -\frac{M_x}{EJ_x}} \quad (3.1.7)$$

Quest'ultima formula è alla base della teoria delle travi. Infatti, nell'ambito della validità dell'ipotesi semplificata di spostamenti infinitesimi, essa fornisce la curvatura della trave, indicandoci che è costante (essendo costante il rapporto  $k/E$ ). La curva indicata dall'eq. (3.1.6) è una parabola che, praticamente, tende a confondersi con un arco di circonferenza della quale l'inverso della suddetta curvatura è il raggio:

$$\frac{1}{r} = \chi = \text{cost} = -\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} = \frac{M_x}{EJ_x}. \quad (3.1.8)$$

Nel caso non sia più applicabile l'ipotesi di spostamenti infinitesimi, risulta a rigore:

$$\frac{M_x}{EJ_x} = \chi = \frac{-\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial z}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (3.1.9)$$

non potendosi più approssimare il denominatore a 1.

### 3.2 **Convenzioni usate per il segno algebrico nelle formule di verifica delle tensioni**

Si anticipa sin d'ora per chiarezza che, da questo punto in poi della presente pubblicazione, per le tensioni nelle fibre della generica sezione in c.a.p., verrà seguita la seguente convenzione sui segni:

Le trazioni vengono assunte positive (allungamenti):  $\sigma = N/A > 0$  per  $N > 0$  (trazione); le compressioni vengono assunte negative (accorciamenti):  $\sigma = N/A < 0$  per  $N < 0$  (compressione).

Analogamente, nella presentazione delle varie formulazioni utilizzate nel presente scritto si farà sempre riferimento alle notazioni, peraltro già introdotte nei paragrafi precedenti, riportate per comodità di lettura nella Figura 29. In particolare, tutte le grandezze geometriche relative alla fase finale verranno distinte da quelle relative alla fase iniziale, aggiungendo per quest'ultime anche il pedice "0".

### 3.3 Premessa sulle implicazioni dei fenomeni istantanei e differiti nell'utilizzo delle formule di verifica con precompressione

È necessario premettere alcune note circa gli effetti della precompressione nelle sezioni e il conseguente utilizzo di differenti formulazioni, subordinatamente al particolare sistema di precompressione (a cavi aderenti) adottato: pre-teso o post-teso. Concentrando per adesso l'attenzione sulla precompressione aderente, nel caso di sistema pre-teso, all'atto della recisione dei cavi avviene l'istantaneo accorciamento elastico della trave e quindi immediatamente una riduzione della coazione per conseguente accorciamento elastico dei cavi. In fase iniziale, risulta quindi necessario valutare sempre l'entità di tale accorciamento elastico e la conseguente subitanea caduta di tensione nei cavi. Nel caso di precompressione post-tesa, invece, sempre nella fase iniziale (guaine non iniettate) è necessario valutare primariamente l'iniziale caduta di tensione nei cavi dovuta principalmente all'attrito degli stessi sulle pareti interne dei condotti delle guaine ed, eventualmente, alle perdite dovute all'assestamento degli apparecchi di ancoraggio (rientro dei cunei) che, appena rilasciati dai martinetti, vanno a precomprimere l'elemento. Tali attriti, come sarà visto meglio in seguito, costringono a maggiore il tiro sulle testate proprio per compensare la perdita di tiro nelle sezioni maggiormente cimentate in mezzzeria.

Sia per il sistema pre-teso che post-teso, alle perdite istantanee (in fase iniziale) devono poi aggiungersi (in fase finale) le perdite di lungo periodo, dette differite, ad andamento progressivamente decrescente col tempo e causate dalla concomitante presenza di vari fenomeni tra loro interconnessi: effetti viscosi e di ritiro (se presente) ed effetto di rilassamento degli acciai armonici (perdita di tensione nel tempo senza alcuna deformazione). Si anticipa che le entità dei fenomeni dovuti alla viscosità del calcestruzzo e al rilassamento degli acciai armonici dipendono sensibilmente dal livello tensionale presente e tendono a raggiungere un equilibrio asintotico nel tempo. Il fenomeno del ritiro, invece, è pressoché dipendente dalle caratteristiche intrinseche del calcestruzzo, dalla percentuale di armatura presente e dal tipo di stagionatura adottata. Di ciò tengono conto le formulazioni che di seguito sono presentate.

### 3.4 Formule operative di verifica

#### 3.4.1 Formule di pressoflessione retta per contributo della precompressione e del peso proprio (fase iniziale sistema post-teso)

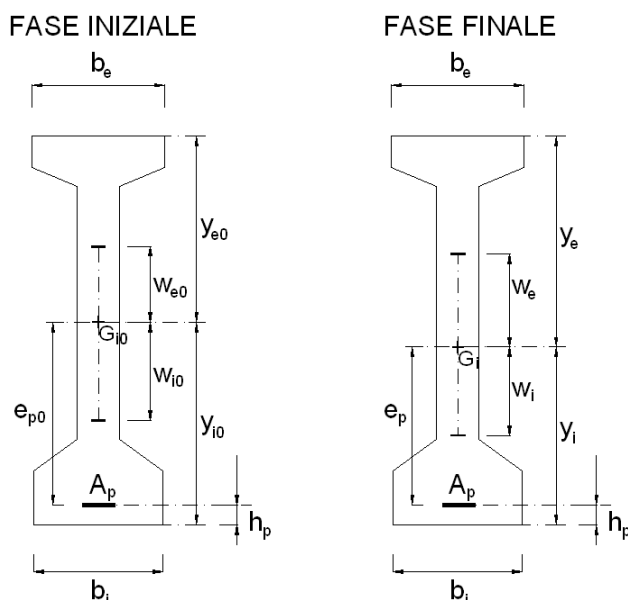
Analizziamo prima, per semplicità, il caso di azione della sola precompressione nel caso di fase iniziale (prescindendo per il momento dal peso proprio della trave): ad esempio, su una trave post-tesa a guaine non iniettate. Scelta una generica sezione trasversale di area  $A_{i0}$  e momento d'inerzia  $J_{i0}$ , (quindi di baricentro  $G_{i0}$  a quota  $y_{i0}$  dalla fibra di intradosso della trave), individuata la posizione del CR dall'intradosso della trave (noto quindi  $h_p$  e di conseguenza l'eccentricità  $e_{p0}$ ), si scriverà (fase iniziale, guaine non iniettate):

$$\text{per la fibra di estradosso:} \quad \sigma_{ep0} = \frac{N_0}{A_{i0}} - \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} \quad (3.4.1)$$

$$\text{per la fibra di intradosso:} \quad \sigma_{ip0} = \frac{N_0}{A_{i0}} + \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} \quad (3.4.2)$$

avendo indicato con  $N_0 < 0$  la forza di precompressione, dovuta al tiro  $P_0 = -N_0 > 0$  nel CR (nella particolare sezione studiata), e con  $e_{p0}$ ,  $y_{i0}$  e  $y_{e0}$  i valori in modulo delle distanze dal baricentro ideale  $G_{i0}$ , rispettivamente, dal baricentro dei cavi, dalla fibra di intradosso e di estradosso.

**Nota bene:** trattando di sistema post-teso, il valore indicato con  $N_0$  è il valore dell'azione di precompressione nella sezione studiata, scontate le perdite di tiro istantanee dovute all'attrito dei cavi sulle pareti interne delle guaine e alle perdite all'ancoraggio.



**Figura 29.** Notazioni utilizzate in questa pubblicazione per le formulazioni impiegate nelle verifiche (sistema post-teso).

Infatti, coerentemente con le geometrie fissate in figura, la precompressione  $N_0$  esercita sulla sezione  $A_{i0}$  due componenti di tensione:

- una uniforme con pressione  $N_0/A_i$ ;
- e una di flessione pura, dovuta al momento  $M_{p0} = N_0 \cdot e_{p0}$ , in virtù dell'eccentricità del cavo risultante ( $e_{p0} \neq 0$ ).

In particolare, l'azione del momento  $M_{p0}$  è evidentemente tale da portare (da sola) in compressione la fibra di intradosso (a distanza  $y_{i0} > 0$  da  $G_{i0}$ ) e in trazione la fibra di estradosso (a distanza  $y_{e0} > 0$  da  $G_{i0}$ ). Ad esempio, stante la convenzione fissata di considerare positive le trazioni (quindi, negativa l'azione di precompressione  $N_0$  sulla sezione), la massima tensione (per sola precompressione) nella fibra di estradosso (a distanza  $y_{e0} > 0$ ) si otterrà sommando algebricamente il termine negativo  $N_0/A_{i0}$  e il termine positivo  $-N_0 \cdot e_{p0} \cdot y_{e0}/J_{i0}$ . Viceversa, la massima tensione (sempre per sola precompressione) nella fibra di intradosso si otterrà sommando algebricamente due termini entrambi negativi. Considerando anche il peso proprio della trave stessa, per sovrapposizione degli effetti, indicando con  $M_{g0} > 0$  il relativo valore (in modulo) della sollecitazione flettente nella particolare sezione a verifica, le formulazioni (3.4.2) e (3.4.1) assumono le seguenti forme generali:

$$\text{per la fibra di estradosso: } \sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_{i0}} - \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} \right) - \frac{M_{g0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} \quad (3.4.3)$$

$$\text{per la fibra di intradosso: } \sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_{i0}} + \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} \right) + \frac{M_{g0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} \quad (3.4.4)$$

Ad esempio, l'incremento di tensione dovuto a  $M_{g0} > 0$  nella fibra di intradosso è tale da tendere la fibra stessa. Per cui:  $\Delta\sigma_{i0} = + M_{g0} \cdot y_{i0} / J_{i0} > 0$  (trazioni positive).

**ESEMPIO.** Sia data una sezione (a circa 1/3 dalla testata), della trave di riva di un ponte, che in fase iniziale (a guaine non iniettate) presenti le seguenti caratteristiche geometriche e di resistenza:

$A_{i0}$ [mm <sup>2</sup> ]	$J_{i0}$ [mm <sup>4</sup> ]	$y_{e0}$ [mm]	$e_{p0}$ [mm]	$y_{i0}$ [mm]
$732 \cdot 10^3$	$343454 \cdot 10^6$	977	920	1023

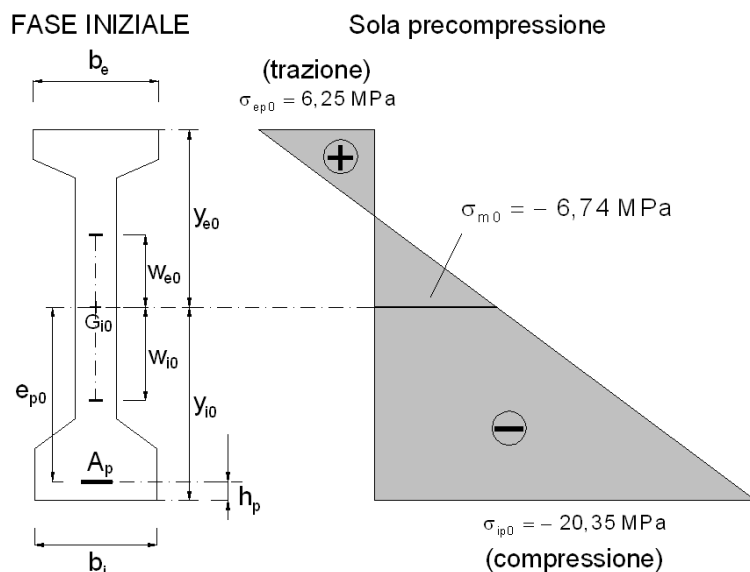
**Tabella 8.** Caratteristiche geometriche e di resistenza sezione ideale omogeneizzata in fase iniziale (guaine non iniettate).

Supponendo che, in fase iniziale, l'azione di tiro sul CR sia pari a  $P_0 = -N_0 = 5000$  kN (avendo tenuto conto delle perdite di attrito), calcolare le tensioni sulle fibre estreme della trave, rispettivamente di intradosso e di estradosso, dovute solamente all'azione della precompressione.

**SOLUZIONE.** Dovendo valutare le tensioni estreme (in fase iniziale) sulla sezione, dovute solamente al contributo della precompressione, si applicano direttamente le equazioni (3.4.2) e (3.4.1). Tenendo conto della convenzioni sui segni delle tensioni (positive le trazioni), ed esprimendo le tensioni in MPa (N/mm<sup>2</sup>), si ha:

$$\sigma_{ep0} = \frac{N_0}{A_{i0}} - \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = -\frac{5000}{732} + \frac{5000 \cdot 0,920}{343454} \cdot 977 = -6,83 + 13,08 = 6,25 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{ip0} = \frac{N_0}{A_{i0}} + \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = -\frac{5000}{732} - \frac{5000 \cdot 0,920}{343454} \cdot 1023 = -6,83 - 13,70 = -20,53 \text{ MPa};$$



**Figura 30.** Andamento delle tensioni per sola precompressione (tiro iniziale  $P_0$  a perdite iniziali scontate per attrito sulle guaine e per perdite di ancoraggio).

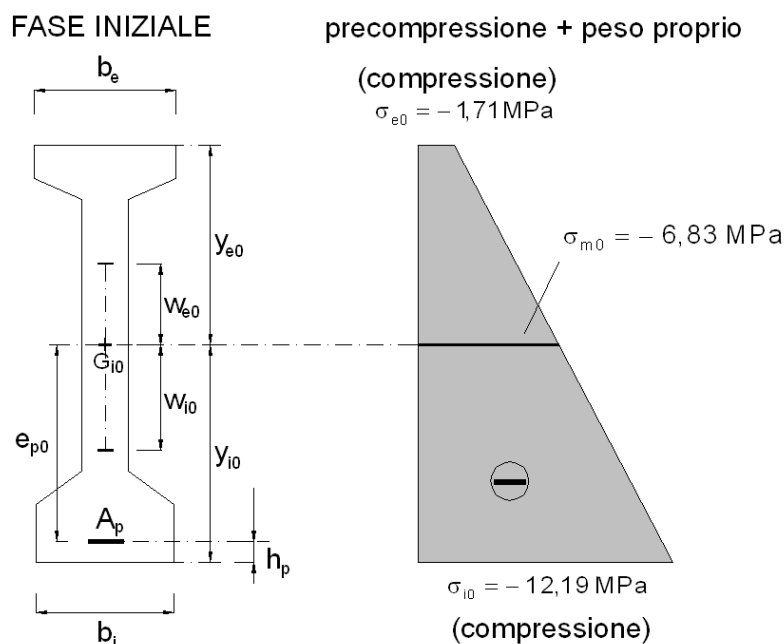
**OSSERVAZIONI.** Note le tensioni agli estremi, è noto tutto lo stato di tensione sulla sezione  $A_i$ . In particolare, in condizioni di pressoflessione retta, il segmento orizzontale, passante per il baricentro  $G_{i0}$  e intercettato dal diagramma triangolare delle tensioni, individua il valore della tensione media  $\sigma_{m0}$  sulla sezione. Nella realtà, in una trave in c.a.p. la sola precompressione non agisce mai da sola. Infatti, in fase iniziale, essendo almeno il peso proprio della trave stessa presente all'atto della tesatura, la precompressione agisce sempre in concomitanza con l'effetto flettente dovuto all'azione del peso proprio. Il diagramma delle tensioni, dovuto all'azione contemporanea di precompressione e peso proprio, viene detto propriamente diagramma delle tensioni in "fase iniziale".

**ESEMPIO.** Sia riveda l'esempio precedente considerando, nella sezione a verifica, anche l'azione di un momento flettente (nominale) per peso proprio della trave pari a  $M_{g0} = 2800 \text{ kNm}$ . Si ricordi che:  $J_{i0} = 343454 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;  $y_{e0} = 977 \text{ mm}$ ;  $y_{i0} = 1023 \text{ mm}$ .

**SOLUZIONE.** Operativamente, in fase iniziale, per trave post-tesa vanno applicate subito le due formulazioni alle eq. (3.4.3) e (3.4.4). Il contributo dovuto alla sola precompressione è stato già valutato in termini di tensioni nell'esempio precedente (termini tra parentesi tonde). Pertanto, le tensioni massime cercate sono:

$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_{i0}} - \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} \right) - \frac{M_{g0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = 6,25 - \frac{2800}{343454} \cdot 977 = 6,25 - 7,96 = -1,71 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_{i0}} + \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} \right) + \frac{M_{g0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = -20,53 + \frac{2800}{343454} \cdot 1023 = -20,53 + 8,34 = -12,19 \text{ MPa}$$



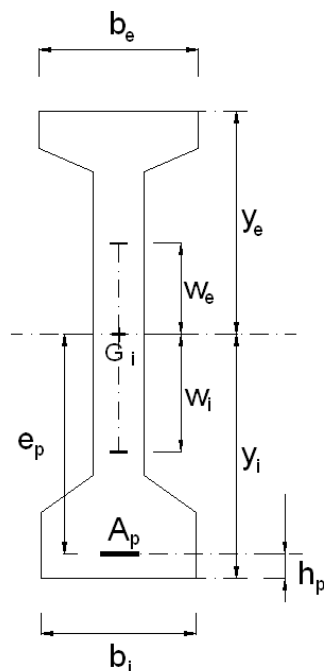
**Figura 31.** Andamento delle tensioni per precompressione e peso proprio (tiro iniziale  $P_0$  a perdite iniziali scontate per attrito sulle guaine e per perdite di ancoraggio).

**OSSERVAZIONI.** Nel sistema post-teso, in fase iniziale di guaine non iniettate, l'effetto della sollecitazione flettente per peso proprio della trave non altera il valore iniziale del tiro nella sezione studiata. Tale valore  $N_0$ , scontate sempre le perdite per attrito nei condotti delle guaine e negli ancoraggio, rimane tale perché i cavi non sono ancora sigillati e resi solidali alla trave tramite l'indurimento e la presa della malta iniettata. Per il momento, si trascurano le perdite di tensione nelle armature del post-teso per graduale deformazione del calcestruzzo, funzione dell'ordine con il quale i singoli cavi sono tesati. Diversa situazione è, come si vedrà più avanti, per il sistema pre-teso: l'armatura di precompressione è aderente al calcestruzzo della trave fin dal taglio dei cavi e quindi risentirà sia dell'eccentricità dei cavi sia dell'effetto bilanciante del peso proprio della trave dall'atto del rilascio. In merito ai limiti delle tensioni date dalle norme nella fase iniziale, si parlerà più avanti.

### 3.4.2 Formule di pressoflessione retta per contributo della precompressione e del peso proprio (fase iniziale sistema pre-teso)

Nelle travi precomprese pre-tese, una volta raggiunta la maturazione voluta del calcestruzzo, vengono recisi i cavi tesi all'esterno delle testate. Come anticipato, immediatamente dopo il taglio, i cavi tendono ad accorciarsi, in virtù dell'aderenza sviluppata a contatto con la massa di calcestruzzo gettato attorno ad essi, producendo un altrettanto immediato accorciamento elastico dell'elemento di calcestruzzo indurito. Conseguentemente all'accorciamento elastico, i cavi in seno all'elemento stesso (seguendo l'accorciamento per aderenza) registrano un certo calo di tensione. Tutto ciò diviene visibile osservando, subito dopo l'atto di recisione dei cavi, l'inarcamento verso l'alto della trave che, con il suo peso proprio, tende "fisiologicamente" a contrastare e poi ad equilibrare tale effetto della coazione. Diventa in questo caso importante valutare tale perdita istantanea di tensione nei cavi, o meglio, nel cavo risultante CR.

#### FASE INIZIALE E FINALE



**Figura 32.** Sezione ideale omogeneizzata interamente reagente (e relative notazioni) utilizzata nel pre-teso ( fase iniziale e fase finale).



La formulazione, quindi, dovrà concentrare l'attenzione sul baricentro dei cavi e quindi dovranno essere note come al solito le caratteristiche della sezione ideale omogeneizzata interamente reagente ( $A_i$  e  $J_i$  relativamente quindi ad una sezione pre-tesa) e soprattutto la distanza  $e_p$  del baricentro ideale  $G_i$  della sezione dal baricentro dei cavi. Diversamente dal post-teso, la generica sezione a verifica è ideale, omogeneizzata e con andamento dei cavi generalmente rettilineo lungo tutto lo sviluppo dell'elemento: sono sufficienti le grandezze  $A_i$  e  $J_i$  sia per la fase iniziale che per la fase finale, variando solamente l'entità del tiro. In generale, può invece variare il valore di  $A_p$  quando convenga, soprattutto nelle sezioni verso le testate, diminuire l'entità della precompressione (per diminuzione dell'azione flettente complessiva). In tal caso, o aggiungendo un numero opportuno di cavi anche superiormente nella sezione o provvedendo al cosiddetto "intubettamento" dei cavi o, con equivalente dizione, a predisporre opportuni tratti a "cavi inguainati". Rendendo, infatti, inattivi tali tratti al trasferimento della precompressione per aderenza, si diminuisce l'entità di  $A_p$  (meno cavi effettivi) variando in generale l'eccentricità  $e_p$  degli stessi, a seconda dei cavi resi inattivi, intubettati appunto. Indicando pertanto con  $M_{g0}(z) > 0$  il valore (in modulo) del momento flettente nominale dovuto al peso proprio della trave (nella generica sezione di coordinata "z" misurata lungo l'asse della trave), detta con  $e_p$  l'eccentricità del cavo risultante (baricentro geometrico dei cavi nella sezione) e detta con  $P_{0max} = -N_{0max}$  la massima forza nei cavi all'istante della messa in tensione, la tensione nella fibra di calcestruzzo a livello  $e_p$  del cavo risultante (vedere notazioni in Figura 32) nella generica sezione "z" lungo l'asse della trave è (con  $N_{0max} < 0$ ):

$$\sigma_{cp}(z) = \left( \frac{N_{0max}}{A_i} + \frac{N_{0max} \cdot e_p}{J_i} \cdot e_p \right) + \frac{M_{g0}(z)}{J_i} \cdot e_p \quad (3.4.5)$$

a cui deve seguire l'immediato accorciamento unitario dell'elemento in calcestruzzo, avendo introdotto il modulo elastico secante  $E_{cm}(t)$  al tempo "t":

$$\varepsilon_{cp}(z; t) = \frac{\sigma_{cp}(z)}{E_{cm}(t)} = \frac{1}{E_{cm}(t)} \cdot \left( \frac{N_{0max}}{A_i} + \frac{N_{0max} \cdot e_p}{J_i} \cdot e_p \right) + \frac{M_{g0}(z)}{E_{cm}(t) \cdot J_i} \cdot e_p \quad (3.4.6)$$

Supposta poi la perfetta aderenza tra cavi di acciaio aderenti e calcestruzzo, potendo omogeneizzare l'acciaio in calcestruzzo compresso, si calcola l'entità della conseguente immediata caduta di tensione  $\Delta\sigma_p$  nei cavi:

$$\Delta\sigma_p(z; t) = E_p \cdot \varepsilon_{cp}(z; t) = E_p \cdot \frac{\sigma_{cp}(z)}{E_{cm}(t)} = \frac{E_p}{E_{cm}(t)} \cdot \sigma_{cp}(z) = n_p(t) \cdot \sigma_{cp}(z) \quad (3.4.7)$$

Moltiplicando quindi tutti i termini dell'eq. (3.4.5) per il coefficiente di omogeneizzazione  $n_p = E_p/E_{cm}(t)$ , si ottiene la caduta di tensione immediata dei cavi (di sezione complessiva  $A_p$ ) nella sezione considerata<sup>(1)</sup>:

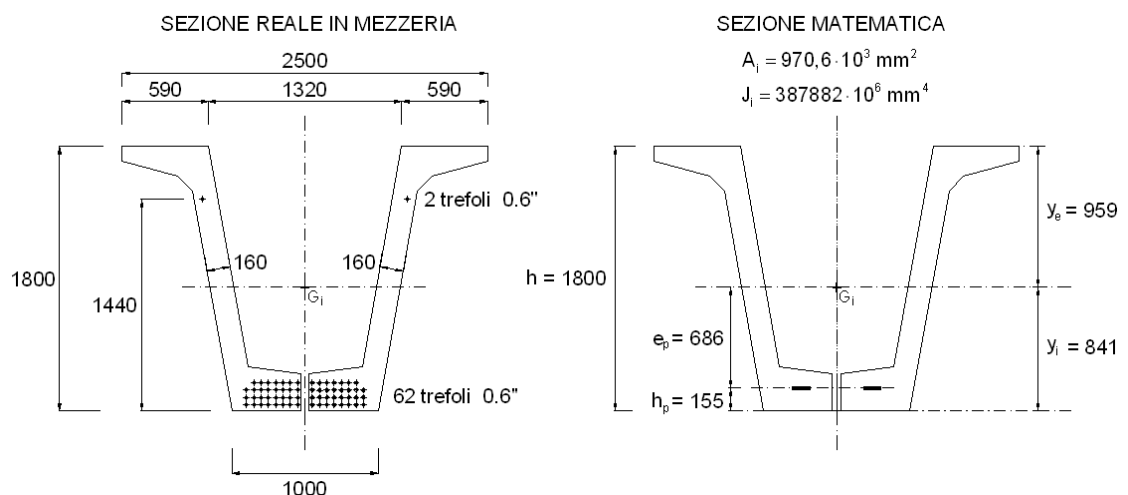
$$\Delta\sigma_p(z; t) = n_p \cdot \left[ \frac{N_{0max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0max} \cdot e_p + M_{g0}(z)}{J_i} \right) \cdot e_p \right] \quad (3.4.8)$$

<sup>1</sup> È importantissimo tenere presente che la caduta di tensione  $\Delta\sigma_p$  in una data sezione dipende dal particolare valore assunto lì dalla sollecitazione flettente che, per peso proprio, presenta notoriamente un andamento massimo in mezzera e nullo agli appoggi (almeno nel caso di trave appoggiata). Pertanto, ammettendo che l'armatura di precompressione sia costante lungo tutto lo sviluppo della trave, l'entità della caduta istantanea di tensione  $\Delta\sigma_p(z)$  dipenderà dalla posizione "z" della sezione nella trave; in altre parole da  $M_{g0}(z)$ .

Pertanto in fase iniziale, a cadute immediate avvenute<sup>(2)</sup>, il tiro nel baricentro dei cavi (o con altra dizione, nel cavo risultante CR) si valuta:

$$N_0(z; t) = N_{0\max} - \Delta\sigma_p \cdot A_p \quad (3.4.9)$$

**ESEMPIO.** Sia data la sezione a cavi aderenti pre-tesi riportata nella Figura 33. Ci si riferisce ad una di tre travi a “V” (ad interasse di 4,35 m) di un impalcato stradale di 1° categoria di 11 m di larghezza utile, e che si sviluppa su una luce massima di  $L = 30$  m (asse appoggi). Valutare la caduta di tensione delle armature di pre-tensione dovuta all'accorciamento elastico del calcestruzzo all'atto della recisione dei cavi. Per semplicità, si trascurino le perdite dovute al rientro degli ancoraggi e le perdite dovute al rilassamento a breve termine degli acciai. Il peso proprio della trave (di sezione variabile) è stato valutato, al più, sull'intero suo sviluppo longitudinale, pari a circa  $p_{g0} = 26$  kN/m. Gli acciai dei trefoli (Y1860S7) sono caratterizzati da  $f_{pk} = 1860$  MPa e  $f_{p(0,1)k} = 1600$  MPa. La classe del calcestruzzo è C45/55. Si ipotizzi per semplicità al tempo “t” un coefficiente di omogeneizzazione pari a  $n_p = 6$ . Si eseguano i calcoli facendo riferimento direttamente alle tensioni nel cavo risultante.



**Figura 33.** Sezione in mezzeria di una trave da ponte a “V”: maschera trefoli e sezione ideale, interamente reagente, omogeneizzata con  $n_p(t) = 6$ .

**SOLUZIONE.** Dovendo valutare le massime tensioni all'atto del trasferimento della precompressione, si è per sicurezza scelta la sezione di mezzeria depurata trasversalmente del foro  $\varnothing 80$  per il drenaggio e lo scolo delle acque di condensa. Il

<sup>2</sup> Ovviamente, in questa parte introduttiva, si suppone che le uniche perdite nella fase di pre-tensionamento siano solo quelle dovute all'accorciamento elastico del calcestruzzo per trasferimento della precompressione. Per semplicità non si è tenuto rigorosamente conto del fatto che durante il processo di tesatura possono registrarsi delle perdite dovute all'attrito in corrispondenza delle deviazioni angolari (nel caso di fili o trefoli) e perdite dovute al rientro dei cunei dei dispositivi di ancoraggio. Ancora, prima del trasferimento della precompressione al calcestruzzo, si verificano delle perdite dovute al rilassamento delle armature pre-tese durante il periodo che intercorre tra la messa in tensione delle armature e la precompressione del calcestruzzo (valutabili, in genere, dell'ordine di  $\leq 3\%$ ). Nel caso poi della maturazione a vapore, occorre tenere in considerazione anche degli effetti termici diretti.

baricentro dei due gruppi di armature (inferiore con 62 trefoli) e superiore (con 2 trefoli) cade a distanza di  $h_p = 155$  mm dall'intradosso della trave c.a.p. Il baricentro della sezione ideale con armature pre-tese omogeneizzate in calcestruzzo compresso con  $n_p = 6$  è a distanza  $y_i = 841$  mm dall'intradosso della trave. L'eccentricità del cavo risultante è  $e_p = 686$  mm con  $A_p = 64 \cdot (139) = 8896$  mm<sup>2</sup>. Dovendo valutare la caduta di tensione dei cavi nella sezione di mezzera della trave ( $z = L/2 = 15$  m), si calcola la relativa sollecitazione flettente nominale per peso proprio della sola trave:  $M_{g0}(L/2) = 0,125 \cdot p_{g0} \cdot L^2 = 0,125 \cdot (26) \cdot (30)^2 = 2925$  kNm (in schema di semplice appoggio).

L'EC2 al par. 5.10.2 indica che la massima tensione nei cavi, che si può applicare all'estremità attiva durante la messa in tensione, è  $\sigma_{p0,max} = \min\{0,8 \cdot f_{pk}; 0,9 \cdot f_{p(0,1)k}\}$ , indifferentemente per il sistema pre-teso e post-teso. Le Norme Tecniche, al par. 4.1.8.15, impongono le tensioni iniziali all'atto della tesatura dei cavi come l'EC2 penalizzando solo i cavi post-tesi:  $\sigma_{spi} = \min\{0,75 \cdot f_{pk}; 0,85 \cdot f_{p(0,1)k}\}$ .

Si calcola intanto:  $\sigma_{p0,max} = \min\{0,8 \cdot f_{pk}; 0,9 \cdot f_{p(0,1)k}\} = \min\{1488; 1440\} = 1440$  MPa. Adottando trefoli da 0,6" (area nominale di 1 trefolo = 139 mm<sup>2</sup>), il massimo valore della forza che può essere applicata dal martinetto su ciascun trefolo è:  $P_{1max} = A_{1p} \cdot \sigma_{p0,max} = 139 \cdot (1440)/10^3 = 200,2$  kN. Si impone  $P_{1max} = 139 \cdot (1400)/10^3 \rightarrow 19,84$  t.

L'EC2 al par. 5.10.3 indica la massima tensione nei cavi subito dopo la messa in tensione e il trasferimento della precompressione:  $\sigma_{p,max} = \min\{0,75 \cdot f_{pk}; 0,85 \cdot f_{p(0,1)k}\}$ .

Risulta per l'acciaio di pre-tensione adottato:  $\sigma_{p,max} = \min\{0,75 \cdot f_{pk}; 0,85 \cdot f_{p(0,1)k}\} = \min\{1395; 1360\} = 1360$  MPa. Con perdite iniziali (al più dell'ordine del 5%) per rilassamento degli acciai di pretensione considerate già scontate, si fissa uno sforzo costante di tesatura  $\sigma_{p0,max} = 1400$  MPa <  $\min\{0,8 \cdot f_{pk}; 0,9 \cdot f_{p(0,1)k}\}$ , ottenendo  $N_{0max} = \sigma_{p0,max} \cdot A_p = -1400 \cdot (8896)/10^3 = -12454$  kN. Applicando la formula (3.4.8) con coefficiente di omogeneizzazione  $n_p = 6$  (fissato per ipotesi):

$$\Delta\sigma_p(L/2) = n_p \cdot \left[ \frac{N_{0max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0max} \cdot e_p + M_{g0}(L/2)}{J_i} \right) \cdot e_p \right] =$$

$$= 6 \cdot \left[ \frac{-12454}{970,6} + \left( \frac{-12454 \cdot (0,686) + 2925}{387882} \right) \cdot 686 \right] = -136,6 \text{ MPa},$$

con caduta istantanea di tiro  $\Delta N_{0max} = \Delta\sigma_p \cdot A_p = -136,6 \cdot (8896)/10^3 = -1215$  kN (dovuta all'accorciamento elastico del calcestruzzo), pari a circa il:

$$\frac{\Delta N_{0max}}{N_{0max}} \cdot 100 = 9,8\%.$$

Subito dopo la trasmissione della precompressione per aderenza, si ha in fase iniziale (vedere eq. (3.4.9)):

$$N_0 = N_{0max} - \Delta\sigma_p \cdot A_p = -12454 + (136,6) \cdot (8896)/10^3 = -11239 \text{ kN},$$

valore negativo perché, per convenzione, di trazione sul CR. La relativa tensione è:

$$\sigma_{p0} = -N_0/A_p = (11239) \cdot 10^3 / (8896) = 1263 \text{ MPa} < \sigma_{p,\max} = \min\{0,75 \cdot f_{pk}; 0,85 \cdot f_{p(0,1)k}\}.$$

A questo punto, noto  $N_0$ , in fase iniziale, si controllano le massime tensioni sul calcestruzzo utilizzando le formule di pressoflessione retta che tengono conto della presenza contemporanea della precompressione e della sollecitazione flettente per peso proprio della trave, in maniera analoga concettualmente a quanto fatto nel caso del post-teso quando si siano tenuti in conto le cadute di tensione iniziali per attriti sulle pareti delle guaine. Nel caso della pre-tensione le formule sono analoghe alle (3.4.3) e (3.4.4), salvo qui considerare le grandezze  $A_i$  e  $J_i$  relative al sistema pre-teso (sempre costanti per una sezione fissata). In particolare, si ha (fase iniziale):

per la fibra di estradosso: 
$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_i} - \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_e \quad (3.4.10)$$

per la fibra di intradosso: 
$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_i \quad (3.4.11)$$

Sostituendo i valori numerici, tenendo conto della convenzione di trazioni positive:

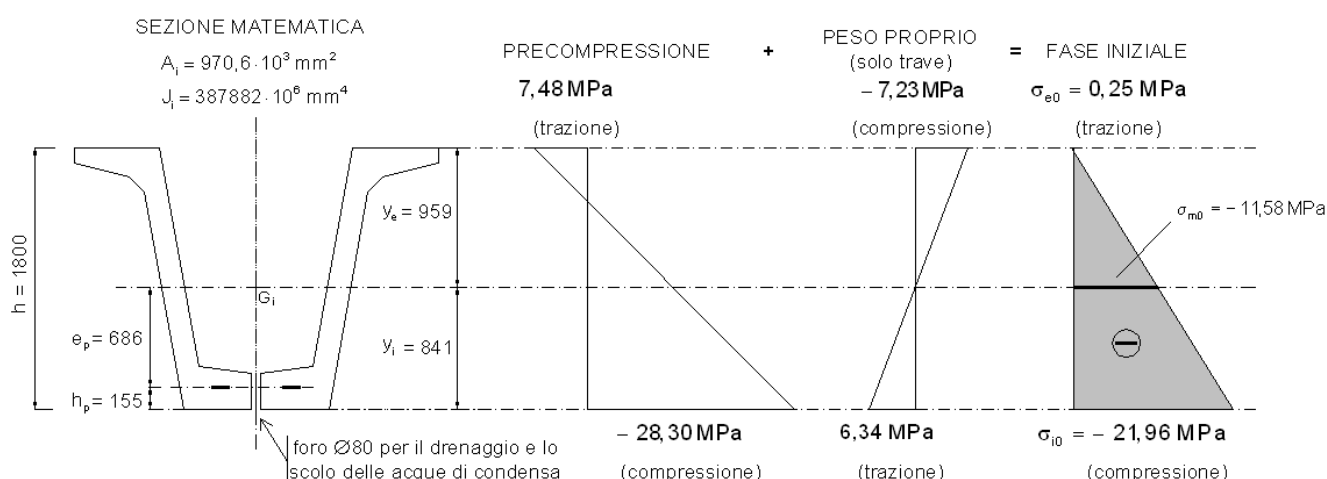
$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_i} - \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_e = \left( \frac{-11239}{970,6} - \frac{-11239 \cdot 0,686}{387882} \cdot 959 \right) - \frac{2925}{387882} \cdot 959$$

$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_i = \left( \frac{-11239}{970,6} + \frac{-11239 \cdot 0,686}{387882} \cdot 841 \right) + \frac{2925}{387882} \cdot 841$$

per la fibra di estradosso:  $\sigma_{e0} = (7,48) - 7,23 = 0,25 \text{ MPa}$  (trazione);

per la fibra di intradosso:  $\sigma_{i0} = (-28,30) + 6,34 = -21,96 \text{ MPa}$  (compressione).

Evidenziate tra parentesi le tensioni dovute al solo contributo della precompressione.



**Figura 34.** Diagramma delle tensioni in fase iniziale (sistema pre-teso), sezione in mezzzeria. Sezione depurata del foro per lo scolo delle acque di condensa.

L'EC2 al par. 5.10.2.2 - "Limitazione della tensione nel calcestruzzo", raccomanda che la tensione nel calcestruzzo della struttura, indotta dalla forza di precompressione e dagli altri carichi agenti al momento della messa in tensione o del rilascio della precompressione, sia limitata al valore  $\sigma_c \leq 0,6 \cdot f_{ck}(t)$ , dove  $f_{ck}(t)$  è la resistenza caratteristica a compressione del calcestruzzo all'istante "t" quando esso è sottoposto alla forza di precompressione. Per elementi con armatura pretesa, la tensione nel calcestruzzo al momento del trasferimento della pretensione può essere aumentata fino a (valore raccomandato)  $0,7 \cdot f_{ck}(t)$ , se si può dimostrare con prove o nella pratica che la formazione di fessurazioni longitudinali è impedita. Se la tensione di compressione supera in combinazione di carico quasi permanente il limite  $0,45 \cdot f_{ck}(t)$ , allora si deve tenere conto della non linearità della viscosità. Le Norme Tecniche al par. 4.1.8.1.4 stabiliscono, per strutture a cavi pre-tesi e post-tesi, direttamente il limite seguente:  $\sigma_c \leq 0,7 \cdot f_{ck}(t)$ .

Nel caso in oggetto, per ipotesi si è assunto C45/55. Si ipotizza che al tempo "t" di trasferimento della pretensione (al taglio trefoli) sia  $f_{ck}(t) = 36,97$  MPa. L'entità delle tensioni di compressione nelle condizioni iniziali rispetta entrambe le normative:

$$|\sigma_{i0}| \approx 22 \text{ MPa} < 0,6 \cdot f_{ck}(t) = 22,2 \text{ MPa}.$$

### 3.4.3 Formula di pressoflessione retta per perdite immediate di precompressione per accorciamento elastico nella post-tensione

Analogamente al sistema pre-teso, anche nel sistema post-teso, nella fase iniziale, si verificano delle perdite di tensione nei cavi dovute all'accorciamento elastico della trave. Questo tipo di perdite di tensione, che si registrano gradualmente durante la messa in trazione delle armature tramite i martinetti, sono chiamate anche "perdite secondarie". Infatti, non potendo praticamente per ragioni tecnologiche effettuare su una testata la tesatura contemporanea di tutti i cavi, si opera tesando un cavo alla volta. In tale circostanza, il tiro dei successivi cavi altera la tensione raggiunta in quelli già tesati in virtù del graduale accorciamento dell'elemento. In particolare, indicando con  $e_r$  l'eccentricità dell'r-esimo cavo dal baricentro  $G_{i0}$  della sezione ideale, con  $P_r$  la relativa trazione esercitata sul cavo r-esimo e con  $n_p = E_p/E_{cm}(t)$  il coefficiente di omogeneizzazione delle armature di precompressione, quando  $r > k$ , scrivendo:

$$\Delta\sigma_{pk-r} = -n_p \cdot \left( \frac{P_r}{A_{i0}} + \frac{P_r \cdot e_r}{J_{i0}} \cdot e_k \right) \quad (3.4.12)$$

si ottiene la formula operativa della caduta di tensione nel cavo k-esimo (perfettamente analoga all'eq. (3.4.2)) dovuta agli effetti di accorciamento del calcestruzzo per mantenere in trazione la forza sul singolo cavo r-esimo. Se i cavi tesati successivamente al k-esimo sono in numero di "m", allora la perdita complessiva di tensione nel cavo k-esimo è:

$$\Delta\sigma_{pk} = \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq k}}^m \Delta\sigma_{pk-r} = -n_p \cdot \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq k}}^m \left( \frac{P_r}{A_{i0}} + \frac{P_r \cdot e_r}{J_{i0}} \cdot e_k \right). \quad (3.4.13)$$

È opportuno precisare che l'entità di tali perdite (secondarie, appunto) di tensione difficilmente superano l'ordine del 2÷3% e generalmente vengono gradualmente compensate durante la tesatura seguendo le istruzioni d'uso dell'apparecchio di

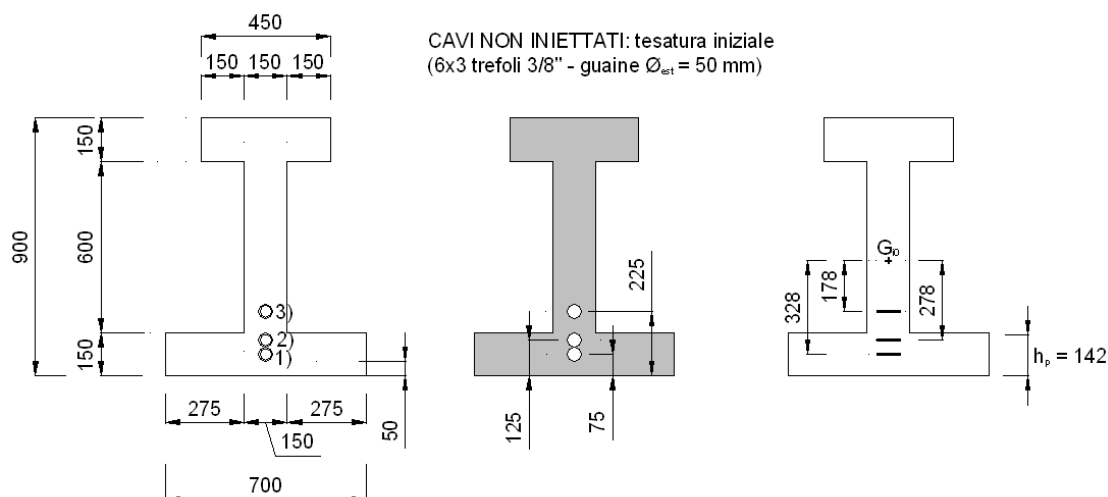
pretensione. All'atto pratico, dopo il primo giro di tesatura, è sufficiente ritesare nuovamente un numero limitato di cavi per compensare tutte le perdite.

L'EC2 al par. 5.10.5 – “Perdite immediate di precompressione per post-tensione” propone una formulazione perfettamente analoga a quella introdotta nell'(3.4.13). In altri termini, esprime la formulazione direttamente come decremento della forza complessiva di pretensione  $\Delta P_{el}$  (in termini di suo valore assoluto). Esprimendo, infatti, le tensioni in termini di pressioni sul calcestruzzo e non in termini di trazione dei cavi, risulta:

$$\Delta P_{el} = A_p \cdot \Delta \sigma_{pk} = A_p \cdot \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq k}}^m \Delta \sigma_{pk-r} = A_p \cdot n_p \cdot \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq k}}^m j \cdot \Delta \sigma_{ck-r} = A_p \cdot E_p \cdot \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq k}}^m \frac{j \cdot \Delta \sigma_{ck-r}}{E_{cm}(t)},$$

dove il coefficiente di omogeneizzazione “ $n_p$ ” è espresso mediante il modulo elastico (secante) del calcestruzzo al tempo “ $t$ ” (all'atto della pretensione) e dove con “ $j$ ” si è indicato un opportuno coefficiente di approssimazione dipendente dal numero di armature da tesare in successione. In particolare, varia a secondo dei casi da 1 a 0,5 secondo la seguente espressione:  $j = (m - 1)/2m$ ; essendo appunto “ $m$ ” il numero delle armature di precompressione tesate successivamente al cavo  $k$ -esimo.

**ESEMPIO.** Sia data la sezione a doppio T dissimmetrica (post-tesa) i cui dettagli sono riportati in Figura 35. Si ipotizzi che nella figura si faccia riferimento alla sezione di mezzzeria della trave. Sono alloggiate 3 guaine in lamierino  $\varnothing_{est} = 50$  mm, ciascuna con 6 trefoli 3/8”; in particolare di sezione  $6 \cdot (52 \text{ mm}^2) = 312 \text{ mm}^2$ . L'area complessiva di armatura di precompressione è  $A_p = 3 \cdot (312 \text{ mm}^2) = 936 \text{ mm}^2$ . Il baricentro delle tre guaine è a distanza  $h_p = 142$  mm dall'intradosso della trave.



**Figura 35.** Sezione a doppio T dissimmetrica: guaine non iniettate (fase iniziale di tesatura).

Trascurando le eventuali armature ordinarie, determinare le perdite immediate di tensione durante la fase di tesatura della sezione post-tesa. Si ipotizzi una tensione di tesatura sui singoli cavi di  $\sigma_{p0} = 1100$  MPa. Si ipotizzi che il coefficiente di

omogeneizzazione delle armature di pretensione in calcestruzzo compresso sia pari a  $\eta_p(t) = 5,67$ . L'ordine di tesatura è riportato in figura accanto alle guaine con 1)-2)-3).

**SOLUZIONE.** In condizioni di post-tensione (fase iniziale di tesatura) va considerata la sezione depurata dello spazio occupato dalle guaine, non essendo ancora iniettate con la malta. Considerando la sezione composta da sotto elementi di forma quadrangolare e detratto il contributo dell'area delle guaine, individuando così il baricentro  $G_{netta} = G_{i0}$  della sezione depurata dai fori, si ha:

- $A_{c0} = A_{i0} = 256,6 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- $J_{c0} = J_{i0} = 26138 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;
- $y_{G0} = y_{i0} = 402 \text{ mm}$ .

Stabilito l'ordine di tesatura (vedere numerazione in figura), si evidenziano le eccentricità dei relativi CR dal baricentro della sezione e la relativa area di trefoli presenti da tesare:

- CR n. 1  $\rightarrow e_{p0(1)} = 328 \text{ mm} \rightarrow A_{p(1)} = 6 \cdot (52 \text{ mm}^2) = 312 \text{ mm}^2$ ;
- CR n. 2  $\rightarrow e_{p0(2)} = 278 \text{ mm} \rightarrow A_{p(2)} = 312 \text{ mm}^2$ ;
- CR n. 3  $\rightarrow e_{p0(3)} = 178 \text{ mm} \rightarrow A_{p(3)} = 312 \text{ mm}^2$ ;

Per "r" da 1 a 3, si calcola:

- $P_1 = A_{p(1)} \cdot \sigma_{p0} = (312) \cdot (1100) / 10^3 = 343,2 \text{ kN} \rightarrow P_1 \cdot e_{p0(1)} = (343,2) \cdot (0,328) = 112,6 \text{ kNm}$ ;
- $P_2 = A_{p(2)} \cdot \sigma_{p0} = 343,2 \text{ kN} \rightarrow P_2 \cdot e_{p0(2)} = 95,4 \text{ kNm}$ ;
- $P_3 = A_{p(3)} \cdot \sigma_{p0} = 343,2 \text{ kN} \rightarrow P_3 \cdot e_{p0(3)} = 61,1 \text{ kNm}$ .

Perdita di tensione complessiva su CR n. 1 ( $k = 1$ ) dovuta alla tesatura dei CR n. 2 e 3 (eq. (3.4.13) con  $m = 2$ , quindi con  $r = 2$  e 3):

$$\Delta\sigma_{p1} = -\eta_p \cdot \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq k}}^m \left( \frac{P_r}{A_{i0}} + \frac{P_r \cdot e_r}{J_{i0}} \cdot e_k \right) = -\eta_p \cdot \left( \frac{P_2}{A_{i0}} + \frac{P_2 \cdot e_{p0(2)}}{J_{i0}} \cdot e_{p0(1)} \right) - \eta_p \cdot \left( \frac{P_3}{A_{i0}} + \frac{P_3 \cdot e_{p0(3)}}{J_{i0}} \cdot e_{p0(1)} \right)$$

$$\Delta\sigma_{p1} = -5,67 \cdot [(343,2/256,6) + (95,4/26138) \cdot (328)] + \\ -5,67 \cdot [(343,2/256,6) + (61,1/26138) \cdot (328)] = -(14,4 + 11,9) = -26,3 \text{ MPa}.$$

con una perdita<sup>(3)</sup> pari al 2,4% circa della tensione iniziale  $\sigma_{p0}$ . Analogamente, la componente di perdita di tensione sul CR n. 2 ( $k = 2$ ) dovuta alla sola tesatura del CR n. 3 ( $m = 1$ , con  $r = 3$ ), si calcola:

$$\Delta\sigma_{p2} = -\eta_p \cdot \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq k}}^m \left( \frac{P_r}{A_{i0}} + \frac{P_r \cdot e_r}{J_{i0}} \cdot e_k \right) = -\eta_p \cdot \left( \frac{P_3}{A_{i0}} + \frac{P_3 \cdot e_{p0(3)}}{J_{i0}} \cdot e_{p0(2)} \right)$$

$$\Delta\sigma_{p2} = -5,67 \cdot [(343,2/256,6) + (61,1/26138) \cdot (278)] = -11,3 \text{ MPa}.$$

<sup>3</sup> Come anticipato, l'ordine di grandezza delle perdite di tensione rispetto alla tensione di tesatura impressa dal martinetto ai cavi (alla prima tesatura) difficilmente supera il 3%. È sufficiente una seconda tesatura per annullare praticamente tutte le perdite immediate.



con una perdita pari al 1,0% circa della tensione iniziale  $\sigma_{p0}$ . Per compensare tali perdite, eseguiamo una seconda serie di tesature limitata ai soli primi due cavi, aumentando con il martinetto lo sforzo rispettivamente dei valori precedentemente calcolati. Si ha quindi:

seconda tesatura del CR n. 1:

$$\Delta P_1 = -\Delta\sigma_{p1} \cdot A_{p(1)} = -(-26,3 \text{ MPa})(312 \text{ mm}^2)/10^3 = 8,21 \text{ kN};$$

$$\Delta P_1 \cdot e_{p0(1)} = (8,21 \text{ kN})(0,328 \text{ m}) = 2,69 \text{ kNm}.$$

Relative cadute di tensione altri cavi (II tesatura):

$$\text{CR n. 2} \rightarrow \Delta\sigma_{p1-2-II} = -5,67 \cdot [(8,21/256,6) + (2,69/26138) \cdot (278)] = -0,34 \text{ MPa}.$$

$$\text{CR n. 3} \rightarrow \Delta\sigma_{p1-3-II} = -5,67 \cdot [(8,21/256,6) + (2,69/26138) \cdot (178)] = -0,29 \text{ MPa}.$$

seconda tesatura del CR n. 2:

$$\Delta P_2 = -(\Delta\sigma_{p2} + \Delta\sigma_{p1-2-II}) \cdot A_{p(2)} = -(-11,3 - 0,34)(312)/10^3 = 3,63 \text{ kN};$$

$$\Delta P_2 \cdot e_{p0(2)} = (3,63 \text{ kN})(0,278 \text{ m}) = 2,69 \text{ kNm}.$$

Relative cadute di tensione altri cavi (II tesatura):

$$\text{CR n. 1} \rightarrow \Delta\sigma_{p2-1-II} = -5,67 \cdot [(3,63/256,6) + (2,69/26138) \cdot (328)] = -0,27 \text{ MPa}.$$

$$\text{CR n. 3} \rightarrow \Delta\sigma_{p2-3-II} = -5,67 \cdot [(3,63/256,6) + (2,69/26138) \cdot (178)] = -0,18 \text{ MPa}.$$

Recuperando con una seconda tesatura, le perdite complessive sono quindi le seguenti:

- CR n. 1:  $\Delta\sigma_{p1, \text{tot}} = -26,3 + 26,3 \text{ (recupero)} - 0,27 = -0,27 \text{ MPa (0,02\%)}$
- CR n. 2:  $\Delta\sigma_{p2, \text{tot}} = -11,3 - 0,34 + (11,3 + 0,34) = 0 \text{ (recuperate totalmente);}$
- CR n. 3:  $\Delta\sigma_{p3, \text{tot}} = -0,29 - 0,18 = -0,47 \text{ MPa (0,04\%)}$ .

Come si può notare, le perdite complessive totali finali sono del tutto irrilevanti.

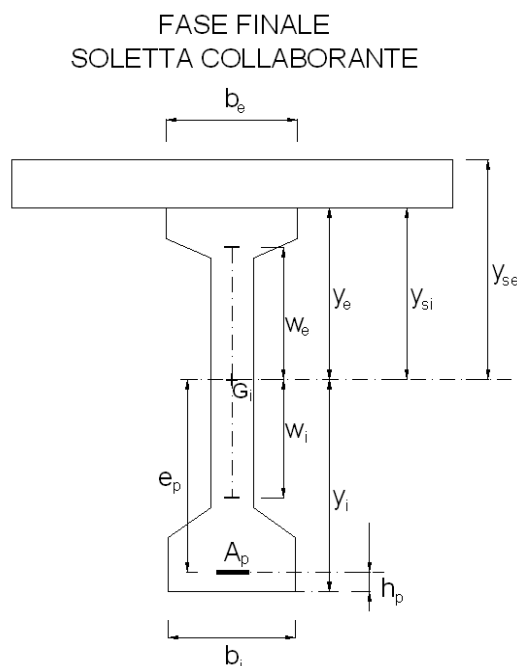
**OSSERVAZIONI.** Come anticipato, l'entità massima percentuale delle perdite immediate (rispetto alla tensione  $\sigma_{p0}$  impressa col martinetto, alla prima tesatura) difficilmente supera il 2÷3%. Si è constatato, quindi, come una seconda serie di tesature, anche solo limitata ai primi cavi, risulta in genere sufficiente a compensare quasi totalmente le perdite iniziali. Tali perdite, comunque, vengono annullate durante le operazioni di tesatura seguendo le indicazioni fornite dalla Ditta che detiene il brevetto dell'apparecchio di pretensione.

#### 3.4.4 Formule di pressoflessione retta per sola precompressione in termini di cadute di tensione al generico tempo "t"

Al generico tempo "t", conteggiando le cadute di tensione (fino al tempo "t", per effetti differiti) dovute alla viscosità, al ritiro e al rilassamento dell'acciaio armonico, si dovranno considerare, per l'impiego delle formulazioni di verifica, le entità geometriche  $A_{it}$ ,  $J_{it}$  delle sezioni relative al tempo considerato, seguendo la particolare sequenza costruttiva adottata. Ad esempio, nel sistema post-teso, fino a  $t \rightarrow \infty$ , le  $A_i$ ,  $J_i$  andranno valutate partendo dalla situazione di guaine non iniettate (peso proprio e precompressione) fino alla fase finale (permanenti esterni portati) sulle sezioni a solidarizzazione avvenuta delle armature di pretensione e dell'eventuale soletta in c.a. gettata. Nel caso di una struttura post-tesa, infatti, la sezione ideale a lungo termine è quella di guaine iniettate, cavi omogeneizzati in calcestruzzo compresso (tramite



coefficiente  $n_p = E_p/E_{cm}$  e armatura lenta omogeneizzata (sempre in calcestruzzo compresso) con  $n = E_s/E_{cm}$ . Nel caso eventuale di soletta collaborante, detti, rispettivamente, con  $E_{cm}$  e  $E_{cm,sol}$  i moduli elastici a tempo infinito della trave in c.a.p. e della soletta (gettata dopo la fase iniziale), questa andrà omogeneizzata secondo il rapporto  $n_{sol} = E_{cm,sol}/E_{cm}$ . Tale rapporto sarà ovviamente positivo ma minore di 1 se, come di consueto, la classe di resistenza del getto della soletta è inferiore a quello della trave. Si vuole evidenziare che tali cadute di tensione (valutate fino alla fase finale  $t \rightarrow \infty$ ) incideranno sui valori delle relative tensioni  $\sigma_{ep0}$  e  $\sigma_{ip0}$  (per precompressione) calcolate nella fase iniziale, variandole. Si manterrà quindi per il simbolo delle  $\Delta\sigma_p$  il pedice “0” per ricordarsi di ciò.



**Figura 36.** Sezione resistente: trave in c.a.p., soletta solidarizzata (collaborante) in c.a. omogeneizzata con  $n_{sol}$ , armature pretese omogeneizzate con  $n_p$ .

Ad esempio, considerando il caso generale di trave in c.a.p. con soletta collaborante di classe di resistenza inferiore, trascurando per semplicità e sicurezza il contributo dell'armatura lenta nella stima delle entità geometriche (in fase finale)  $A_i$  e  $J_i$ , e facendo riferimento alle notazioni generali riportate in Figura 36, si hanno (fino a  $t \rightarrow \infty$ ), per una caduta complessiva di tiro  $\Delta P_\infty = -\Delta N_\infty < 0$  delle armature di pretensione (e relativa variazione di tensione del CR, in modulo, pari a  $\Delta\sigma_{p\infty} = \Delta N_\infty/A_p$ ), le conseguenti variazioni di sforzo nel calcestruzzo (trave in c.a.p. ed eventuale soletta in c.a.):

fibra di intradosso trave: 
$$\Delta\sigma_{ip0} = \frac{\Delta N_\infty}{A_i} + \frac{\Delta N_\infty \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \quad (3.4.14)$$

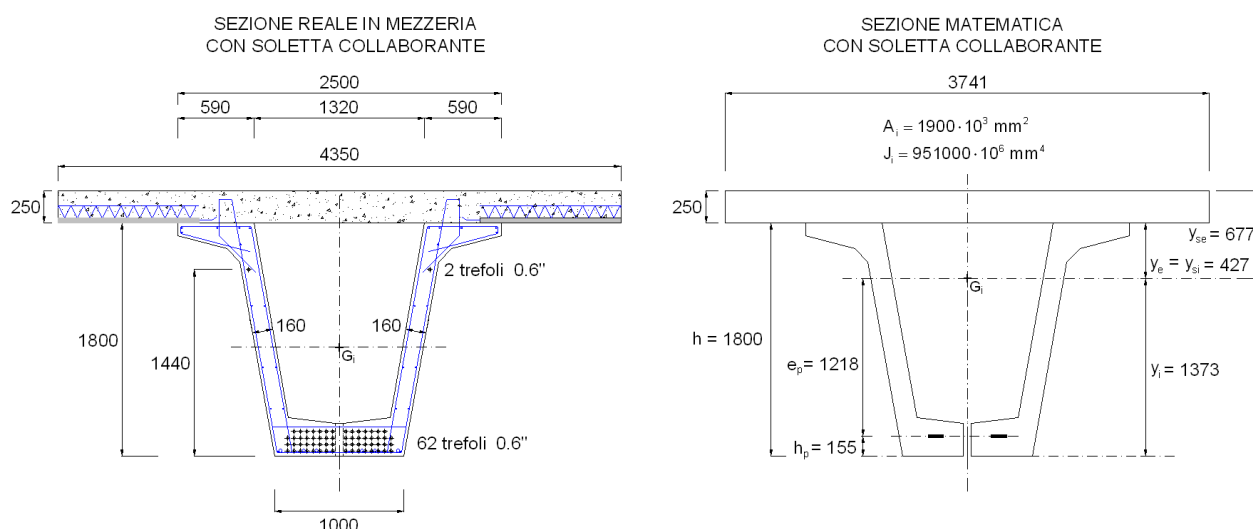
fibra di estradosso trave: 
$$\Delta\sigma_{ep0} = \frac{\Delta N_\infty}{A_i} - \frac{\Delta N_\infty \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \quad (3.4.15)$$

fibra di intradosso soletta: 
$$\Delta\sigma_{ip0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_\infty}{A_i} - \frac{\Delta N_\infty \cdot e_p}{J_i} \cdot y_{si} \right) \quad (3.4.16)$$

fibra di estradosso soletta: 
$$\Delta\sigma_{ep0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} - \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_{se} \right). \quad (3.4.17)$$

avendo indicato con  $e_p$  il valore dell'eccentricità del CR della sezione composta (trave + soletta) rispetto al baricentro ideale  $G_i$ . Per un generico tempo "t", sarà  $\Delta N_t < \Delta N_{\infty}$ .

**ESEMPIO.** Sia data la sezione di mezzeria di una trave (a fili pretesi) d'impalcato da ponte di I categoria, su luce media di 30 m, riportata nella Figura 33. Subito dopo la trasmissione della precompressione per aderenza, si è calcolato in fase iniziale  $N_0 = N_{0max} - \Delta\sigma_p \cdot A_p = -11239$  kN. La classe di resistenza della trave e della soletta gettata sono, rispettivamente, C45/55 ( $E_{cm} = 36$  GPa) e C25/30 ( $E_{cm} = 31$  GPa). Tanto per avere qui un numero, supponendo che a  $t \rightarrow \infty$  le somme delle cadute di tiro siano state già calcolate complessivamente pari a  $\Delta P_{\infty} = -\Delta N_{\infty} = -2810$  kN<sup>(4)</sup>, determinare le conseguenti cadute di tensione (per variazione della coazione a  $t \rightarrow \infty$ ) nel calcestruzzo della trave c.a.p., nella soletta solidarizzata e la tensione nel CR. La soletta in c.a. è stata omogeneizzata in calcestruzzo C45/55 con  $n_{sol} = 31/36 = 0,86$ .



**Figura 37.** Trave da ponte pre-tesa con soletta collaborante: fase finale (armature ordinarie trascurate). Spessore medio assunto per la soletta: 25 cm (impalcato in curva).

**SOLUZIONE.** Schematizzata la sezione reale (in questo caso trascurando completamente le armature longitudinali ordinarie) tramite una sezione matematica, individuato il baricentro  $G_i$  della sezione ideale, omogeneizzata e interamente reagente con soletta solidarizzata, si individuano le principali distanze da  $G_i$ :

- distanza intradosso trave:  $y_i = 1373$  mm;
- distanza estradosso trave e intradosso soletta:  $y_e = y_{si} = 427$  mm;
- distanza estradosso soletta:  $y_{se} = 677$  mm;

<sup>4</sup> Poiché l'intento dell'esempio qui proposto si prefigge di mostrare un possibile utilizzo delle formule di pressoflessione retta per la precompressione, è stato sbrigativamente fissato un valore della caduta del tiro per procedere nell'uso delle formule, essendo sicuramente il valore fissato elevato per l'entità delle cadute prevedibili a soletta indurita nel pre-teso. Per un tale calcolo più preciso, e per maggiore chiarezza espositiva, si è deciso di dedicare un paragrafo a parte (5.10.4).

- distanza baricentro CR:  $e_p = 1218$  mm.

La sezione resistente (trave + soletta), in fase finale ( $t \rightarrow \infty$ ), presenta le seguenti entità geometriche di resistenza:

- sezione ideale:  $A_i = 1900 \cdot 10^3$  mm<sup>2</sup>;
- momento d'inerzia:  $J_i = 951000 \cdot 10^6$  mm<sup>4</sup>.

Applicando quindi le equazioni, nell'ordine come sono state presentate, si ottiene:

$$\Delta\sigma_{ip0} = \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} + \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i = (2810/1900) + (2810) \cdot (1,218) \cdot (1373)/951000 = 6,42 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{ep0} = \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} - \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e = (2810/1900) - (2810) \cdot (1,218) \cdot (427)/951000 = - 0,06 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{ip0,s} &= n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} - \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_{si} \right) = \\ &= 0,86 \cdot [(2810/1900) - (2810) \cdot (1,218) \cdot (427)/951000] = - 0,05 \text{ MPa;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{ep0,s} &= n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} - \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_{se} \right) = \\ &= 0,86 \cdot [(2810/1900) - (2810) \cdot (1,218) \cdot (677)/951000] = - 0,82 \text{ MPa;} \end{aligned}$$

La tensione di trazione del CR nella sezione di mezzeria risulta ( $t \rightarrow \infty$ ), considerando il modulo di  $\Delta P_{\infty}$ :

$$\sigma_{p\infty} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p\infty} = (P_0 - \Delta P_{\infty})/A_p = (11239 - 2810) \cdot 10^3 / 8896 = (1263 - 316) \approx 947 \text{ MPa.}$$

**OSSERVAZIONI.** Generalmente, nelle travi prefabbricate a fili pretesi le cadute di tensione di precompressione avvengono tutte nella I fase (ovvero sono già esaurite sulla sola trave prefabbricata, prima della maturazione dell'eventuale soletta gettata in opera). Pertanto, ammettendo di mantenere - solo ai fini dell'esempio - il medesimo valore della perdita complessiva di  $\Delta P_{\infty} = - \Delta N_{\infty} = - 2810$  kN (esaurita completamente nella I fase:  $t \rightarrow \infty$ ), tutta la caduta di tensione riguarderà la sola trave c.a.p. (le cui caratteristiche matematiche sono  $A_i = A_{i0} = 970,6 \cdot 10^3$  mm<sup>2</sup>;  $J_i = J_{i0} = 387882 \cdot 10^6$  mm<sup>4</sup>). In tal caso, le equazioni precedenti si ridurrebbero alle due seguenti (quelle della sola trave):

$$\Delta\sigma_{ip0} = \frac{\Delta N_{\infty}}{A_{i0}} + \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = (2810/970,6) + (2810) \cdot (0,686) \cdot (841)/387882 = 7,07 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{ep0} = \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} - \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = (2810/970,6) - (2810) \cdot (0,686) \cdot (959)/387882 = - 1,87 \text{ MPa}$$

non essendo ancora presente la soletta gettata in opera ( $\Delta\sigma_{ip0,s} \equiv 0$ ;  $\Delta\sigma_{ep0,s} \equiv 0$ , identicamente nulli). I valori in questo esempio, calcolati nelle due situazioni ipotizzate, misurano rispettivamente le massime variazioni tensionali nel calcestruzzo della trave e della soletta e nel cavo CR dovute solo alla caduta totale di tensione delle armature di pretensione che si sono sommate fino al lungo periodo (considerato teoricamente all'infinito). In generale, per avere la distribuzione delle tensioni finali "a vuoto", tali variazioni dovranno essere sommate (algebricamente) alle:

- rispettive tensioni calcolate in "fase iniziale";
- tensioni prodotte sulla sezione (trave + soletta solidarizzata) dai carichi permanenti portati (permanentemente esterni).

Nel paragrafo seguente sarà indicato un esempio su come calcolare le tensioni relative allo stato finale "a vuoto", sfruttando i risultati appena ottenuti.

### 3.4.5 Formule di pressoflessione retta per fase finale (a vuoto)

Generalmente, nei casi più frequenti, la distribuzione delle tensioni nella sezione in fase finale e "a vuoto" si ottiene sommando algebricamente i seguenti stati tensionali elementari (sovrapposizione degli effetti):

- fase iniziale post-teso (stato tensionale peso proprio trave + soletta portata come peso morto + precompressione scontate le perdite iniziali) su sezione  $A_{i0}$ ,  $J_{i0}$  della sola trave (resistente);
- fase iniziale pre-teso (stato tensionale solo peso proprio trave + precompressione scontate le perdite iniziali e quelle eventualmente ipotizzate in questa prima fase) sulla sezione resistente  $A_{i0}$ ,  $J_{i0}$  della sola trave;
- cadute di tensione al tempo "t" stato tensionale per (rimanente) caduta di tensione delle armature di precompressione valutata nel tempo "t". Quando  $t \rightarrow \infty$  si valuta sulla sezione resistente in fase finale:  $A_i$ ,  $J_i$ );
- effetto del carico della soletta fino a maturazione (stato tensionale per sola azione del peso proprio della soletta su sezione  $A_{i0}$ ,  $J_{i0}$  della sola trave);
- effetto dei carichi permanenti portati (stato tensionale per sola azione dei rimanenti permanenti portati esterni su sezione resistente in fase finale:  $A_i$ ,  $J_i$ ).

Sia  $M_{g,est}$  il momento nominale agente sulla sezione a verifica, dovuto ai carichi permanenti portati (visti come permanenti esterni), e si indichi, come già fatto, con:

- $\sigma_{i0}$  la tensione in fase iniziale sulla fibra di intradosso della trave;
- $\sigma_{e0}$  la tensione in fase iniziale sulla fibra di estradosso della trave;
- $\Delta\sigma_{ep0}$  variazione di sforzo per cadute di tensione sulla fibra di estradosso della trave;
- $\Delta\sigma_{ip0}$  variazione di sforzo per cadute di tensione sulla fibra di intradosso della trave;
- $\Delta\sigma_{ep0,s}$  variazione di sforzo per cadute di tensione sulla fibra di estradosso della soletta;
- $\Delta\sigma_{ip0,s}$  variazione di sforzo per cadute di tensione sulla fibra di intradosso della soletta;

Ad esempio, le tensioni sul calcestruzzo in fase finale ( $t \rightarrow \infty$ ) che determinano il quadro tensionale detto "a vuoto" (pedice "v") sono per la "post-tensione" (si veda, però, il caso di sezione precompressa a "fili pretesi" nell'esempio successivo):

$$\text{fibra di intradosso trave:} \quad \sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \left( \Delta\sigma_{ip0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right); \quad (3.4.18)$$

$$\text{fibra di estradosso trave:} \quad \sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \left( \Delta\sigma_{ep0} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right); \quad (3.4.19)$$

$$\text{fibra di intradosso soletta:} \quad \sigma_{i,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ip0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right); \quad (3.4.20)$$

$$\text{fibra di estradosso soletta:} \quad \sigma_{e,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ep0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{se} \right), \quad (3.4.21)$$

dove (ragionando per la post-tensione) si è cercato di “ricordare”, con le parentesi tonde, che i termini al loro interno vanno calcolati sulla sezione resistente in fase finale (quindi con  $A_i$  e  $J_i$ ), mentre gli unici termini rimanenti ( $\sigma_{i0}$  e  $\sigma_{e0}$ ) vanno calcolati facendo riferimento alla sezione in fase iniziale con  $A_{i0}$  e  $J_{i0}$ . Infine, per il calcolo della tensione del cavo risultante CR in fase finale “a vuoto” ( $\sigma_{p,v}$  con pedice “v”), detta con  $e_p$  la sua eccentricità in fase finale, si utilizzano le formule:

$$\begin{cases} \sigma_{p\infty} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p\infty} \\ \sigma_{p,v} = \sigma_{p\infty} + n_p \cdot \frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot e_{p0} + n_p \cdot \left( \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p \right) \end{cases} \quad (3.4.22)$$

avendo indicato con  $n_p = E_p/E_{cm}$  il coefficiente di omogeneizzazione delle armature di precompressione in c.a.p. compresso e con  $\Delta\sigma_{p\infty} = \Delta N_{\infty} \cdot A_p$  il valore della caduta di tensione del CR (espressa in modulo) nel lungo periodo ( $t \rightarrow \infty$ ) e con  $\sigma_{p0} > 0$  la tensione iniziale nel CR a perdite istantanee scontate. Il primo termine, dipendente da  $M_{g,sol}$  (momento flettente per peso proprio della soletta in c.a.), va considerato solo se, utilizzando il sistema pre-teso, si prevede che la trave da sola debba assorbire il peso della soletta fino a maturazione quando questa non è collaborante (peso morto). Nel sistema post-teso, infatti, l'effetto del peso morto della soletta è già implicito nel valore di partenza  $\sigma_{p\infty}$ . Un adattamento delle precedenti formule al caso pre-teso è evidenziato nell'esempio seguente.

**ESEMPIO.** Sia data la sezione di mezzeria dell'esempio precedente, relativa alla trave di riva di un impalcato da ponte (trave precompressa a “fili pretesi”). La sollecitazione flettente nominale, nella sezione di mezzeria della trave di riva, relativa alla quota di permanenti portati dovuta alla pavimentazione stradale e al new jersey (prefabbricato classe H4) è pari a  $M_{g,est} = 0,125 \cdot (12,8 \text{ kN/m}) \cdot (30 \text{ m})^2 = 1440 \text{ kNm}$ . Valutare lo stato tensionale finale “a vuoto” nella sezione di mezzeria (trave + soletta collaborante). Si ricorda che, nella sezione di mezzeria della trave, si era calcolato  $\sigma_{p0} = -N_0/A_p = 1263 \text{ MPa}$  con  $\Delta P_{\infty} = -\Delta N_{\infty} = -2810 \text{ kN}^{(5)}$ ,  $A_p = 8896 \text{ mm}^2$ ,  $N_0 = N_{0max} - \Delta\sigma_p \cdot A_p = -11239 \text{ kN}$ ,  $\sigma_{p\infty} = 947 \text{ MPa}$ ,  $\Delta\sigma_{p\infty} = 316 \text{ MPa}$ .

<sup>5</sup> Si ricorda per precisare che, per chiarezza espositiva e ordine di trattazione, trattando delle formule per il calcolo delle cadute di tensione nei paragrafi più avanti (5.10.4), per poter svolgere qui l'esempio sul calcolo delle tensioni nella sezione, utilizzando le formule di pressoflessione retta, si è deciso sbrigativamente di fissare un valore numerico orientativo della caduta del tiro, senza eseguire le necessarie calcolazioni indicate dalle norme.

**SOLUZIONE.** Come si può vedere nella Figura 34, le tensioni ai lembi estremi della trave nella fase iniziale sono:  $\sigma_{i0} = -21,96$  MPa (intradosso trave);  $\sigma_{e0} = 0,25$  MPa (estradosso trave). Le caratteristiche geometriche di resistenza della sola sezione della trave sono (fase iniziale con soletta in c.a. come peso morto):

- sezione ideale:  $A_i = A_{i0} = 970,6 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- momento d'inerzia:  $J_i = J_{i0} = 387882 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ .

Durante il getto della soletta, se la trave non è puntellata, la trave dovrà sopportarne da sola il peso, fino a quando il calcestruzzo non avrà raggiunto il giusto grado di maturazione ( $M_{g,sol} = 3060$  kNm). Gli incrementi di tensione sulla sola sezione resistente della trave ( $A_{i0}$ ,  $J_{i0}$ ), a causa del peso morto della soletta, sono:

$$\Delta\sigma_{i,sol} = \frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = \frac{3060}{387882} \cdot 841 = 6,63 \text{ MPa};$$

$$\Delta\sigma_{e,sol} = -\frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = -\frac{3060}{387882} \cdot 959 = -7,57 \text{ MPa}.$$

Le caratteristiche geometriche di resistenza della sezione mista (trave + soletta solidarizzata) sono (fase finale):

- sezione ideale:  $A_i = 1900 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- momento d'inerzia:  $J_i = 951000 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ .

In fase finale, le distanze principali dal baricentro  $G_i$  della sezione ideale interamente reagente e omogeneizzata sono:  $y_i = 1373$  mm;  $y_e = y_{si} = 427$  mm;  $y_{se} = 677$  mm. Le equazioni da impiegare diventano, considerando la soletta come peso morto iniziale:

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \Delta\sigma_{i,sol} + \left( \Delta\sigma_{ip0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right);$$

$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \Delta\sigma_{e,sol} + \left( \Delta\sigma_{ep0} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right);$$

$$\sigma_{i,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ip0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right);$$

$$\sigma_{e,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ep0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{se} \right).$$

**Nota:** nel caso della pretensione, qualora tutte le perdite di precompressione fossero scontate in I fase, le precedenti equazioni avrebbero a rigore le seguenti forme:

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \Delta\sigma_{ip0} + \left( \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right);$$

$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \Delta\sigma_{ep0} + \Delta\sigma_{e,sol} + \left( -\frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right);$$

$$\sigma_{i,s,v} = \left( -n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right);$$

$$\sigma_{e,s,v} = \left( -n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{se} \right).$$

in quanto non interessando tali perdite la soletta (che di fatto ancora non ci sarebbe!), risulteranno identicamente nulli i due contributi  $\Delta\sigma_{ip0,s} = \Delta\sigma_{ep0,s} = 0$ , e i relativi termini di caduta di tensione  $\Delta\sigma_{ip0}$  e  $\Delta\sigma_{ep0}$  saranno da valutarsi facendo riferimento alla sezione della sola trave ( $A_{i0}$  e  $J_{i0}$  e per questo motivo evidenziati fuori dalla parentesi tonda). Ritornando ai dati nell'esempio precedente, relativamente al solo contributo della caduta di tiro della precompressione, si è calcolato:

- $\Delta\sigma_{ip0} = 6,42$  MPa (variazione sforzo sulla fibra di intradosso della trave);
- $\Delta\sigma_{ep0} = -0,06$  MPa (variazione sforzo sulla fibra di estradosso della trave);
- $\Delta\sigma_{ip0,s} = -0,05$  MPa (variazione sforzo sulla fibra di intradosso della soletta);
- $\Delta\sigma_{ep0,s} = -0,82$  MPa (variazione sforzo sulla fibra di estradosso della soletta).

Sostituendo i valori numerici e sommando algebricamente (in generale, utilizzando le formulazioni sempre con  $M_{g,est} \geq 0$  quando la sollecitazione flettente tende le fibra di intradosso della trave in c.a.p.):

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \Delta\sigma_{i,sol} + \left( \Delta\sigma_{ip0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right) =$$

$$= -21,96 + 6,63 + [6,42 + (1440) \cdot (1373)/951000] = -15,33 + (6,42 + 2,08) =$$

$$= -6,83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \Delta\sigma_{e,sol} + \left( \Delta\sigma_{ep0} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right) =$$

$$= 0,25 - 7,57 + [-0,06 - (1440) \cdot (427)/951000] = -7,32 + (-0,06 - 0,65) =$$

$$= -8,03 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{i,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ip0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right) =$$

$$= -0,05 - 0,86 \cdot (1440) \cdot (427)/951000 = (-0,05 - 0,56) = -0,61 \text{ MPa};$$

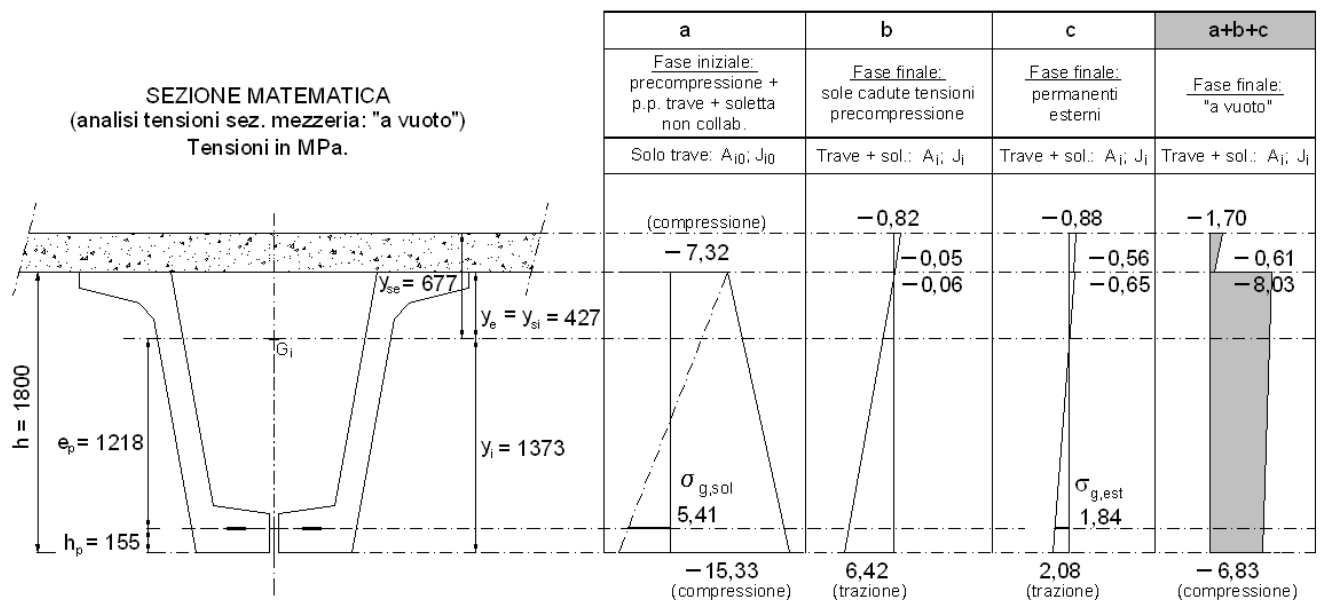
$$\sigma_{e,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ep0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{se} \right) =$$

$$= -0,82 - 0,86 \cdot (1440) \cdot (677)/951000 = (-0,82 - 0,88) = -1,70 \text{ MPa};$$

Nella Figura 38 è riportato un sunto delle tensioni calcolate per le varie fasi e per i singoli contributi elementari (considerati, per chiarezza, separatamente). Come si nota, la distribuzione tensionale della sezione (trave + soletta) in fase finale “a vuoto” si ottiene sommando algebricamente i contributi dati dai seguenti assetti elementari:

- fase iniziale: sola trave (pre-tesa) in c.a.p. a perdite di precompressione istantanee scontate (quota delle perdite di precompressione su sola trave; soletta in c.a. come peso morto dopo la precompressione);<sup>(6)</sup>
- fase finale, per sole (eventuali) rimanenti cadute di tensione delle armature di precompressione (per effetti differiti di viscosità, ritiro e rilassamento);
- fase finale, per solo effetto dei carichi permanenti portati (ad esempio, per manto stradale, new Jersey, eventuali velette di contenimento, etc.);
- fase finale: “a vuoto”: sovrapposizione degli effetti delle tensioni delle precedenti tre fasi descritte.

La condizione in fase finale “a vuoto” considera, quindi, tutte le sollecitazioni tranne le ultime rimanenti relative ai variabili per carichi viaggianti o sue frazioni).



**Figura 38.** Diagramma tensioni fase finale “a vuoto”. Evidenziati i singoli stati tensionali elementari dalla fase iniziale alla fase finale.

La tensione nel cavo risultante CR in fase finale “a vuoto” si calcola<sup>(7)</sup> ( $e_{p0} = 686$  mm ;  $e_p = 1218$  mm):

$$\begin{cases} \sigma_{p,\infty} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p,\infty} \\ \sigma_{p,v} = \sigma_{p,\infty} + n_p \cdot \frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot e_{p0} + n_p \cdot \left( \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p \right) \end{cases}$$

<sup>6</sup> Nei casi più frequenti per le sezioni precomprese a “fili pretesi” la perdita di precompressione è esaurita completamente in I Fase, utilizzando nel calcolo  $e_{p0}$ ,  $A_{i0}$  e  $J_{i0}$ .

<sup>7</sup> Qui, nel caso di sistema pre-teso, in cui la soletta sia gettata e considerata come peso morto sulla trave in fase iniziale, il suo contributo tensionale sui lembi della trave va considerato come quota di decompressione, utilizzando nel calcolo  $e_{p0}$  e  $J_{i0}$ .



Sostituendo i valori numerici, mettendo a fattor comune  $n_p = 6$ , si ha:

$$\begin{aligned}\sigma_{p,v} &= \sigma_{p,\infty} + \frac{n_p \cdot M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot e_{p0} + \left( \frac{n_p \cdot M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p \right) = \sigma_{p,\infty} + n_p \cdot \left( \frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot e_{p0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p \right) = \\ &= 947 + 6 \cdot [(3060) \cdot (686) / 387882 + (1440) \cdot (1218) / 951000] = 947 + 6 \cdot (5,41 + 1,84) = \\ &= 990,5 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

Il rispetto delle massime tensioni raggiunte andrà verificato nella fase successiva, considerando le necessarie combinazioni di carico disposte dall'eventuale norma utilizzata. In generale, nella generica sezione studiata, le relative verifiche dello stato limite delle tensioni in esercizio andranno eseguite sullo stato tensionale (definitivo) finale, ottenuto combinando linearmente la fase "a vuoto" con il campo delle tensioni (sulla sezione  $A_i$ ,  $J_i$ ) relative all'effetto dei carichi variabili; quest'ultimi da considerare al 100% del valore o di una sua quota parte in funzione di opportuni coefficienti, stabiliti dalla particolare norma, che distinguono le diverse combinazioni di carico che si devono considerare. L'utilizzo delle formulazioni è del tutto analogo.

**OSSERVAZIONI.** Come si può notare dai diagrammi delle tensioni riportate in Figura 38, la tensione del cavo risultante CR, in fase finale "a vuoto" (quindi a  $t \rightarrow \infty$  e in assenza di carichi variabili), si può ottenere anche graficamente misurando l'intensità (in modulo) delle tensioni  $\sigma_{g,sol}$  e  $\sigma_{g,est}$  valutate sul calcestruzzo a livello del baricentro del cavo CR (nel sistema pre-teso imputabili, rispettivamente, alle decompressioni causate dai pesi della soletta e dei rimanenti carichi permanenti esterni). È importante rimarcare, soprattutto per il calcolo di  $\sigma_{g,sol}$ , che se si prevede di gettare la soletta sopra la trave allora essa agirà sulla trave portante come peso morto, fino alla sua maturazione. Nel caso del post-teso l'effetto del peso morto della soletta è già implicito nel termine  $\sigma_{p,\infty}$ , governando l'entità delle precompressioni; mentre, nel sistema pre-teso, l'effetto del peso morto della soletta agisce direttamente come sollecitazione esterna di decompressione sulla trave, unico elemento resistente in opera già precompresso.

In questo caso, di sistema pre-teso, essendo i grafici relativi alla sezione ideale con cavi di pretensione omogeneizzati in c.a.p. compresso ( $n_p = 6$ ), nota l'entità della coazione minima  $\sigma_{p,\infty}$  a tempo infinito, la relativa tensione (in fase finale) del CR si misura velocemente. Letto, infatti, sul grafico delle tensioni, relative al contributo dei carichi di decompressione (in questo caso, soletta e permanenti esterni), le tensioni di trazione  $\sigma_{g,sol} > 0$  e  $\sigma_{g,est} > 0$ , si ha:

$$\sigma_{p,v} = \sigma_{p,\infty} + n_p \cdot (\sigma_{g,sol} + \sigma_{g,est}) = 947 + 6 \cdot (5,41 + 1,84) = 990,5 \text{ MPa.}$$

Si approfitta nell'anticipare che, in condizioni di stato limite di esercizio delle tensioni, è necessario verificare la tensione massima (finale) del CR nella combinazione di carico caratteristica (rara). In particolare, detta analogamente con  $\sigma_{q,var}$  la tensione sul calcestruzzo a livello del CR, nella sezione a verifica, dovuta alle azioni variabili (ad esempio, per massimo effetto dei carichi viaggianti sull'impalcato), la tensione di trazione nel cavo risultante dovrà verificare (sistema pre-teso con soletta gettata a peso morto fino a maturazione):

$$\sigma_{p,fin} = \sigma_{p\infty} + n_p \cdot (\sigma_{g,sol} + \sigma_{g,est} + \sigma_{q,var}) \leq \sigma_{p,adm} \quad (3.4.23)$$

In generale, quindi, anche per il sistema post-teso con soletta gettata a peso morto fino a maturazione (però con relativo effetto implicito nel termine di tensione  $\sigma_{p\infty}$ ) si potrà scrivere:

$$\sigma_{p,fin} = \sigma_{p\infty} + n_p \cdot (\sigma_{g,est} + \sigma_{q,var}) \quad (3.4.24)$$

dove è stato indicato genericamente con  $\sigma_{p,adm}$ , per l'acciaio di pretensione usato, la tensione massima ammissibile, stabilita dalla particolare norma usata, per la combinazione di carico considerata.

È il caso di osservare che la verifica della tensione dei cavi deve essere effettuata in tutte le sezioni che possono essere critiche per l'elemento portante. In particolare, nel caso di sistema pre-teso (cavi aderenti rettilinei) il maggior contributo alla tensione del cavo è dato (se nelle sezioni prossime alle testate le tensioni in fase iniziale rientrano nei limiti di norma) dall'entità delle tensioni di decompressione, maggiori nella sezione di mezzera (sempre nel caso di trave semplicemente appoggiata). Viceversa, nel caso di sistema post-teso, a causa soprattutto degli attriti nei condotti delle guaine, essendo il valore della tensione  $\sigma_{p\infty}$  massimo alle testate, la verifica si riduce generalmente a controllare che risulti, già in fase iniziale:  $\sigma_{p0} \leq \sigma_{p,adm}$ .

**ALCUNE NOTE SULLE SOLE TRAVI PRETESE.** Infine, volendo in linea generale evidenziare delle formulazioni del tutto generali in cui si preveda che una quota della caduta toale di precompressione –  $\Delta P_{\infty} = \Delta N_{\infty} > 0$  sia esaurita in I fase (al tempo  $t$ ) e la rimanente quota sia esaurita nella successiva fase ( $t \rightarrow \infty$ ), si potrà fissare:

I Fase (sulla sola trave  $A_{i0}$ ;  $J_{i0}$ ):  $\Delta N_{t1} = \frac{\beta_t}{100} \Delta N_{\infty}$  (eventualmente con  $\beta_t = 100\%$ ) (3.4.25)

II Fase (sulla sezione mista  $A_i$ ;  $J_i$ ):  $\Delta N_{t2} = \frac{\beta_{\infty}}{100} \cdot \Delta N_{\infty}$  con  $\beta_t + \beta_{\infty} = 100\%$  . (3.4.26)

Per le cadute di precompressione, si avrà evidentemente (C.A.P. a fili pretesi):

- per la I fase (cadute di tensione sulla sola trave C.A.P.):  
sulla fibra di estradosso  $y_{e0}$  della trave C.A.P.:

$$\Delta \sigma_{ep0}^{(I)} = \frac{\Delta N_{t1}}{A_{i0}} - \frac{\Delta N_{t1} \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} \quad (3.4.27)$$

sulla fibra di cls a livello del baricentro del CR:

$$\Delta \sigma_{CRp0}^{(I)} = \frac{\Delta N_{t1}}{A_{i0}} + \frac{\Delta N_{t1} \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot e_{p0} \quad (3.4.28)$$

sulla fibra di intradosso  $y_{i0}$  della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ip0}^{(I)} = \frac{\Delta N_{t1}}{A_{i0}} + \frac{\Delta N_{t1} \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} \quad (3.4.29)$$

- Per la II fase (cadute di tensione sulla trave mista trave C.A.P. + soletta coll.):  
sulla fibra di estradosso  $y_{si}$  della soletta collaborante:

$$\Delta\sigma_{ip0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} - \frac{\Delta N_{t2} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_{si} \right) \quad (3.4.30)$$

sulla fibra di intradosso  $y_{se}$  della soletta collaborante:

$$\Delta\sigma_{ep0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} - \frac{\Delta N_{t2} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_{se} \right) \quad (3.4.31)$$

sulla fibra di estradosso  $y_e$  della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ep0}^{(II)} = \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} - \frac{\Delta N_{t2} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \quad (3.4.32)$$

sulla fibra di cls a livello del baricentro del CR:

$$\Delta\sigma_{CRp0}^{(II)} = \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} + \frac{\Delta N_{t2} \cdot e_p}{J_i} \cdot e_p \quad (3.4.33)$$

sulla fibra di intradosso  $y_i$  della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ip0}^{(II)} = \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} + \frac{\Delta N_{t2} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \quad (3.4.34)$$

Cercando di “ricordare”, con le parentesi tonde, che i termini al loro interno vanno calcolati nella sezione resistente in fase finale (quindi con  $A_i$ ,  $J_i$ ,  $y_{si}$ ,  $y_{se}$ ,  $y_e$ ,  $e_p$ ,  $y_i$ ) e che i termini delle tensioni al di fuori delle parentesi tonde vanno computati facendo riferimento alla sola sezione resistente della trave (quindi con  $A_{i0}$ ,  $J_{i0}$ ,  $y_{e0}$ ,  $e_{p0}$ ,  $y_{i0}$ ), per la fase “a vuoto” si possono riassumere le seguenti formulazioni (per travi pretese):

tensione “a vuoto” sull’estradosso della soletta (su sola sezione mista, II fase):

$$\sigma_{e,s,v} = \left( \Delta\sigma_{sol,rit,e} + \Delta\sigma_{ep0,s} - n_{sol} \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{se} \right) \quad (3.4.35)$$

tensione “a vuoto” sull’intradosso della soletta (su sola sezione mista, II fase):

$$\sigma_{i,s,v} = \left( \Delta\sigma_{sol,rit,i} + \Delta\sigma_{ip0,s} - n_{sol} \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right) \quad (3.4.36)$$

tensione “a vuoto” sull’estradosso della trave C.A.P. (I e II fase):

$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \Delta\sigma_{ep0}^{(I)} + \Delta\sigma_{e,sol} + \left( \Delta\sigma_{ep0}^{(II)} + \Delta\sigma_{c,rit,e} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right) \quad (3.4.37)$$

tensione “a vuoto” sull'intradosso della trave C.A.P. (I e II fase):

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \Delta\sigma_{ip0}^{(I)} + \Delta\sigma_{i,sol} + \left( \Delta\sigma_{ip0}^{(II)} + \Delta\sigma_{c,rit,i} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right) \quad (3.4.38)$$

tensione “a vuoto” sul cavo risultante CR (I e II fase):

$$\sigma_{p,v} = \sigma_{p\infty} + \frac{n_p \cdot M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot e_{p0} + \left( \Delta\sigma_{pCR,rit} + \frac{n_p \cdot M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p \right) \quad (3.4.39)$$

dove, per completezza, si sono considerate anche le eventuali variazioni di tensioni dovute al ritiro differenziale della soletta gettata in opera ( $\Delta\sigma_{sol,rit,e}$ ;  $\Delta\sigma_{sol,rit,i}$ ;  $\Delta\sigma_{c,rit,e}$ ;  $\Delta\sigma_{c,rit,i}$ ;  $\Delta\sigma_{pCR,rit}$ ). Come si vedrà anche in seguito, le variazioni di tensione dovute al ritiro differenziale della soletta si possono calcolare tramite le seguenti formulazioni:

variazione di tensione sull'estradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{sol,rit,e} = \Delta\varepsilon \frac{E_{cm}}{n_{\infty}} \left[ 1 - \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 + \frac{e_{CG}}{i_{0i}^2} y_{se,Gi} \right) \right] \quad (3.4.40)$$

variazione di tensione sull'intradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{sol,rit,i} = \Delta\varepsilon \frac{E_{cm}}{n_{\infty}} \left[ 1 - \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 + \frac{e_{CG}}{i_{0i}^2} y_{si,Gi} \right) \right] \quad (3.4.41)$$

variazione di tensione sull'estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{c,rit,e} = - \Delta\varepsilon E_{cm} \left[ \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 + \frac{e_{CG}}{i_{0i}^2} y_{e,Gi} \right) \right] \quad (3.4.42)$$

variazione di tensione sulla fibra di cls a livello del baricentro del CR:

$$\Delta\sigma_{c,rit,CR} = - \Delta\varepsilon E_{cm} \left[ \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 - \frac{e_{CG}}{i_{0i}^2} e_{0p,Gi} \right) \right] \quad (3.4.43)$$

variazione di tensione sull'intradosso della trave in C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{c,rit,i} = - \Delta\varepsilon E_{cm} \left[ \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 - \frac{e_{CG}}{i_{0i}^2} y_{i,Gi} \right) \right] \quad (3.4.44)$$

avendo considerato la sezione ideale mista  $A_{i,rit}$ ;  $J_{i,rit}$  di baricentro  $G_{i,rit}$  (con la trave in C.A.P. considerata omogeneizzata in calcestruzzo compresso della soletta C.A.):

$$n_{\infty} = \frac{E_{cm,trave}}{E_{cm,sol}} \left[ 1 + \varphi_c(+\infty; t_0) \right]; \text{ e quindi con } i_i = \sqrt{\frac{J_{i,rit}}{A_{i,rit}}} = \sqrt{\frac{J_{sol,Gi} + n_{\infty} J_{tr,Gi}}{A_{sol} + n_{\infty} A_{i0}}}$$

e avendo indicato con  $J_{sol,Gi}$  e con  $J_{tr,Gi}$  rispettivamente i momenti d'inerzia della soletta e della trave rispetto al baricentro  $G_{i,rit}$  della sezione mista (soletta + trave

omogeneizzata in soletta) e con  $e_{CG}$  la distanza tra i baricentri geometrici della sola soletta e della sola trave C.A.P.

Per un esempio di calcolo di verifica di una sezione precompressa a “fili pretesa” secondo le attuali norme, vedere alla fine della pubblicazione (**Appendice B**).

### 3.4.6 Formule di pressoflessione retta per fase finale (con carico variabile)

Le tensioni in fase finale, che comprendono tutte le sollecitazioni agenti in condizioni di stato limite di esercizio, sono ottenute combinando linearmente, tramite opportuni coefficienti stabiliti dalla particolare norma utilizzata, lo stato tensionale “a vuoto” con lo stato tensionale dovuto all’effetto delle azioni variabili.

Nella particolare sezione a verifica, a seconda del tipo di combinazione elementare di carico SLE, l’effetto dei carichi variabili viene considerato moltiplicando questi ultimi per opportuni coefficienti  $\psi_{ij}$  di combinazione. In particolare, detti con:

- $\sigma_{i,v}$  la tensione della fibra d’intradosso della trave “a vuoto”;
- $\sigma_{e,v}$  la tensione della fibra di estradosso della trave “a vuoto”;
- $\sigma_{i,s,v}$  la tensione della fibra di intradosso della soletta in c.a. “a vuoto”;
- $\sigma_{e,s,v}$  la tensione della fibra di estradosso della soletta in c.a. “a vuoto”;
- $M_{q,var1}$  il valore (in modulo) della sollecitazione flettente (nominale) dell’azione variabile dominante;
- $M_{q,vark}$  il valore (in modulo) della sollecitazione flettente (nominale) della k-esima azione variabile agente come non dominante;
- $\psi_{ij}$  generico coefficiente di combinazione (dipendente dalla norma e dalla particolare combinazione di carico);
- $J_i$  momento d’inerzia della sezione ideale, omogeneizzata e interamente reagente, relativa alla fase finale (nel caso del post-teso: a guaine iniettate. E, in generale, a solette gettate completamente solidarizzate e collaboranti),

le tensioni finali allo stato limite di esercizio (quindi a  $t \rightarrow \infty$ ) possono calcolarsi tramite le seguenti formule di combinazione lineare (sempre in regime di pressoflessione retta), in termini di somme algebriche:

$$\text{fibra di intradosso trave:} \quad \sigma_{i,\infty} = \sigma_{i,v} + \sum_1^k \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,vark}}{J_i} \cdot y_i ;$$

$$\text{fibra di estradosso trave:} \quad \sigma_{e,\infty} = \sigma_{e,v} - \sum_1^k \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,vark}}{J_i} \cdot y_e ;$$

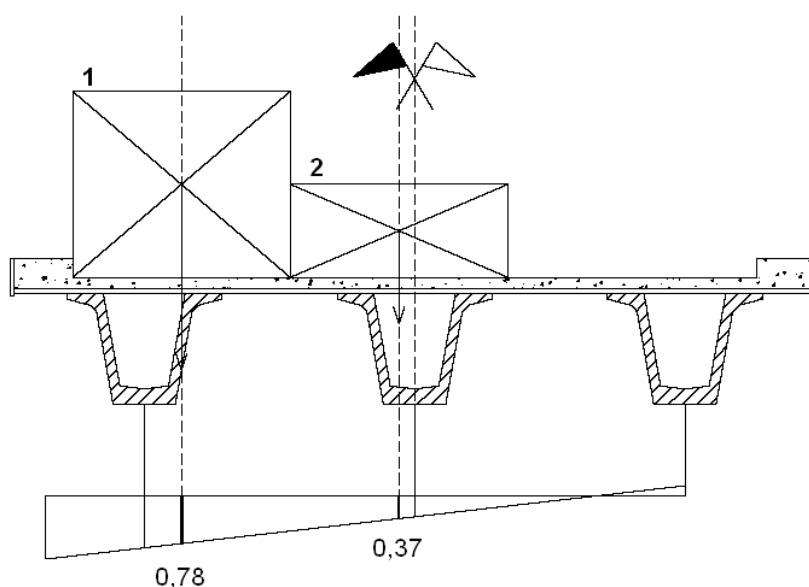
$$\text{fibra di intradosso soletta:} \quad \sigma_{i,s,\infty} = \sigma_{i,s,v} - n_{sol} \cdot \sum_1^k \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,vark}}{J_i} \cdot y_{si} ;$$

$$\text{fibra di estradosso soletta:} \quad \sigma_{e,s,\infty} = \sigma_{e,s,v} - n_{sol} \cdot \sum_1^k \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,vark}}{J_i} \cdot y_{se} .$$

In sostanza, fissata una sezione di verifica, si somma a ciascun grafico delle tensioni “a vuoto”  $\sigma_{x,v}$  e  $\sigma_{x,s,v}$  il relativo grafico, opportunamente scalato tramite i coefficienti  $\psi_{ij}$ , dovuto alle tensioni delle sollecitazioni flettenti per carichi variabili. Sulle tensioni finali andrà poi verificato il rispetto delle tensioni limite.

**ESEMPIO.** Facendo riferimento sempre alla sezione di mezzeria della trave (C45/55) di riva dell'impalcato da ponte nell'esempio precedente, calcolare le tensioni massime in fase finale in presenza dello "Schema di Carico 1" (secondo il par. 5.1.3.3.3 delle NTC). L'interasse delle travi a "V" in c.a.p. è di 4,35 m. L'impalcato è rettilineo in semplice appoggio e presenta una larghezza di carreggiata di 11,00 m. L'ingombro trasversale dell'impalcato è di 13,00 m e la luce media tra gli assi di appoggio è di 30 m. Maggiori dettagli sulla geometria dei carichi che cimentano maggiormente la trave di riva sono riportati di seguito in Figura 39.

**SOLUZIONE.** Si suppone, per semplicità, che le tre travi principali siano collegate in senso trasversale almeno da traversi (di rigidezza flessionale infinita e torsionale nulla) sugli appoggi e che, in virtù della resistenza tridimensionale di tutto l'impalcato, la soletta collaborante sia l'elemento ripartitore dei carichi viaggianti in superficie. Viene con sufficiente approssimazione applicato il criterio di ripartizione trasversale dei carichi mobili (secondo teoria di Courbon). Ciò premesso, il relativo diagramma dei coefficienti di ripartizione è riportato in figura.



**Figura 39.** Schema geometrico impalcato, coefficienti di ripartizione e stese di carico considerate secondo le Norme Tecniche.

Trasversalmente sono state considerate solo 2 stese di carico:

- n. 1 con ingombro trasversale di 3,00 m su corsia n. 1;
- n. 2 con ingombro trasversale di 3,00 m su corsia n. 2.

Per la corsia n. 1 (secondo la fig. 5.1.2 riportata nel corpo normativo delle Norme Tecniche) il carico distribuito uniforme equivalente<sup>(8)</sup> (nominale) valutato su una trave in appoggio di luce 30 m è di circa  $q_{1k} = 65,60$  kN/m. Analogamente, per la corsia 2 il carico uniforme equivalente risulta di  $q_{2k} = 33,69$  kN/m. Il relativo carico stradale sulla trave di riva è:

$$q_{1,var} = 0,78 \cdot (65,60) + 0,37 \cdot (33,69) \sim 63,63 \text{ kN/m.}$$

<sup>8</sup> Per equivalente, si intende che provoca nella sezione di mezzeria la stessa massima sollecitazione flettente.

Assumendo che sia valida la teoria di Courbon per l'impalcato in oggetto, la sollecitazione equivalente nella sezione di mezzera della trave di riva risulta:

$$M_{q,var} = (1/8) \cdot (63,63) \cdot (30)^2 \sim 7170 \text{ kNm}.$$

Nell'ipotesi che i carichi mobili sull'impalcato siano l'unica azione di carico variabile principale agente, ricordando i valori calcolati in fase finale "a vuoto" (vedere diagrammi delle tensioni in Figura 38) e che  $J_i = 951000 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ , si ha (ad esempio per  $\psi_{ij} = 1$ )<sup>(9)</sup>:

$$\begin{aligned}\sigma_{i,\infty} &= \sigma_{i,v} + \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,var}}{J_i} \cdot y_i = \\ &= -6,83 + 1,0 \cdot (7170) \cdot (1373) / 951000 = -6,83 + 10,35 = 3,52 \text{ MPa};\end{aligned}$$

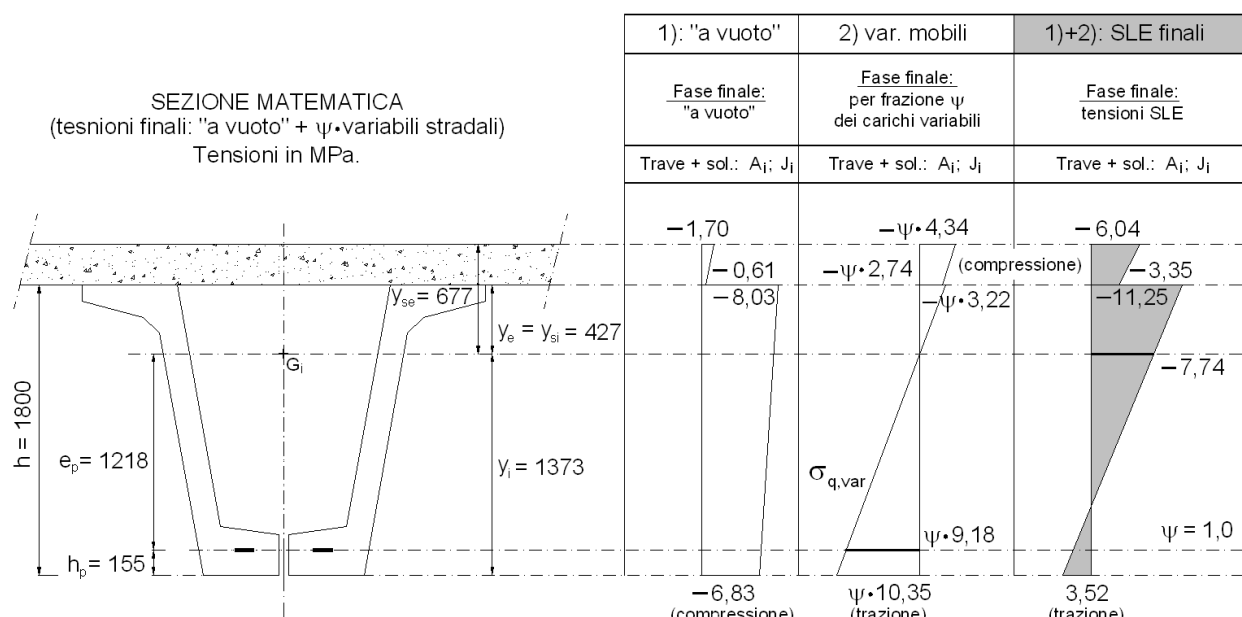
$$\begin{aligned}\sigma_{e,\infty} &= \sigma_{e,v} - \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,var}}{J_i} \cdot y_e = \\ &= -8,03 - 1,0 \cdot (7170) \cdot (427) / 951000 = -8,03 - 3,22 = -11,25 \text{ MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{i,s,\infty} &= \sigma_{i,s,v} - n_{sol} \cdot \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,var}}{J_i} \cdot y_{si} = \\ &= -0,61 - 0,85 \cdot (1,0) \cdot (7170) \cdot (427) / 951000 = -0,61 - 2,74 = -3,35 \text{ MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{e,s,\infty} &= \sigma_{e,s,v} - n_{sol} \cdot \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,vark}}{J_i} \cdot y_{se} = \\ &= -1,70 - 0,85 \cdot (1,0) \cdot (7170) \cdot (677) / 951000 = -1,70 - 4,34 = -6,04 \text{ MPa};\end{aligned}$$

con valori tutti negativi: tutte compressioni. Di seguito in figura, l'andamento delle tensioni nell'assetto "a vuoto" e nella fase di esercizio per presenza al 100% dell'entità dei variabili viaggianti.

<sup>9</sup> A rigore, il porre  $\psi_{i,k} = 1$  nelle equazioni così presentate equivale a considerare la combinazione di carico "caratteristica" (per la EN 1992-1-1) o la combinazione di carico "rara" (per le Norme Tecniche) per strutture di tipo civile. Invece, per le strutture da ponte, facendo riferimento alla EN 1992-2, il porre  $\psi_{i,k} = 0$  coincide con la combinazione quasi permanente (assetto di carico "a vuoto"); mentre, il porre  $\psi_{i,k} = 0,75$  (oppure 0,80) coincide con la combinazione caratteristica (combinazione "rara"). In ogni caso, l'esempio proposto rimane concettualmente invariato, interessando porre l'attenzione sull'uso delle formulazioni proposte.



**Figura 40.** Andamento tensioni finali: "a vuoto" + carichi variabili viaggianti.

**OSSERVAZIONI.** Il valore massimo (in modulo) delle eventuali compressioni (finali) sulla fibra estrema di intradosso della trave e/o della soletta deve verificare:  $\sigma_{i,\infty} \leq f_{ct,eff}$ .

Seguendo, infatti, le indicazioni al par. 7.1(2) – UN EN 1992-1-1:2005, nel calcolare le tensioni e le deformazioni allo stato limite di esercizio, viene raccomandato di considerare le sezioni come non fessurate quando la tensione di trazione indotta dalla flessione non eccede il valore  $f_{ct,eff}$ . Tale valore può però essere assunto pari a  $f_{ctm}$  a condizione che anche il calcolo dell'armatura minima tesa si basi sullo stesso valore. Ai fini del calcolo dell'ampiezza delle fessure e del contributo del calcestruzzo teso fra le fessure viene raccomandato di adottare  $f_{ctm}$ .

Secondo le Norme Tecniche, invece, al par. 4.1.2.2.4.1 "Definizione degli stati limite di fessurazione", viene definito stato limite di formazione delle fessure, nel quale, per la combinazione di azioni prescelta, la tensione normale di trazione nella fibra più sollecitata è  $\sigma_t = f_{ctm}/1,2 \approx 0,833 \cdot f_{ctm}$ , dove  $f_{ctm}$  è definito nella norma al par. 11.2.10.2 con formulazione identica alla UNI EN 1992-1-1:2005.

Assumendo per calcestruzzo C45/55 un  $f_{ct,eff}$  pari a  $f_{ctm} = 3,80$  MPa (prospetto 3.1 UNI EN 1992-1-1:2005), la verifica rimane positiva secondo l'UNI EN 1992-1-1:2005 e negativa secondo le Norme Tecniche. Infatti, in modulo:

$$\sigma_{i,\infty} = 3,52 \text{ MPa} > \sigma_t = f_{ctm}/1,2 \approx 0,833 \cdot f_{ctm} = 3,17 \text{ MPa}.$$

Pertanto, l'aver calcolato le tensioni allo stato limite di esercizio, assumendo che le sezioni non siano fessurate, risulta corretto solo per una delle norme suddette. Viceversa, la massima tensione  $\sigma_{e,\infty}$  di compressione nella trave risulta (in modulo) pari a  $11,25 \text{ MPa} \leq 0,6 \cdot f_{ck} = 27 \text{ MPa}$  (e anche minore di  $0,45 \cdot f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ). Generalizzando le equazioni (3.4.23) e (3.4.24), introducendo il fattore  $\psi_{i,k}$  che tenga conto della particolare combinazione di carico da considerare, la massima tensione nel cavo risultante può velocemente valutarsi tramite l'espressione (sistema pre-teso con soletta gettata a peso morto fino a maturazione):



$$\sigma_{p,fin} = \sigma_{p\infty} + n_p \cdot (\sigma_{g,sol} + \sigma_{g,est} + \psi_{i,k} \cdot \sigma_{q,var}) \leq \sigma_{p,adm} \quad (3.4.45)$$

Analogamente, per sistema post-teso con soletta gettata a peso morto fino a maturazione (con relativo effetto implicito nel termine di tensione  $\sigma_{p\infty}$ ):

$$\sigma_{p,fin} = \sigma_{p\infty} + n_p \cdot (\sigma_{g,est} + \psi_{i,k} \cdot \sigma_{q,var}) \leq \sigma_{p,adm} \quad (3.4.46)$$

Nell'esempio considerato, leggendo infatti le tensioni, nella fibra di calcestruzzo a livello del baricentro del cavo risultante, nei grafici in Figura 38 (peso morto soletta:  $\sigma_{g,sol} = 5,41$  MPa; permanenti esterni:  $\sigma_{g,est} = 1,84$  MPa) e in Figura 40 (carichi variabili  $\sigma_{q,var} = 3,22$  MPa, per  $\psi_{i,k} = 1$ ), si ottiene (ricordando che è  $\sigma_{p\infty} = 947$  MPa):

$$\sigma_{p,fin} = 947 + 6 \cdot [5,41 + 1,84 + 1,0 \cdot (9,18)] = 1046 \text{ MPa} \leq 0,75 \cdot f_{pk} = 1395 \text{ MPa},$$

la verifica è rispettata.

Seguendo le indicazioni al par. 7.2(5) – UNI EN 1992-1-1:2005, al fine di evitare tensioni nei cavi che possano portare ad una fessurazione o ad una deformazione inaccettabile in condizioni di esercizio, si limita la tensione media nelle armature di precompressione al valore  $0,75 \cdot f_{pk}$ , dopo aver considerato le perdite.

Seguendo invece le indicazioni delle Norme Tecniche al par. 4.1.2.2.5.2, le massime tensioni nelle armature di precompressione, a cadute completamente esaurite, non devono superare il limite di  $0,80 \cdot f_{py}$ . Dove  $f_{py}$  deve assumere i seguenti valori:  $f_{p(0,1)k}$ ;  $f_{p(1)k}$ ;  $f_{pyk}$ , rispettivamente, nel caso si utilizzino fili, trefoli e trecce e infine barre.

Secondo le disposizioni delle Norme Tecniche, avendo utilizzato trefoli ( $f_{py} \rightarrow f_{p(1)k}$ ):

$$\sigma_{p,fin} = 1046 \text{ MPa} \leq 0,80 \cdot f_{p(1)k} = 1336 \text{ MPa},$$

la verifica è ancora rispettata.

**ESEMPIO.** Per la trave all'esempio precedente, si calcolino le relative tensioni allo stato limite di esercizio in combinazione di carico quasi permanente. Si seguano le prescrizioni delle Norme Tecniche.

**SOLUZIONE.** In base al par. 2.5.3 “Combinazioni delle azioni”, la combinazione di carico quasi permanente è definita:

$$G_1 \text{ "+" } G_2 \text{ "+" } P \text{ "+" } \psi_{21} \cdot Q_{k1} \text{ "+" } \psi_{23} \cdot Q_{k2} \text{ "+" } \dots \quad (3.4.47)$$

dove con il simbolo “+” si è voluto intendere il contributo dell'effetto della singola azione sulla struttura, sommato algebricamente in termini di caratteristiche della sollecitazione. In questo caso particolare di combinazione, gli effetti dei carichi permanenti (pesi propri  $G_1$  e portati esterni  $G_2$ ), della precompressione  $P$  devono essere conteggiati con il loro valore di intensità al 100%. Mentre, scegliendo come solo carico variabile il carico  $Q_{k1}$  viaggiante sull'impalcato, l'effetto di questo andrà sommato (“+”) opportunamente scalato del coefficiente di combinazione  $\psi_{21}$ , in base ai

valori in tabella 5.1.VI “Coefficienti  $\psi$  per le azioni variabili per ponti stradali e pedonali” delle Norme Tecniche.

Nel caso particolare di azioni da traffico (tab. 5.1.IV delle NTC) si deve considerare  $\psi_{21} = 0$ . Allora, si riconosce immediatamente dal grafico in Figura 40, che la distribuzione delle tensioni in condizioni quasi permanenti coincidono con la distribuzione di tensioni della fase finale “a vuoto”. La massima tensione di compressione è per la trave nella fibra di estradosso; mentre nella soletta è nella fibra di estradosso. Per la trave, dal grafico si legge (in modulo):

$$\sigma_{e\infty} = \sigma_{e,v} = 8,03 \text{ MPa} < 0,45 \cdot f_{ck} = 0,45 \cdot (36,97) = 16,64 \text{ MPa},$$

con verifica rispettata, garantendo così la validità dei coefficienti viscosi e di ritiro indicati dalle norme, potendo non tenere conto della non linearità della viscosità nel conteggio delle perdite di tensione.

---

## 5 Problematiche di predimensionamento, progetto e verifica delle sezioni resistenti

---

### 5.1 Premessa

Nel progetto di una sezione in cemento armato precompresso, sollecitata a pressoflessione retta, sono di regola noti:

- le tensioni limite ai lembi estremi della sezione di calcestruzzo, funzione del materiale e del tipo di norma utilizzata;
- le tensioni limite degli acciai di precompressione e dell'armatura lenta, funzione del materiale e del tipo di norma utilizzata;
- le sollecitazioni flettenti (nominali e di progetto) agenti nella sezione in esame, funzione del tipo di norma utilizzata;
- il peso proprio dell'elemento precompresso, almeno come ordine di grandezza.

Le variabili generalmente incognite sono:

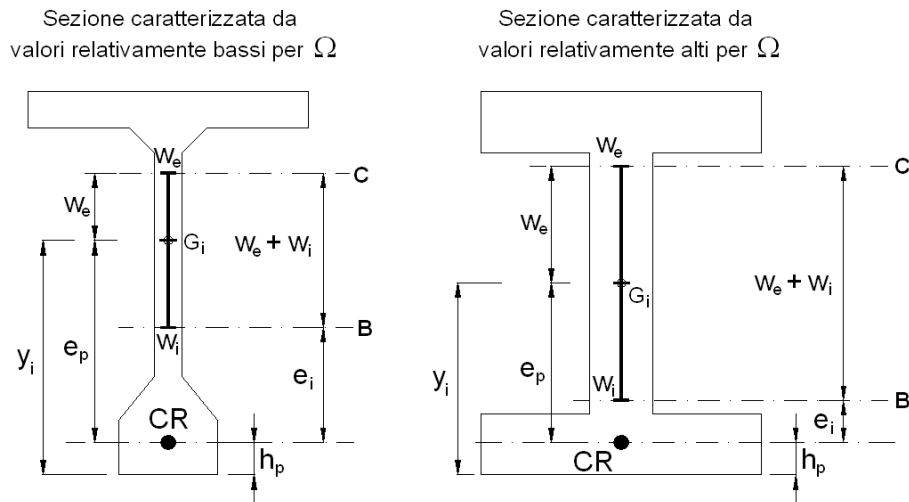
- elementi geometrici che definiscono la forma e le dimensioni ottimali della sezione precompressa;
- la posizione del centro di pressione esercitata dai cavi di precompressione nella particolare sezione e, in altri termini, l'andamento dell'eccentricità dei cavi rispetto all'asse baricentrico (della sezione ideale omogeneizzata);
- l'entità delle perdite di tensione nel tempo dovute ai fenomeni differiti;
- l'entità della precompressione lungo l'elemento;
- gli effetti degli eventuali vincoli iperstatici o di cedimenti vincolari sulla precompressione e sull'assetto globale della struttura;
- il grado di valutazione di tutte le variabili legate ai fenomeni viscosi e all'andamento della variazione del modulo elastico del conglomerato nel tempo;
- l'entità delle deformazioni, soprattutto di lungo periodo per effetti viscosi del calcestruzzo.

Tra le incognite più importanti del problema, come si è appena accennato, spiccano i rapporti geometrici che definiscono la sezione. Le dimensioni della sezione, infatti, influenzano l'entità delle variabili che da essa scaturiscono. In maggiore misura, l'entità delle forze di coazione da imprimere e di conseguenza l'entità dei fenomeni differiti (soprattutto viscosità, ritiro, rilassamento e quindi deformazioni) che ne conseguono. Mentre nelle strutture di cemento armato ordinario la forma più conveniente della sezione viene definita a priori, dipendendo fortemente da questioni architettoniche piuttosto che dai carichi esterni; nelle strutture precomprese essa risulta decisamente funzione sia delle condizioni presenti in fase iniziale, all'atto del tiro, sia in fase finale di esercizio con il massimo carico variabile agente. Si è accennato, nei paragrafi precedenti, come si dimostri molto utile in fase di predimensionamento valutare il rapporto esistente tra i carichi fissi (pesi propri e permanenti portati o esterni) e i carichi variabili:

$$\Omega = \frac{M_{q,var}}{M_{tot}} = \frac{M_{q,var}}{(M_{g0} + M_{g,est}) + M_{q,var}} \quad (5.1.1)$$

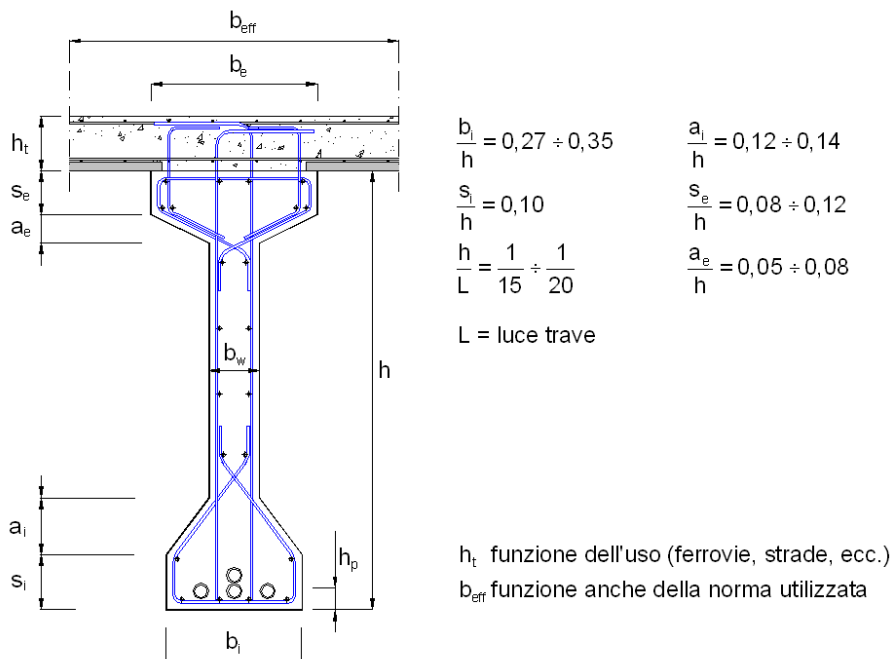
Ad esempio, parlando del rendimento geometrico di una sezione (Figura 55), si è fatto vedere che, quando i carichi fissi rappresentano la quasi totalità dei carichi, le condizioni di tiro così pure quelle di esercizio “a vuoto” vengono a coincidere

praticamente con la condizione di esercizio a pieno carico. Infatti, quando il rapporto  $\Omega$  è piccolo, la presenza di carichi variabili causa uno spostamento relativamente contenuto (rispetto a “ $e_i$ ”) della risultante delle compressioni nella sezione (spostamento del centro di pressione da  $B \rightarrow C$ ), per cui è conveniente che la sezione presenti la massima distanza possibile tra cavo risultante e l'estremo inferiore  $w_i$  del nocciolo.



**Figura 55.** Grandezze geometriche che intervengono direttamente nella definizione della particolare forma della sezione.

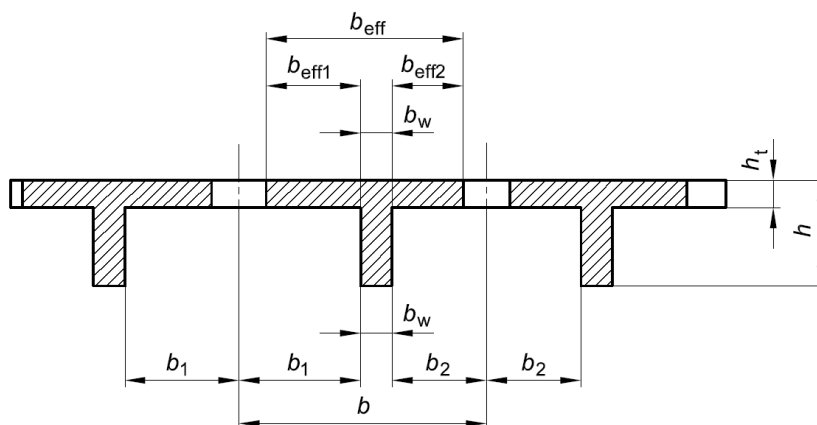
Quando invece il rapporto  $\Omega$  è più elevato, lo spostamento della risultante delle compressioni diviene importante soprattutto in relazione ai carichi variabili. È conveniente, in tal caso, che la sezione resistente presenti il nocciolo centrale d'inerzia il più possibile allungato nella direzione di interesse in modo che (risultando  $w_e + w_i \gg e_i$ ) il centro di pressione cada sempre al suo interno, a partire già dalla condizione finale “a vuoto” fino a quella di esercizio con il massimo carico variabile.



**Figura 56.** Rapporti di grandezze geometriche dipendenti da criteri e vincoli tecnologici.

Come indicato nella Figura 56, alcune proporzioni della sezione, una volta individuata la forma ottimale (a “T”, o a “doppio T”, etc.), prescindono da quelle grandezze, come l’entità dei carichi agenti, che incidono direttamente sul progetto della resistenza dell’intero elemento. Ad esempio, gli spessori “ $s_e$ ”, “ $a_e$ ”, tranne nel caso di travi isolate, dipendono da considerazioni di carattere statico che interessano il dimensionamento della struttura trasversale di collegamento delle varie travi, come ad esempio la soletta dell’impalcato, e in generale, del solaio soprastante. Lo spessore  $b_w$  dell’anima viene limitato per esigenze di getto, nonché dal compromesso tra l’alloggiamento dei condotti delle guaine e degli eventuali apparecchi di ancoraggio dei cavi rialzati e il mantenimento di sufficienti spessori che garantiscano la necessaria resistenza delle bielle convenzionali di calcestruzzo compresso per effetti taglianti. La distanza “ $h_p$ ” tra il baricentro dei cavi e la fibra di intradosso della trave, dipendendo dal copriferro nominale  $c_{nom}$  e dall’ingombro presumibile delle guaine o dei cavi, assieme alla particolare sezione scelta in funzione del rendimento geometrico, condiziona l’eccentricità “ $e_p$ ” dell’azione “N” di precompressione sulla sezione. Tanto per avere un’idea, la grandezza  $h_p$  varia, nelle sezioni maggiormente sollecitate a flessione, fra i 10÷20 cm circa. La larghezza  $b_i$  (“bulbo”) risulta sempre maggiore dello spessore dell’anima proprio per meglio poter accogliere e distribuire i cavi nella parte inferiore della sezione. Infine, lo spessore “ $h_t$ ” e la larghezza “ $b_{eff}$ ” minimi della soletta collaborante, in calcestruzzo ordinario gettato in opera, dipendono essenzialmente dalla norma utilizzata e dalle particolari condizioni d’uso (ferrovie, strade, ecc.).

La UNI EN 1992-1-1:2005 al par. 5.3.2 “Dati geometrici” indica le modalità di calcolo della larghezza efficace delle ali di solette collaboranti (per tutti gli stati limite). In generale, tale grandezza dipende dalle dimensioni dell’ala e dell’anima, dal tipo di carico, dalla luce, dalle condizioni di vincolo e dall’armatura trasversale. Essa risulta funzione della distanza  $l_0$  tra i punti di momento nullo della travata. In particolare, facendo riferimento alle notazioni riportate in Figura 57, stabilisce che:

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b \text{ con: } b_{eff} = 0,2 \cdot b_i + 0,1 \cdot l_0 \leq 0,2 \cdot l_0; \quad b_{eff,i} \leq b_i.$$


**Figura 57.** Sezione trasversale impalcato: parametri per il calcolo della larghezza efficace dell’ala. Da UNI EN 1992-1-1:2005.

Infine, in fase di primo proporzionamento dell’elemento precompresso, la determinazione delle caratteristiche geometriche e meccaniche delle sezioni risulta legata e subordinata anche all’entità del tiro “N”, al quale è necessario associare forfetariamente una caduta attorno al 20÷25% circa. In questa prima fase di

predimensionamento, infatti, si devono tenere in conto tutti gli effetti legati alle perdite di tensione (accorciamento elastico, attriti, viscosità, ritiro e rilassamento dell'acciaio) che si sviluppano nel tempo, riservandosi più avanti la verifica rigorosa, avendo definito compiutamente le geometrie e le forze agenti. Nei prossimi paragrafi verranno descritte alcune formulazioni operative necessarie per il predimensionamento di elementi precompressi isostatici sottoposti a sollecitazioni esterne di flessione retta.

## **5.2 Formule operative di predimensionamento spedito e verifica di travi isostatiche precomprese**

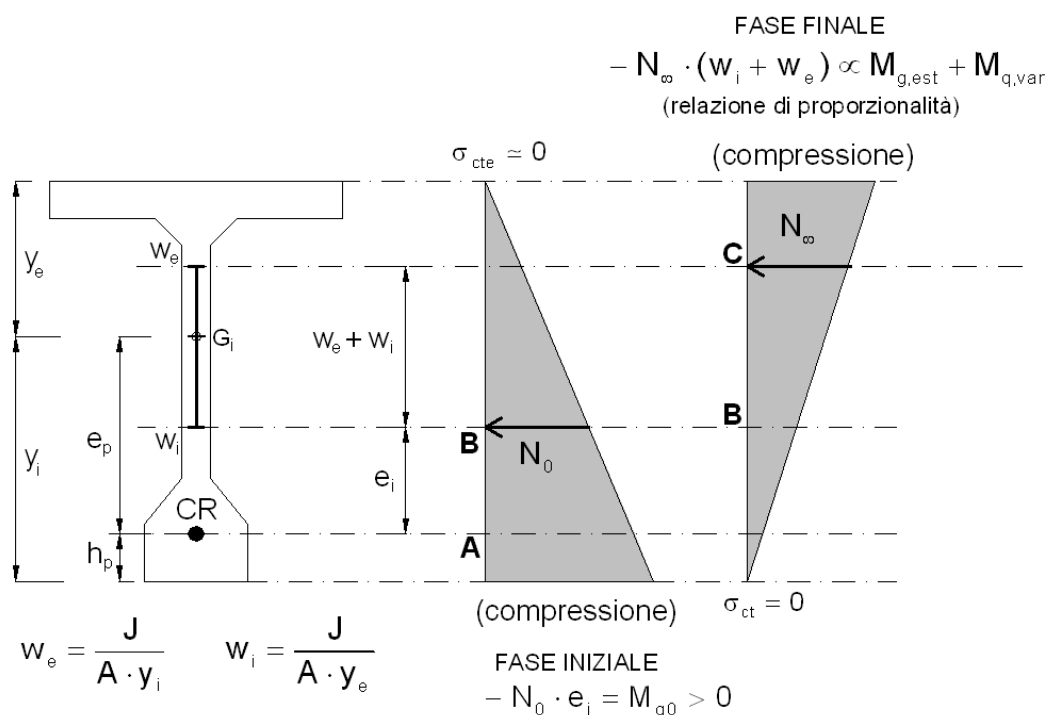
Scelto il tipo di sezione in base alle considerazioni appena esposte, si procede al predimensionamento dell'entità della forza " $N_0$ " di precompressione iniziale e dell'eccentricità finale " $e_p$ " necessarie nella sezione maggiormente cimentata. Si procede considerando la condizione più semplice e frequente di elemento isostatico (schema di vincolo di trave appoggiata su singola campata). Come già accennato, nella particolare sezione maggiormente cimentata, si indica con:

- $M_{go}$  il momento flettente nominale per solo peso proprio dell'elemento precompresso;
- $M_{g,est}$  il momento flettente nominale dovuto a tutti i carichi permanenti portati (detti anche "permanententi esterni");
- $M_{q,var}$  il momento flettente nominale dovuto all'azione variabile predominante (ad esempio, variabile stradale);
- $P_{0,max}$  tiro impresso, all'atto della tesatura, nella sezione maggiormente cimentata dell'elemento precompresso
- $P_0$  entità del tiro in fase iniziale  $t = t_0$ , nel breve periodo, nella sezione maggiormente cimentata dell'elemento precompresso (a cadute istantanee avvenute);
- $P_{0,T}$  valore del tiro in fase iniziale  $t = t_0$  necessario sulle testate;
- $P_\infty$  valore che il tiro iniziale  $P_0$  presenterà nel lungo periodo a  $t \rightarrow \infty$ , a cadute di tensione completamente esaurite;
- $\Delta$  percentuale normalizzata ( $\Delta \approx 0,25$ ) di abbattimento del tiro:  $P_\infty = (1 - \Delta) \cdot P_0$ ;
- $w_e$  estremo superiore del nocciolo centrale d'inerzia della sezione (lorda, in prima approssimazione);
- $w_i$  estremo inferiore del nocciolo centrale d'inerzia della sezione (lorda, in prima approssimazione);
- $e_i$  distanza del baricentro del cavo risultante (indicato con CR) dall'estremo inferiore  $w_i$  del nocciolo;
- $e_p = w_i + e_i$  eccentricità del CR dal baricentro della sezione (lorda, in prima approssimazione);
- $h_p$  distanza del baricentro del CR dalla fibra di intradosso della trave;
- $y_i$  distanza della fibra di intradosso della trave dal baricentro della sezione (lorda, in prima approssimazione);
- $\sigma_{ct}$  massimo sforzo di trazione (da considerarsi in modulo) ammesso in condizioni di esercizio in fase finale: condizioni limite di esercizio;
- $J$  momento d'inerzia della sezione interessato dalle sollecitazioni di flessione retta (valutato in prima approssimazione sulla sezione lorda).

È necessario anticipare qui un concetto che verrà chiarito nel dettaglio in seguito, in merito al grado di precompressione scelto e che caratterizza la sezione. In fase di predimensionamento, qui è sufficiente distinguere, in funzione del valore della massima tensione  $\sigma_{ct}$  di trazione ammessa in esercizio:

- precompressione integrale: ovunque compressione, al più:  $\sigma_{ct} = 0$  sul lembo estremo;
- precompressione limitata:  $\sigma_{ct} > 0$  sul lembo estremo (in assenza di fessurazione);
- precompressione parziale:  $\sigma_{ct} > 0$  (con fessurazione ammessa, ma entro certi limiti, impiegando opportuna armatura lenta nelle zone in trazione).

**Precompressione integrale.** Il predimensionamento, per semplicità, assume come ipotesi<sup>(1)</sup> di partenza almeno valore di tensione nulla (in modulo  $\sigma_{ct} \geq 0$  e  $\sigma_{cte} \geq 0$ ) nelle zone a minor compressione; sia in fase iniziale sia in fase finale (Figura 58).



**Figura 58.** Distribuzioni canonica delle tensioni in precompressione integrale.

Alla tesatura, immediatamente dopo il taglio dei cavi, a cadute istantanee avvenute, la risultante di tiro  $P_0 = -N_0 > 0$  agisce in equilibrio con la sollecitazione flettente  $M_{g0} > 0$  dovuta al solo peso proprio dell'elemento precompresso. Se per ipotesi si è imposta tensione nulla  $\sigma_{ct} = 0$  sulla fibra di estradosso della trave allora, non può che risultare (rispettando la convenzione imposta sui segni):

$$M_{g0} = -N_0 \cdot e_i. \quad (5.2.1)$$

In altri termini, per effetto del peso proprio dell'elemento, la sollecitazione flessionale assieme all'azione di pressione  $N_0$  su CR, creano, nel breve periodo, uno stato di

<sup>1</sup> Per la deduzione delle formule operative di predimensionamento, qui si è preferito assumere la convenzione sui segni delle varie grandezze in modo da far ritornare tutte le sollecitazioni flettenti di valore positivo e tutte le azioni di precompressione sulla sezione negative, appunto perché comprimono la sezione. Viceversa, si sono assunti positivi i valori del tiro sui cavi perché di trazione. In questo modo, tutte le grandezze che compaiono nelle formule di predimensionamento che si andranno a presentare avranno tutti termini considerati in modulo, evitando così eventuali errori di interpretazione di segno.

coazione equivalente a quello che si ottiene applicando sulla stessa sezione la sola azione di compressione  $N_0$ , con centro di pressione coincidente con l'estremo  $w_i$  inferiore del nocciolo centrale d'inerzia. Nel lungo periodo, per effetti differiti, l'azione di coazione tende a diminuire in modulo dal valore  $N_0$  (fase iniziale) al valore  $N_\infty$ , (fase finale). Nel predimensionamento, è sufficiente assumere  $N_\infty = (1 - \Delta) \cdot N_0 \approx 0,75 \cdot N_0$ . Durante l'applicazione di tutti i carichi (peso proprio, permanenti portati e variabili), la sezione deve essere in grado, nel lungo periodo, di mantenere in equilibrio tutte le sollecitazioni flettenti agenti  $M_{g0} + M_{g,est} + M_{q,var} > 0$ , in maniera del tutto analoga a quanto osservato nel caso del solo peso proprio in fase iniziale. Pertanto, la massima sollecitazione finale di pressoflessione retta, se si impone in questo caso  $\sigma_{ct} = 0$  sulla fibra di intradosso, dovrà essere equivalente alla sollecitazione di una sola forza assiale con centro di pressione sul punto limite coincidente con l'estremo  $w_e$  del nocciolo d'inerzia (Figura 58). Nel lungo periodo ( $t \rightarrow \infty$ ), essendo l'azione di precompressione  $N_\infty$  in intensità minore di  $N_0$ , l'equilibrio è garantito senza trazioni se:

$$-N_\infty \cdot (e_i + w_i + w_e) = M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var}) \quad (5.2.2)$$

In altri termini, in fase di predimensionamento, adottando  $N_\infty = (1 - \Delta) \cdot N_0 \approx 0,75 \cdot N_0$  e mettendo a sistema le due equazioni (5.2.1) e (5.2.2), si ottiene (con  $-N_0 = P_0 > 0$ ):

$$\begin{cases} e_i = \frac{M_{g0}}{P_0} \\ P_0 = \frac{M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var})}{0,75 \cdot (e_i + w_i + w_e)} \end{cases} \quad (5.2.3)$$

L'equazione risolvente del sistema, espressa in funzione del tiro iniziale  $P_0$ , è:

$$P_0 = \frac{0,25 \cdot M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var})}{0,75 \cdot (w_i + w_e)} = \frac{0,25 \cdot M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var})}{0,75 \cdot (y_i - e_i - h_p + w_e)} \quad (5.2.4)$$

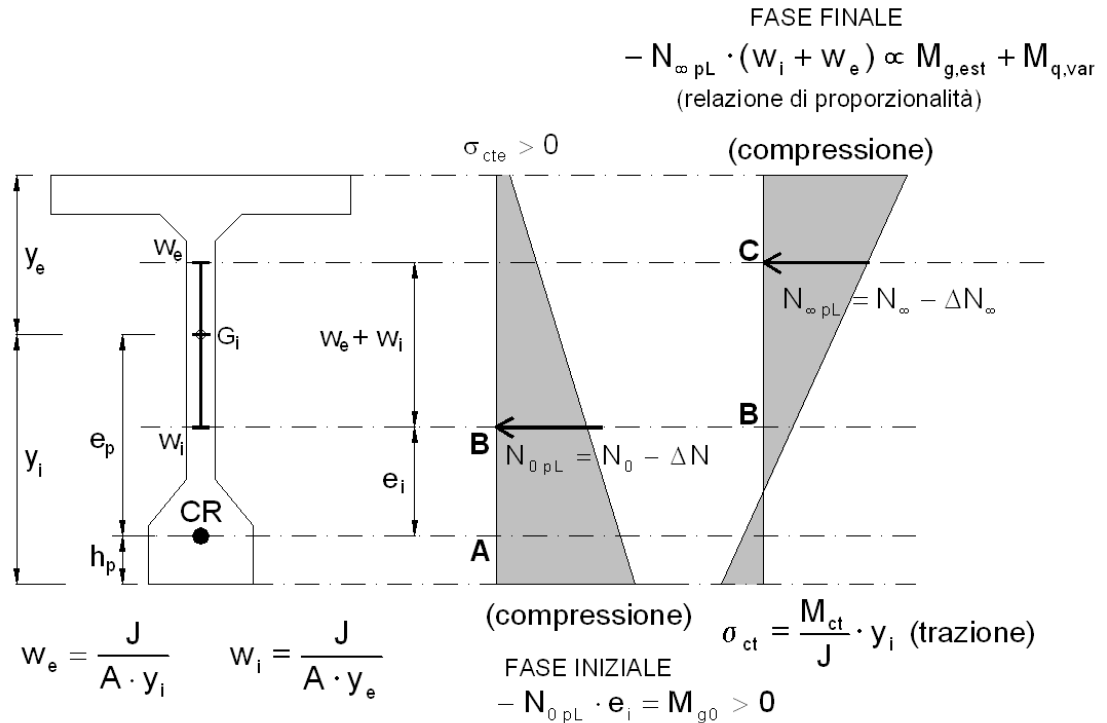
dipendente anche dai raggi vettori  $w_e$  e  $w_i$  del nocciolo, oppure direttamente correlabile al valore " $h_p$ " imposto a priori per il baricentro del CR. Se espressa invece in funzione dell'eccentricità del cavo  $e_p = w_i + e_i$ , l'equazione assume la forma:

$$P_0 = \frac{M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var})}{0,75 \cdot (e_p + w_e)} \quad (5.2.5)$$

**Precompressione limitata.** In questo caso, il predimensionamento ammette limitate trazioni nel conglomerato ( $0 < \sigma_{ct} \leq f_{ct,eff}$ ), ma comunque tali da non produrre alcuna fessurazione. In ogni caso, sarà bene prevedere in opera un'opportuna distribuzione di armatura lenta per scongiurare eventuali fessurazioni inattese. Ciò in maggior misura subordinatamente ai requisiti di durabilità che l'opera deve garantire. Fissato dunque il valore in modulo della massima tensione di trazione  $\sigma_{ct}$  ammissibile (o voluta) sull'intradosso dell'elemento precompresso (in condizioni di stato limite di esercizio), la quota di sollecitazione flettente, dell'intera somma  $M_{g0} + M_{g,est} + M_{q,var}$  da assorbire, trascurata dalla precompressione risulta:  $M_{ct} = \sigma_{ct} \cdot W_{ci} = \sigma_{ct} \cdot J/y_i$ . Visto  $M_{ct}$  come sollecitazione flettente fittizia, essa tenderà praticamente ad agire contrastando



le azioni dei carichi agenti, quindi agendo dal punto di vista tensionale “a favore di tiro”. Per altra via, partendo dalla configurazione di condizione in precompressione integrale (Figura 58), lasciando inalterata la retta d'azione (per B) della precompressione iniziale (costanza del peso dell'elemento) ma volendo diminuire l'entità del tiro iniziale, si avrà l'assetto qualitativo delle tensioni in Figura 59:



**Figura 59.** Distribuzioni delle tensioni in condizioni di precompressione limitata: confronto relativo con la precompressione integrale.

Pertanto, analogamente al caso delle formule per la precompressione integrale risulterà, depurando appunto dalle sollecitazioni agenti il termine dipendente da  $\sigma_{ct}$ :

$$P_0 = \frac{0,25 \cdot M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var}) - \sigma_{ct} \cdot J / y_i}{0,75 \cdot (w_i + w_e)} = \frac{0,25 \cdot M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var}) - \sigma_{ct} \cdot J / y_i}{0,75 \cdot (y_i - e_i - h_p + w_e)} \quad (5.2.6)$$

$$P_0 = \frac{M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var}) - \sigma_{ct} \cdot J / y_i}{0,75 \cdot (e_p + w_e)} \quad (5.2.7)$$

dove si è tenuto conto che esiste il legame  $w_i = y_i - e_i - h_p$  e che, per le convenzioni sui segni qui adottate,  $\sigma_{ct}$  è da assumere sempre positivo come anche i valori delle sollecitazioni flettenti. Stabilito quindi di far “assorbire” la sola quota delle sollecitazioni flettenti agenti:

$$\Delta M = M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var}) - \sigma_{ct} \cdot J / y_i,$$

il valore del tiro iniziale deve essere minore rispetto alla precompressione integrale. Come pura indicazione di massima, in precompressione limitata, per la sezione  $A_c$  di altezza “h” possono utilizzarsi le seguenti formulazioni:

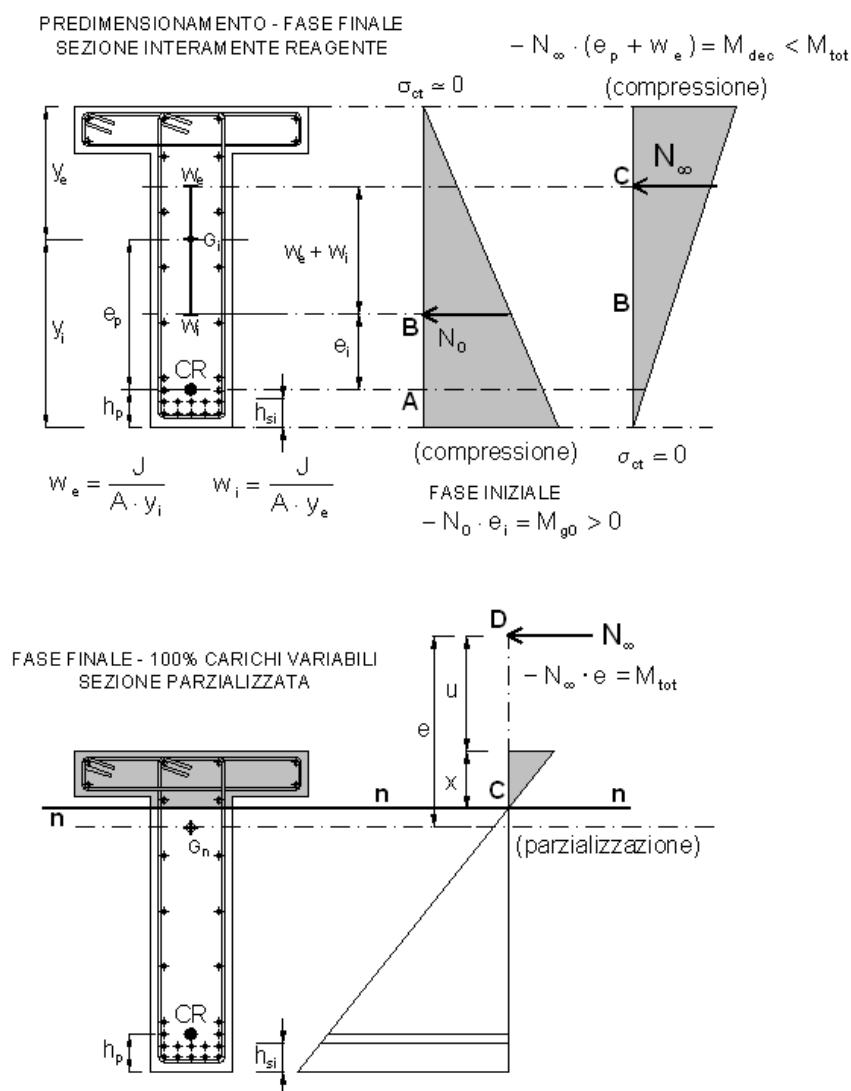
$$h [m] = (0,030 \div 0,045) \cdot \sqrt{M_{\text{tot}} [\text{kNm}]} ;$$

$$P_0 = (2,5 \div 3,0) \cdot \frac{M_{\text{tot}}}{h} ;$$

$$A_c = (2,0 \div 2,5) \cdot \frac{0,75 \cdot f_{pk}}{0,60 \cdot f_{ck}} \cdot A_p ,$$

avendo indicato con  $A_p$  l'area delle armature di pretensione, caratterizzate dal tiro iniziale  $P_0$ , e con  $M_{\text{tot}}$  il massimo valore della sollecitazione flettente nella sezione maggiormente cementata, in condizioni di stato limite di esercizio.

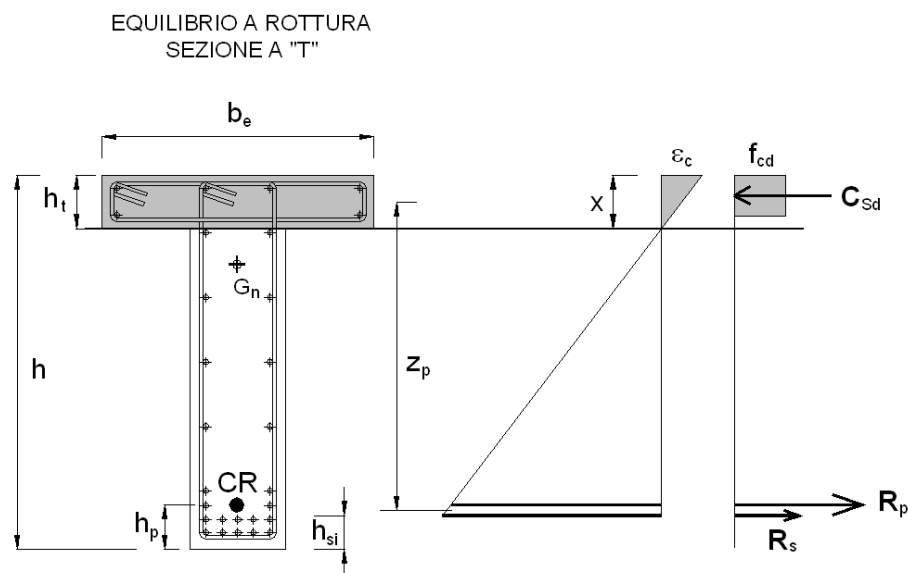
**Precompressione parziale.** Il predimensionamento si basa sul presupposto che, in condizioni di stato limite di esercizio, viene tollerata la fessurazione solo per una prefissata quota parte del carico variabile. Questo caso, dunque, si dovrà distinguere dai precedenti per minori entità delle coazioni. Conseguentemente, in tal caso, in fase di progettazione e verifica è qui fondamentale la massima attenzione al controllo delle fessurazioni, in modo che rientrino nei limiti prefissati dalla norma utilizzata. Ciò al fine di non compromettere la durabilità, la funzionalità e l'estetica dell'opera.



**Figura 60.** Distribuzioni delle tensioni in condizioni di precompressione parziale.

Imponendo per il dimensionamento del tiro una frazione dei carichi totali agenti, penalizzando la quota dei carichi variabili (Figura 60), si realizzano nella sezione delle distribuzioni di tensioni simili a quelle che si presentano quando le azioni permanenti risultano non trascurabili, o addirittura superiori, rispetto alle azioni variabili. Ciò implica, ricordando il concetto di rendimento geometrico, che le sezioni degli elementi isostatici che meglio si prestano ad assorbire tali carichi variabili, ridimensionati rispetto a quelli permanenti in condizione di precompressione parziale, sono quelle a "T". Inoltre, dovendo contenere le fessurazioni, la sezione in zona tesa deve essere dotata di opportune distribuzioni e quantitativi di armatura lenta che, parallelamente alle più contenute entità della precompressione, obbligano ad adottare una larghezza dell'anima maggiore che possa compensare il diminuito effetto positivo della coazione sulla resistenza al taglio. In fase di predimensionamento, si stabilisce l'entità dei carichi che si vuole far assorbire all'effetto delle coazioni. In particolare, si fissa il cosiddetto momento di decompressione, ovvero il momento flettente nominale che porta la fibra di intradosso dell'elemento a tensioni nulle ( $\sigma_{ct} = 0$ ), in condizioni finali con  $0 < \psi < 1$ :

$$M_{dec} = M_{g0} + M_{g,est} + \psi \cdot M_{q,var} \quad (5.2.8)$$



**Figura 61.** Schema resistente a rottura di sezione a "T" parzialmente precompressa.

In sostanza, l'entità del momento di decompressione indica la quota parte dell'effetto delle azioni sulla struttura che si vogliono far assorbire con la sola precompressione. La rimanente parte  $M_{tot} - M_{dec} = M_{q,var} \cdot (1 - \psi)$  deve quindi essere assorbita dall'armatura lenta; accettando la fessurazione ma controllandone l'ampiezza entro certi valori limite. La formula operativa per il predimensionamento dell'entità della precompressione è:

$$P_0 = \frac{M_{dec}}{0,8 \cdot (e_p + w_e)} \quad (5.2.9)$$

Come si è mostrato nei paragrafi precedenti, la determinazione della quantità di armatura lenta in trazione potrà essere condotta sfruttando opportunamente il

concetto di rapporto meccanico di precompressione. Altrimenti, è possibile determinarla velocemente in funzione del massimo momento sollecitante allo stato limite ultimo  $M_{Sd,max}$ . Dovendo, infatti, verificare che le lesioni in condizioni di stato limite di esercizio non superino i limiti imposti dalla norma utilizzata, è opportuno che le barre di armatura lenta siano sufficientemente dense e ben distribuite attorno all'armatura di precompressione, quasi ad avvolgerla completamente (Figura 61). Ciò comporta, inoltre, come conseguenza, che il baricentro del cavo e quello delle barre in acciaio ordinario tendano molto ad avvicinarsi. Con ciò, almeno in sede di predimensionamento si potrà assumere:  $h_{eq} = h_{si} \approx h_p$ . Inoltre, per sezioni a "T" in precompressione parziale, la posizione della risultante delle compressioni  $C_{Sd}$  del calcestruzzo a rottura tende sempre ad attestarsi circa a metà spessore " $h_t$ " della soletta. Pertanto, detta con  $z_p = h - h_{eq} - 0,5 \cdot h_t$  la distanza del baricentro dei due gruppi di armature dal baricentro della distribuzione rettangolare assunta per le compressioni del calcestruzzo (modello "stress-block"), si ha (potendo quindi prescindere in prima battuta dalla classe di resistenza del calcestruzzo):

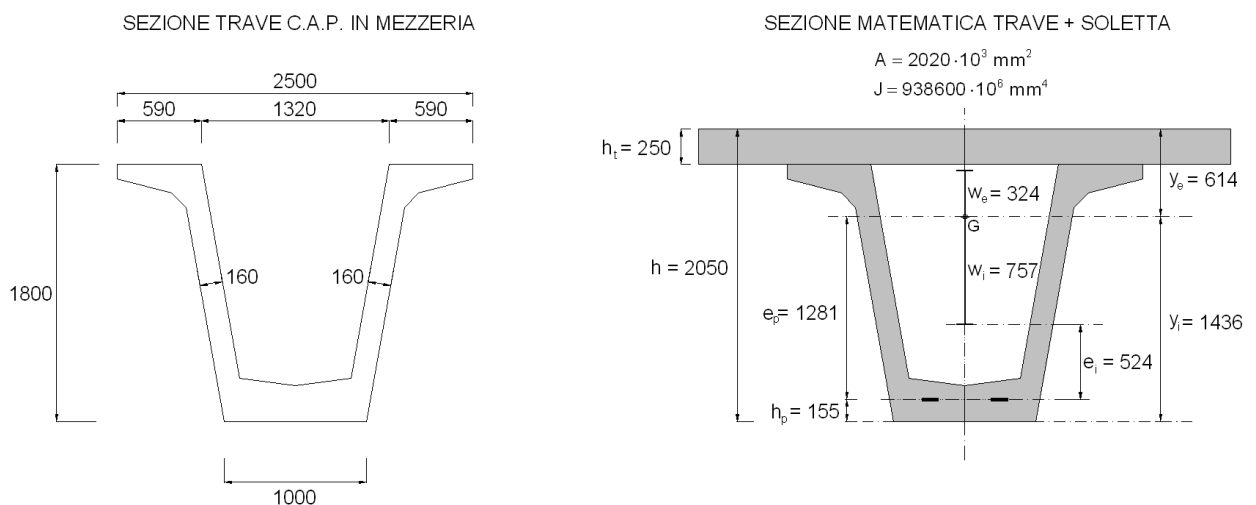
$$M_{Rd} \approx z_p \cdot (A_s \cdot f_{yd} + A_p \cdot f_{pd}) \quad (5.2.10)$$

Il quantitativo di armatura lenta si calcola infine da quest'ultima relazione, ponendo proprio  $M_{Rd} = M_{Sd,max}$  e penalizzando la resistenza  $f_{yd}$  di  $\phi$  (fino a circa il 25÷30%):

$$A_s \geq \frac{1}{\phi \cdot f_{yd}} \cdot \left( \frac{M_{Sd,max}}{z_p} - f_{pd} \cdot A_p \right) \quad (5.2.11)$$

Si tratterà quindi di verificare che il quantitativo così calcolato per  $A_s$  e la relativa disposizione soddisfino le relative verifiche a fessurazione (avendo, per ciò, penalizzato la resistenza  $f_{yd}$ ). In ogni caso, sarà opportuno non trascurare di prevedere un'adeguata "armatura di pelle" lungo l'anima della trave.

**ESEMPIO.** Sia data la sezione della trave di riva di un ponte di I° categoria, riportata nella Figura 62. Si chiede di stabilire l'entità del tiro nella sezione, avendo fissato a priori il baricentro delle armature di precompressione: sistema pre-teso a cavi rettilinei.



**Figura 62.** Sezione di parte di un impalcato di ponte con 30 m di luce: trave di riva.

Nella sezione di mezzeria maggiormente cimentata (schema statico di trave semplicemente appoggiata su luce media di 30 m) le sollecitazioni flettenti nominali in fase finale sono:  $M_{g0} = (2925 + 3059) \text{ kNm} = 5984 \text{ kNm}$  (peso proprio trave + soletta c.a. collaborante);  $M_{g,est} = 1440 \text{ kNm}$  (per permanenti portati o esterni);  $M_{q,var} = 5640 \text{ kNm}$  (per variabili viaggianti: "Schemi di Carico" 1, 2 e 5 secondo le Norme Tecniche). Si richiede la precompressione integrale. Trattandosi di predimensionamento, le grandezze geometriche A, J da considerare faranno riferimento direttamente alla sezione lorda di solo calcestruzzo, per semplicità senza armature e con la soletta considerata collaborante e non omogeneizzata. In particolare, con calcestruzzo trave di classe C45/55 e soletta gettata C25/30.

**SOLUZIONE.** In condizioni di precompressione integrale, avendo imposto già la posizione del baricentro dei cavi ( $e_i = 524 \text{ mm}$ ), si utilizza la relazione (calcolata per fase finale)<sup>(2)</sup>:

$$P_0 = \frac{M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var})}{0,75 \cdot (e_p + w_e)} = \frac{5984 + (1440 + 5640)}{0,75 \cdot (1,281 + 0,324)} \sim 10860 \text{ kN}, \quad (5.2.12)$$

e la relazione in fase iniziale:

$$e_i = \frac{M_{g0}}{P_0} = \frac{5984 \cdot 10^3}{10860} \sim 551 \text{ mm} \quad (5.2.13)$$

dove però, avendo calcolato  $w_e = J/(A \cdot y_i) = 324 \text{ mm}$ , tenendo conto che  $w_i = J/(A \cdot y_e) = 757 \text{ mm}$  e che  $e_i = y_i - w_i - h_p = 1436 - 757 - 155 = 524 \text{ mm}$ , risulta di fatto:

$$e_i \cdot P_0 = (0,524) \cdot (10860) = 5690 \text{ kNm} < M_{g0} \quad (e_i \text{ fissata non è sufficiente in fase iniziale}).$$

Stante la posizione fissata  $e_i$  per il baricentro dei trefoli nella trave prefabbricata (data dalla particolare maschera dei trefoli del Prefabbricatore) non resta evidentemente che aumentare il valore  $P_0$  del tiro. Adottando necessariamente un tiro che riesca (a taglio dei trefoli avvenuto e a perdite istantanee esaurite) a compensare anche la decompressione per pesi propri (nella peggiore delle eventualità)<sup>(3)</sup> si ottiene:

$$P_0 = \frac{M_{g0}}{e_i} = \frac{5984}{0,524} = 11420 \text{ kN} \quad (5.2.14)$$

<sup>2</sup> La formula utilizzata per il predimensionamento adotta implicitamente una caduta di tensione finale pari al 25% del tiro iniziale. Trattandosi di predimensionamento, ragionevolmente si accetta tale posizione anche per non modificare l'espressione della formula.

<sup>3</sup> Ad esempio, nel caso di trave post-tesa,  $M_{g0}$  è il momento provocato in mezzeria dal peso proprio della trave e dal peso morto della soletta gettata prima della tesatura: la soletta quindi determina necessariamente l'entità della precompressione iniziale. Nella fase di predimensionamento di una trave pre-tesa, quando sia prevista una successiva soletta collaborante gettata in opera, l'eq. (5.2.13) è approssimata, con  $M_{g0}$  può intendersi il momento flettente in mezzeria dovuto al peso proprio della trave e della soletta. Infatti, poiché la trave prefabbricata è messa in opera già a tesatura avvenuta (e la soletta fino a maturazione è per la trave solo peso morto), nell'eventualità che si realizzi il getto di completamento in una fase immediatamente successiva alla precompressione, anche il peso della soletta rientra tra le verifiche iniziali ("breve periodo") della sola trave a coazione preesistente. In generale, nel caso di trave pre-tesa andrà ovviamente sempre prima verificata la "fase iniziale" in presenza di solo peso proprio della trave e precompressione: fase di prefabbricazione immediatamente al taglio dei trefoli (vedere esempio successivo).

Con quest'ultimo valore del tiro (a cadute istantanee avvenute) si effettua infine la verifica della sezione della sola trave ( $A_{i0}$ ;  $J_{i0}$ ;  $e_{i0}$ ;  $e_{p0}$ ;  $y_{i0}$ ;  $y_{e0}$ ) al taglio dei trefoli per solo peso proprio ( $M_{g0,1} = 2925 \text{ kNm}$ ) in condizioni di pretensione. Intanto, per la sezione della sola trave C.A.P. si ha:  $A_{i0} = 970,6 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;  $J_{i0} = 387882 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;  $y_i = y_{i0} = 841 \text{ mm}$ ;  $w_i = w_{i0} = J_{i0}/(A_{i0} \cdot y_{e0}) = 417 \text{ mm}$ . Avendo fissato  $h_p = 155 \text{ mm}$  e risultando  $e_{i0} = y_{i0} - w_{i0} - h_p = 841 - 417 - 155 = 269 \text{ mm} = 0,269 \text{ m}$ , si ottiene:

$$e_i \cdot P_0 = (0,269) \cdot (11420) = 3072 \text{ kNm} > M_{g0,1} = 2925 \text{ kNm} \text{ (geometria idonea).} \quad (5.2.15)$$

È confermato che la posizione del baricentro assunta a priori per i cavi ( $h_p = 155 \text{ mm}$ ), stabilita su motivi pratici e tecnologici, possa assicurare anche in fase iniziale (a cadute istantanee avvenute) una sezione interamente compressa. Assumendo, ora, che le cadute istantanee del tiro, per rilassamento degli acciai pretesi (all'atto stesso della tesatura) e per accorciamento elastico del calcestruzzo (al trasferimento della pretensione), siano al più dell'ordine del 0,5% e 10% rispettivamente, si calcola il tiro "equivalente" da applicare al martinetto (sul baricentro del cavo risultante CR):

$$P_{0\max} = P_{0,T} = 1,105 \cdot P_0 = 1,105 \cdot (11420) \approx 12600 \text{ kN.}$$

Ipotizzando di tesare con  $\sigma_{p0,\max} = \min\{0,8 \cdot f_{pk}; 0,9 \cdot f_{p(0,1)k}\} = 1440 \text{ MPa}$  si ha:

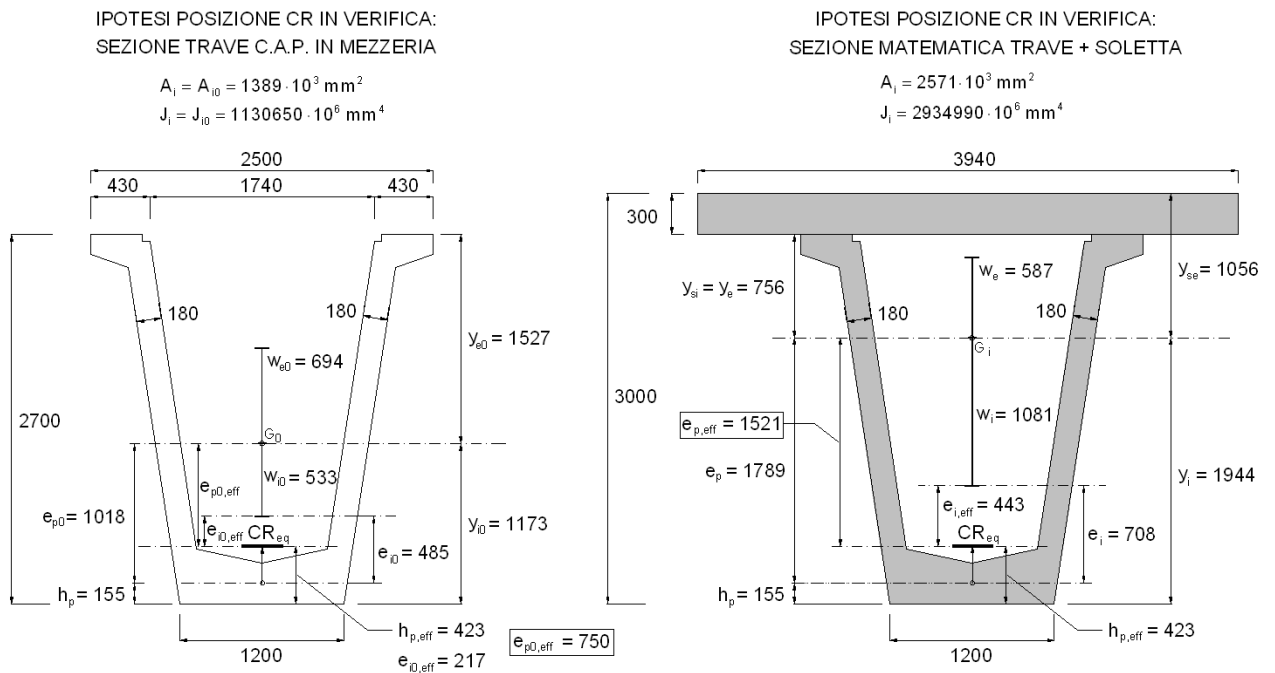
$$A_p \geq \frac{P_{0\max}}{\sigma_{p0,\max}} = \frac{12600 \cdot 10^3}{1440} = 8750 \text{ mm}^2 \quad (5.2.16)$$

si adotterà un numero pari di 64 trefoli da 0.6" (diametro nominale 12,5 mm e sezione nominale  $139 \text{ mm}^2$ ) con  $A_p = 64 \cdot (139 \text{ mm}^2) = 8896 \text{ mm}^2$ , di cui una coppia verrà disposta sulle nervature della trave (verso l'estradosso) per alzare leggermente il baricentro del CR "agevolando" la sezione resistente alle trazioni in I fase.

L'UNI EN 1992-1-1:2005 al par. 5.10.2.1 "Forza di precompressione massima", al punto (2) recita: "È ammessa una sovratensione se la forza applicata nel martinetto può essere misurata con un'accuratezza del  $\pm 5\%$  del valore finale della forza di precompressione. In questi casi, la massima forza di precompressione  $P_{\max}$  può essere aumentata fino a  $k_3 \cdot f_{p(0,1)k} \dots$ ". Il valore raccomandato è  $k_3 = 0,95$ .

**NOTA.** In alcuni casi, particolari geometrie e carichi possono imporre di aumentare il valore del tiro  $N_0$  e di alzare il baricentro del cavo risultante CR  $\rightarrow$  CR<sub>eq</sub> (con  $h_{p,\text{eff}} > h_p$ ) adottando vari livelli di trefoli (disposti su file a varie altezze lungo quasi tutta l'altezza della sezione della trave, con differenti aree e tensioni di tesatura). In questo modo, variando le sezioni dei trefoli su ogni fila orizzontale e variando su ciascuna fila la relativa tensione di tesatura è possibile decidere dove posizionare il baricentro del cavo risultante CR<sub>eq</sub> lungo un punto opportuno sull'altezza della trave. *Si approfitta per far notare che durante la tesatura, dopo la recisione dei trefoli e a  $t \rightarrow \infty$  (a cadute di tensione completamente esaurite) corrispondono rispettivamente tre diversi valori per  $e_p$  da  $G_0$ . A titolo di esempio, si riporta il predimensionamento di un cassoncino prefabbricato per un impalcato da ponte ferroviario di circa 30 m (di luce di calcolo) per l'alta velocità, costituito da quattro cassoncini accostati di altezza 2,70 m e di larghezza 2,50 solidarizzati mediante 6 traversi post-compressi (due in testata e 4 distribuiti in campata con interasse di 5,00 m). Nella figura seguente le geometrie sono relative a una perdita di precompressione di circa il 20% della tensione nel CR al netto*

delle cadute iniziali per rilassamento e accorciamento elastico del cls, o (equivalentemente) di circa il 17,6% rispetto alla tensione iniziale di tesatura (quindi considerata senza alcuna perdita iniziale per rilassamento).



**Figura 62-1** Sezione di parte di un impalcato di ponte ferroviario per l'alta velocità con 30 m di luce di calcolo: trave C.A.P. e trave mista (trave di riva).

I dati di progetto sono i seguenti (valori caratteristici sulla sezione in campata in esercizio):

- momento per peso proprio trave e traversi:  $M_{g0,1} = 5245 \text{ kNm}$  e momento per peso proprio della soletta (come peso morto):  $M_{g0,2} = 3628 \text{ kNm}$ ; (essendo quindi  $M_{g0} = M_{g0,1} + M_{g0,2} = 8873 \text{ kNm}$ );
- momento dei permanenti portati:  $M_{g,est} = 5352 \text{ kNm}$ ;
- momento per variabili viaggianti:  $M_{q,var} = 10520 \text{ kNm}$ .

Si stabilisce a priori il baricentro del cavo risultante CR a quota  $h_p$  dall'intradosso della trave C.A.P. Si prova fissando il baricentro a metà altezza circa della larghezza di appoggio orizzontale della trave:  $h_p = 155 \text{ mm}$  (salvo poi, eventualmente, spostarlo lungo l'altezza della trave). Sulla sezione mista, in condizioni di esercizio, si calcola:

$$P_0 = \frac{M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var})}{0,75 \cdot (e_p + w_e)} = \frac{8873 + (5352 + 10520)}{0,75 \cdot (1,789 + 0,587)} \sim 13900 \text{ kN}, \quad (5.2.17)$$

e la relazione in fase iniziale (sulla sezione mista) impone che  $e_i$  sia almeno:

$$e_i = \frac{M_{g0}}{P_0} = \frac{8873 \cdot 10^3}{13900} \sim 638 \text{ mm} \quad (5.2.18)$$

dove, avendo calcolato  $w_e = J/(A \cdot y_i) = 587 \text{ mm}$ , tenendo conto che  $w_i = J/(A \cdot y_e) = 1081 \text{ mm}$ , si ha effettivamente ( $e_i = y_i - w_i - h_p = 1944 - 1081 - 155 = 708 \text{ mm} > 638 \text{ mm}$ ):

$$e_i \cdot P_0 = (0,708) \cdot (13900) \sim 9840 \text{ kNm} > M_{g0} = 8873 \text{ kNm} \quad (e_i \text{ effettivo sufficiente}).$$

A valle di quest'ultimo esito di verifica, si è costretti però ad aumentare ugualmente l'intensità del tiro  $P_0 \rightarrow P_0^*$  per ottenere esito positivo sul controllo nel "breve periodo" per la sola trave, (in fase iniziale con  $e_{i0} = 485 \text{ mm}$ ;  $w_{i0} = 533 \text{ mm}$  e per l'intera sollecitazione flettente  $M_{g0} = 8873 \text{ kNm}$ : trave non puntellata, durante il getto di seconda fase della soletta); in quanto, per come è l'entità del tiro, a maggior ragione non risulta verificata con  $e_{i0} = 485 \text{ mm} < e_i = 638 \text{ mm}$ . Si aumenta quindi il tiro in funzione dell'intensità di  $M_{g0}$ :

$$P_0^* = \frac{M_{g0}}{e_{i0}} = \frac{(8873 \text{ kNm})}{(0,485 \text{ m})} \sim 18300 \text{ kN}. \quad (5.2.19)$$

Per verificare infine l'idoneità geometrica della distanza  $e_{i0} = 485 \text{ mm}$  (fissata a priori di fatto con l'aver fissato inizialmente a priori il baricentro del cavo risultante CR a distanza  $h_p = 155 \text{ mm}$  dall'intradosso della trave C.A.P. con eccentricità  $e_{p0} = 1018 \text{ mm}$ ), si esegue un'ultima verifica in fase di taglio dei trefoli. Tenendo conto di una tensione "equivalente" di tesatura affetta inevitabilmente da una caduta istantanea di tensione di circa il 10% (alla trasmissione della pretensione), per accorciamento elastico del calcestruzzo e per rilassamento degli acciai ai martinetti, si deve avere:

$$e_{i0,eff} \cdot 1,10 \cdot P_0 = e_{i0,eff} \cdot P_{0max} \leq M_{g0,1} = 5245 \text{ kNm} \quad (5.2.20)$$

avendo a tal fine indicato con  $e_{i0,eff}$  l'eccentricità effettiva (massima) che deve avere il baricentro del cavo risultante CR (dall'estremo del nocciolo d'inerzia  $w_{i0} = 533 \text{ mm}$  della sola sezione trave C.A.P.) affinché l'azione flettente per peso proprio (della sola trave)  $M_{g0,1} = 5245 \text{ kNm}$  non porti eccessivamente in trazione la fibra di intradosso della trave nell'istante di recisione dei trefoli. Si deve quindi assicurare che:

$$e_{i0,eff} \leq \frac{M_{g0,1}}{P_{0max}} = \frac{M_{g0,1}}{1,10 \cdot P} = \frac{(5245 \text{ kNm})(10^3 \text{ mm/m})}{1,10 \cdot (18300 \text{ kN})} \sim 260 \text{ mm}. \quad (5.2.21)$$

Le verifiche, dunque, impongono di fatto di alzare il livello iniziale del baricentro del cavo risultante CR, dal valore fissato  $h_p = 155 \text{ mm}$  con eccentricità  $e_{p0} = 1018 \text{ mm}$ , ad un valore tale che rispetti il vincolo precedente su  $e_{i0,eff}$ :

$$e_{p0,eff} \leq e_{i0,eff} + w_{i0} = 260 + 533 = 793 \text{ mm} \rightarrow \boxed{e_{p0,eff} = 750 \text{ mm}} \quad (5.2.22)$$

avendo arrotondato al primo multiplo di 50 mm. In questo caso, la distanza effettiva da prevedere per il cavo risultante CR dall'intradosso della trave C.A.P. è dato da:

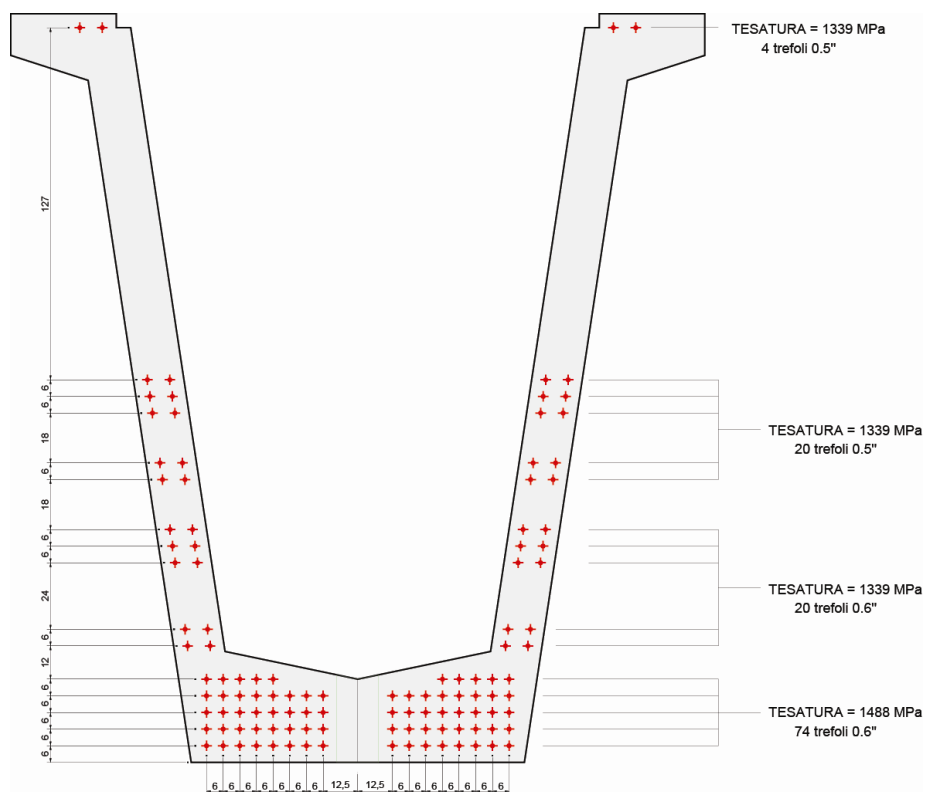
$$h_{p,eff} = y_{i0} - e_{p0,eff} = 1173 - 750 = 423 \text{ mm} \quad (5.2.23)$$

che, trovandosi così fisicamente al di fuori della sezione di calcestruzzo, dovrà essere ottenuta fissando vari strati di trefoli distribuiti opportunamente lungo l'altezza con tensioni di tesatura differente (che diminuisca in intensità dall'intradosso verso l'estradosso) in modo tale che la loro azione di precompressione sia equivalente a quella del baricentro del solo cavo risultante  $CR_{eq}$  (equivalente). In particolare,



$$A_p \geq \frac{P_{0\max}}{\sigma_{p0,eq}} = \frac{1,10 \cdot 18300 \cdot 10^3}{1300} = 15485 \text{ mm}^2 \quad (5.2.24)$$

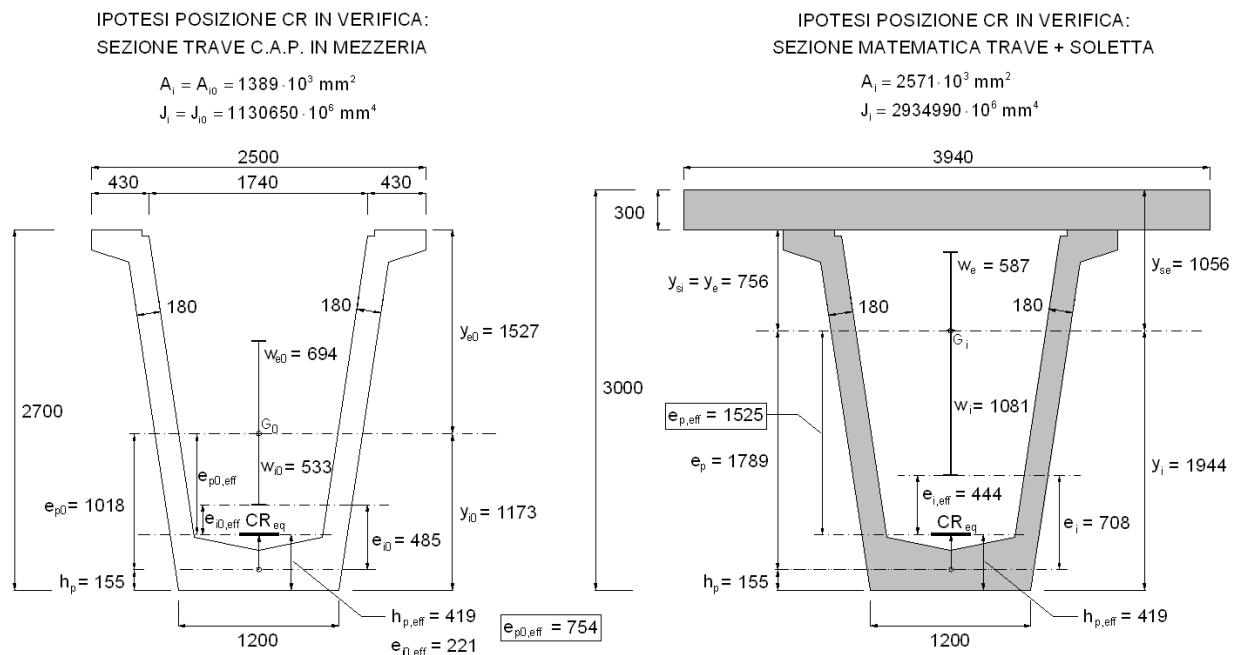
**OSSERVAZIONI.** Nel caso delle travi a “fili pretesi”, è importante tenere presente che, durante la fase di tesatura la posizione del baricentro del cavo risultante  $e_{p0^*}$  dal baricentro  $G_0$  della sezione è funzione sia del numero e della disposizione geometrica dei trefoli nella sezione e sia delle eventuali differenti tensioni di tesatura imposte ai trefoli stessi o a sue file orizzontali lungo l'altezza della sezione. Quando poi nel tempo vengono esaurite le perdite di precompressione (per rilassamento, ritiro e viscosità) nella trave, il baricentro del cavo risultante cambia ancora: essendo determinato come risultante delle varie forze di compressione nei cavi rispetto al baricentro geometrico  $G_0$  della trave. La distanza  $e_{p0^*}$  cambia leggermente anche subito dopo la recisione dei trefoli (al valore  $e_{p0}$ ), quando la precompressione è trasmessa. Di seguito, lo schema della disposizione dei trefoli nella sezione precedentemente predimensionata:



AGGIORNAMENTO/ERRATA CORRIGE - GENNAIO 2020

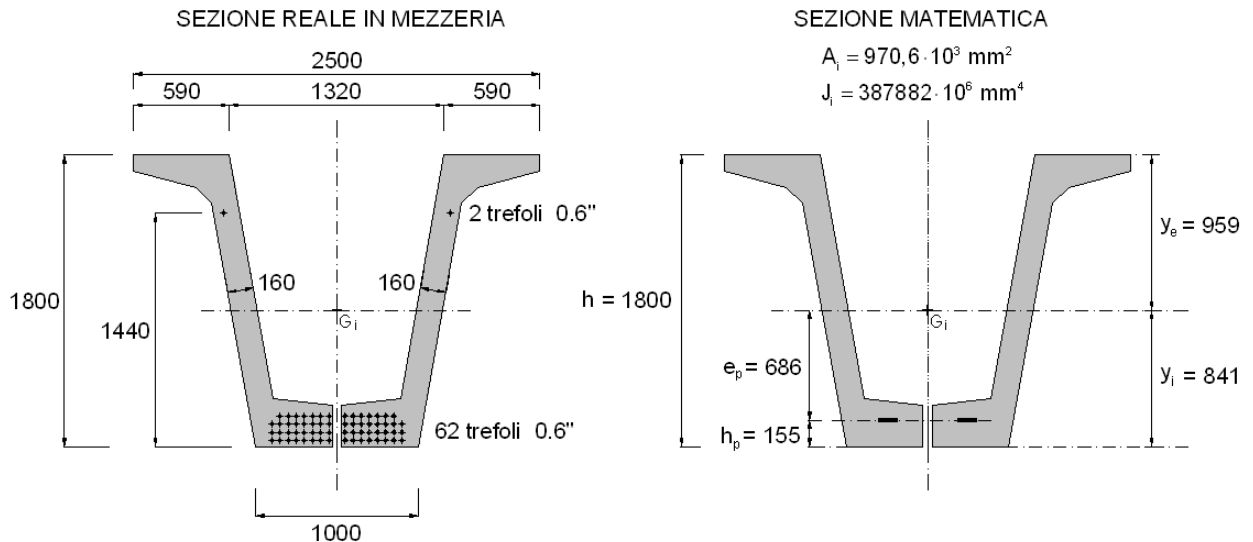
Dopo il taglio dei trefoli (a trasmissione della precompressione avvenuta), la posizione iniziale del cavo risultante risulta disposta effettivamente a distanza  $e_{p0,eff} = 750$  mm dal baricentro  $G_0$  della trave (praticamente coincidente con il valore di predimensionamento di 750 mm).

Come conseguenza delle perdite di precompressione (a tempo infinito: perdite completamente esaurite del 17,6% di  $P_{0max}$ ), la posizione del cavo risultante "equivalente" ( $CR_{eq}$ ) si sposta ulteriormente verso il basso, alla distanza di  $e_{p0,eff} = 754$  mm da  $G_0$  (quindi a distanza di  $h_{p,eff} = 419$  mm dall'intradosso della trave, si veda figura in basso). Per ulteriori dettagli, si veda l'allegato di calcolo secondo norma, a fine pubblicazione (**Allegato B**).



**Figura 62-3** Sezione del cassoncino precompresso di riva (impalcato da ponte ferroviario per l'alta velocità). Posizione del CR a perdite di precompressione completamente esaurite (sulla sola trave).

**ESEMPIO.** Siano note (come da Figura 63) le caratteristiche geometriche della sezione omogeneizzata considerando, per la fase iniziale, l'assenza della soletta in c.a. (quindi  $M_{g0}(L/2) = 2925$  kNm da solo peso proprio trave). Si valuti lo stato tensionale in fase iniziale nelle sezioni maggiormente significative della trave. Nel caso sia necessario, prevedere l'intubettamento dei trefoli verso le testate.



**Figura 63.** Sezione resistente, ideale omogeneizzata ( $n_p = 6$ ), in mezzeria.

**SOLUZIONE.** Assunto uno sforzo iniziale di tesatura  $\sigma_{p0,max} = 1400$  MPa  $< \min\{0,8 \cdot f_{pk}; 0,9 \cdot f_{p(0,1)k}\}$ , si ottiene  $N_{0max} = \sigma_{p0,max} \cdot A_p = -1400 \cdot (8896)/10^3 = -12454$  kN. Si controlla l'entità della caduta di tiro per accorciamento elastico nella sezione di mezzeria della trave (fase iniziale, recisione dei cavi):

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_p(L/2) &= n_p \cdot \left[ \frac{N_{0max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0max} \cdot e_p + M_{g0}(L/2)}{J_i} \right) \cdot e_p \right] = \\ &= 6 \cdot \left[ \frac{-12454}{970,6} + \left( \frac{-12454 \cdot (0,686) + 2925}{387882} \right) \cdot 686 \right] = -136,6 \text{ MPa}, \end{aligned}$$

con caduta istantanea di tiro  $\Delta N_{0max} = \Delta\sigma_p \cdot A_p = -136,6 \cdot (8896)/10^3 = -1215$  kN, pari al 9,8%. Subito dopo la trasmissione della precompressione per aderenza, si ha in fase iniziale (mezzeria):

$$N_0 = N_{0max} - \Delta\sigma_p \cdot A_p = -12454 + (136,6) \cdot (8896)/10^3 = -11239 \text{ kN},$$

valore negativo perché, per convenzione, di trazione sul CR. La relativa tensione è:

$$\sigma_{p0} = -N_0/A_p = (11239) \cdot 10^3 / (8896) = 1263 \text{ MPa} < \sigma_{p,max} = \min\{0,75 \cdot f_{pk}; 0,85 \cdot f_{p(0,1)k}\}.$$

La verifica è rispettata, risultando:  $\sigma_{p0} < \sigma_{p,max} = 1360$  MPa.

**Verifica sezione di mezzeria.** A questo punto, noto  $N_0$ , in fase iniziale, si controllano le massime tensioni sul calcestruzzo utilizzando le formule di pressoflessione retta che tengono conto della presenza contemporanea della precompressione e della sollecitazione flettente per peso proprio della trave:

per la fibra di estradosso:  $\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_i} - \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_e$ ;

per la fibra di intradosso:  $\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_i$ .

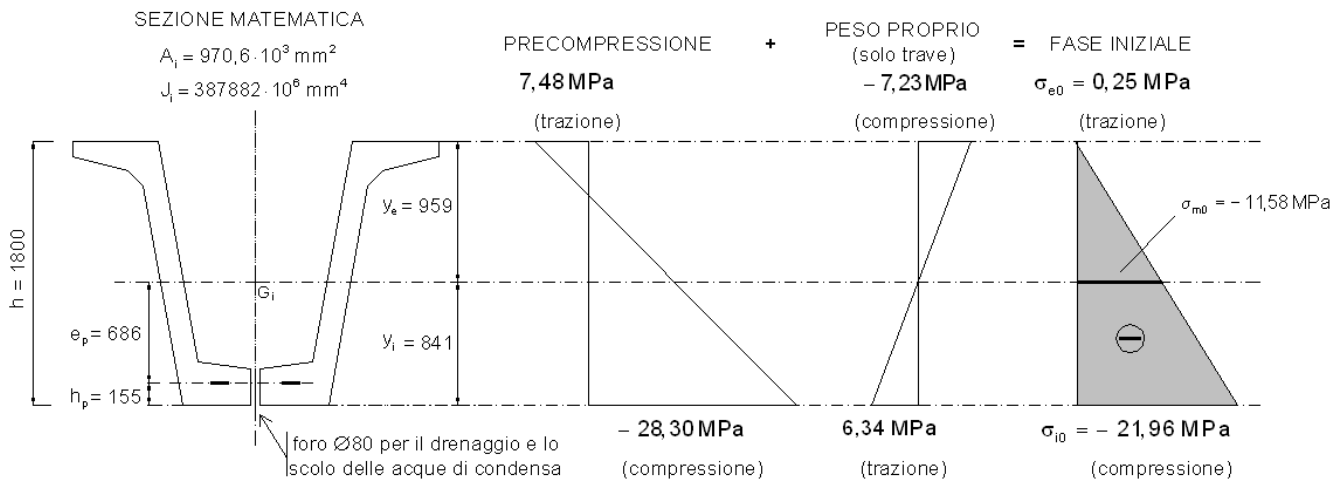
Sostituendo i valori numerici, tenendo conto della convenzione di trazioni positive:

$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_i} - \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_e = \left( \frac{-11239}{970,6} - \frac{-11239 \cdot 0,686}{387882} \cdot 959 \right) - \frac{2925}{387882} \cdot 959$$

$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_i = \left( \frac{-11239}{970,6} + \frac{-11239 \cdot 0,686}{387882} \cdot 841 \right) + \frac{2925}{387882} \cdot 841$$

per la fibra di estradosso:  $\sigma_{e0} = (7,48) - 7,23 = 0,25 \text{ MPa}$  (trazione);

per la fibra di intradosso:  $\sigma_{i0} = (-28,30) + 6,34 = -21,96 \text{ MPa}$  (compressione).



**Figura 64.** Diagramma delle tensioni in fase iniziale (sistema pre-teso), sezione in mezzeria. Sezione depurata del foro per lo scolo delle acque di condensa.

Massime tensioni di compressioni in mezzeria rispettate in fase iniziale:

$$|\sigma_{i0}| \approx 22 \text{ MPa} < 0,6 \cdot f_{ck}(t) = 0,6 \cdot 36,97 = 22,18 \text{ MPa}.$$

**Verifica sezioni prossime alle testate.** Fino a circa  $z_1 = 1,80 \text{ m}$  dalla testata della trave la sezione è sollecitata, in schema di semplice appoggio e con le medesime

caratteristiche geometriche, da un momento flettente per peso proprio (26 kN/m) al più di:

$$M_{g0}(z_1) = 0,5 \cdot p_{g0} \cdot L \cdot z_1 - 0,5 \cdot p_{g0} \cdot z_1^2 =$$

$$= 0,5 \cdot (26) \cdot (30) \cdot (1,8) - 0,5 \cdot (26) \cdot (1,8)^2 = 660 \text{ kNm.}$$

Ricalcolando per il momento  $M_{g0}(z_1)$  nella sezione  $z_1$ :

$$\Delta\sigma_p(z_1) = n_p \cdot \left[ \frac{N_{0max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0max} \cdot e_p + M_{g0}(z_1)}{J_i} \right) \cdot e_p \right] =$$

$$= 6 \cdot \left[ \frac{-12454}{970,6} + \left( \frac{-12454 \cdot (0,686) + 660}{387882} \right) \cdot 686 \right] = -160,6 \text{ MPa,}$$

con caduta istantanea  $\Delta N_{0max} = \Delta\sigma_p \cdot A_p = -160,6 \cdot (8896)/10^3 = -1429 \text{ kN}$ , pari a:

$$\frac{\Delta N_{0max}}{N_{0max}} \cdot 100 = 11,5\%,$$

in  $z_1$  si ha:  $N_0 = N_{0max} - \Delta\sigma_p \cdot A_p = -12454 + (160,6) \cdot (8896)/10^3 = -11025 \text{ kN}$ .

Le massime tensioni in fase iniziale risulterebbero (mantenendo inalterata l'armatura e quindi l'entità della precompressione) nella sezione a  $z_1 = 1,80 \text{ m}$  dalla testata:

$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_i} - \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_e = (7,34) - \frac{660}{387882} \cdot 959$$

$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_i = (-27,76) + \frac{660}{387882} \cdot 841$$

per la fibra di estradosso:  $\sigma_{e0} = (7,34) - 1,63 = 5,70 \text{ MPa}$  (trazione);

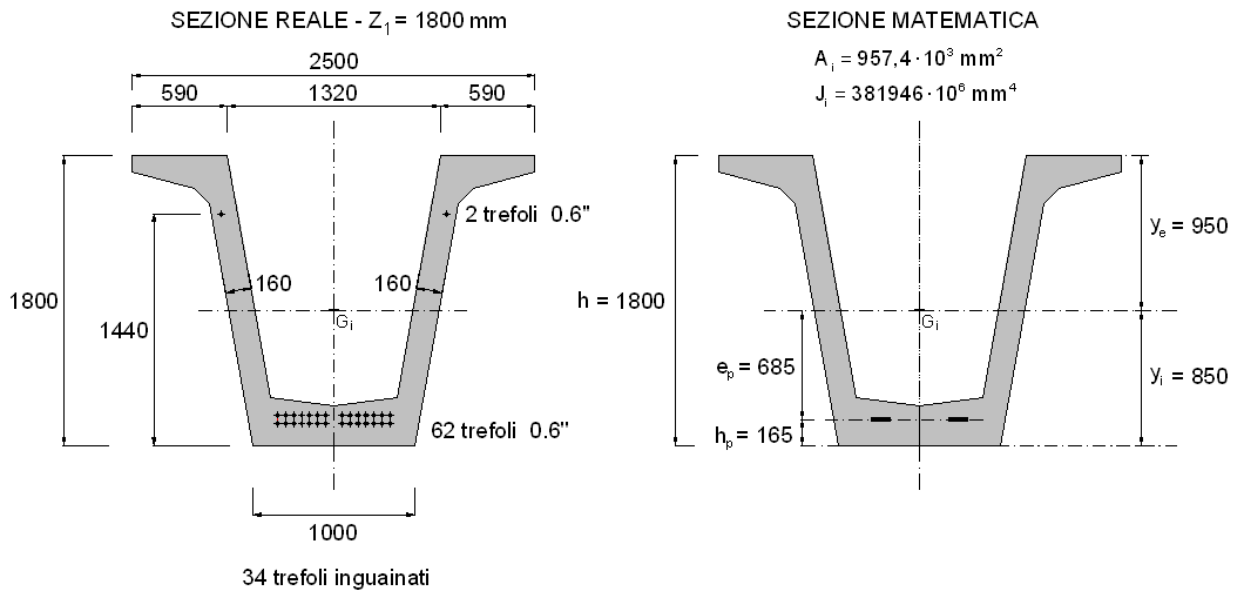
per la fibra di intradosso:  $\sigma_{i0} = (-27,76) + 1,43 = -26,33 \text{ MPa}$  (compressione).

Risultano quindi inaccettabili in trazione e quasi al limite in compressione. Per ridurre l'effetto della precompressione in fase iniziale, si devono modificare le caratteristiche di resistenza della sezione e di conseguenza l'effetto della coazione. Non volendo porre ulteriori trefoli nella parte superiore della sezione, si provvede ad intubettare (o "inguainare") parte dei trefoli per differenti tratti, in modo da far rientrare in ogni sezione, fino alla mezzeria, le tensioni entro i limiti imposti dalla norma adottata. Nel caso particolare della sezione in oggetto, si provvederà quindi a:

- diminuire il numero di trefoli attivi;
- diminuire l'eccentricità del cavo risultante, inguainando file di trefoli partendo dall'intradosso.

Tramite l'intubettamento dei trefoli si induce lo spostamento verso la mezzeria della trave del punto in cui l'armatura di pretensione inizia ad essere completamente attiva. Le sezioni intubettate "perdono" così parte del contributo alla precompressione dei

trefoli così resi inattivi. Vengono inguainati 34 trefoli inferiormente. La sezione adottata è riportata nella Figura 65:



**Figura 65.** Sezione della trave a distanza  $z_1 = 1,80$  m. Trefoli inguainati non disegnati.

Trefoli totali attivi  $A_{p(att)} = (60 + 2 - 34) \cdot (139 \text{ mm}^2) = 4170 \text{ mm}^2$  con baricentro a quota  $h_p = 165$  mm. Massima tensione di tesatura adottata  $\sigma_{p0,max} = 1400$  MPa. Risulta:

$$N_{0max}(z_1) \equiv N_{0max} = -\sigma_{p0,max} \cdot A_{p(att)} = -(1400)(4170)/10^3 = -5838 \text{ kN}$$

Ricalcolando con le nuove entità geometriche (sezione  $z_1$  con trefoli inguainati):

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_p(z_1) &= n_p \cdot \left[ \frac{N_{0max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0max} \cdot e_p + M_{g0}(z_1)}{J_i} \right) \cdot e_p \right] = \\ &= 6 \cdot \left[ \frac{-5838}{957,4} + \left( \frac{-5838 \cdot (0,685) + 660}{381946} \right) \cdot 685 \right] = -72,5 \text{ MPa}, \end{aligned}$$

si ha:  $N_0(z_1) = N_{0max}(z_1) - \Delta\sigma_p \cdot A_{p(att)} = -5838 + (72,5) \cdot (4170)/10^3 = -5536 \text{ kN}$ .

Nella sezione  $z_1$  si hanno quindi solo 30 trefoli attivi:  $A_p = 30 \cdot (139 \text{ mm}^2) = 4170 \text{ mm}^2$ . Pertanto, si calcola nella sezione  $z_1$ :

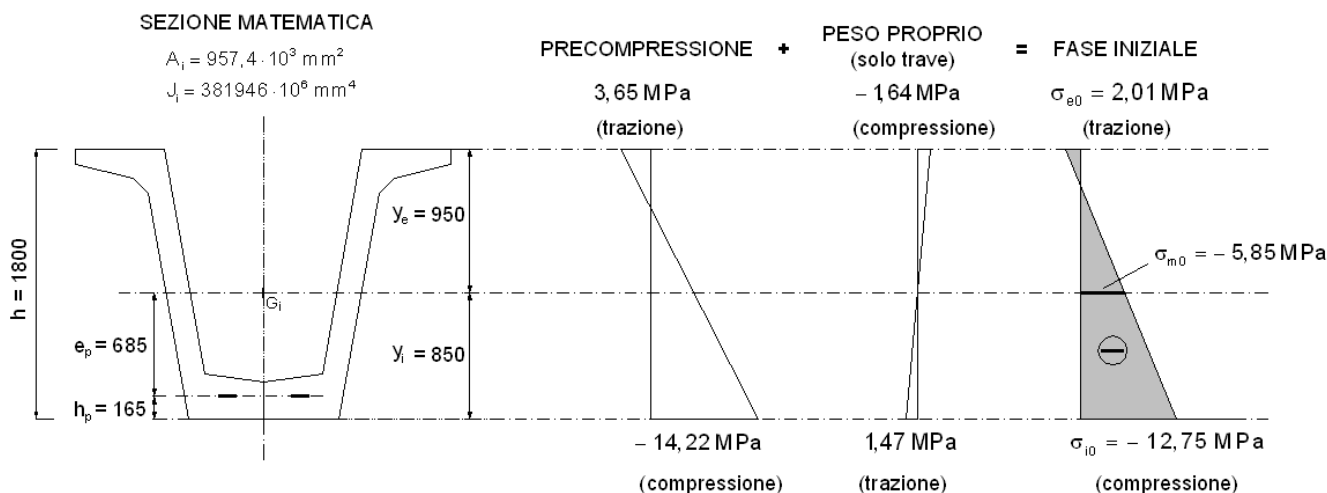
$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_i} - \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_e = \left( \frac{-5536}{957,4} - \frac{-5536 \cdot 0,685}{381946} \cdot 950 \right) - \frac{660}{381946} \cdot 950$$

$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_i = \left( \frac{-5536}{957,4} + \frac{-5536 \cdot 0,685}{381946} \cdot 850 \right) + \frac{660}{381946} \cdot 850$$

per la fibra di estradosso:  $\sigma_{e0} = (3,65) - 1,64 = 2,01 \text{ MPa}$  (trazione);

per la fibra di intradosso:  $\sigma_{i0} = (-14,22) + 1,47 = -12,75 \text{ MPa}$  (compressione).

Nella sezione in prossimità delle testate, a distanza  $z_1 = 1,80 \text{ m}$ , la distribuzione delle tensioni in fase iniziale, rispettando i limiti di norma, è la seguente (inguainando 34 trefoli dal basso):

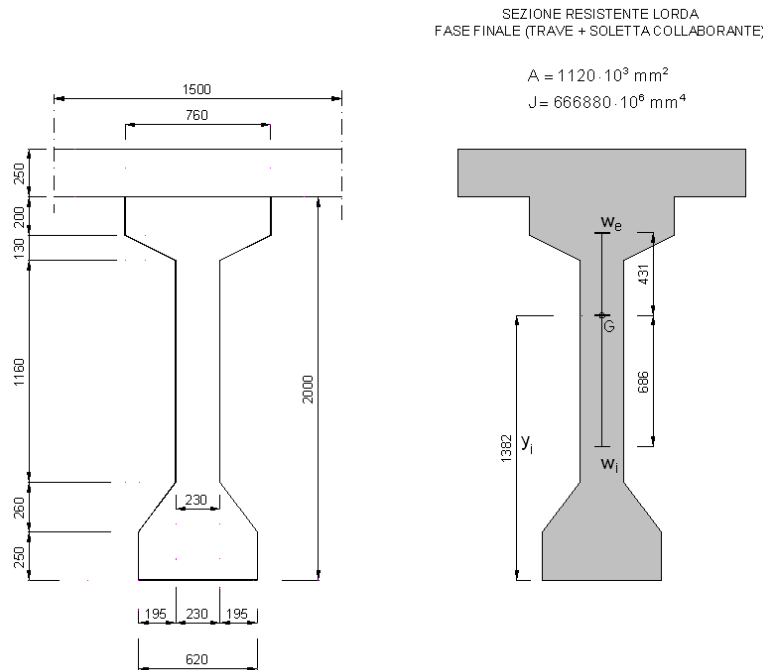


**Figura 66.** Diagramma delle tensioni in fase iniziale (sistema pre-teso), sezione a  $z_1 = 1,80 \text{ m}$  dalle testate.

**OSSERVAZIONI.** Come era lecito aspettarsi, dimezzando quasi la quantità di armatura di pretensione, si dimezzano le tensioni per sola precompressione: ad esempio, sulla fibra compressa d'intradosso, si passa da 26,87 MPa (64 trefoli totali) a 12,75 MPa (con 30 trefoli attivi). La suddetta procedura di controllo delle tensioni in fase iniziale va ovviamente fatta a rigore su ogni sezione della trave, variando la sollecitazione flettente per peso proprio e quindi variando la caduta di tensione per accorciamento elastico (caduta istantanea al momento del trasferimento della precompressione per aderenza). All'atto pratico, si divide la trave in conci opportuni e su ogni sezione agli estremi si esegue la verifica. In generale, i tratti inguainati potranno essere più di uno come anche le necessarie file di trefoli che verranno di seguito intubettati per variare gradualmente le caratteristiche resistenti della sezione in funzione delle sollecitazioni agenti.

**ESEMPIO.** Si chiede di predimensionare (in precompressione limitata) le armature di pretensione di una trave da ponte post-tesa a cavi parabolici (dettagli in Figura 67), ammettendo che si possa controllare in seguito la fessurazione. Sono state calcolate in mezzeria le seguenti sollecitazioni flettenti nominali:  $M_{g0} = 3150 \text{ kNm}$  (peso proprio trave e soletta prima della tesatura);  $M_{g,est} = 600 \text{ kNm}$ ;  $M_{q,var} = 5000 \text{ kNm}$  (variabili viaggianti: fase finale). Si impieghino le formule relative alla precompressione limitata, fissando un limite di  $\sigma_{ct} = f_{ctm}$ . I materiali sono C45/55 per la trave, C25/30 per la soletta gettata in opera di spessore 25 cm. Per le armature di precompressione utilizzare trefoli da 0.6", caratterizzati da  $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$  e  $f_{p(0,1)k} = 1600 \text{ MPa}$ . Si assuma che l'entità delle perdite per attrito sui cavi sia dell'ordine dell'8%.

**SOLUZIONE.** Per C45/55 si ha  $f_{ctm} = 3,80$  MPa (UNI EN 1992-1-1:2005 Prospetto 3.1). L'armatura di precompressione, in fase di predimensionamento, deve essere determinata in base alle sollecitazioni massime in esercizio. Pertanto, le caratteristiche geometriche della sezione, anche se lorda, nel predimensionamento dovranno fare riferimento alla sezione resistente trave + soletta (in particolare,  $J = 666880 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ).



**Figura 67.** Sezione trave post-tesa di ponte stradale con soletta collaborante.

Utilizzando l'eq. (5.2.6):

$$P_0 = \frac{0,25 \cdot M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var}) - \sigma_{ct} \cdot J / y_i}{0,75 \cdot (w_i + w_e)} \quad (5.2.25)$$

e sostituendo i valori numerici (vedere dettagli in Figura 67):

$$P_0 = \frac{0,25 \cdot 3150 + (600 + 5000) - 3,80 \cdot (666,88) / 1,382}{0,75 \cdot (0,686 + 0,431)} = 5436 \text{ kN} \quad (5.2.26)$$

$$e_i = \frac{M_{g0}}{P_0} = \frac{3150 \cdot 10^3}{5436} \approx 579 \text{ mm} \quad (5.2.27)$$

risultando (si veda Figura 59)  $h_p = y_i - (e_i + w_i) = 1382 - (579 + 686) = 117 \text{ mm}$ . A questo punto, è necessario controllare se il valore dedotto per  $h_p$  di 117 mm è compatibile con i vincoli dati dalla durabilità (copriferro nominale) e dalla geometria di disposizione delle guaine. In prima battuta, con  $A_p \approx (5374) \cdot 10^3 / (1300) = 4134 \text{ mm}^2$ , si prevedono al più 30 trefoli da 0.6". Orientativamente, 4 guaine con 7 trefoli ciascuna. Volendo rispettare quanto riportato nella UNI EN 1992-1-1:2005 – parte 1-1 par. 8.10.1.3 – “Guaine per post-tensione”, si fissa la geometria in Figura 68. La posizione del baricentro delle guaine cade a quota  $h_p = 103 \text{ mm}$  dalla fibra di intradosso.





$$N_{\text{tref}} = \frac{P_{0,T}}{P_{1\text{max}}} = \frac{5780}{189} = 31.$$

In base alla Figura 68, si disporranno 8 trefoli in ciascuna delle tre guaine alla medesima quota (A) e 7 trefoli nella rimanente (B); per un totale di  $A_p = 31 \cdot (139) = 4309 \text{ mm}^2$ . Si applicherà in testata, all'atto della tesatura:

$$P_{0,T} = (31 \text{ trefoli}) \cdot (189 \text{ kN / trefolo}) = 5859 \text{ kN}. \quad (5.2.29)$$

**ESEMPIO.** Verificare le tensioni in fase iniziale, a guaine non iniettate, della trave predimensionata nell'esempio precedente. Nel calcolo delle caratteristiche geometriche  $A_{i0}$ ,  $J_{i0}$  della sezione depurata, si assuma una tolleranza nella posa dei condotti delle guaine di  $\Delta = \pm 10 \text{ mm}$ . Ammettendo di tesare da entrambe le testate (con eccentricità del cavo risultante alle estremità nulle), si calcolino le perdite di attrito sui condotti secondo UNI EN 1992-1-1:2005 – eq. 5.45, in funzione dei materiali e della geometria dei cavi a tracciato parabolico. Si ammetta inoltre che, in virtù della luce della trave, le perdite dovute al rientro dei cunei dei dispositivi di ancoraggio durante l'operazione dopo la messa in tensione, nonché le perdite dovute alla deformazione dell'ancoraggio stesso risultino praticamente trascurabili ai fini della prestazione della struttura, supposta infatti in semplice appoggio su una luce di calcolo di  $L = 30 \text{ m}$ .

**SOLUZIONE.** Stabilita nella posa delle guaine una tolleranza di  $\Delta = \pm 10 \text{ mm}$ , si ha  $h_{p(\text{eff})} = h_p \pm \Delta = (103 \pm 10) = 93 \div 113 \text{ mm}$ . Calcolando ad esempio le caratteristiche geometriche di resistenza della sola sezione di calcestruzzo della trave, depurando lo spazio occupato dalle guaine con  $h_{p(\text{eff})} = 93 \text{ mm}$ , si ottiene (per la sezione di mezzeria  $x = L/2$ ):

- $A_{i0} = 732 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- $J_{i0} = 343152 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;
- $y_{i0} = 1023 \text{ mm}$ ;
- $y_{e0} = 977 \text{ mm}$ ;
- $h_{p(\text{eff})} = 93 \text{ mm}$ ;
- $e_{p0} = 931 \text{ mm}$ ;

Si dimostra, intanto, che per un CR parabolico, nel caso particolare di eccentricità nulla dei cavi alle testate, l'angolo  $\theta$  della tangente di uscita del cavo risultante nelle testate si calcola:

$$\text{tg}\theta = \frac{4 \cdot f_0}{L} = \frac{4 \cdot (y_{i0} - h_{p0})}{L} = \frac{4 \cdot (1023 - 93)}{30000} \rightarrow \theta = 0,123 \text{ rad} \quad (5.2.30)$$

Per armature post-tese con trefoli, il coefficiente di attrito per armature che riempiono circa la metà del condotto della guaina è  $\mu = 0,19$ . Assumendo per sicurezza un valore "k" della deviazione angolare non intenzionale nei cavi interni pari a  $0,01 \text{ rad/m}$ , si calcola la perdita del tiro nella sezione di mezzeria:

$$\Delta P_{\mu}(L/2) = P_{0,T} \cdot \left( 1 - e^{-\mu \left( \theta + k \frac{L}{2} \right)} \right) = 5859 \cdot \left( 1 - e^{-0,19 \left( 0,123 + 0,01 \frac{30}{2} \right)} \right). \quad (5.2.31)$$

Semplificando:

$$\Delta P_{\mu}(L/2) = 5859 \cdot (1 - 0,949) = 5859 \cdot (0,051) \approx 299 \text{ kN}.$$

In altri termini, tesando da entrambe le testate con  $P_{0,T}$ , il valore del tiro  $P_0 = P_0(L/2)$  effettivamente agente nella sezione maggiormente cementata in mezzzeria della trave ( $x = L/2$ , con schema di semplice appoggio), scontando le perdite per attrito dei trefoli all'interno dei condotti delle guaine, è:  $P_0(L/2) = 5859 \cdot (0,949) = 5560 \text{ kN}$ . Stante le ipotesi accettate, l'entità delle perdite dopo la tesatura è dunque dell'ordine del 5% =  $(1 - 0,949) \cdot 100$ , coerentemente con quanto supposto in fase di predimensionamento.

L'UNI EN 1992-1-1:2005 al par. 5.10.5 "Perdite immediate di precompressione per post-tensione" per il coefficiente di attrito $\mu$ presenta la seguente tabella:					
	Armature interne <sup>(1)</sup>	Armature esterne non aderenti			
		Condotto di acciaio non lubrificato	Condotto HDPE <sup>(2)</sup> non lubrificato	Condotto di acciaio lubrificato	Condotto HDPE lubrificato
Filo laminato a freddo	0,17	0,25	0,14	0,18	0,12
Trefolo	0,19	0,24	0,12	0,16	0,10
Barra deformata	0,65	-	-	-	-
Barra liscia rotonda	0,33	-	-	-	-

1) Per armature che riempiono all'incirca metà del condotto.  
2) HDPE – Polietilene ad alta densità.

Al punto 5.10.5.2(3) recita: "In assenza di dati provenienti da un Benestare Tecnico Europeo, i valori delle deviazioni angolari non intenzionali nei cavi interni sono generalmente nell'intervallo  $0,005 < k [\text{rad/m}] < 0,01$ ". AL punto (4) recita: "Per cavi esterni, le perdite di precompressione dovute a deviazioni non intenzionali possono essere trascurate". Infine, al paragrafo 5.10.5.3 "Perdite all'ancoraggio", riporta: "Si raccomanda di tenere conto delle perdite dovute al rientro del cuneo dei dispositivi di ancoraggio durante l'operazione di ancoraggio dopo la messa in tensione, nonché delle perdite dovute alla deformazione dello stesso ancoraggio. I valori del rientro del cuneo sono dati nel Benestare Tecnico Europeo".

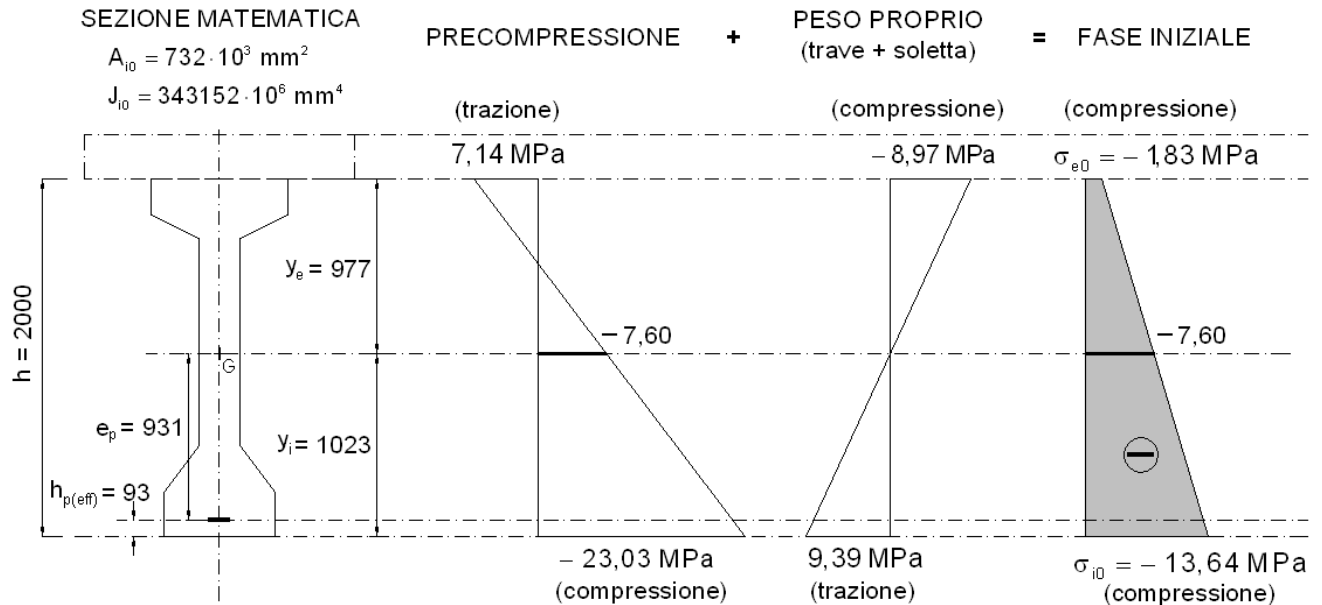
Dall'esempio precedente si è posto che il peso proprio della trave prefabbricata e della soletta in c.a. (in fase iniziale, durante la post-tensione, gravante come peso esterno sulla trave) creano nella sezione di mezzzeria un momento flettente nominale  $M_{g0} = 3150 \text{ kNm}$ . L'eccentricità del cavo risultante in mezzzeria, volendo considerare per scrupolo anche la tolleranza di posa dei cavi stessi ( $\Delta = \pm 10 \text{ mm}$ ), raggiunge il valore massimo (per  $h_{p(\text{eff})} = 93 \text{ mm}$ ) di  $e_{p0} = 931 \text{ mm}$ , generando un momento di precompressione sulla sezione pari a  $N_0 \cdot e_{p0} = - (5560) \cdot (0,931) = - 5176 \text{ kNm}$ . Sostituendo i valori numerici, tenendo conto della convenzione di trazioni positive:

$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_{i0}} - \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} \right) - \frac{M_{g0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = \left( \frac{-5560}{732} - \frac{-5176}{343152} \cdot 977 \right) - \frac{3150}{343152} \cdot 977$$

$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_{i0}} + \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} \right) + \frac{M_{g0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = \left( \frac{-5560}{732} + \frac{-5176}{343152} \cdot 1023 \right) + \frac{3150}{343152} \cdot 1023.$$

per la fibra di estradosso:  $\sigma_{e0} = (7,14) - 8,97 = -1,83 \text{ MPa}$  (compressione);

per la fibra di intradosso:  $\sigma_{i0} = (-23,03) + 9,39 = -13,64 \text{ MPa}$  (compressione).

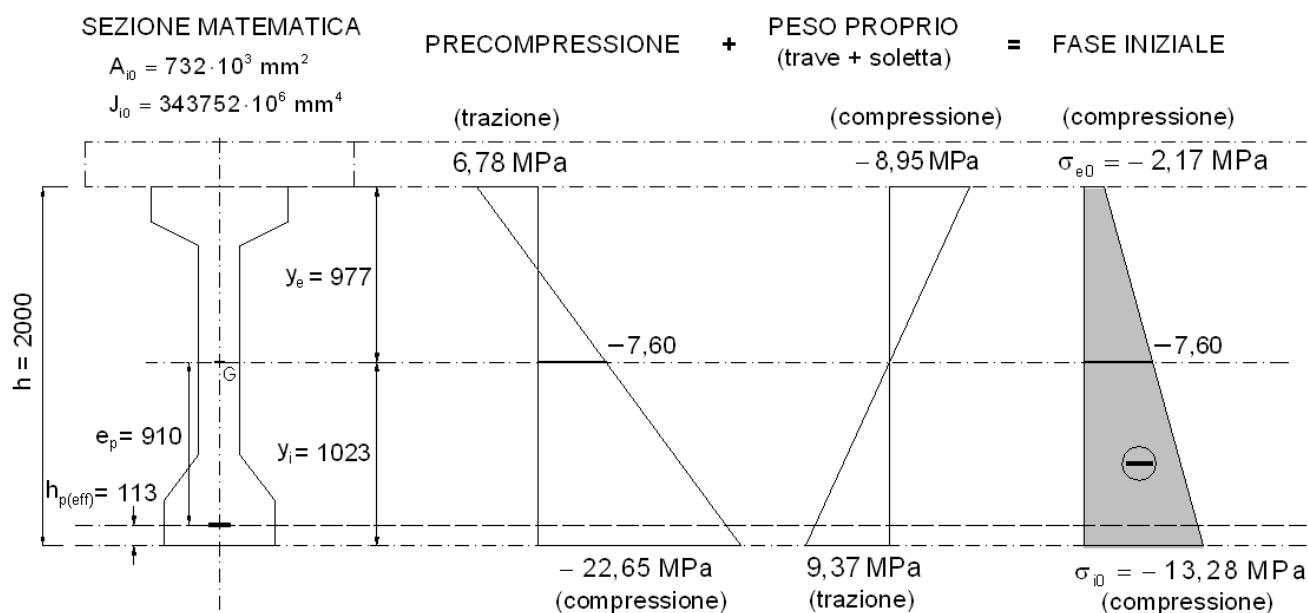


**Figura 69.** Diagramma delle tensioni in fase iniziale (sistema post-teso), sezione di mezzeria: soletta come peso morto. Caso  $h_{p(eff)} = 93 \text{ mm}$ .

**OSSERVAZIONI.** Si considera ora il caso di  $h_{p(eff)} = 113 \text{ mm}$ . Tenendo conto della tolleranza di posizionamento delle guaine, si ricalcolano le caratteristiche della sezione depurata dai fori delle guaine. In particolare:

- $A_{i0} = 732 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- $J_{i0} = 343752 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;
- $y_{i0} = 1023 \text{ mm}$ ;
- $y_{e0} = 977 \text{ mm}$ ;
- $h_{p(eff)} = 113 \text{ mm}$ ;
- $e_{p0} = 910 \text{ mm}$ ;

Con  $e_{p0} = 910 \text{ mm}$ , generando un momento di precompressione sulla sezione pari a  $N_0 \cdot e_{p0} = -(5560) \cdot (0,910) = -5060 \text{ kNm}$ . A conti fatti, risulta (vedere Figura 70):



**Figura 70.** Diagramma delle tensioni in fase iniziale (sistema post-teso), sezione di mezzeria: soletta come peso morto. Caso  $h_{p(eff)} = 113 \text{ mm}$ .

Comparando i due diagrammi in fase finale si può osservare che, una variazione di 10 mm dalla posizione di progetto delle guaine ha causato una variazione delle tensioni in compressione all'intradosso di circa il 20%; mentre, una variazione in compressione sull'estradosso di circa lo 2÷3%.

**ESEMPIO.** Per la trave all'esempio precedente, si calcoli la distribuzione delle tensioni finali "a vuoto". Si ipotizzi per semplicità che la caduta totale delle tensioni per viscosità, ritiro e rilassamento sia stata già calcolata pari a  $\Delta P_{\infty} = -\Delta N_{\infty} = -1225 \text{ kN}$ , tenendo conto del variare delle entità geometriche della sezione in funzione della sequenza costruttiva adottata, partendo nella sezione di mezzeria con  $N_0 = 5560 \text{ kN}$ . È stato assunto un coefficiente di omogeneizzazione per la soletta gettata pari a  $n_{sol} = 0,86$ . I dati di progetto in fase finale sono, con le usuali notazioni:

- $A_i = 1036 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- $J_i = 626600 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;
- $y_i = 1296 \text{ mm}$  (intradosso trave);
- $y_{si} = 704 \text{ mm}$  (intradosso soletta);
- $y_e = 704 \text{ mm}$  (estradosso trave);
- $y_{se} = 954 \text{ mm}$  (estradosso soletta);
- $e_p = 1183 \text{ mm}$ ;
- $h_{p(eff)} = 113 \text{ mm}$ ;

**SOLUZIONE.** Nota la caduta complessiva  $\Delta N_{\infty}$  al tempo  $t \rightarrow \infty$ , intanto si computano le variazioni complessive sulla fase finale, con  $A_i, J_i$  per sola variazione di coazione:

$$\Delta \sigma_{ip0} = \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} + \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i = (1225/1036) + (1225) \cdot (1,183) \cdot (1296)/626600 = 4,18 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{ep0} = \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} - \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e = (1225/1036) - (1225) \cdot (1,183) \cdot (704)/626600 = -0,45 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{ip0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} - \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_{si} \right) =$$

$$= 0,86 \cdot [(1225/1036) - (1225) \cdot (1,183) \cdot (704)/626600] = -0,38 \text{ MPa};$$

$$\Delta\sigma_{ep0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} - \frac{\Delta N_{\infty} \cdot e_p}{J_i} \cdot y_{se} \right) =$$

$$= 0,86 \cdot [(1225/1036) - (1225) \cdot (1,183) \cdot (954)/626600] = -0,88 \text{ MPa};$$

La tensione di trazione nel CR, nella sezione di mezzeria, risulta ( $t \rightarrow \infty$ ):

$$\sigma_{p\infty} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p\infty} = (P_0 - \Delta P_{\infty})/A_p =$$

$$= (5560 - 1225) \cdot 10^3 / 4309 = (1290 - 284) = 1006 \text{ MPa}.$$

Il tiro finale in mezzeria è anche:  $P_0 - \Delta P_{\infty} = P_{\infty} = \sigma_{p\infty} \cdot A_p = (1006)(4309)/10^3 = 4335 \text{ kN}$ . Alle testate, la tensione si attesta al valore  $\sigma_{p,T\infty} = \sigma_{p\infty}/0,949 = 1060 \text{ MPa}$ , accettando che rimanga invariata, nel lungo periodo, la riduzione % dovuta agli attriti sul cavo, con  $P_{T\infty} = \sigma_{p,T\infty} \cdot A_p = (1060)(4309)/10^3 = 4567 \text{ kN}$ . Si calcolano poi le variazioni di tensione dovute all'azione dei carichi permanenti esterni  $M_{g,est} = 600 \text{ kNm}$ . Le tensioni sul calcestruzzo in fase finale ( $t \rightarrow \infty$ ) "a vuoto" (pedice "v") sono:

$$\text{fibra di intradosso trave:} \quad \sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \left( \Delta\sigma_{ip0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right); \quad (5.2.32)$$

$$\text{fibra di estradosso trave:} \quad \sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \left( \Delta\sigma_{ep0} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right); \quad (5.2.33)$$

$$\text{fibra di intradosso soletta:} \quad \sigma_{i,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ip0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right); \quad (5.2.34)$$

$$\text{fibra di estradosso soletta:} \quad \sigma_{e,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ep0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{se} \right). \quad (5.2.35)$$

Sostituendo i valori numerici, anche in base ai risultati degli esempi precedenti, si ottiene:

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \left( \Delta\sigma_{ip0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right) =$$

$$= -13,28 + [4,18 + (600) \cdot (1296)/626600] = -13,28 + (4,18 + 1,24) = -7,86 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \left( \Delta\sigma_{ep0} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right) =$$

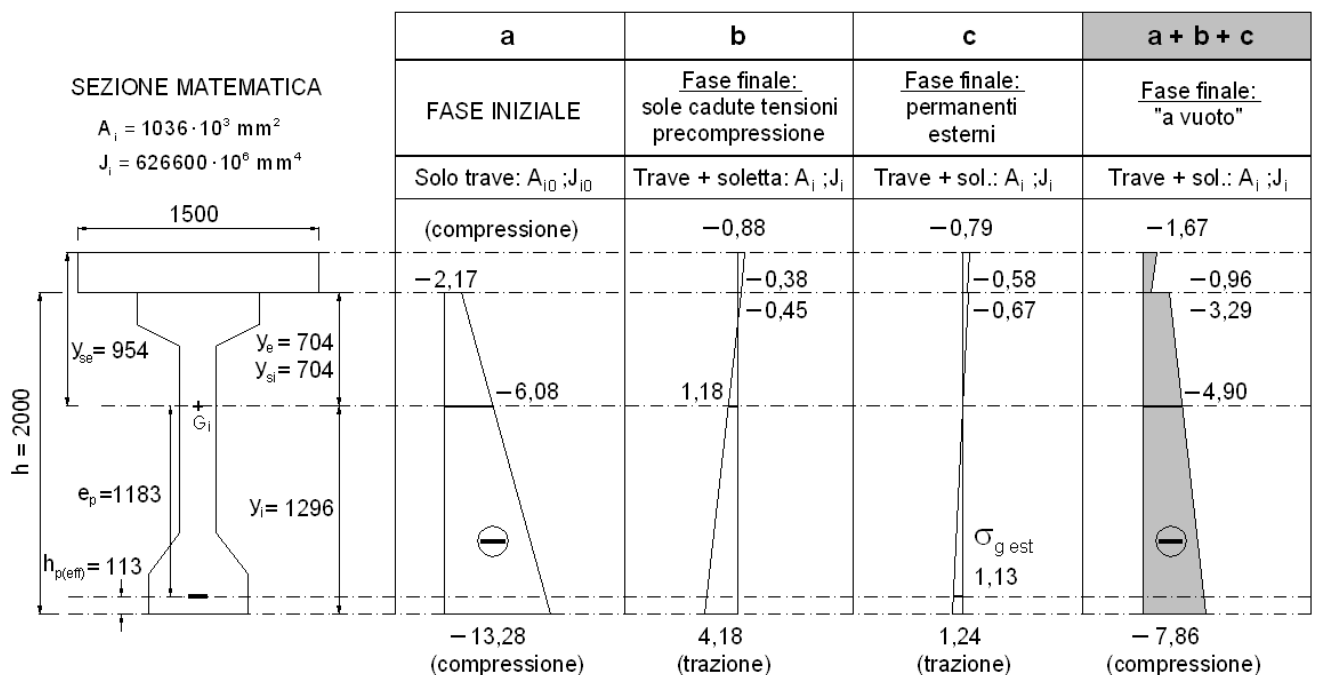
$$= -2,17 + [-0,45 - (600) \cdot (704) / 626600] = -2,17 + (-0,45 - 0,67) = -3,29 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{i,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ip0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right) =$$

$$= -0,38 - 0,86 \cdot (600) \cdot (704) / 626600 = (-0,38 - 0,58) = -0,96 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{e,s,v} = \left( \Delta\sigma_{ep0,s} - n_{sol} \cdot \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{se} \right) =$$

$$= -0,88 - 0,86 \cdot (600) \cdot (954) / 626600 = (-0,88 - 0,79) = -1,67 \text{ MPa}.$$



**Figura 71.** Diagramma delle tensioni in fase finale "a vuoto" (sistema post-teso), sezione di mezzeria.

**ESEMPIO.** Per la trave all'esempio precedente, calcolare le tensioni massime in fase finale in presenza dello "Schema di Carico 1" (secondo il par. 5.1.3.3.3 delle Norme Tecniche). Si ipotizzi che i carichi viaggianti sull'impalcato siano gli unici carichi variabili agenti considerati. Si ricorda che si era posto:  $M_{q,var} = 5000 \text{ kNm}$  (variabili viaggianti: fase finale).

**SOLUZIONE.** In base ai valori di tensione calcolati precedentemente, mantenendo indicato esplicitamente come caso generale il coefficiente di partecipazione  $\psi$  dei carichi, si scrive (però già per  $\psi = 1$ ):

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i,v} + \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,var}}{J_i} \cdot y_i =$$

$$= -7,86 + \psi \cdot (5000) \cdot (1296) / 626600 = -7,86 + \psi \cdot 10,34 = 2,48 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{e,\infty} = \sigma_{e,v} - \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,var}}{J_i} \cdot y_e =$$

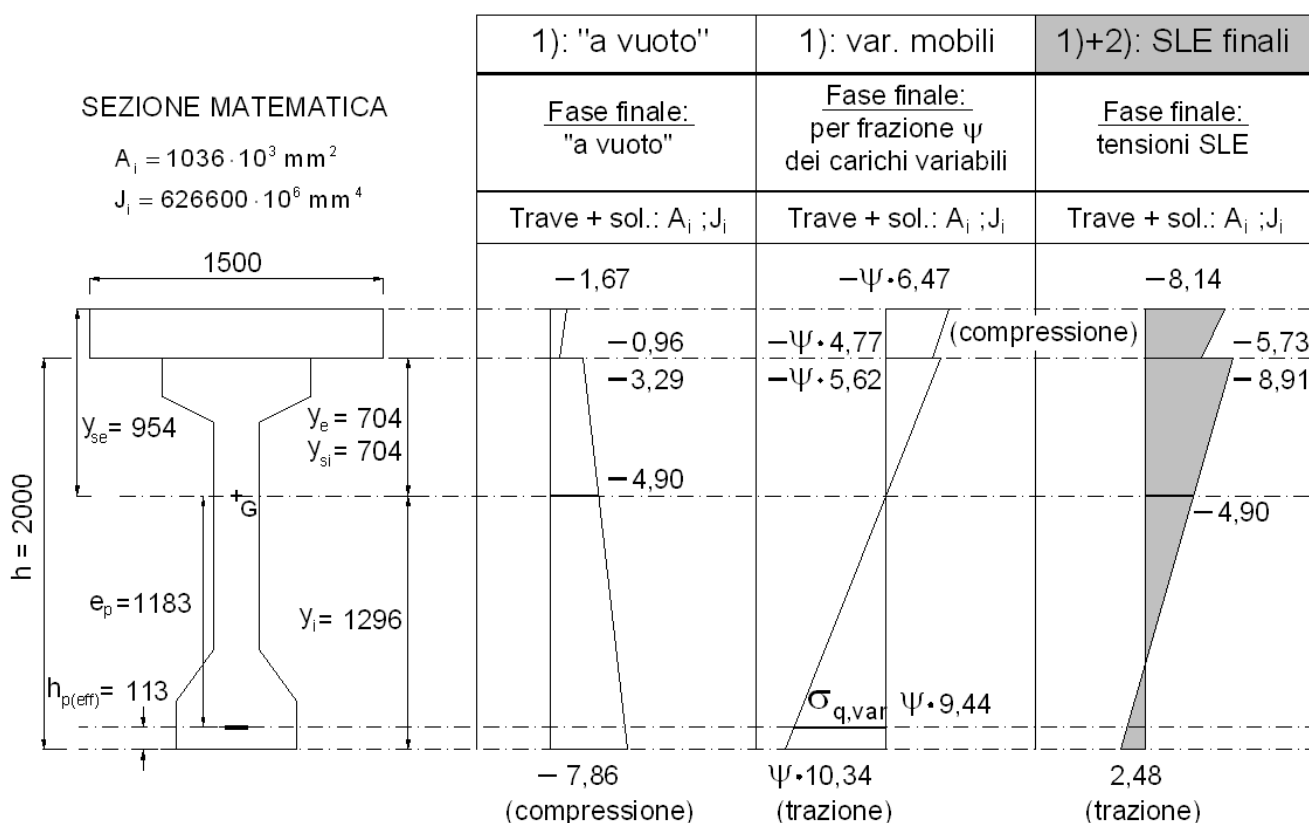
$$= -3,29 - \psi \cdot (5000) \cdot (704) / 626600 = -3,29 - \psi \cdot 5,62 = -8,91 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{i,s,\infty} = \sigma_{i,s,v} - n_{sol} \cdot \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,var}}{J_i} \cdot y_{si} =$$

$$= -0,96 - 0,85 \cdot \psi \cdot (5000) \cdot (704) / 626600 = -0,96 - \psi \cdot 4,77 = -5,73 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{e,s,\infty} = \sigma_{e,s,v} - n_{sol} \cdot \frac{\psi_{i,k} \cdot M_{q,vark}}{J_i} \cdot y_{se} =$$

$$= -1,67 - 0,85 \cdot \psi \cdot (5000) \cdot (954) / 626600 = -1,67 - \psi \cdot 6,47 = -8,14 \text{ MPa}.$$



**Figura 72.** Andamento tensioni finali: "a vuoto" + carichi variabili viaggianti (sistema post-teso).

Per sistema post-teso con soletta gettata a peso morto fino a maturazione (con relativo effetto implicito nel termine di tensione  $\sigma_{p,\infty}$ ), si calcola infine:

$$\sigma_{p,fin} = \sigma_{p,\infty} + n_p \cdot (\sigma_{g,est} + \psi_{i,k} \cdot \sigma_{q,var}) \leq \sigma_{p,adm} \quad (5.2.36)$$

dove si è calcolato:  $\sigma_{g,est} = 1,13 \text{ MPa}$  (trazione);  $\sigma_{q,var} = 9,44 \text{ MPa}$  (trazione) con  $\psi = 1$ .



**ESEMPIO.** Per la trave all'esempio precedente, verificare le tensioni allo stato limite di esercizio per combinazioni di carico caratteristica (rara) e quasi permanente nella sezione in mezzzeria (trave in semplice appoggio), per condizioni ambientali aggressive (gruppo di esigenze "b" – tab. 4.1.IV – Norme Tecniche). Trattandosi di strutture di ponti stradali, utilizzare la tabella 5.1.VI delle NTC per l'individuazione del coefficiente di partecipazione  $\psi$ . Si ricorda che l'armatura di precompressione è  $A_p = 31 \cdot (139 \text{ mm}^2) = 4309 \text{ mm}^2$ ; l'entità iniziale del tiro in mezzzeria, scontate le perdite per attriti e per perdite all'ancoraggio, è  $N_0 = 5560 \text{ kN}$ . La perdita complessiva del tiro in mezzzeria in fase finale per effetti differiti (considerata la particolare sequenza costruttiva adottata e le relative entità geometriche ad esse riferite) è stata calcolata complessivamente pari a (in modulo)  $\Delta P_\infty = 1225 \text{ kN}$ .

**SOLUZIONE.** I coefficienti  $\psi$  per le azioni variabili per ponti stradali e pedonali per le combinazioni caratteristica e quasi permanente sono rispettivamente pari a 1,0 e 0. Nel caso di  $\psi = 1$  il diagramma delle tensioni coincide con quello finale in Figura 72, dove la massima tensione di compressione (in modulo)  $\sigma_{e\infty} = 8,91 \text{ MPa} \leq 0,6 \cdot f_{ck} = 27 \text{ MPa}$ . Il valore massimo (in modulo) delle trazioni (finali) sulla fibra estrema di intradosso della trave deve verificare:  $\sigma_{i\infty} = 2,48 \text{ MPa} \leq f_{ct,eff} = 3,80 \text{ MPa}$  (prospetto 3.1 UNI EN 1992-1-1:2005). La tensione di trazione del CR nella sezione di mezzzeria è stata calcolata ( $t \rightarrow \infty$ ) pari a  $\sigma_{p\infty} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p\infty} = (P_0 - \Delta P_\infty)/A_p = (5560 - 1225) \cdot 10^3 / 4309 = (1290 - 284) = 1006 \text{ MPa}$ . La massima tensione nel cavo per decompressione (combinazione caratteristica) è:

$$\sigma_{p,fin} = \sigma_{p\infty} + \eta_p \cdot (\sigma_{g,est} + \psi_{i,k} \cdot \sigma_{q,var}) = 1006 + 6 \cdot (1,13 + 9,44) =$$

$$= 1069 \text{ MPa} \leq 0,80 \cdot f_{p(1)k} = 1336 \text{ MPa}, \text{ la verifica è rispettata.}$$

La verifica del cavo in condizioni iniziali, nelle sezioni in testata, è stata già verificata implicitamente imponendo la coazione in funzione della massima forza di tesatura sul singolo trefolo (vedere esempi precedenti). In condizioni di combinazione quasi permanente, con  $\psi = 0$ , ci si riferisce direttamente alla distribuzione delle tensioni in condizioni di fase finale "a vuoto" (Figura 71). L'entità delle tensioni (tutte di compressione) verifica i valori stabiliti dalla norma. Infatti, in modulo:

$$\sigma_{i\infty} = \sigma_{i,v} = 7,86 \text{ MPa} < 0,45 \cdot f_{ck} = 0,45 \cdot (45) = 20,25 \text{ MPa},$$

garantendo in tal modo la validità dei coefficienti viscosi e di ritiro indicati dalle norme, potendo non tenere conto della non linearità della viscosità nel conteggio delle perdite di tensione. Essendo nello stato tensionale "a vuoto" tutte compressioni, risulta verificato anche lo stato limite di decompressione.

**OSSERVAZIONI.** Lo stato tensionale per combinazione di carico frequente, essendo per lo schema di carico 1 (carichi tandem)  $\psi = 0,75$  (tab. 5.1.VI – Norme Tecniche), si ha dalle:

$$\sigma_{i\infty} = -7,86 + \psi \cdot 10,34 = -7,86 + 0,75 \cdot (10,34) = -0,105 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{e\infty} = -3,29 - \psi \cdot 5,62 = -3,29 - 0,75 \cdot (5,62) = -7,505 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{i,s\infty} = -0,96 - \psi \cdot 4,77 = -0,96 - 0,75 \cdot (4,77) = -4,54 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{e,s\infty} = -1,67 - \psi \cdot 6,47 = -1,67 - 0,75 \cdot (6,47) = -6,52 \text{ MPa},$$

mantenendosi pertanto tutte compressioni (valori negativi), è addirittura verificato lo stato limite di decompressione.

**ESEMPIO.** Verificare la presenza o meno di fessurazione nella fibra di intradosso della trave all'esempio precedente (progetto in precompressione limitata), per la combinazione di carico caratteristica (rara). Si ricorda che la classe di resistenza del calcestruzzo è C45/55 e che, in fase finale (guaine iniettate), è stato calcolato:  $J_i = 626600 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$  con  $y_i = 1296 \text{ mm}$  (intradosso trave). Si ricorda che sono state calcolate in mezzeria le seguenti sollecitazioni flettenti nominali:  $M_{g0} = 3150 \text{ kNm}$  (peso proprio trave e soletta prima della tesatura);  $M_{g,est} = 600 \text{ kNm}$ ;  $M_{q,var} = 5000 \text{ kNm}$  (variabili viaggianti: fase finale).

**SOLUZIONE.** Poiché la trave è stata predimensionata seguendo il principio della precompressione limitata, lo stato limite più appropriato è quello di decompressione. Progettando in precompressione limitata, infatti, si tollerano limitate trazioni nel conglomerato, di intensità tale però da non produrre fessurazioni. A tal proposito, sappiamo che per effetto della sola precompressione, il lembo inferiore di una trave in semplice appoggio è sollecitato da una trazione:

$$\sigma_{ip} = \frac{N_p}{A_i} + \frac{N_p \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i < 0 \quad (5.2.37)$$

dove  $N_p$  è la risultante (in valore negativo) delle azioni di precompressione sulla sezione ideale a livello del CR; e  $A_i$ ,  $J_i$  sono le caratteristiche geometriche di resistenza della sezione ideale, da considerarsi interamente reagente, e con armatura di pretensione omogeneizzata in calcestruzzo compresso della trave, se la precompressione è integrale o limitata.

Nel caso di precompressione parziale, il momento d'inerzia della sezione da utilizzare, per il calcolo del momento di prima fessurazione, è opportuno che sia calcolato prescindendo completamente dalle armature di precompressione e dalla resistenza a trazione della malta di iniezione:  $J_i \rightarrow J_{i0}$ . Analogamente, per la precompressione a cavi esterni, il momento d'inerzia della sezione va computato ponendo  $A_p = 0$ .

Infine, se in presenza di soletta collaborante, quest'ultima verrà omogeneizzata in calcestruzzo della trave c.a.p. Come al solito con  $y_i$  si è indicata la distanza della fibra di intradosso dal baricentro ideale  $G_i$  della sezione interamente reagente. Per effetto dei carichi permanenti esterni e variabili viaggianti (con sollecitazione flettente complessiva  $M_{tot,est} > 0$  nella sezione considerata), il lembo a quota  $y_i$  risulta sollecitato a trazione di una quota:

$$\Delta\sigma_{i,est} = \frac{M_{tot,est}}{J_i} \cdot y_i > 0. \quad (5.2.38)$$

Sommando i due contributi, si ottiene la tensione totale al lembo  $y_i$  di intradosso:

$$\sigma_{i,tot} = \sigma_{ip} + \Delta\sigma_{i,est} = \frac{N_p}{A_i} + \frac{N_p \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i + \frac{M_{tot,est}}{J_i} \cdot y_i \quad (5.2.39)$$

Imponendo quindi la tensione  $\sigma_{i,tot}$  pari alla resistenza a trazione per sollecitazioni di flessione, si ottiene direttamente l'uguaglianza della sollecitazione flettente esterna  $M_{tot,est}$  con il momento di prima fessurazione  $M_{CR}$  o di "cracking". A questo punto, potrebbe essere interessante discutere su questa osservazione: le Norme Tecniche al par. 11.2.10.2 "Resistenza a trazione" nell'eq. 11.2.4 esplicitano l'espressione del valore medio della resistenza a trazione per flessione  $f_{ctm} = 1,2 \cdot f_{ctk}$ , utilizzando per il calcolo della resistenza  $f_{ctm}$  le medesime espressioni riportate al prospetto 3.1 della UNI EN 1992-1-1:2005. Quest'ultima norma, invece, all'eq. 3.23 riporta per la verifica a trazione per flessione la seguente espressione:

$$f_{ctm,fl} = \max \left[ f_{ctm} \cdot \left( 1,6 - \frac{h}{1000} \right); f_{ctm} \right],$$

dove con "h" indica l'altezza in mm dell'elemento soggetto a verifica. È interessante, a questo punto, tenere presente che negli elementi sollecitati a flessione, la resistenza caratteristica a trazione  $f_{ctk}$  (in condizioni di flessione semplice) assume valori leggermente superiori ai valori  $f_{ctk}$  stimati dalle formulazioni proposte in condizioni di trazione assiale, anche sensibilmente secondo alcuni Studiosi, di una quota legata però alle singole situazioni (determinabile in base alla meccanica della frattura). Si ritiene utile notificare che qualche Autore<sup>(4)</sup> consiglia, se si tratta di prevenire un danno, di assumere direttamente il valore caratteristico  $f_{ctk\ 0,05}$ , tenendo comunque sempre presente come l'effettivo valore di tale resistenza nell'elemento strutturale dipenda pesantemente dal tipo di confezionamento e stagionatura del conglomerato, dal tempo trascorso prima dell'impiego, da disturbi locali dovuti alle armature trasversali, da ritiro, da autotensioni, da effetti conseguenti a gradienti termici dovuti al calore di idratazione. È quindi importante accertarsi delle effettive condizioni di lavoro del conglomerato nella struttura e magari, se ritenuto opportuno, operare un'adeguata riduzione forfetaria della resistenza a trazione del conglomerato. In generale, nel calcolo del momento di prima fessurazione in condizioni di flessione è teoricamente più corretto utilizzare il parametro  $f_{ctk}$ , in quanto il parametro  $f_{ctk}$  è relativo invece a stati di trazione monoassiale sul conglomerato. Poiché, però, la determinazione rigorosa della sollecitazione di prima fessurazione in condizioni di flessione comporterebbe un calcolo a rottura, da condurre con l'analisi non lineare (trattasi infatti di situazioni che vanno oltre il campo elastico del conglomerato), sarebbe necessario prendere in conto l'intera equazione di stato del conglomerato, anche nel campo delle trazioni. Inoltre, se risulta necessario evitare ogni fessurazione – si pensi alle sollecitazioni cicliche di fatica in condizioni di travi fessurate! – bisogna anche verificare che l'evento fessurativo non si instauri già all'atto del carico: si dovrebbero adottare dei coefficienti di omogeneizzazione delle armature che mettano, o meno, in conto gli effetti differiti nel tempo. Ciò posto, tenendo se non altro conto della peculiarità del precompresso di risentire sensibilmente dei fenomeni di fatica, ponendo  $\sigma_{i,tot} = f_{ctk\ 0,05}$  dall'eq. (5.2.31) si ottiene:

$$M_{CR} = \left( f_{ctk\ 0,05} - \frac{N_p}{A_i} - \frac{N_p \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) \cdot \frac{J_i}{y_i} \quad (5.2.40)$$

<sup>4</sup> Vedere a tal proposito quanto specificato nel testo: "Teoria e tecnica delle strutture"; vol. II; Ettore Pozzo; al paragrafo 9.2. Pitagora Editrice Bologna; ed. 1999.

Considerando il valore in modulo della tensione  $\sigma_{ip}$  nell'eq. (5.2.29), si ha anche:

$$M_{CR} = (f_{ctk\,0,05} + \sigma_{ip}) \cdot \frac{J_i}{y_i} \quad (5.2.41)$$

Quest'ultima equazione risulta estremamente utile una volta tracciati i diagrammi delle tensioni nelle varie fasi. Infatti, la tensione  $\sigma_{ip}$  coincide con il valore assoluto della somma algebrica delle tensioni nella fibra di intradosso a quota  $y_i$  (in questo caso, nella sezione di mezzeria che è quella a verifica); riferite al regime di tensioni nel calcestruzzo per sola precompressione in fase iniziale e per solo effetto delle cadute di tensioni in fase finale. Dai grafici delle tensioni alla Figura 70 e Figura 71, si ricava:

- sola precompressione su  $y_i$ : tensione di compressione con  $-22,65$  MPa;
- sola variazione di precompressione su  $y_i$ : tensione di trazione con  $4,18$  MPa.

La somma algebrica è  $4,18 - 22,65 = -18,47$  MPa, il valore assoluto è quindi  $\sigma_{ip} = 18,47$  MPa. Tenendo conto che per C45/55 è  $f_{ctk\,0,05} = 2,70$  MPa (prospetto 3.1 – UNI EN 1992-1-1:2005), e che la trave è stata verificata in condizioni di precompressione limitata, si ha (tenendo quindi conto, nel calcolo di  $J_i$ , anche delle armature di pretensione):

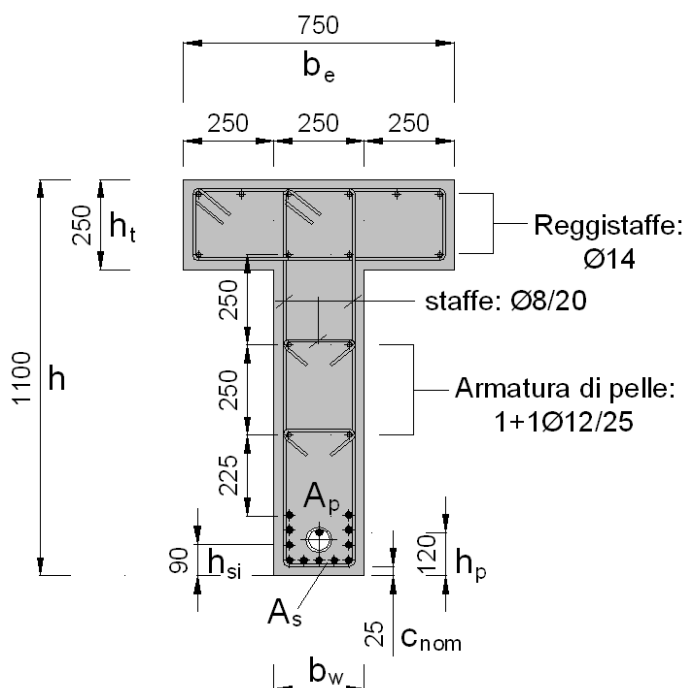
$$M_{CR} = (f_{ctk\,0,05} + \sigma_{ip}) \cdot \frac{J_i}{y_i} = (2,70 + 18,47) \cdot \frac{626600}{1296} = 10235 \text{ kNm}.$$

In condizioni di stato limite di esercizio (combinazione caratteristica,  $\psi = 1,0$ ), il massimo momento flettente nella sezione a verifica (in mezzeria) è:

$$M_{tot,est} = M_{g0} + M_{g,est} + M_{q,var} = (3150 + 600 + 5000) = 8750 \text{ kNm}.$$

La verifica è rispettata perché  $M_{CR} > M_{tot,est}$ : trazioni in assenza di fessurazione. I calcoli condotti precedentemente, considerando la sezione ideale omogeneizzata e interamente reagente, sono coerenti come anche le distribuzioni delle tensioni nella sezione indagata.

**ESEMPIO.** Sia data la sezione di mezzeria di una trave a “T” (vincolata in semplice appoggio), i cui dettagli finali esecutivi sono stati sintetizzati nella Figura 73, per comodità di lettura. Le armature di pretensione, in trefoli da 0.6”, sono caratterizzate da  $f_{pk} = 1860$  MPa e  $f_{p(0,1)k} = 1600$  MPa. Le armature ordinarie sono in acciaio B450C. La classe di resistenza del calcestruzzo è C32/40 con  $f_{ctk\,0,05} = 2,1$  MPa. La trave presenta una luce di calcolo  $L = 14,0$  m e i seguenti carichi lineari nominali: 10,00 kN/m (peso proprio trave); 15,00 kN/m (permanenti esterni); 35,00 kN/m (variabili). Si dimensiona la trave per un grado di precompressione, rispetto al carico massimo di servizio, pari a  $k = 0,6$ . Trave relativa a cat. A (ambienti ad uso residenziale), condizioni ambientali ordinarie.



**Figura 73.** Dettagli esecutivi della sezione di mezzeria di una trave parzialmente precompressa ad armatura mista con cavi parabolici.

**SOLUZIONE.** In base alla definizione di grado di precompressione rispetto al carico massimo di servizio, si ha (imponendo  $k = 0,6$ ):

$$K = \frac{M_{dec}}{M_{tot,est}} = \frac{M_{g0} + M_{g,est} + \psi \cdot M_{q,var}}{M_{g0} + M_{g,est} + M_{q,var}} = \frac{10 + 15 + \psi \cdot 35}{10 + 15 + 35} = 0,6 \rightarrow \psi \approx 0,3. \quad (5.2.42)$$

Pertanto, per un grado di precompressione  $K = 0,6$ , il momento di decompressione con cui predimensionare le armature della trave è (per  $\psi = 0,3$ ):

$$M_{dec} = M_{g0} + M_{g,est} + \psi \cdot M_{q,var} = 869,8 \text{ kNm}.$$

Il momento di progetto SLU in condizioni di massimo esercizio è:

$$M_{Sd} = M_{Sd,max} = 1,3 \cdot (M_{g0} + M_{g,est}) + 1,5 \cdot M_{q,var} = 2082,5 \text{ kNm},$$

avendo infatti calcolato:  $M_{g0} = 245,0 \text{ kNm}$ ,  $M_{g,est} = 367,5 \text{ kNm}$ ,  $M_{q,var} = 857,5 \text{ kNm}$  con  $M_{tot} = 1470,0 \text{ kNm}$ . Considerando, in fase di predimensionamento, la sezione lorda di calcestruzzo (prescindendo per semplicità da tutte le armature, a priori incognite e dall'ingombro delle guaine), si calcola:

- $A_c = 400 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- $J_c = 43900 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;
- $y_i = 683 \text{ mm}$ ;
- $w_e = (J_c/A_c)/y_i = 161 \text{ mm}$ ;
- $h_p = 120 \text{ mm}$  (avendo imposto, a tesatura avvenuta, un disassamento di  $\Delta h_p = 20 \text{ mm}$  tra baricentro del condotto della guaina  $h_{guaina} = 100 \text{ mm}$  e baricentro dei trefoli in trazione al loro interno);

- $e_p = y_i - h_p = 563 \text{ mm}$ ;
- $h_{si} = 90 \div 100 \text{ mm}$  (baricentro armatura lenta, stimato a priori).

Dalla formula operativa di predimensionamento (eq. (5.2.9)):

$$P_0 = \frac{M_{dec}}{0,8 \cdot (e_p + w_e)} = \frac{869,8 \cdot 10^3}{0,8 \cdot (563 + 161)} \approx 1500 \text{ kN}.$$

Il relativo momento di precompressione è  $M_{p0} = -P_0 \cdot e_p = -847 \text{ kNm}$ . Ammettendo, su 15 metri di cavo (con tesatura da entrambe le testate), una perdita di attrito nelle guaine e negli ancoraggi pari al 6% di  $P_0$ , si calcola il valore del tiro da imprimere nelle testate:

$$P_{0,T} = \frac{P_0}{1 - 0,06} = \frac{P_0}{0,940} = 1598 \text{ kN}.$$

Eseguendo una tensione massima di tesatura iniziale (al martinetto) di  $\sigma_{p0,max} = \min\{0,8 \cdot f_{pk}; 0,9 \cdot f_{p(0,1)k}\} = 1440 \text{ MPa}$ , si calcola il quantitativo minimo necessario di armatura di pretensione:

$$A_p \geq \frac{P_{0,T}}{\sigma_{p0,max}} = (1598 \cdot 10^3) / (1440) = 1110 \text{ mm}^2.$$

Si dispongono quindi 8 trefoli da 0.6" in un'unica guaina in lamierino di diametro esterno  $\varnothing_{est} 75 \text{ mm}$ :  $A_p = 8 \cdot (139 \text{ mm}^2) = 1112 \text{ mm}^2$ . Il quantitativo di armatura lenta in trazione, in virtù della limitazione della fessurazione, si calcola mediante la relazione (5.2.11), ponendo il coefficiente di penalizzazione della tensione di progetto dell'acciaio B450C pari a circa  $\phi = M_{tot}/M_{Sd} = (1470)/(2082,5) \approx 0,70$ :

$$A_s \geq \frac{1}{\phi \cdot f_{yd}} \cdot \left( \frac{M_{Sd,max}}{z_p} - f_{pd} \cdot A_p \right) \approx \frac{1}{0,7 \cdot 391} \cdot \left( \frac{2082,5 \cdot 10^6}{870} - 1385 \cdot 1112 \right) = 3119 \text{ mm}^2,$$

avendo posto  $h_{eq} \approx (h_p + h_{si})/2 = 105 \text{ mm}$  e calcolato  $z_p = h - h_{eq} - 0,5 \cdot h_t = 870 \text{ mm}$ . Si adotta un'armatura lenta ( $11\varnothing 20 = 3454 \text{ mm}^2$ ) posata in opera tutta attorno al baricentro della guaina, saldando le barre alle staffe in maniera uniforme e con interasse costante (si vedano dettagli in Figura 73).

**Verifica sezione in fase iniziale.** Trattandosi di sistema post-teso, si utilizzano le entità geometriche della sezione in mezzzeria depurata dal condotto della guaina, considerando la sola armatura lenta (tesa) omogeneizzata. Ipotizzando  $n = 6$ , si calcola:

- $A_{i0} = 413 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- $J_{i0} = 48439 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;
- $y_{i0} = 664 \text{ mm}$ ;
- $y_{e0} = 436 \text{ mm}$ ;
- $h_{si} = 90 \div 100 \text{ mm}$  (baricentro armatura lenta, stimato a priori);
- $y_{si0} = y_{i0} - h_{si} = 574 \text{ mm}$  (distanza baricentro armatura lenta tesa da baricentro  $G_{netta}$  della sezione ideale omogeneizzata depurata della guaina);
- $h_{guaina} = 100 \text{ mm}$  (distanza baricentro sezione guaina da fibra intradosso trave);
- $e_{p0} = y_{i0} - h_{guaina} = 564 \text{ mm}$ ;

- $N_0 = 1500 \text{ kN}$ ;
- $A_p = 1112 \text{ mm}^2$ ;
- $M_{p0} = N_0 \cdot e_{p0} \approx -847 \text{ kNm}$ .

Calcolo tensioni in fase iniziale (precompressione + peso proprio trave):

$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_{i0}} - \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} \right) - \frac{M_{g0}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = \left( \frac{-1500}{413} - \frac{-847}{48439} \cdot 436 \right) - \frac{245}{48439} \cdot 436$$

$$\sigma_{si0} = n \cdot \left( \frac{N_0}{A_{i0}} + \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{si0} \right) + \frac{n \cdot M_{g0}}{J_{i0}} \cdot y_{si0} = 6 \cdot \left( \frac{-1500}{413} + \frac{-847}{48439} \cdot 574 \right) + \frac{6 \cdot (245)}{48439} \cdot 574$$

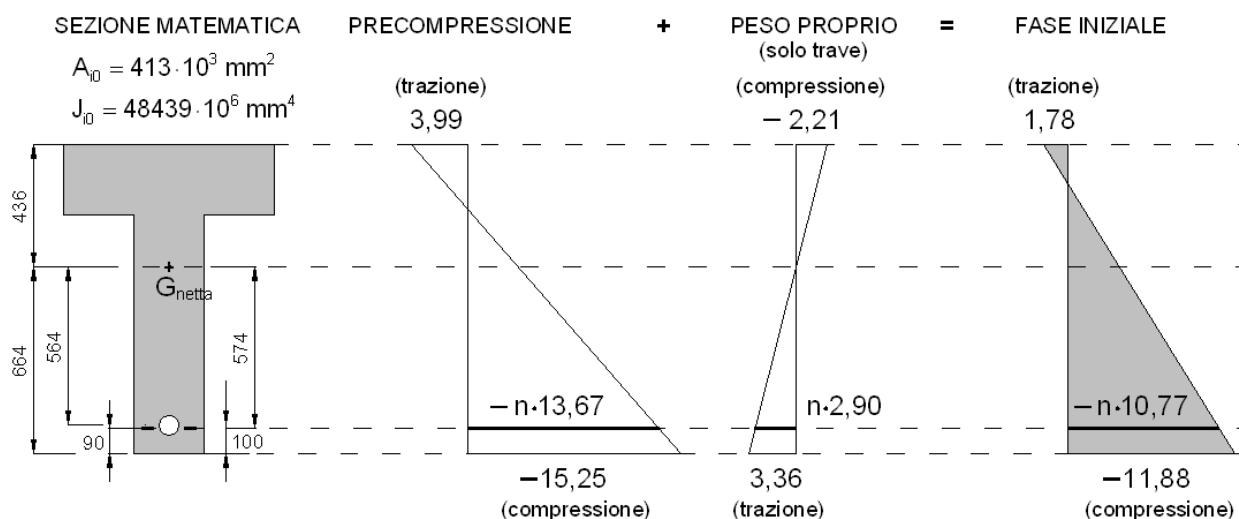
$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_{i0}} + \frac{N_0 \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} \right) + \frac{M_{g0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = \left( \frac{-1500}{413} + \frac{-847}{48439} \cdot 664 \right) + \frac{245}{48439} \cdot 664$$

per la fibra di estradosso:  $\sigma_{e0} = (3,99) - 2,21 = 1,78 \text{ MPa}$  (trazione);

per l'armatura lenta tesa:  $\sigma_{si0} = (-82,01) + 17,42 = -64,59 \text{ MPa}$  (compressione).

per la fibra di intradosso:  $\sigma_{i0} = (-15,24) + 3,36 = -11,88 \text{ MPa}$  (compressione).

Conferma tensione iniziale nel cavo all'atto di trasferimento della precompressione al calcestruzzo:  $\sigma_{p0} = P_0/A_p = (1500 \cdot 10^3)/(1112) \approx 1350 \text{ MPa} < \min\{0,75 \cdot f_{pk}; 0,85 \cdot f_{p(0,1)k}\} = 1360 \text{ MPa}$ . Nella Figura 74 sono riportate le tensioni in fase iniziale. In particolare, per velocità di lettura, le tensioni sul calcestruzzo a livello del baricentro dell'armatura lenta sono state moltiplicate per il coefficiente di omogeneizzazione  $n = 6$  in modo da poter dedurre immediatamente le tensioni nell'armatura ordinaria.



**Figura 74.** Andamento tensioni in fase iniziale: guaina non iniettata (sistema post-teso) e assenza in fase di tesatura di pesi morti portati.

Le verifiche in fase iniziale sono positive, risultando (in modulo):

$$\sigma_{e0} = 1,78 \text{ MPa} < f_{ct,eff} \approx f_{ctm} = 0,30 \cdot (f_{ck})^{2/3} = 3,02 \text{ MPa (trazione)};$$



$\sigma_{si0} = 64,59 \text{ MPa} < \sigma_{s \text{ adm}} = 255 \text{ MPa}$  (compressione: generalmente non significativa);

$\sigma_{i0} = 11,88 \text{ MPa} < 0,6 \cdot f_{ck} = 0,6 \cdot (32) = 19,2 \text{ MPa}$  (compressione).

**Verifica tensioni “a vuoto”.** Si assume per brevità e semplicità di esposizione – rimandando più avanti, in apposito capitolo la trattazione rigorosa – che sia stata già computata (subordinatamente alla sequenza costruttiva adottata e alle relative entità geometriche della sezione) la caduta di tensione di lungo periodo ( $t \rightarrow \infty$ ) per viscosità, ritiro del calcestruzzo e rilassamento degli acciai armonici.

Nel lungo periodo, le entità geometriche della sezione resistente sono riferite alla sezione ideale interamente reagente con tutte le armature omogeneizzate in calcestruzzo compresso e a guaine iniettate: gli effetti differiti delle cadute di tensione agiscono sulla sezione in fase finale. Le entità geometriche in fase finale sono:

- $A_i = 420 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- $J_i = 50405 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;
- $y_i = 655 \text{ mm}$ ;
- $y_e = 445 \text{ mm}$ ;
- $h_{si} = 90 \div 100 \text{ mm}$  (baricentro armatura lenta, stimato a priori);
- $y_{si} = y_i - h_{si} = 565 \text{ mm}$  (distanza baricentro armatura lenta tesa dal baricentro  $G_i$  della sezione ideale omogeneizzata, a guaina iniettata);
- $h_p = 120 \text{ mm}$  (distanza baricentro trefoli: assunta eccentricità accidentale di 20 mm tra baricentro guaina e baricentro area  $A_p$ );
- $A_p = 1112 \text{ mm}^2$ ;
- $e_p = y_i - h_p = 535 \text{ mm}$ ;
- $N_\infty = 1203 \text{ kN} \approx 1200 \text{ kN}$ ;
- $M_p = N_\infty \cdot e_p \approx - 645 \text{ kNm}$ .

**Nota:** nel calcolare le grandezze  $A_i$  e  $J_i$  si è trascurato completamente il contributo della malta di iniezione che riempie lo spazio rimanente attorno ai trefoli. Questo perché la malta, rispetto alla classe di resistenza dell'elemento prefabbricato, risulta alquanto minore in termini di resistenza. Il considerarla invece come parte della sezione resistente (in questo caso, C32/40) è concettualmente un errore.

Avendo assunto, nella sezione di mezzzeria, una caduta complessiva al tiro di  $\Delta P_\infty = - \Delta N_\infty = - 297 \text{ kN}$  con relativo momento (in modulo)  $\Delta M_p = \Delta N_\infty \cdot e_p = 158,9 \text{ kNm}$ , si valutano le variazioni di tensione, dovute alla sola variazione di precompressione per effetti differiti, rispettivamente nella fibra di estradosso, nel baricentro dell'armatura lenta e nella fibra di intradosso della trave:

$$\Delta \sigma_{ep0} = \frac{\Delta N_\infty}{A_i} - \frac{\Delta N_\infty \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e = (297/420) - (158,9) \cdot (445)/50405 = - 0,70 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_{sip0} = n \cdot \left( \frac{\Delta N_\infty}{A_i} + \frac{\Delta N_\infty \cdot e_p}{J_i} \cdot y_{si} \right) = 6 \cdot [(297/420) + (158,9) \cdot (565)/50405] = 14,93 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_{ip0} = \frac{\Delta N_\infty}{A_i} + \frac{\Delta N_\infty \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i = (297/420) + (158,9) \cdot (655)/50405 = 2,77 \text{ MPa}.$$

In mezzzeria, la tensione del cavo, a cadute di tensioni avvenute, è  $\sigma_{p\infty} = N_\infty/A_p = (1203 \cdot 10^3)/(1112) = 1082 \text{ MPa}$ . Nelle testate, accettando che rimanga invariata, nel



lungo periodo, la riduzione % dovuta agli attriti sul cavo, si ha:  $\sigma_{p,T\infty} = \sigma_{p\infty}/0,940 = 1151$  MPa, con  $P_{T\infty} = \sigma_{p,T\infty} \cdot A_p = (1151)(1112)/10^3 = 1280$  kN.

Si calcolano poi le variazioni di tensione dovute all'azione dei carichi permanenti esterni  $M_{g,est} = 367,5$  kNm. Le tensioni sul calcestruzzo e sull'armatura lenta in fase finale ( $t \rightarrow \infty$ ) che determinano il quadro tensionale "a vuoto" (pedice "v") sono:

fibra di estradosso trave: 
$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \left( \Delta\sigma_{ep0} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right);$$

armatura lenta tesa: 
$$\sigma_{si,v} = \sigma_{si0} + \left( \Delta\sigma_{sip0} + \frac{n \cdot M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right);$$

fibra di intradosso trave: 
$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \left( \Delta\sigma_{ip0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right).$$

Sostituendo i valori numerici, anche in base ai risultati precedenti ottenuti:

$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \left( \Delta\sigma_{ep0} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right) =$$

$$= 1,78 + [-0,70 - (367,5) \cdot (445)/50405] = 1,78 + (-0,70 - 3,24) = -2,16 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{si,v} = \sigma_{si0} + \left( \Delta\sigma_{sip0} + \frac{n \cdot M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right) =$$

$$= -64,59 + [14,93 + 6 \cdot (367,5) \cdot (565)/50405] = -64,59 + (14,93 + 24,72) =$$

$$= -24,94 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \left( \Delta\sigma_{ip0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right) =$$

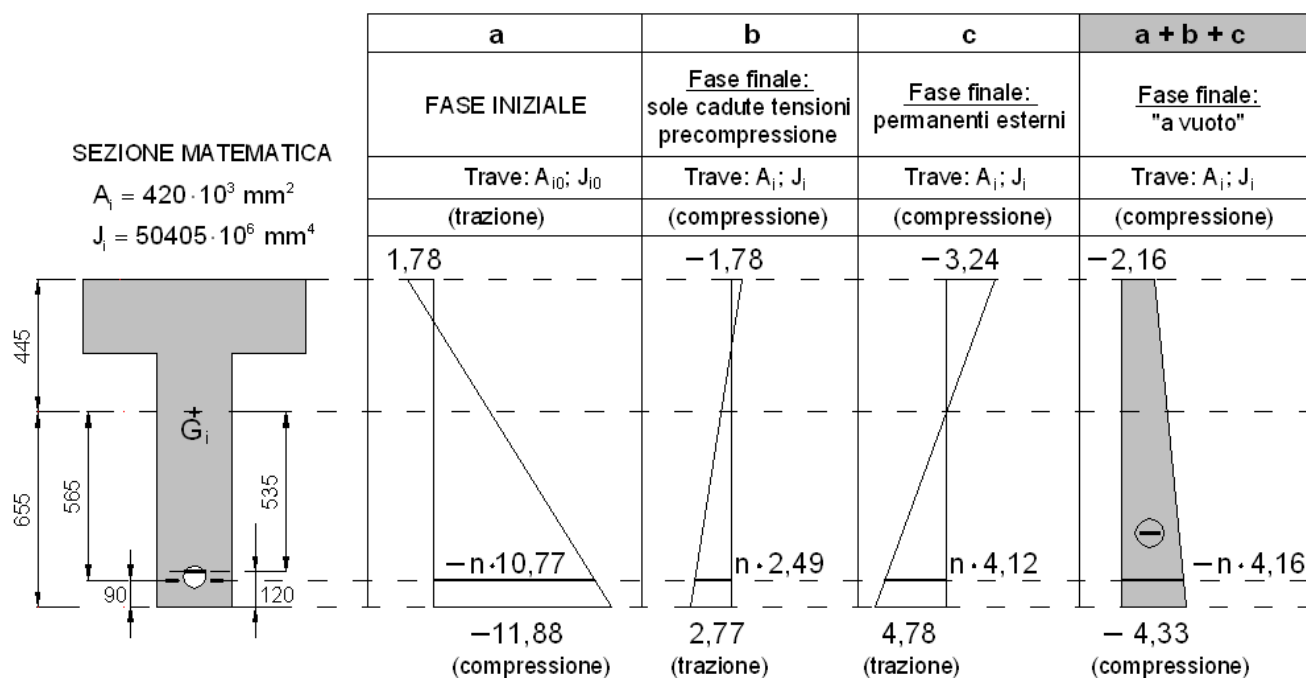
$$= -11,88 + [2,77 + (367,5) \cdot (655)/50405] = -11,88 + (2,77 + 4,78) = -4,33 \text{ MPa}.$$

Tensione sul calcestruzzo, a livello del baricentro del cavo risultante, dovuta alla decompressione (nella sezione di mezzzeria) per azione del momento  $M_{g,est}$ :

$$\sigma_{g,est} = \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} = \frac{367,5 \cdot (565)}{50405} = 4,12 \text{ MPa},$$

Tensione finale "a vuoto" sul CR (in mezzzeria) per decompressione carichi permanenti portati:

$$\sigma_{p,fin,v} = \sigma_{p\infty} + n_p \cdot \sigma_{g,est} = 1082 + 6 \cdot (4,12) = 1107 \text{ MPa}.$$



**Figura 75.** Andamento tensioni in fase finale "a vuoto": guaina iniettata (sistema post-teso).

**Verifica tensioni massime in esercizio.** Operando in regime di precompressione parziale, nel determinare le tensioni finali in presenza del carico variabile (o di sue quote, in funzione della particolare combinazione di carico), è necessario appurare se le sezioni resistenti rimangono integre o si parzializzano per fessurazione del calcestruzzo teso. In condizioni di stato limite di esercizio, per combinazione di carico quasi permanente (cat. A, ambienti ad uso residenziale, tab. 2.5.I – Norme Tecniche), il valore del coefficiente di combinazione dell'azione variabile è  $\psi_2 = 0,3$ .

Agendo, accanto ai carichi totali esterni, anche l'azione di precompressione tramite la sollecitazione flettente  $M_{p\infty} = N_{\infty} \cdot e_p = -(1203) \cdot (0,535) = -644 \text{ kNm}$ , si ha:

$$M_{est} = (M_{g0} + M_{g,est} + M_{p\infty}) + \psi_2 \cdot M_{q,var} = 245,0 + 367,5 - 644 + 0,3 \cdot (857,5) = 226 \text{ kNm}.$$

Avendo progettato la sezione della trave per un grado di precompressione rispetto al carico massimo di servizio pari a  $K = 0,6$ , è risultato proprio  $\psi = \psi_2 = 0,30$ . Ciò significa che in condizioni di carico quasi permanente la sezione deve essere tutta compressa: sezione integra. Infatti:

$$\begin{aligned} \sigma_{e\infty} &= \sigma_{e,v} - \frac{\psi_2 \cdot M_{q,var}}{J_i} \cdot y_e = \\ &= -2,16 - \psi \cdot (857,5) \cdot (445) / 50405 = -2,16 - 0,30 \cdot (7,57) = -4,43 \text{ MPa}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{i\infty} &= \sigma_{i,v} + \frac{\psi_2 \cdot M_{q,var}}{J_i} \cdot y_i = \\ &= -4,33 + \psi \cdot (857,5) \cdot (655) / 50405 = -4,33 + 0,30 \cdot (11,14) = -0,99 \text{ MPa}; \end{aligned}$$

la sezione non è parzializzata perché completamente compressa. Inoltre, risultando in modulo  $\sigma_{e\infty} = 4,43 \text{ MPa} < 0,45 \cdot f_{ck} = 0,45 \cdot (32) = 14,4 \text{ MPa}$ , non si è tenuti a tenere in considerazione la non linearità della viscosità (per il calcolo delle cadute di tensione e delle deformazioni). In condizioni ambientali ordinarie (tab. 4.1.IV – Norme Tecniche) per combinazione di carico quasi permanente, lo stato limite da verificare per armature sensibili (acciai armonici) è l'apertura delle fessure  $w_d \leq w_1 = 0,2 \text{ mm}$ . Essendo già verificato lo stato limite di decompressione, lo stato limite di fessurazione è verificato a maggior ragione. Per quanto riguarda la tensione nel cavo di precompressione, si ha nelle fibre di calcestruzzo a livello del baricentro del CR:

$$\sigma_{g,est} = \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p = (367,5) \cdot (535) / 50405 = 3,90 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{q,var} = \frac{M_{q,var}}{J_i} \cdot e_p = (857,5) \cdot (535) / 50405 = 9,10 \text{ MPa}.$$

Si calcola quindi, con  $\sigma_{p\infty} = 1082 \text{ MPa}$ , la tensione nel CR (sistema post-teso):

$$\sigma_{p,fin} = \sigma_{p\infty} + n_p \cdot (\sigma_{g,est} + \psi_2 \cdot \sigma_{q,var}) = 1082 + 6 \cdot [3,90 + 0,30 \cdot (9,10)] = 1122 \text{ MPa}.$$

Secondo le disposizioni delle NTC, avendo utilizzato trefoli ( $f_{py} \rightarrow f_{p(1)k}$ ):

$$\sigma_{p,fin} = 1122 \text{ MPa} \leq 0,80 \cdot f_{p(1)k} = 1336 \text{ MPa},$$

la verifica è rispettata.

Seguendo le indicazioni al par. 7.2(5) – UNI EN 1992-1-1:2005, al fine di evitare tensioni nei cavi che possano portare ad una fessurazione o ad una deformazione inaccettabile in condizioni di esercizio, si limita la tensione media nelle armature di precompressione al valore  $0,75 \cdot f_{pk}$ , dopo aver considerato le perdite.

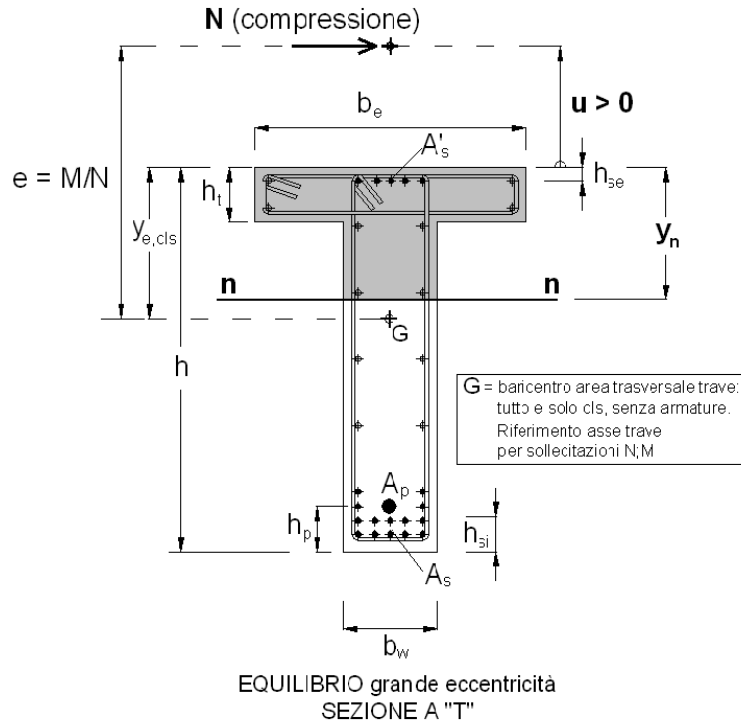
Seguendo invece le indicazioni delle Norme Tecniche al par. 4.1.2.2.5.2, le massime tensioni nelle armature di precompressione, a cadute completamente esaurite, non devono superare il limite di  $0,80 \cdot f_{py}$ . Dove  $f_{py}$  deve assumere i seguenti valori:  $f_{p(0,1)k}$ ;  $f_{p(1)k}$ ;  $f_{pyk}$ , rispettivamente, nel caso si utilizzino fili, trefoli e trecce e infine barre.

In combinazioni di carico frequente,  $\psi_1 = 0,5 > \psi = 0,3$ , risulta:

$$M_{est} = (M_{g0} + M_{g,est} + M_{p\infty}) + \psi_1 \cdot M_{q,var} = 245,0 + 367,5 - 644 + 0,5 \cdot (857,5) = 397 \text{ kNm},$$

con  $N_{\infty} = -1203 \text{ kN}$ .

La sezione non risulta tutta compressa:  $\sigma_{i\infty} = -4,33 + 0,5 \cdot (11,14) = 1,24 > 0$  (trazioni). Pur risultando in modulo  $1,24 \text{ MPa} < f_{ctk\ 0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 2,11 \text{ MPa}$ , si propone di trascurare completamente la resistenza a trazione della zona tesa di calcestruzzo in virtù della scelta fatta a monte di una precompressione parziale: sezione resistente mista acciaio armonico e acciaio ordinario. La sezione è quindi da trattare come parzializzata, alla pari delle sezioni ordinarie di cemento armato: è necessario individuare la posizione dell'asse neutro  $y_n$  che porta in equilibrio la sezione resistente parzializzata in calcestruzzo compresso e armature tese.



**Figura 76.** Notazioni usate per sezione parzializzata in condizioni di pressoflessione retta con grande eccentricità.

Usando le notazioni riportate nella Figura 76, sappiamo che esistono le seguenti espressioni valide per il momento statico e il momento d'inertia di una sezione parzializzata con posizione incognita  $y_n$  orizzontale dell'asse neutro:

$$S_{in} = b_e \frac{y_n^2}{2} - \frac{(b_e - b_w)(y_n - h_t)^2}{2} + (n-1) \cdot [A'_s(y_n - h_{se}) - A_s(h - h_{si} - y_n)] - (n_p - 1) \cdot A_p(h - h_p - y_n) \quad (5.2.43)$$

$$J_{in} = b_e \frac{y_n^3}{3} - \frac{(b_e - b_w)(y_n - h_t)^3}{3} + (n-1) \cdot [A'_s(y_n - h_{se})^2 + A_s(h - h_{si} - y_n)^2] + (n_p - 1) \cdot A_p(h - h_p - y_n)^2 \quad (5.2.44)$$

Sappiamo inoltre che, esistendo il legame  $z_C = J_{ni}/S_{ni}$  con  $z_C = y_n + u$ , deve risultare:

$$J_{in} - (y_n + u) \cdot S_{in} = 0 \quad (5.2.45)$$

Quest'ultima equazione può implementarsi in un comune foglio di calcolo, ponendo un valore iniziale di tentativo  $y_n > 0$  per il solutore. La (5.2.37) è un'equazione di terzo grado, e l'intervallo di variazione di  $y_n$  è  $0,3 \cdot h \div h$  circa. Noto il valore di  $y_n$  si calcola il valore del momento statico  $S_{in}$  della sezione parzializzata. Da questo, le tensioni nella fibra maggiormente compressa di calcestruzzo e nelle armature tese (di pretensione e ordinaria):

$$\sigma_c = \frac{N_{\infty}}{S_{in}} \cdot y_n; \quad (5.2.46)$$

$$\sigma_p = -\frac{N_\infty}{A_p} - n_p \cdot \frac{h - h_p - y_n}{S_{in}} \cdot N_\infty ; \quad (5.2.47)$$

$$\sigma_s = -n \cdot \frac{h - h_{si} - y_n}{S_{in}} \cdot N_\infty . \quad (5.2.48)$$

Le suddette formulazioni sono scritte per rispettare la convenzione qui utilizzata di considerare negative le compressioni:  $N_\infty < 0$ .

Ciò posto, in combinazione di carico frequente si è calcolato:  $N_\infty = -1203$  kN con  $M_{est} = 397$  kNm. La suddetta coppia di sollecitazioni ( $N_\infty$ ;  $M_{est}$ ) è consuetudine riferirla rispetto all'asse geometrico della trave, in modo che l'eccentricità  $e = M_{est}/N_\infty$  rimanga sempre un costante riferimento per la sezione al variare delle sollecitazioni esterne.

La distanza del baricentro della sezione lorda (sezione della trave pensata interamente in calcestruzzo) dalla fibra di estradosso è  $y_{e,cls} = h - y_i = (1100 - 683) = 417$  mm. Risulta in modulo  $e = M_{est}/N_\infty = (397000)/(1203) = 330$  mm, con  $u = e - y_{e,cls} = (330 - 417) = -87$  mm. Risolvendo per tentativi l'equazione (5.2.37), si ottiene con  $y_n = 629$  mm (arrotondato), con  $S_{in} = 103,956 \cdot 10^6$  mm<sup>3</sup> e con  $J_{in} = 56355,178 \cdot 10^6$  mm<sup>4</sup>:

- fibra compressa  $\sigma_c = -7,28$  MPa;
- trazione nel CR:  $\sigma_p = 1106$  MPa  $< 0,80 \cdot f_{p(1)k} = 1336$  MPa;
- trazione nell'armatura lenta:  $\sigma_s = 26,5$  MPa (arrotondato).

Le tensioni calcolate verificano i limiti imposti dalle Norme Tecniche. In combinazione di carico frequente per condizioni ambientali ordinarie e armature sensibili (acciai armonici), lo stato limite da verificare è l'apertura delle fessure  $w_d \leq w_2 = 0,3$  mm (tab. 4.1.IV – NTC). Tale verifica viene trattata nel dettaglio più avanti, per questioni di ordine di esposizione. Eseguendo la medesima procedura per la combinazione di carico caratteristica (rara), si ha:

$$M_{est} = M_{g0} + M_{g,est} + M_{p\infty} + M_{q,var} = 245,0 + 367,5 - 644 + 857,5 = 826 \text{ kNm},$$

con  $N_\infty = -1203$  kN.

Risulta in modulo  $e = M_{est}/N_\infty = (826000)/(1203) = 687$  mm, con  $u = e - y_{e,cls} = (687 - 417) = 270$  mm. Risolvendo per tentativi l'equazione (5.2.37), si ottiene con  $y_n = 372$  mm (arrotondato), con  $S_{in} = 33,738 \cdot 10^6$  mm<sup>3</sup> e con  $J_{in} = 21641,882 \cdot 10^6$  mm<sup>4</sup>:

- fibra compressa  $\sigma_c = -13,26$  MPa;
- trazione nel CR:  $\sigma_p = 1212$  MPa  $< 0,80 \cdot f_{p(1)k} = 1336$  MPa;
- trazione nell'armatura lenta:  $\sigma_s = 137$  MPa (arrotondato).

La massima compressione nel calcestruzzo in combinazione caratteristica (rara) rientra nel limite di norma. Infatti, in modulo:  $\sigma_c = 13,26$  MPa  $< 0,6 \cdot f_{ck} = 0,6 \cdot (32) = 19,2$  MPa.

**Verifica stato limite di fessurazione per combinazione frequente.** Dai dati in tabella 4.1.IV alle Norme Tecniche, per ambiente poco aggressivo e armature sensibili, il valore caratteristico dell'apertura massima delle fessure è di 0,3 mm. In condizioni di combinazione di carico frequente ( $\psi_1 = 0,5$ ; cat. A, tab. 2.5.I – NTC), la quota parte di sollecitazione flettente complessivamente agente, nella sezione di mezzera e dovuta a tutti i carichi esterni (tralasciando per il momento il contributo opposto della precompressione), è:

$$(M_{g0} + M_{g,est}) + \psi_1 \cdot M_{q,var} = 245,0 + 367,5 + 0,5 \cdot (857,5) = 1042 \text{ kNm},$$

con  $N_\infty = -1203 \text{ kN}$ .

Per il calcolo del momento  $M_{CR}$  di prima fessurazione (o di “cracking”) è necessario considerare la resistenza della sezione (in termini di  $A$  e  $J$ ) trascurando il contributo resistente delle armature di precompressione e della malta di iniezione nel condotto della guaina (non omogeneizzata), ipotizzando infatti superato lo stato limite di decompressione. Le entità geometriche da considerare per la sezione, in condizioni di fessurazione, coincidono in sostanza con quelle della fase iniziale a guaine non iniettate:  $A_{i0}$ ,  $J_{i0}$ . In particolare, si era calcolato:

- $A_{i0} = 413 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- $J_{i0} = 48439 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;
- $y_{i0} = 664 \text{ mm}$ ;
- $y_{e0} = 436 \text{ mm}$ ;
- $h_{si} = 90 \div 100 \text{ mm}$  (baricentro armatura lenta, stimato a priori);
- $y_{si0} = y_{i0} - h_{si} = 574 \text{ mm}$  (distanza baricentro armatura lenta tesa da baricentro  $G_{netta}$  della sezione ideale omogeneizzata depurata della guaina);
- $h_{guaina} = 100 \text{ mm}$  (distanza baricentro sezione guaina da fibra intradosso trave);
- $e_{p0} = y_{i0} - h_{guaina} = 564 \text{ mm}$ ;
- $A_p = 1112 \text{ mm}^2$ ;
- $y_i = 683 \text{ mm}$  (distanza baricentro solo sezione lorda da fibra intradosso);
- $y_{e,cls} = h - y_i = (1100 - 683) = 417 \text{ mm}$  (riferimento eccentricità  $e = M/N$  dall'asse geometrico della trave, intesa come solo calcestruzzo).

In tal caso, considerando nella sezione di mezzzeria la fessurazione come un effetto locale, agendo una sollecitazione flettente per precompressione e indicata quest'ultima con  $M_p/\gamma_{P,unfav} = N_\infty \cdot e_{p0}/\gamma_{P,unfav} = - (1203) \cdot (0,564)/1,2 = - 565 \text{ kNm}$ , si ottiene la seguente coppia di sollecitazioni di pressoflessione che determinano la tensione  $\sigma_s$  nel baricentro dell'armatura ordinaria  $A_s$  in trazione:

$$M_{est} = (M_{g0} + M_{g,est} + M_p/\gamma_{P,unfav}) + \psi_1 \cdot M_{q,var} = (1042 - 565) = 477 \text{ kNm},$$

con  $N_\infty = -1203 \text{ kN}$ .

Avendo ignorato il contributo della armature di precompressione nel calcolo delle entità geometriche di resistenza della sezione ( $A \rightarrow A_{i0}$ ;  $J \rightarrow J_{i0}$ ), il momento di prima fessurazione si calcola (dall'eq. (5.2.32) per sezione ancora integra):

$$M_{CR} = \left( f_{ctk\ 0,05} - \frac{N_\infty}{A_{i0}} - \frac{N_\infty \cdot e_{p0}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} \right) \cdot \frac{J_{i0}}{y_{i0}} \quad (5.2.49)$$

Sostituendo i valori numerici e imponendo per sicurezza il coefficiente di sicurezza  $\gamma_{P,unfav}$  (per tenere forfetariamente in conto delle necessarie successive verifiche per stato limite di fatica), si ha (con  $f_{ctk\ 0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 2,11 \text{ MPa}$ ):

$$\begin{aligned} M_{CR} &= \left( f_{ctk\ 0,05} - \frac{N_\infty}{A_{i0}} - \frac{N_\infty \cdot e_{p0}}{\gamma_{P,unfav} \cdot J_{i0}} \cdot y_{i0} \right) \cdot \frac{J_{i0}}{y_{i0}} = \\ &= \left( 2,11 + \frac{1203}{413} + \frac{1203 \cdot 564}{1,2 \cdot (48539 \cdot 10^3)} \cdot 664 \right) \cdot \frac{48539}{664}. \end{aligned}$$

Calcolando  $M_{CR} = 932,6 \cdot \text{kNm}$ , si ottiene un'ulteriore coppia di sollecitazioni ( $N_{\infty}$ ;  $M_{CR}$ ) necessarie per calcolare la tensione  $\sigma_{sr}$  nel baricentro dell'armatura lenta tesa in sezione resistente fessurata:

$$M_{est} = M_{CR} + M_p/\gamma_{P,unfav} = (932,6 - 565) = 367,6 \text{ kNm},$$

con  $N_{\infty} = -1203 \text{ kN}$ .

A questo punto, si può redigere per comodità la seguente tabella:

$M_{est} = 477 \text{ kNm}$	$e = -10^3 \cdot M_{est}/N_{\infty} = 396,5 \text{ mm}$
$N_{\infty} = -1203 \text{ kN}$	$y_{e,cls} = h - y_i = 417 \text{ mm}$
$\sigma_s$ (da calcolare in sezione parzializzata)	$u = e - y_{e,cls} = -20,5 \text{ mm}$

---

$M_{est} = 367,6 \text{ kNm}$	$e = -10^3 \cdot M_{est}/N_{\infty} = 305,6 \text{ mm}$
$N_{\infty} = -1203 \text{ kN}$	$y_{e,cls} = h - y_i = 417 \text{ mm}$
$\sigma_{sr}$ (da calcolare in sezione parzializzata)	$u = e - y_{e,cls} = -111,4 \text{ mm}$

**Tabella 9.** Sollecitazioni e parametri per il calcolo delle tensioni nell'armatura lenta in trazione.

Sfruttando l'eq. (5.2.37), si calcola per le due coppie di sollecitazione:

$M_{est} = 477 \text{ kNm}$	$y_n = 559,56 \text{ mm}$
$N_{\infty} = -1203 \text{ kN}$	$S_{in} = 83,342 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$
$\sigma_s = 39,01 \text{ MPa}$	$J_{in} = 43343,383 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

---

$M_{est} = 367,6 \text{ kNm}$	$y_n = 713,14 \text{ mm}$
$N_{\infty} = -1203 \text{ kN}$	$S_{in} = 130,479 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$
$\sigma_{sr} = 16,42 \text{ MPa}$	$J_{in} = 76031,328 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

**Tabella 10.** Tensioni nell'armatura lenta tesa.

Utilizzando, dalla teoria del cemento armato ordinario, l'equazione teorica della deformazione unitaria media dell'armatura lenta tesa che tiene conto del contributo irrigidente del calcestruzzo tra fessure consecutive ("tension stiffening"), si può scrivere (stante le assunzioni in sicurezza precedentemente adottate)<sup>(5)</sup>:

$$\varepsilon_{fm} = \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \simeq \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]. \quad (5.2.50)$$

Sostituendo i valori numerici calcolati si ottiene:

<sup>5</sup> Non in contrasto con quanto riportato nelle Norme Tecniche al par. 4.1.2.2.4.6 "Verifica allo stato limite di fessurazione" in merito all'espressione all'eq. 4.1.39, si è deciso (stante le posizioni in sicurezza adottate:  $\sigma_{ct} = f_{ctk,0,05}$  e  $\gamma_{P,unfav} = 1,2$ ) di utilizzare per il calcolo di  $\varepsilon_{fm}$  una formulazione equivalente più chiara, ma non aderente formalmente, a quella presentata all'eq. 7.9 dell'UNI EN 1992-1-1:2005.

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \approx \frac{39,01}{2,0 \cdot 10^5} \cdot \left[ 1 - 1,0 \cdot 0,5 \cdot \left( \frac{16,42}{39,01} \right)^2 \right] = 17,78 \cdot 10^{-5} \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}.$$

Inoltre, si hanno armature ordinarie di unico diametro  $\phi_s = \emptyset = 20$  mm, con ricoprimento dalla fibra di intradosso tesa  $c = c_{nom} + \emptyset_{staffe} = (25 + 8) = 33$  mm. Trattandosi di sistema post-teso con armature aderenti si pone  $k_1 = 1,6$ . Considerando una distribuzione delle deformazioni essenzialmente per flessione, si pone  $k_2 = 0,5$ . Utilizzando trefoli da 0.6" a 7 fili si ha  $\phi_p = 1,75 \cdot \phi_{wire} \approx 15,2$  mm. Il rapporto di resistenza di aderenza (sistema aderente, post-teso) al calcestruzzo delle armature di precompressione è  $\xi = 0,5$  per classi di resistenza del calcestruzzo fino a C50/60 (prospetto 6.2 – UNI EN 1992-1-1:2005). Segue (eq. 7.5 – UNI EN 1992-1-1:2005):

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \cdot \frac{\phi_s}{\phi_p}} = \sqrt{0,5 \cdot \frac{20}{15,2}} = 0,81 \quad \rightarrow \quad \xi_1^2 = 0,66.$$

L'area tesa efficace (fig. 7.1 – UNI EN 1992-1-1:2005) risulta (secondo anche le notazioni in Figura 76):

$$A_{c,eff} = b_w \cdot \min \left\{ 2,5 \cdot h_{si}; \frac{h - y_n}{3}; \frac{h}{2} \right\} = 250 \cdot \min \left\{ 2,5 \cdot 90; \frac{1100 - 713}{3}; \frac{1100}{2} \right\}$$

$$A_{c,eff} = 250 \cdot \min \{ 225; 129; 550 \} = 250 \cdot 129 = 29025 \text{ mm}^2.$$

L'altezza dell'area tesa efficace (di 129 mm) è quindi maggiore, ma paragonabile, alla distanza del baricentro delle armature di pretensione  $h_{p,max} = 120$  mm. Avendo adottato 8 trefoli da 0.6" (diametro nominale 15,2 mm) in un'unica guaina in lamierino, l'ingombro massimo possibile in verticale del gruppo di trefoli è di circa 45÷50 mm, con l'esclusione quindi di 2 trefoli superiori dalla zona tesa efficace. Pertanto, l'armatura effettiva di pretensione all'interno dell'area tesa efficace risulta pari a  $A'_p = 6 \cdot (139 \text{ mm}^2) = 834 \text{ mm}^2 < A_p = 1112 \text{ mm}^2$ . Risultando quindi (eq. 7.10 – UNI EN 1992-1-1:2005):

$$\rho_{p,eff} = \frac{(A_s + \xi_1^2 \cdot A'_p)}{A_{c,eff}} = \frac{[3454 + 0,66 \cdot (834)]}{29025} \approx 0,138 \quad (5.2.51)$$

Tramite l'eq. 7.11 – UNI EN 1992-1-1:2005, si calcola (con  $k_3 = 3,4$  e  $k_4 = 0,425$ ):

$$s_{r,max} = k_3 \cdot c + k_1 k_2 k_4 \cdot \frac{\phi}{\rho_{p,eff}} = 3,4 \cdot 33 + 1,6 \cdot 0,5 \cdot 0,425 \cdot \frac{20}{0,138} = 162 \text{ mm}. \quad (5.2.52)$$

L'ampiezza caratteristica delle fessure è (eq. 7.8 – UNI EN 1992-1-1:2005):

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 162 \cdot (17,78 \cdot 10^{-5}) = 0,0288. \quad (5.2.53)$$

In base poi all'eq. 4.1.38 delle Norme Tecniche, si ha:

$$w_d = 1,7 \cdot w_k \approx 0,05 \text{ mm} < w_2 = 0,3 \text{ mm}. \quad (5.2.54)$$



La verifica a fessurazione è verificata con ampio margine in virtù anche della maggiore suscettibilità delle strutture parzialmente precomprese alle sollecitazioni cicliche di fatica e alle deformazioni in condizioni di fessurazione.

**Verifica in condizioni di stato limite (di alto ciclo) di fatica.** Si considera come carico ciclico un'opportuna quota del solo carico variabile. In particolare, considerando il 100% del carico variabile come ciclico, la relativa sollecitazione flettente in mezzeria è pari a  $M_{fat} = M_{q,var} = 857,5$  kNm. Si calcolano le tensioni nelle armature in condizioni di combinazione "base" di carico frequente, secondo quanto riportato al par. 6.8.3 dell'UNI EN 1992-1-1:2005. Escludendo i pesi propri " $G_{k,j}$ " e gli effetti della precompressione "P", le uniche azioni permanenti " $Q_{k,1}$ " non cicliche sono quelle che producono in mezzeria il momento  $M_{g,est} = 367,5$  kNm (permanentemente esterni). La combinazione "base" definita all'eq. 6.67 nell'UNI EN 1992-1-1:2005 è la seguente:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}, \quad (5.2.55)$$

che, in presenza di solo  $Q_{k,1} = 15$  kN/m (permanente esterno), per cat. A ( $\psi_1 = 0,5$ ), diventa:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + 0,5 \cdot Q_{k,1}, \quad (5.2.56)$$

Come si è visto precedentemente, la sezione non risulta tutta compressa con  $\sigma_{i\infty} = -4,33 + 0,5 \cdot (11,14) = 1,24 > 0$  (trazioni) e risultando in modulo  $1,24$  MPa  $< f_{ctk,0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 2,11$  MPa. Eseguendo quindi il calcolo in condizioni di sezione ancora integra omogeneizzata, si ha:

- tensione combinazione "base" nel CR (post-teso):

$$\sigma_{p,base} = \sigma_{p\infty} + n_p \cdot (\psi_1 \cdot \sigma_{g,est}) = 1082 + 6 \cdot (0,50 \cdot 3,90) = 1094 \text{ MPa};$$

- tensione combinazione "base" nell'armatura lenta tesa, con tensione di partenza (di compressione) "a vuoto" pari a  $\sigma_{si,v} = -n \cdot 4,16 = -24,96$  MPa (si veda Figura 75), di valore:

$$\begin{aligned} \sigma_{s,base} &= \sigma_{si,v} + n \cdot (\psi_1 \cdot M_{g,est}) \cdot \frac{y_{si}}{J_i} = \\ &= -24,96 + 6 \cdot (0,5 \cdot 367,5) \cdot \frac{565}{50405} = -12,60 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Tensioni nelle armature in condizioni di combinazione "base" più contributo dell'azione del carico ciclico  $Q_{fat}$  (valutato come  $M_{fat} = M_{q,var} = 857,5$  kNm). Avendo calcolato la sollecitazione di precompressione pari a  $M_{p\infty} = -N_{\infty} \cdot e_p = -645$  kNm, si procede al calcolo in condizioni di sezione parzializzata con:

$$N_{\infty} = -1203 \text{ kN};$$

$$M_{est} = (M_{g0} + \psi_1 \cdot M_{g,est} + M_{p\infty}/\gamma_{P,unfav}) + M_{fat} =$$

$$= [245,0 + 0,5 \cdot (367,5) - 645/1,2 + 857,5] = 748,75 \text{ kNm}.$$

Risulta in modulo:  $e = 10^3 \cdot M_{est} / N_{\infty} = 622 \text{ mm}$ , con  $u = e - y_{e,cls} = 205 \text{ mm}$ . L'equilibrio della sezione parzializzata si realizza per  $y_n = 392,15 \text{ mm}$ ,  $S_{in} = 38,677 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$  e  $J_{in} = 23111,367 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ . Le tensioni in condizione "base" + "ciclica" sono quindi:

- tensione "a fatica" nel CR (post-teso):

$$\sigma_{p,fat} = 1192 \text{ MPa};$$

- tensione "a fatica" nell'armatura lenta tesa:

$$\sigma_{s,fat} = 116 \text{ MPa}.$$

Escursione delle tensioni (da combinazione "base" a quella "a fatica"):

- massima escursione di tensione nel CR (post-teso):

$$\Delta\sigma_{p,fat} = \sigma_{p,fat} - \sigma_{p,base} = (1192 - 1094) = 98 \text{ MPa};$$

- massima tensione di escursione nell'armatura lenta tesa:

$$\Delta\sigma_{s,fat} = \eta \cdot (\sigma_{s,fat} - \sigma_{s,base}) = 1,05 \cdot (116 + 12,60) = 135 \text{ MPa}.$$

Tipo di armatura	$N^*$	esponente delle tensioni		$\Delta\sigma_{Rsk} \text{ (MPa)}$
		$k_1$	$k_2$	a $N^*$ cicli
Barre diritte o piegate <sup>1)</sup>	$10^6$	5	9	162,5
Barre saldate e reti	$10^7$	3	5	58,5
Dispositivi di giunzione	$10^7$	3	5	35
Nota 1 I valori per $\Delta\sigma_{Rsk}$ sono quelli relativi alle barre diritte. Per barre piegate si raccomanda che i valori siano ottenuti adottando un fattore di riduzione $\zeta = 0,35 + 0,026 D / \phi$ . dove: $D$ è il diametro del mandrino; $\phi$ è il diametro della barra.				
Curve S-N di acciai da precompressione	$N^*$	esponente delle tensioni		$\Delta\sigma_{Rsk} \text{ (MPa)}$
		$k_1$	$k_2$	a $N^*$ cicli
armature pre-tese	$10^6$	5	9	185
armature post-tese				
- trefolo singolo in guaina di plastica	$10^6$	5	9	185
- trefoli diritti o curvi in guaine di plastica	$10^6$	5	10	150
- trefoli curvi in guaine di acciaio	$10^6$	5	7	120
- dispositivi di giunzione	$10^6$	5	5	80

**Tabella 11.** Prospetti 6.3N per armatura lenta e 6.4N per acciai da precompressione. Fonte: UNI EN 1992-1-1:2005.

Si è tenuto in conto del fattore di incremento dell'escursione delle tensioni nelle armature ordinarie (come indicato all'eq. 6.64 dell'UNI EN 1992-1-1:2005):

$$\eta = \frac{A_s + A_p}{A_s + A_p \cdot \sqrt{\xi \cdot \phi_s / \phi_p}} = \frac{3454 + 1112}{3454 + 1112 \cdot \sqrt{0,5 \cdot 20 / 15,2}} = 1,05 \quad (5.2.57)$$

In base ai prospetti 6.3N e 6.4N dell'UNI EN 1992-1-1:2005 (riportati per comodità di lettura in Tabella 11), per entrambi i tipi di armatura va dunque verificato:

$$\gamma_{F,fat} \cdot \Delta\sigma \leq \frac{\Delta\sigma_{Rsk}}{\gamma_{S,fat}}. \quad (5.2.58)$$

Per il coefficiente di sicurezza  $\gamma_{S,fat}$  vanno consultati i valori, nel prospetto 2.1N della UNI EN 1992-1-1:2005, relativi a situazioni di progetto persistenti (pari a 1,15 per entrambi i tipi di armatura). Mentre, per il coefficiente  $\gamma_{F,fat}$  è proposto il valore minimo unitario. In base alle curve caratteristiche della resistenza a fatica, si ha (per un numero di  $2 \cdot 10^6$  cicli):

$$\Delta\sigma_{Rsk}(2N^*) = \frac{\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)}{10^{\frac{\log 2}{k_2}}}.$$

Essendo per l'armatura di precompressione  $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*) = 150$  MPa con  $k_2 = 10$  (trefoli dritti nella sezione di mezzeria) e per l'armatura lenta  $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*) = 162,5$  MPa con  $k_2 = 9$  (barre drette nella sezione di mezzeria), si calcola per 2 milioni di cicli:

- per l'armatura di precompressione:  $\Delta\sigma_{Rsk}(2N^*) = 140,0$  MPa;
- per l'armatura lenta:  $\Delta\sigma_{Rsk}(2N^*) = 150,5$  MPa.

Pertanto, la verifica a fatica porge (con numero di  $2 \cdot 10^6$  cicli):

- per l'armatura pretesa:

$$\Delta\sigma_{p,fat} = 98 \text{ MPa} \leq \frac{\Delta\sigma_{Rsk}(2N^*)}{1,15} = \frac{140}{1,15} \approx 120 \text{ MPa (verificato)}.$$

- per l'armatura ordinaria:

$$\Delta\sigma_{s,fat} = 135 \text{ MPa} \leq \frac{\Delta\sigma_{Rsk}(2N^*)}{1,15} = \frac{150,5}{1,15} = 131 \text{ MPa (non verificato, di poco)}.$$

**OSSERVAZIONI.** Si vuole far notare che nel calcolo della sollecitazione flettente per precompressione, si è voluto arbitrariamente assumere la fessurazione in mezzeria, in condizioni di fatica, alla stessa stregua di un effetto locale sulla struttura, imponendo del tutto arbitrariamente il coefficiente di penalizzazione  $\gamma_{P,unfav} = 1,20$ .

Eseguendo, invece, il calcolo senza imporre il fattore di penalizzazione  $\gamma_{P,unfav} = 1,20$ , si ottiene:

- per l'armatura pretesa:

$$\Delta\sigma_{p,fat} = 70 \text{ MPa (verificato)}.$$

- per l'armatura ordinaria:

$$\Delta\sigma_{s,fat} = 104 \text{ MPa (verificato)}.$$

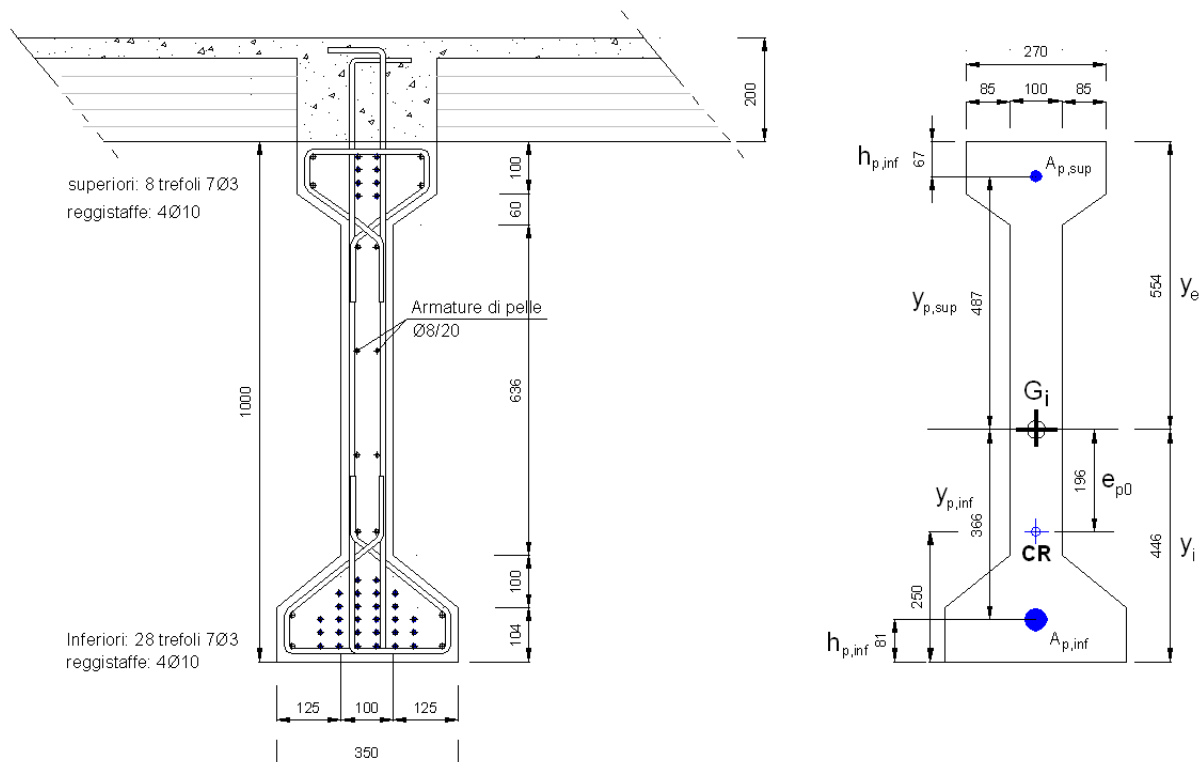
con un decremento delle escursioni tensionali dell'armatura pretesa e lenta, rispetto al calcolo precedente (che ha imposto  $\gamma_{p,unfav} = 1,20$ ), rispettivamente, del 40% e 30% circa.

Si ritiene interessante riportare, infine, che nel Model Code C.E.B. Bulletin n. 188 veniva proposta una formulazione, analoga a quella presentata nella UNI EN 1992-1-1:2005, in cui si eseguiva il calcolo elastico delle tensioni omogeneizzando le armature di precompressione con  $n_p = 10$  e l'armatura lenta con  $n = \eta \cdot n_p$  e verificando che in condizioni di carico frequente risultasse per entrambe le armature:

$$1,1 \cdot \Delta\sigma \leq \frac{\sigma_F(N)}{1,15},$$

essendo  $\sigma_F(N)$  la resistenza a fatica della particolare armatura per N numero di cicli considerati. I risultati non sono molto discosti.

**ESEMPIO.** Sia data una trave in c.a.p. di una copertura esistente di un edificio edificato nei primi anni '70, progettata per un variabile neve di  $0,90 \text{ kN/m}^2$ . La sezione risulta prossima a quella di una "T" rovescia, avendo in proporzione la larghezza del bulbo inferiore maggiore della soletta (dettagli in Figura 77). Si consideri per semplicità direttamente  $n_p = 6$  per l'armatura dei trefoli.



**Figura 77.** Dettagli sezione di mezzeria di una trave a cavi pretesi rettilinee.

La trave in questione fa parte, precisamente, di una copertura di un auditorium di un plesso scolastico che presenta luci variabili da 4,15 a 21,90 m. L'interasse delle travi in c.a.p. è di 2,05 m e poggiano su un'impronta larga 40 cm di muratura portante. I dati di progetto sono i seguenti:

- classe calcestruzzo  $R_{ck}55$ ;

- armature di pretensione con trefoli, ciascuno di 7Ø3;
- caratteristiche resistenza acciai pretensione (da documentazione allegata dell'epoca):  $\sigma_{f1\%} = 14500 \text{ kg/cm}^2$ ;  $R_{fk} = 18000 \text{ kg/cm}^2$ ; cadute di tensione per rilassamento a lungo termine: 12%;
- armatura pretesa superiore:  $A_{p,\text{sup}} = 346 \text{ mm}^2$ ;
- distanza baricentro armatura pretesa superiore da estradosso trave  $h_{p,\text{sup}} = 67 \text{ mm}$ ;
- armatura pretesa inferiore  $A_{p,\text{inf}} = 1385 \text{ mm}^2$ ;
- distanza baricentro armature pretese inferiori da intradosso trave  $h_{p,\text{inf}} = 81 \text{ mm}$ ;
- area sezione ideale omogeneizzata interamente reagente:  $A_i = 171 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ;
- momento d'inerzia sezione ideale:  $J_i = 20776 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;
- baricentro armature di pretensione da intradosso trave:  $e_{p0} = 196 \text{ mm}$  (fase iniziale);
- distanza baricentro sezione ideale da intradosso trave:  $y_i = 446 \text{ mm}$ ;
- distanza baricentro sezione ideale da estradosso trave:  $y_e = 554 \text{ mm}$ ;
- precompressione effettuata nel cantiere di produzione dopo il 14° giorno dal getto;
- tesatura iniziale trefoli (supposta):  $\sigma_{j00} = 0,9 \cdot \sigma_{f1\%} = 0,9 \cdot (14500 \text{ kg/cm}^2) = 13000 \text{ kg/cm}^2$  pari a 1274,9 MPa;
- per semplicità si supponga sia stata già valutata la perdita complessiva del tiro per effetti differiti (viscosità, ritiro e rilassamento) pari a 570 kN. Il 15% di questa caduta competa al gruppo di armature pretese superiori e il restante 85% alle armature inferiori.

**SOLUZIONE.** Questo esempio è stato riportato a parte perché, rispetto a tutti gli altri precedentemente trattati, la sezione da studiare ha la peculiarità di presentare armature di pretensione sia nella parte alta di estradosso, sia nella parte bassa di intradosso della trave. Il cavo risultante, ovviamente, è uno ed è localizzato (in fase iniziale) dal baricentro geometrico dei due gruppi di armatura di pretensione, così come risultano nella sezione; in quanto all'atto della tesatura, tutti e due i gruppi di armatura sono stati tesati con la medesima tensione. In particolare, nel calcolo delle tensioni all'atto del trasferimento della precompressione per aderenza, è necessario calcolare le tensioni nelle fibre di calcestruzzo che si trovano a livello del baricentro del gruppo di trefoli inferiori all'intradosso. In questo particolare caso, di presenza di due gruppi distinti di armatura, è necessario distinguere le tensioni a livello del cavo risultante (che determinano la sollecitazione di precompressione nella sezione) da quelle a livello del gruppo di trefoli tesi inferiormente (che subiscono il calo di tensione).

In questo senso, questo tipo di esempio si scosta leggermente dagli altri, pur facendo analogo uso delle formulazioni precedentemente introdotte. In particolare, nel valutare ad esempio la perdita di tensione nei cavi inferiori si continuerà ad esplicitare la sollecitazione di pressoflessione in funzione dell'eccentricità  $e_p$  del cavo risultante (relativo a tutte e due i gruppi di armatura assieme) ma si dovranno riferire le tensioni agenti nel baricentro del gruppo di armature inferiori tese alla coordinata a quota  $y_{p,\text{inf}}$  dal baricentro  $G_i$  della sezione.

Inoltre, in questo caso, avviene la particolarità che, a cadute di tensione avvenute, a causa del differente stato tensionale nella generica sezione, i due gruppi di armature subiscono generalmente differenti cadute di tensione; pertanto l'effetto equivalente è quello di un'azione di contrasto alla pari di una sollecitazione flettente che sposta la risultante di precompressione in fase finale, variando in generale l'eccentricità: la nuova posizione dell'eccentricità del cavo risultante (a  $t \rightarrow \infty$ ) andrà quindi calcolata

questa volta come baricentro dei momenti delle forze di trazione dei due gruppi di armature. L'esempio che segue illustrerà quanto detto.

Detta con  $A_p = A_{p,sup} + A_{p,inf} = (346 + 1385) = 1731 \text{ mm}^2$  l'armatura complessiva di pretensione nella sezione, si assumono le seguenti sollecitazioni flettenti caratteristiche nella sezione di mezzzeria della trave di luce maggiore:

momento per peso proprio trave:  $M_{g0} = 240 \text{ kNm}$ ;

momento permanenti esterni:  $M_{g,est} = 400 \text{ kNm}$ ;

momento variabile neve:  $M_{q,var} = 130 \text{ kNm}$ .

**Verifica in fase iniziale.** Ipotezzato all'epoca uno sforzo iniziale (costante) di tesatura (al netto delle perdite iniziali per rilassamento) di  $\sigma_{p0,max} = 1275 \text{ MPa}$  (pari a  $13000 \text{ kg/cm}^2$ ) si ottiene  $N_{0max} = \sigma_{p0,max} \cdot A_p = -1275 \cdot (1731)/10^3 = -2207 \text{ kN}$ . Calcolando la caduta immediata del tiro per accorciamento elastico del calcestruzzo, con coefficiente di omogeneizzazione  $n_p = 6$  (fissato per ipotesi):

$$\Delta\sigma_p(L/2) = n_p \cdot \left[ \frac{N_{0max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0max} \cdot e_{p0} + M_{g0}(L/2)}{J_i} \right) \cdot e_{p0} \right] =$$

$$= 6 \cdot \left[ \frac{-2207}{171} + \left( \frac{-2207 \cdot (0,196) + 240}{20776} \right) \cdot 196 \right] = -88,3 \text{ MPa},$$

con caduta istantanea di tiro  $\Delta N_{0max} = \Delta\sigma_p \cdot A_p = -88,3 \cdot (1731)/10^3 = -153 \text{ kN}$ , pari a circa il:

$$\frac{\Delta N_{0max}}{N_{0max}} \cdot 100 = 7\%.$$

Subito dopo la trasmissione della precompressione per aderenza, si ha in fase iniziale:

$$N_0 = N_{0max} - \Delta\sigma_p \cdot A_p = -2207 + (88,3) \cdot (1731)/10^3 = -2054 \text{ kN},$$

valore negativo perché, per convenzione, di trazione sul CR. La relativa tensione è:

$$\sigma_{p0} = -N_0/A_p = (2054) \cdot 10^3/(1731) = 1187 \text{ MPa} < \sigma_{p,max} = \min\{0,75 \cdot f_{pk}; 0,85 \cdot f_{p(0,1)k}\}.$$

Analogamente, si calcolano le perdite istantanee di tensione nei dei due gruppi di armatura i cui baricentri distano da  $G_i$  rispettivamente di  $y_{p,inf} = 366 \text{ mm}$  e  $y_{p,sup} = 487 \text{ mm}$ . Tenendo conto della convenzione sui segni di considerare negative le compressioni, si scrive:

$$\Delta\sigma_{p,sup} = n_p \cdot \left[ \frac{N_{0max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0max} \cdot e_{p0} + M_{g0}}{J_i} \right) \cdot (-y_{p,sup}) \right] =$$

$$= 6 \cdot \left[ \frac{-2207}{171} + \left( \frac{-2207 \cdot (0,196) + 240}{20776} \right) \cdot (-487) \right] = -50,35 \text{ MPa},$$

$$\Delta\sigma_{p,inf} = n_p \cdot \left[ \frac{N_{0max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0max} \cdot e_{p0} + M_{g0}}{J_i} \right) \cdot y_{p,inf} \right] =$$

$$= 6 \cdot \left[ \frac{-2207}{171} + \left( \frac{-2207 \cdot (0,196) + 240}{20776} \right) \cdot 366 \right] = -97,79 \text{ MPa}.$$

Subito dopo la trasmissione della precompressione per aderenza, per i due gruppi di armatura pretesa, si ha in fase iniziale:

$$N_{0,\text{sup}} = N_{0,\text{sup,max}} - \Delta\sigma_{p,\text{sup}} \cdot A_{p,\text{sup}} = - (1275)(0,346) + (50,35) \cdot (0,346) = -423,7 \text{ kN},$$

$$N_{0,\text{inf}} = N_{0,\text{inf,max}} - \Delta\sigma_{p,\text{inf}} \cdot A_{p,\text{inf}} = - (1275)(1,385) + (97,79) \cdot (1,385) = -1630,3 \text{ kN},$$

dovendo quindi risultare a cadute istantanee avvenute:

$$N_0 = N_{0,\text{sup}} + N_{0,\text{inf}} = (-423,7) + (-1630,3) = -2054 \text{ kN}.$$

Le rispettive tensioni sono:

$$\sigma_{0,\text{sup}} = N_{0,\text{sup}} / A_{p,\text{sup}} = (-423,7)/(0,346) = -1224,6 \text{ MPa (trazione)}$$

$$\sigma_{0,\text{inf}} = N_{0,\text{inf}} / A_{p,\text{inf}} = (-1630,3)/(1,385) = -1177,1 \text{ MPa (trazione)}.$$

Risulta intanto verificata la condizione data dalla norma:

$$|\sigma_{0,\text{sup}}| = 1224,6 \text{ MPa} < 0,85 \cdot f_{p(1)k} = 1360 \text{ MPa}.$$

A questo punto, si valuta la nuova posizione dell'eccentricità  $e_p$  del tiro  $N_0$  che dovrà risultare diversa (anche se di poco) da  $e_{p0}$ . Per l'equilibrio dei momenti di due forze entrambe di trazione sulla sezione, si scrive infatti:

$$e_p = \frac{N_{0,\text{sup}} \cdot y_{p,\text{sup}} + N_{0,\text{inf}} \cdot y_{p,\text{inf}}}{N_0} = \frac{423,7 \cdot (-487) + 1630,3 \cdot (366)}{2054} = 190,0 \text{ mm}.$$

Si calcolano, quindi, le tensioni ai lembi estremi della sezione ( $y_e = 554 \text{ mm}$ ;  $y_i = 446 \text{ mm}$ ), a cadute di tensione immediate esaurite:

$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_i} - \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_e = \left( \frac{-2054}{171} - \frac{-2054 \cdot 0,190}{20776} \cdot 554 \right) - \frac{240}{20776} \cdot 554$$

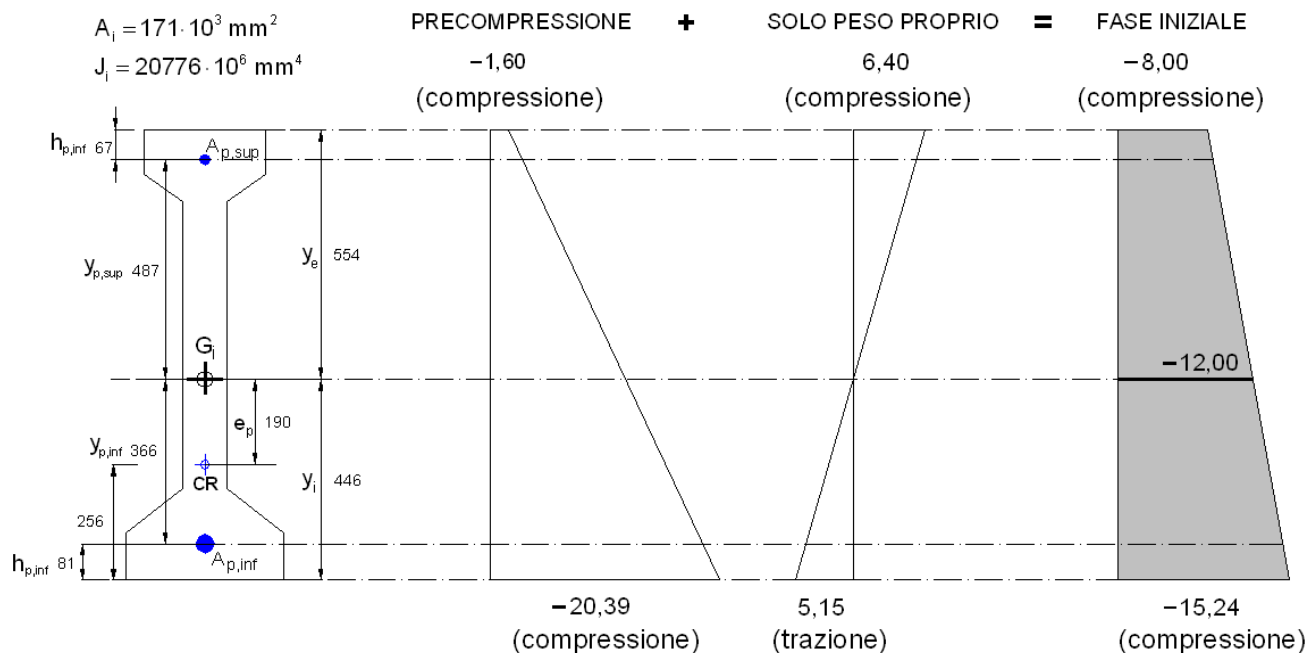
$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_i = \left( \frac{-2054}{171} + \frac{-2054 \cdot 0,190}{20776} \cdot 446 \right) + \frac{240}{20776} \cdot 446$$

per la fibra di estradosso:  $\sigma_{e0} = (-1,60) - 6,40 = -8,00 \text{ MPa (compressione)}$ ;

per la fibra di intradosso:  $\sigma_{i0} = (-20,39) + 5,15 = -15,24 \text{ MPa (compressione)}$ .

Evidenziate tra parentesi le tensioni dovute al solo contributo della precompressione.

# SEZIONE MATEMATICA



**Figura 78.** Diagramma delle tensioni in fase iniziale (sistema pre-teso), sezione in mezzera.

Nel caso in oggetto, per ipotesi si è assunto C45/55. Al tempo “t = 14 gg” di trasferimento della pretensione è  $f_{ck}(14 \text{ gg}) = 26,98 \text{ MPa}$ . L’entità delle tensioni di compressione nelle condizioni iniziali rispetta il valore minimo richiesto dall’UNI EN 1992-1-1:2005 in fase iniziale:

$$|\sigma_{i0}| = 15,24 \text{ MPa} < 0,6 \cdot f_{ck}(14 \text{ gg}) = 16,2 \text{ MPa};$$

a maggior ragione quello richiesto dalle Norme Tecniche di  $0,7 \cdot f_{ck}(t)$ .

**Verifica in fase finale.** In fase finale, supponendo che a  $t \rightarrow \infty$  le somme delle cadute di tiro siano state già calcolate complessivamente pari a  $\Delta P_\infty = -\Delta N_\infty = -570 \text{ kN}$ ; e avendo in particolare calcolato che le perdite sono così distribuite fra i due gruppi di armatura:

- armatura superiore (15%):  $0,15 \cdot \Delta N_\infty = 0,15 \cdot (570) = 85,5 \text{ kN}$ ;
- armatura inferiore (85%):  $0,85 \cdot \Delta N_\infty = 0,85 \cdot (570) = 484,5 \text{ kN}$ ,

si calcola la tensione di trazione del CR nella sezione di mezzera che risulta ( $t \rightarrow \infty$ ), considerando il modulo di  $\Delta P_\infty$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{p\infty} &= \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p\infty} = (P_0 - \Delta P_\infty)/A_{p,tot} = \\ &= (2054 - 570) \cdot 10^3 / 1731 = (1187 - 329,5) \approx 857,5 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

avendo indicato con  $A_{p,tot}$  l’area complessiva dei trefoli (superiori e inferiori) nella sezione della trave. Il valore del tiro sul CR è in fase finale (a cadute complessive esaurite):



$$P_{\infty} = P_0 - \Delta P_{\infty} = (2054) - (570) = 1484 \text{ kN.}$$

Analogamente per i due singoli gruppi di armatura:

$$\begin{aligned}\sigma_{p\infty, \text{sup}} &= \sigma_{p0, \text{sup}} - \Delta\sigma_{p\infty, \text{sup}} = (P_{0, \text{sup}} - 0,15 \cdot \Delta P_{\infty}) / A_{p, \text{sup}} = \\ &= (423,7 - 85,5) \cdot 10^3 / 346 = (1224,6 - 247,1) \approx 977,5 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{p\infty, \text{inf}} &= \sigma_{p0, \text{inf}} - \Delta\sigma_{p\infty, \text{inf}} = (P_{0, \text{inf}} - 0,85 \cdot \Delta P_{\infty}) / A_{p, \text{inf}} = \\ &= (1630,3 - 484,5) \cdot 10^3 / 1385 = (1177,1 - 349,8) \approx 827,3 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

Risulta quindi:

- tiro finale armatura superiore:  
 $P_{\infty, \text{sup}} = P_{0, \text{sup}} - 0,15 \cdot \Delta P_{\infty} = (423,7 - 85,5) = 338,2 \text{ kN.}$
- tiro finale armatura inferiore:  
 $P_{\infty, \text{inf}} = P_{0, \text{inf}} - 0,85 \cdot \Delta P_{\infty} = (1630,3 - 484,5) = 1145,8 \text{ kN,}$

risultando infatti  $1484 = 338,2 + 1145,8$ .

Si trova quindi la nuova (e ultima) posizione dell'eccentricità del cavo risultante a cadute differite completamente esaurite ( $t \rightarrow \infty$ ):

$$e_{p\infty} = \frac{N_{\infty, \text{sup}} \cdot y_{p, \text{sup}} + N_{\infty, \text{inf}} \cdot y_{p, \text{inf}}}{N_{\infty}} = \frac{338,2 \cdot (-487) + 1145,8 \cdot (366)}{1484} \approx 172 \text{ mm.}$$

Si può ora considerare l'effetto sulle tensioni dovuto alla perdita di tiro nel cavo risultante e, in particolar modo, nei due gruppi di armature che lo compongono. Intanto, la differente caduta di tiro su entrambe le armature determina sulla sezione una variazione flessionale di cui si deve tenere conto e pari (in modulo) a:

$$\begin{aligned}\Delta M_{p\infty} &= -0,15 \cdot \Delta N_{\infty} \cdot y_{p, \text{sup}} + 0,85 \cdot \Delta N_{\infty} \cdot y_{p, \text{inf}} = \\ &= -85,5 \cdot (0,487) + (484,5)(0,366) = 136,1 \text{ kNm.}\end{aligned}$$

Si fa notare che sarebbe un errore considerare come variazione flettente  $\Delta M_{p\infty}$  per perdite di precompressione il prodotto  $\Delta N_{\infty} \cdot e_{p\infty}$  perché, proprio in virtù della necessità di un equilibrio alla rotazione, risulta  $\Delta N_{\infty} \cdot e_{p\infty} \approx 0,384 \cdot N_{\infty} \cdot e_{p\infty} \neq \Delta M_{p\infty} = 136,1 \text{ kNm}$ . Applicando quindi la sollecitazione pressoflettente per sole cadute compressive di tensione, si scrive:

$$\Delta\sigma_{ep0} = \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} - \frac{\Delta M_{p\infty}}{J_i} \cdot y_e = (570/171) - (136,1) \cdot (554)/20776 = -0,30 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{ip0} = \frac{\Delta N_{\infty}}{A_i} + \frac{\Delta M_{p\infty}}{J_i} \cdot y_i = (570/171) + (136,1) \cdot (446)/20776 = 6,26 \text{ MPa.}$$

Le tensioni sul calcestruzzo in fase finale ( $t \rightarrow \infty$ ) che determinano il quadro tensionale detto "a vuoto" (pedice "v") sono:

fibra di estradosso trave: 
$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \left( \Delta\sigma_{ep0} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right);$$

fibra di intradosso trave: 
$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \left( \Delta\sigma_{ip0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right).$$

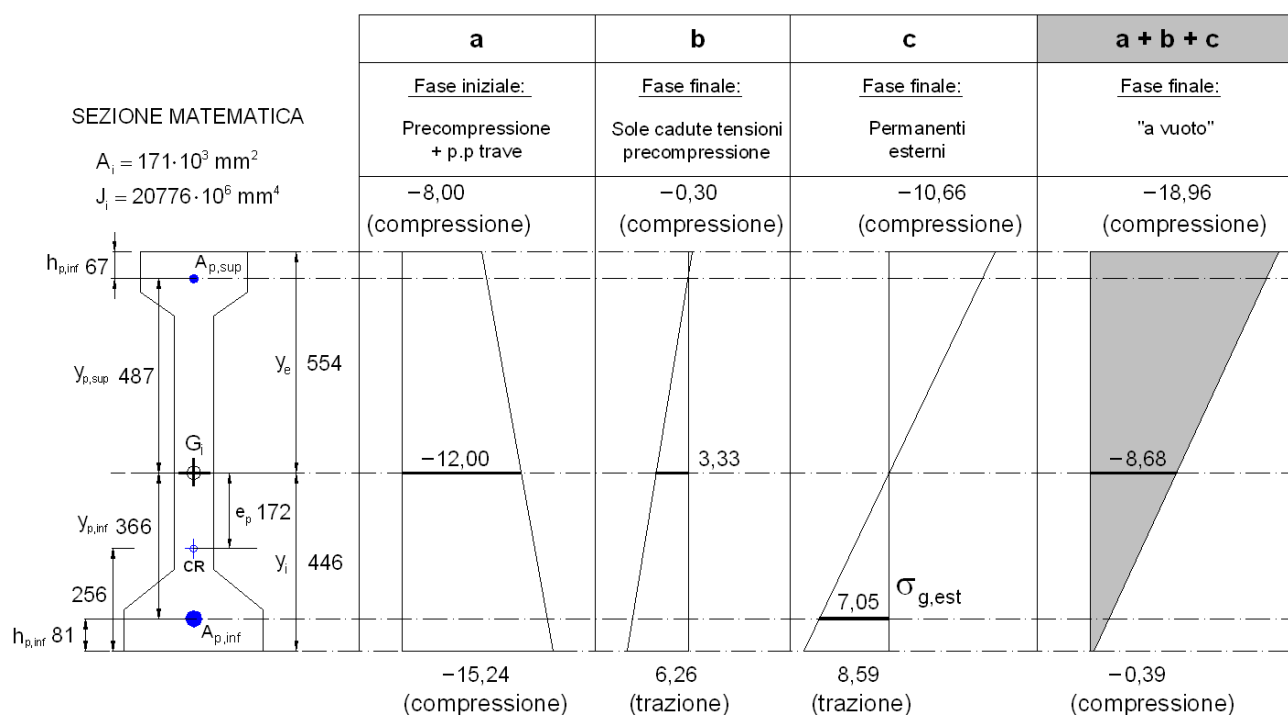
Sostituendo i valori numerici (con  $M_{g,est} = 400 \text{ kNm}$ ):

$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \left( \Delta\sigma_{ep0} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right) =$$

$$= -8,00 + [-0,30 - (400) \cdot (554)/20776] = -8,00 + (-0,30 - 10,66) = -18,96 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \left( \Delta\sigma_{ip0} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right) =$$

$$= -15,24 + [6,26 + (400) \cdot (446)/20776] = -15,24 + (6,26 + 8,59) = -0,39 \text{ MPa.}$$



**Figura 79.** Diagramma delle tensioni in fase finale "a vuoto" (sistema pre-teso), sezione in mezzzeria ( $t \rightarrow \infty$ ;  $e_p = e_{p\infty} = 172 \text{ mm}$ ).

La massima tensione di compressione "a vuoto" si ha sulla fibra di estradosso della trave. Essendo il carico variabile dovuto alla neve, se si assume di essere nella condizione di  $\psi_2 = 0$  (neve a quota  $\leq 1000 \text{ m s.l.m.}$ , tab. 2.5.I – Norme Tecniche), allora la condizione "a vuoto" coincide con la combinazione di carico "quasi permanente". Pertanto, ritenendo che si possa assumere ragionevolmente  $f_{ck}(28 \text{ gg}) = 45 \text{ MPa}$ , deve risultare:

$$|\sigma_{e,v}| = 18,96 \text{ MPa} < 0,45 \cdot f_{ck}(28 \text{ gg}) = 20,25 \text{ MPa},$$

la verifica è soddisfatta, avendo considerato nel calcolo delle perdite differite la viscosità in campo lineare.

La tensione nell'armatura di pretensione inferiore in fase finale "a vuoto" si calcola (baricentro  $A_{p,inf}$  a quota  $y_{p,inf} = 366$  mm)<sup>(6)</sup>:

$$\begin{cases} \sigma_{p\infty,inf} = \sigma_{p0,inf} - \Delta\sigma_{p\infty,inf} \\ \sigma_{p,v,inf} = \sigma_{p\infty,inf} + n_p \cdot \left( \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{p,inf} \right) \end{cases}$$

Sostituendo i valori numerici con  $n_p = 6$  (e ricordando che  $\Delta\sigma_{p\infty,inf} = 827,3$  MPa) si ha:

$$\sigma_{p,v,inf} = 827,3 + 6 \cdot [(400)(366)/(20776)] = 827,3 + 6 \cdot (7,05) = 869,6 \text{ MPa.}$$

Come si può notare, è possibile anche ricorrere direttamente ai valori ricavati dai grafici delle distribuzioni delle tensioni. Analogamente, nel caso di fase finale in combinazione di carico caratteristica (rara), la massima tensione nelle armature di pretensione inferiori ( $A_{p,inf} = 1385$  mm<sup>2</sup>) si calcolerà:

$$\begin{cases} \sigma_{p\infty,inf} = \sigma_{p0,inf} - \Delta\sigma_{p\infty,inf} \\ \sigma_{p,v,inf} = \sigma_{p\infty,inf} + n_p \cdot \left( \frac{M_{g,est} + M_{q,var}}{J_i} \right) \cdot y_{p,inf} \end{cases}$$

In particolare, poiché  $M_{g,est} + M_{q,var} = (400 + 130)$  kNm, si ricava:

$$\sigma_{p,fin,inf} = 827,3 + 6 \cdot [(400 + 130)(366)/(20776)] = 827,3 + 6 \cdot (7,05 + 2,29) = 883,3 \text{ MPa,}$$

che rientra nel limite imposto dalla norma:  $0,8 \cdot f_{p(1)k} = 1296$  MPa.

**OSSERVAZIONI.** In generale, il diagramma delle tensioni nelle varie fasi di stato limite di esercizio si ottiene semplicemente combinando linearmente (in funzione dei coefficienti della particolare combinazione di carico considerata) il grafico "a vuoto" con quello dipendente dai carichi variabili. Per maggiori dettagli si rinvia agli esempi già svolti. Si approfitta per far notare che le tensioni in fase finale "a vuoto", trattandosi di sistema preteso con sola trave portante, potevano direttamente calcolarsi considerando le seguenti formulazioni (fase finale):

$$\sigma_{e\infty} = \left( \frac{N_{\infty}}{A_i} - \frac{N_{\infty} \cdot e_{p\infty}}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0} + M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e = -18,96 \text{ MPa;}$$

$$\sigma_{i\infty} = \left( \frac{N_{\infty}}{A_i} + \frac{N_{\infty} \cdot e_{p\infty}}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0} + M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i = -0,39 \text{ MPa;}$$

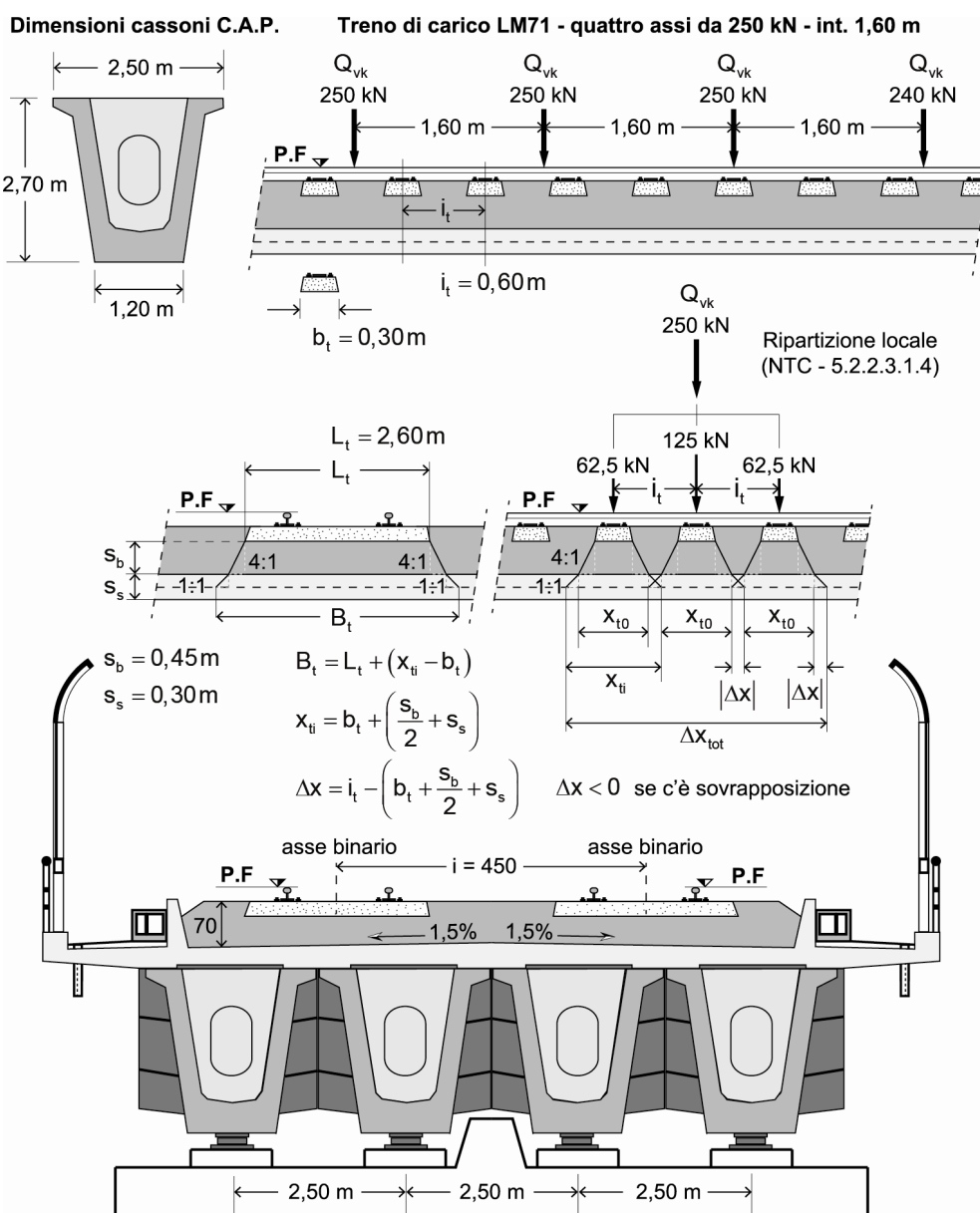
<sup>6</sup> In questo caso, trovandoci di fronte ad una sezione con armatura doppia, è necessario distinguere tra cavo risultante e baricentro delle armature inferiori tese, giacenti a quota inferiore. La verifica si riduce a quella del solo cavo risultante se la sezione può non considerarsi ad armatura doppia; come infatti è stato fatto per le sezioni post-tese a cavo parabolico.

dove con  $e_{p\infty} = 0,172$  m si è considerato l'ultimo valore dell'eccentricità assunta dal cavo risultante. Si ricorda, che avendo adottato la convenzione di considerare negative le compressioni, nelle formule va considerato  $N_{\infty} < 0$ .

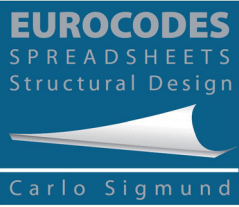
Progetto: Verifica cassoncino c.a.p. impalcato ferroviario L = 30,00+33,60 m			Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx		
Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".			Pag./rev. 1 - 00		
Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## PREDIMENSIONAMENTO CASSONCINI PRECOMPRESSI PER VIADOTTO FERROVIARIO AD ALTA VELOCITÀ

Si riportano i calcoli di predimensionamento di un cassoncino precompresso di un viadotto ferroviario rettilineo a doppio binario per l'alta velocità (velocità di progetto 300 km/h) con luce teorica di calcolo da L = 30,00 m fino a L<sub>max</sub> = 33,60 m (interasse appoggi). La soluzione utilizza travi alte 2,70 m realizzate in un campo di prefabbricazione predisposto a piè d'opera. Poste in opera le travi sugli apparecchi di appoggio mediante l'impiego di gru, si precomprimono prima i traversi secondo opportune fasi (traversi precompressi con tecnologia post-tesa) e, successivamente, viene eseguito il getto della soletta (spessore medio 30 cm trasversalmente a una sezione dell'impalcato). Uno schematico dettaglio nella figura sottostante.



**Figura 1** Sezione di parte di un impalcato di ponte ferroviario per l'alta velocità con 30 m di luce di calcolo: trave C.A.P. e trave mista (trave di riva).

	Progetto: Verifica cassoncino c.a.p. impalcato ferroviario L = 30,00+33,60 m				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 2 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Il ponte presenta due campate uguali su unica pila e due spalle, entrambe fondate su pali profondi di diametro 1200 mm. Trattandosi di un ponte a doppio binario, la larghezza della piattaforma dell'impalcato è di 13,10 m. Lungo le travi sono stati disposti 6 trasversi, posti alla distanza di 5m, due di testata e quattro intermedi. Le singole travi, disposte una accanto all'altra, sono solidarizzate in opera grazie alla precompressione a cavi post-tesi dei trasversi. La larghezza trasversale dell'impalcato è pari a 13,10 m, compresi i cordoli su cui poggiano le barriere antirumore e i parapetti. La vasca porta ballast ha una dimensione trasversale di 9,00 m, comprensiva dei due muretti paraballast aventi spessore variabile tra 15 cm in sommità e 30 cm all'attacco con la soletta, a fronte di un'altezza di 70 cm. Infine i cordoli posti all'estremità della soletta hanno una larghezza di 40 cm e un'altezza di 45 cm, comprendente anche il tratto finale di soletta.

L'analisi di predimensionamento è stata qui condotta sulla sola sezione di mezzeria della trave di riva. Per la verifica puntuale delle tensioni è stato utilizzato il file compilato in Excel® (qui allegato e distribuito liberamente utilizzabile - assieme al relativo file word per la stampa delle calcolazioni - per le proprie esigenze).

Per chi avesse interesse o semplice curiosità, in questo link sono disponibili (gratuitamente e senza alcuna registrazione) dei file Excel (tra cui alcuni utili nel calcolo del precompresso) per la stima delle cadute di tensione secondo NTC ed Eurocodici, utilizzati come dato input in questo calcolo:

<http://eurocodespreadsheets.jimdo.com/fogli-it/>

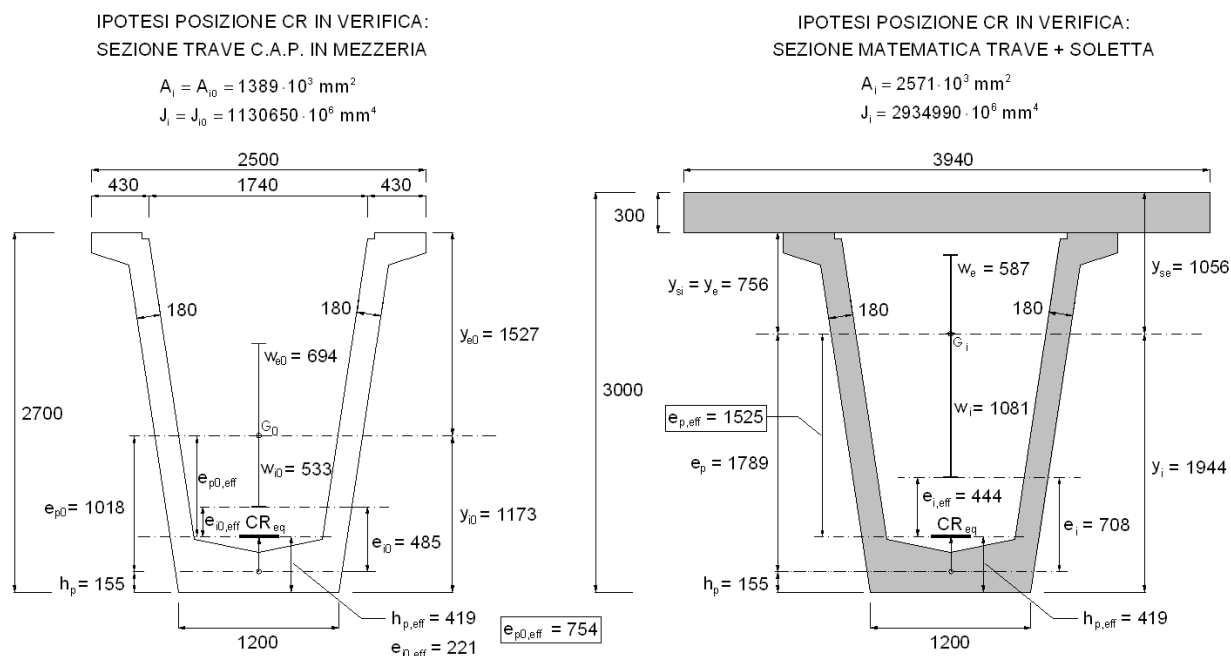
Il calcolo del tiro e dell'area equivalente dei trefoli (che andranno previsti su più strati lungo l'altezza del cassoncino e tesati opportunamente con tensioni differenti a partire dalla massima ammessa da norma NTC  $\sigma_{p0,max} = \min[0,8f_{pk}; 0,9f_{p(0,1)k}] = 1488 \text{ MPa}$ ) è stata condotta preliminarmente conducendo un calcolo "a braccio" seguendo, in parte, le normali procedure di calcolo sulle sezioni pressoinflesse entro il *nocciolo centrale d'inerzia* della sezione in campata e in parte seguendo un procedimento sufficientemente approssimato proposto dallo scrivente.

**NOTA:** Come noto, al variare delle tensioni a causa delle perdite di precompressione, l'eccentricità  $e_p$  sulla sezione resistente varia. Tramite il file "MASCHERA TREFOLI tiro.xlsx" è possibile calcolare le varie eccentricità del cavo risultante CR dalla tesatura e dalla trasmissione della precompressione (accorciamento elastico della trave), fino a  $t \rightarrow$  "infinito", a perdite completamente esaurite. In particolare, all'interno del file "MASCHERA TREFOLI tiro.xlsx" vengono calcolati i momenti di compressione/decompressione, per cadute di tensione nei vari livelli dei cavi, necessari per valutare le tensioni sulla sezione resistente dovute alle sollecitazioni di pressoflessione per cadute di tensione. Nel file "Precompressione (Fili aderenti).xlsx" si considerano questi momenti di compressione/decompressione mediante l'inserimento in input di due eccentricità  $e_{p0,1fitt}$  e  $e_{p0,2fitt}$ , relativamente alle cadute sulla sola trave e alle cadute sulla sezione mista.

Nella presente relazione di calcolo sono stati utilizzati dei simboli e una terminologia non completamente identici a quelli indicati dalle norme seguite (NTC ed Eurocodici strutturali). In particolare, si è fatto riferimento a una pubblicazione dello scrivente sul calcolo degli elementi precompressi in cemento armato.

Progetto: Verifica cassoncino c.a.p. impalcato ferroviario L = 30,00+33,60 m				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 3 - 00	
Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

**NOTA.** In alcuni casi, particolari geometrie e carichi possono imporre di aumentare il valore del tiro  $N_0$  e di alzare il baricentro del cavo risultante  $CR \rightarrow CR_{eq}$  (con  $h_{p,eff} > h_p$ ) adottando vari livelli di trefoli (disposti su file a varie altezze lungo quasi tutta l'altezza della sezione della trave, con differenti aree e tensioni di tesatura). In questo modo, variando le sezioni dei trefoli su ogni fila orizzontale e variando su ciascuna fila la relativa tensione di tesatura è possibile decidere dove posizionare il baricentro del cavo risultante  $CR_{eq}$  lungo un punto opportuno sull'altezza della trave. A titolo di esempio, si riporta il predimensionamento di un cassoncino prefabbricato per un impalcato da ponte ferroviario di circa 30 m (di luce di calcolo) per l'alta velocità, costituito da quattro cassoncini accostati di altezza 2,70 m e di larghezza 2,50 solidarizzati mediante 6 traversi post-compressi (due in testata e 4 distribuiti in campata con interasse di 5,00 m).

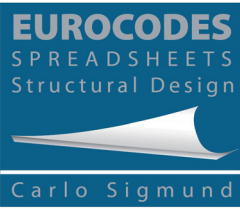


**Figura 2** Sezione cassoncino c.a.p. per impalcato da ponte ferroviario per l'alta velocità (30 m di luce di calcolo): dati relativi a perdita di tiro del 17,6% rispetto a tiro di tesatura (senza perdite iniziali per rilassamento degli acciai).

I dati di progetto sono i seguenti (valori caratteristici sulla sezione in campata in esercizio):

- momento per peso proprio trave e traversi:  $M_{g0,1} = 5245 \text{ kNm}$  e momento per peso proprio della soletta (come peso morto):  $M_{g0,2} = 3628 \text{ kNm}$ ; (essendo quindi  $M_{g0} = M_{g0,1} + M_{g0,2} = 8873 \text{ kNm}$ );
- momento dei permanenti portati:  $M_{g,est} = 5352 \text{ kNm}$ ;
- momento per variabili viaggianti:  $M_{q,var} = 10520 \text{ kNm}$ .

Si stabilisce a priori il baricentro del cavo risultante CR a quota  $h_p$  dall'intradosso della trave C.A.P. Si prova fissando il baricentro a metà altezza circa della larghezza di appoggio orizzontale della trave:  $h_p = 155 \text{ mm}$  (salvo poi, eventualmente, spostarlo lungo l'altezza della trave). Sulla sezione mista, in condizioni di esercizio, si calcola:

	Progetto:				Riferimento (Excel file):	
	Verifica cassoncino c.a.p. impalcato ferroviario L = 30,00+33,60 m				Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione:				Pag./rev.	
	<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a “fili aderenti”.				4 - 00	
	Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:
CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	

$$P_0 = \frac{M_{g0} + (M_{g,est} + M_{q,var})}{0,75 \cdot (e_p + w_e)} = \frac{8873 + (5352 + 10520)}{0,75 \cdot (1,789 + 0,587)} \sim 13900 \text{ kN},$$

e la relazione in fase iniziale (sulla sezione mista  $A_i, J_i$ ) impone che  $e_i$  sia almeno:

$$e_i = \frac{M_{g0}}{P_0} = \frac{8873 \cdot 10^3}{13900} \sim 638 \text{ mm}$$

dove, avendo calcolato  $w_e = J_i/(A_i \cdot y_i) = 587 \text{ mm}$ , tenendo conto che  $w_i = J_i/(A_i \cdot y_e) = 1081 \text{ mm}$ , si ha effettivamente ( $e_i = y_i - w_i - h_p = 1944 - 1081 - 155 = 708 \text{ mm} > 638 \text{ mm}$ ):

$$e_i \cdot P_0 = (0,708) \cdot (13900) \sim 9840 \text{ kNm} > M_{g0} = 8873 \text{ kNm} \text{ (} e_i \text{ effettivo sufficiente).}$$

A valle di quest'ultimo esito di verifica, si è costretti però ad aumentare ugualmente l'intensità del tiro  $P_0 \rightarrow P_0^*$  per ottenere esito positivo sul controllo nel "breve periodo" per la sola trave, (in fase iniziale con  $e_{i0} = 485 \text{ mm}$ ;  $w_{i0} = 533 \text{ mm}$  e per l'intera sollecitazione flettente  $M_{g0} = 8873 \text{ kNm}$ : trave non puntellata durante la presa del getto di seconda fase della soletta); in quanto, per come è l'entità del tiro, a maggior ragione non risulta verificata con  $e_{i0} = 485 \text{ mm} < e_i = 638 \text{ mm}$ . Si aumenta quindi il tiro in funzione dell'intensità di  $M_{g0}$ :

$$P_0^* = \frac{M_{g0}}{e_{i0}} = \frac{(8873 \text{ kNm})}{(0,485 \text{ m})} \sim 18300 \text{ kN}.$$

Per verificare infine l'idoneità geometrica della distanza  $e_{i0} = 485 \text{ mm}$  (fissata a priori di fatto con l'aver fissato inizialmente a priori il baricentro del cavo risultante CR a distanza  $h_p = 155 \text{ mm}$  dall'intradosso della trave C.A.P. con eccentricità  $e_{p0} = 1018 \text{ mm}$ ), si esegue un'ultima verifica in fase di taglio dei trefoli. Tenendo conto di una tensione "equivalente" di tesatura affetta inevitabilmente da una caduta istantanea di tensione di circa il 10% (alla trasmissione della pretensione), per accorciamento elastico del calcestruzzo e per rilassamento degli acciai ai martinetti, si deve avere:

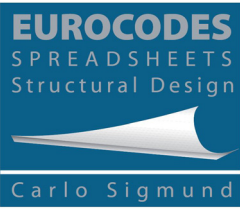
$$e_{i0,eff} \cdot 1,10 \cdot P_0 = e_{i0,eff} \cdot P_{0max} \leq M_{g0,1} = 5245 \text{ kNm}$$

avendo a tal fine indicato con  $e_{i0,eff}$  l'eccentricità effettiva (massima) che deve avere il baricentro del cavo risultante CR (dall'estremo del nocciolo d'inerzia  $w_{i0} = 533 \text{ mm}$  della sola sezione trave C.A.P.) affinché l'azione flettente per peso proprio della sola trave  $M_{g0,1} = 5245 \text{ kNm}$  non porti eccessivamente in trazione la fibra di intradosso della trave nell'istante di recisione dei trefoli. Si deve quindi assicurare che:

$$e_{i0,eff} \leq \frac{M_{g0,1}}{P_{0max}} = \frac{M_{g0,1}}{1,10 \cdot P} = \frac{(5245 \text{ kNm})(10^3 \text{ mm/m})}{1,10 \cdot (18300 \text{ kN})} \sim 260 \text{ mm}.$$

Le verifiche, dunque, impongono di fatto di alzare il livello iniziale del baricentro del cavo risultante CR, dal valore fissato  $h_p = 155 \text{ mm}$  con eccentricità  $e_{p0} = 1018 \text{ mm}$ , ad un valore tale che rispetti il vincolo precedente su  $e_{i0,eff}$ .



	Progetto:				Riferimento (Excel file):	
	Verifica cassoncino c.a.p. impalcato ferroviario L = 30,00+33,60 m				Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione:				Pag./rev.	
	<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a “fili aderenti”.				5 - 00	
	Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:
CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	

$$e_{p0,eff} \leq e_{i0,eff} + w_{i0} = 260 + 533 = 793 \text{ mm} \rightarrow e_{p0,eff} = 750 \text{ mm}$$

avendo arrotondato al primo multiplo di 50 mm. In questo caso, la distanza effettiva da prevedere per il cavo risultante CR dall'intradosso della trave C.A.P. è dato da:

$$h_{p,eff} = y_{i0} - e_{p0,eff} = 1173 - 750 = 423 \text{ mm}$$

che, trovandosi così fisicamente al di fuori della sezione di calcestruzzo, dovrà essere ottenuta fissando vari strati di trefoli distribuiti opportunamente lungo l'altezza con tensioni di tesatura differenziate in modo tale che l'azione di precompressione di tutti i cavi sia equivalente a quella del baricentro del solo cavo risultante  $CR_{eq}$  (equivalente).

In particolare, stimando almeno una tensione orientativa (media) di tesatura  $\sigma_{p0,eq} = 1300 \text{ MPa}$  (appunto "equivalente"), necessariamente minore della massima di  $\sigma_{p0,max} = 1488 \text{ MPa}$  ammessa dalla norme, per tenere forfetariamente conto del fatto che si partirà con strati a tesatura massima con  $1488 \text{ MPa}$  (100%) fino a strati con tesature in percentuale anche minori, sarà necessario un quantitativo di trefoli di diametro (equivalente) da 0.6" ( $A_{1p} = 139 \text{ mm}^2$ ) pari a:

$$A_p \geq \frac{P_{0max}}{\sigma_{p0,eq}} = \frac{1,10 \cdot 18300 \cdot 10^3}{1300} = 15485 \text{ mm}^2$$

Si prevede quindi un quantitativo (equivalente) di trefoli pari a  $N_p = 110 \div 120$  trefoli con area  $A_p = 15290 \div 16680 \text{ mm}^2$ . Sulla sezione si utilizzeranno trefoli da 0.5" e 0.6" a diverse tensioni di tesatura.

**NOTA.** Le perdite di precompressione saranno considerate tutte esaurite sulla sola trave. Il precalcolo assume sbrigativamente un'unica perdita percentuale uguale per tutti i trefoli (20-25% del tiro  $N_{0max}$ ).

Nella fase successiva, verrà computata la perdita di precompressione effettiva per ciascun livello dei 16 livelli complessivi con cui è caratterizzata la sezione di mezzeria della trave di riva (per una perdita "equivalente" sul CR di circa il 18% di  $P_{0max}$ ).

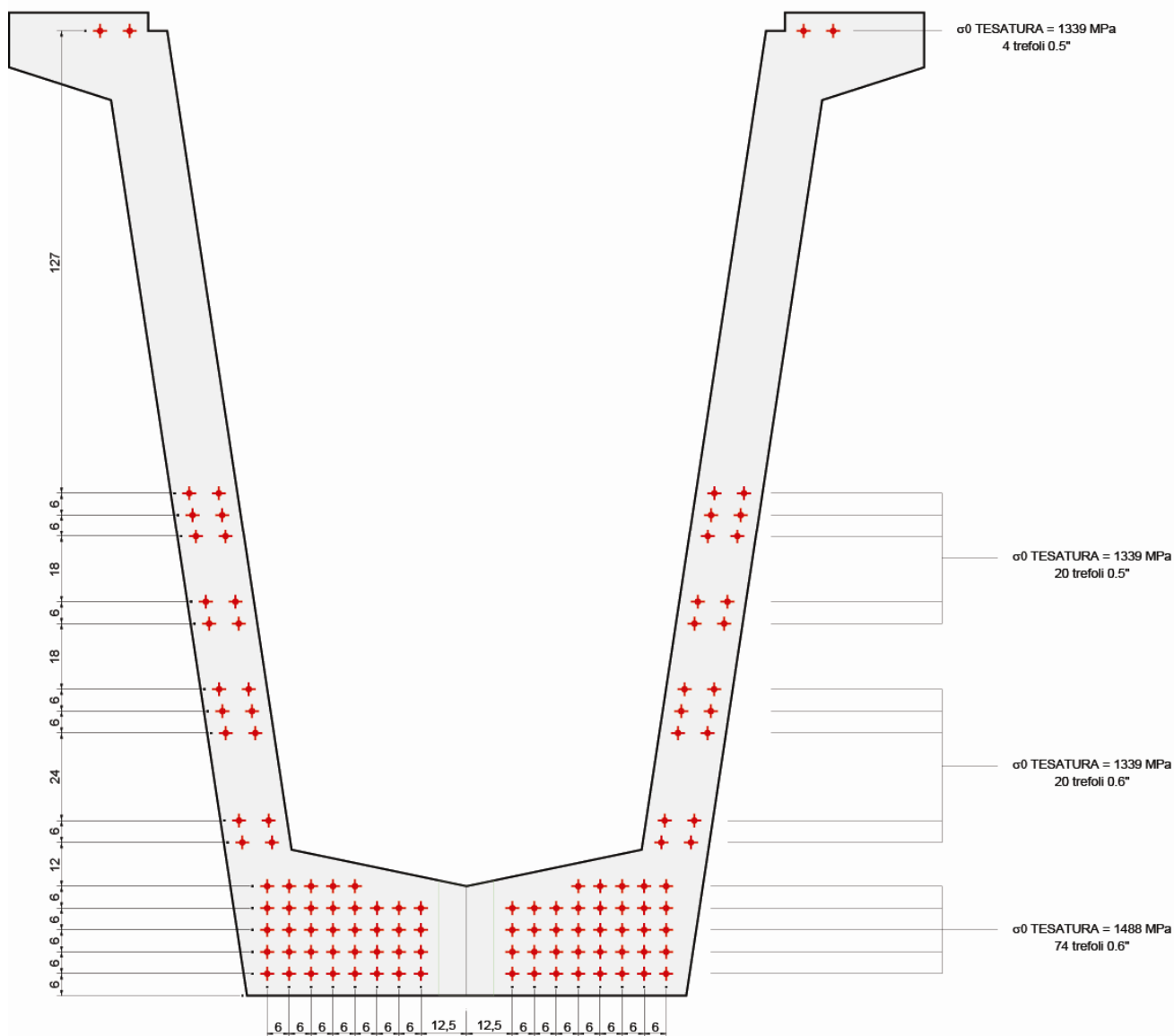
#### VERIFICHE EFFETTUATE SULLA SEZIONE DI MEZZERIA:

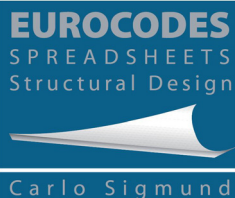
*le verifiche sono condotte considerando (**CALCOLO 1**) le perdite per ritiro e viscosità scontate al 40% alla messa in opera e al 60% a tempo infinito. Le stesse verifiche sono state condotte ipotizzando (**CALCOLO 2**) le perdite per attrito e viscosità scontate al 100% alla messa in opera (perdite di precompressione interamente scontate sulla sola trave: generalmente per verificare che considerando le perdite tutte scontate, la maschera dei trefoli di precompressione non varia, rendendo eventualmente necessario (parlando in generale) solamente un leggero aumento delle armature lente nella zona di mezzeria della trave C.A.P.*

Progetto: Verifica cassoncino c.a.p. impalcato ferroviario L = 30,00+33,60 m				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 6 - 00	
Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## PROGETTO DELLA SEZIONE E DISPOSIZIONE DEI TREFOLI

Di seguito lo schema della maschera dei trefoli così come riportata per la verifica della sezione di mezzzeria della trave C.A.P. (trave di riva):



	Progetto: Verifica cassoncino c.a.p. impalcato ferroviario L = 30,00+33,60 m				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 7 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

### PERDITE EFFETTIVE DI PRECOMPRESSIONE - CADUTE ESAURITE SULLA SOLA TRAVE (100%)

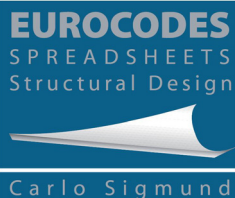
Si utilizza la formulazione dell'eq. 3.29 della EN 1992-1-1 per il calcolo delle perdite di precompressione su ciascun livello di file orizzontali di trefoli, in funzione della relativa tensione di tesatura e in funzione dello stato tensionale delle fibre di calcestruzzo alla medesima quota dei baricentri dei livelli in condizioni di carico di precompressione iniziale e combinazione di carico quasi permanenti. I dati finali sono i seguenti, in tabella:

DISPOSIZIONE TREFOLI (sulla sezione effettiva)				
LIVELLO	Sezione (mq)	Numero	Quota (mm) da intradosso TRAVE	% perdita precompressione (calcolate rispetto al tiro iniziale)
LIV. 24	93	4	2650	19,2
LIV. 23	93	4	1380	21,6
LIV. 22	93	4	1320	21,6
LIV. 21	93	4	1260	21,7
LIV. 20				
LIV. 19				
LIV. 18	93	4	1080	21,8
LIV. 17	93	4	1020	21,8
LIV. 16				
LIV. 15				
LIV. 14				
LIV. 13	139	4	840	21,7
LIV. 12	139	4	780	21,7
LIV. 11	139	4	720	21,7
LIV. 10				
LIV. 9				
LIV. 8	139	4	480	21,5
LIV. 7	139	4	420	21,4
LIV. 6				
LIV. 5	139	10	300	20,1
LIV. 4	139	16	240	19,6
LIV. 3	139	16	180	19,4
LIV. 2	139	16	120	19,2
LIV. 1	139	16	60	19,0

Totale trefoli disposti:	$N_{p,eff} = 118$
Area complessiva trefoli:	$A_p = 15298 \text{ mm}^2$

**Le perdite di tensione sono indicate nella tabella in alto in termini di percentuale rispetto alle tensioni iniziali, scontate le sole perdite per rilassamento degli acciai, durante la tesatura.**

Dati ottenuti tramite il file: "APP\_B\_EC2.xlsm" inserendo in input i valori nel file "MASCHERA TREFOLI tiro.xlsx" al foglio "Input PERDITE".

	Progetto: Verifica cassoncino c.a.p. impalcato ferroviario L = 30,00+33,60 m				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 8 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## RISULTATI PERDITE DI PRECOMPRESSIONE - ESAURITE SULLA SOLA TRAVE (100%)

Di seguito, il report dettagliato delle cadute di tensioni (totalmente esaurite nella trave) secondo le indicazioni degli Eurocodici Strutturali. I valori sono riferiti a 20833 giorni dal getto ( $t \rightarrow$  "infinito").

Nella tabella sottostante, partendo dal LIV. 1 (il primo in alto) fino al LIV. 24 (ultimo in basso, nell'ordine), si ha:

### REPORT DATI CADUTA DI PRECOMPRESSIONE IN FUNZIONE DI "t"

Percentuale caduta di tensione rispetto al tiro iniziale (a perdite istantanee esaurite):

t [giorni]	$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0)$	$\varepsilon_{cs}$	$\Delta\sigma_{pr}(t)$ [MPa]	$\sigma_{c,QP}$ [MPa]	$\Delta P_{c+s+f}$ [kN]	$\Delta\sigma_{p,c+s+f}$ [MPa]	$\frac{\Delta P_{c+s+f}}{N_0}$ [%]	
20833	2,68	0,00023	60,555	14,20	624,8	280,94	18,98	(LIV. 1)
20833	2,68	0,00023	63,061	14,20	631,6	283,97	19,18	
20833	2,68	0,00023	65,665	14,20	638,4	287,04	19,39	
20833	2,68	0,00023	67,948	14,20	644,6	289,82	19,58	
20833	2,68	0,00023	70,305	14,20	414,5	298,22	20,14	
20833	2,68	0,00023	46,934	14,10	158,2	284,62	21,36	
20833	2,68	0,00023	48,291	14,10	159,0	285,90	21,45	
20833	2,68	0,00023	52,256	14,10	161,1	289,69	21,74	
20833	2,68	0,00023	52,918	14,00	160,6	288,90	21,68	
20833	2,68	0,00023	53,420	14,00	160,9	289,41	21,72	
20833	2,68	0,00023	54,267	14,00	108,2	290,96	21,82	
20833	2,68	0,00023	54,267	14,00	108,2	290,98	21,82	
20833	2,68	0,00023	53,420	13,90	107,5	288,87	21,66	
20833	2,68	0,00023	52,752	13,90	107,3	288,31	21,62	
20833	2,68	0,00023	52,092	13,90	107,0	287,75	21,58	
20833	2,68	0,00023	20,576	13,60	95,0	255,28	19,15	(LIV. 24)

Considerando tutte le perdite esaurite sulla sola trave, la perdita di precompressione (equivalente) sul cavo risultante risulta pari al 17,6% del tiro iniziale  $N_{0,MAX} = 22018$  kN (forza complessiva di tesatura senza considerare alcuna perdita iniziale per rilassamento dei trefoli) oppure pari (in altri termini) a circa il 20% del tiro complessivo ( $N_0 = 19359$  kN), scontando quindi le perdite iniziali per rilassamento dei trefoli e per accorciamento elastico del calcestruzzo al trasferimento della precompressione.

Si ha un abbassamento del baricentro del cavo risultante CR a quota  $e_p = e_{p0\infty} = 754$  mm rispetto al valore iniziale  $e_p = e_{p0,t} = 750$  mm in prima fase, al taglio dei trefoli a trasferimento di precompressione avvenuta. In fase iniziale di tesatura (senza alcuna perdita iniziale) la quota di partenza del CR è pari a  $e_p = e_{p0*} = 748$  mm. Pertanto, un'escursione di  $\Delta e_p = 6$  mm in tutto. Questo giustifica, eventualmente, un calcolo più semplice che adottati per  $e_p$  un valore costante (ad esempio, quello dopo il taglio dei trefoli a precompressione trasmessa). In questa relazione, si è tenuto conto di questa variazione, seppur di fatto contenuta.

Progetto:				Riferimento (Excel file):	
Verifica cassoncino c.a.p. impalcato ferroviario L = 30,00÷33,60 m				Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
Sezione:				Pag./rev.	
<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				9 - 00	
Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:
CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016

### GEOMETRIE EFFETTIVE DELLE SEZIONI (IN MEZZERIA) CONSEGUENTI AL CALCOLO

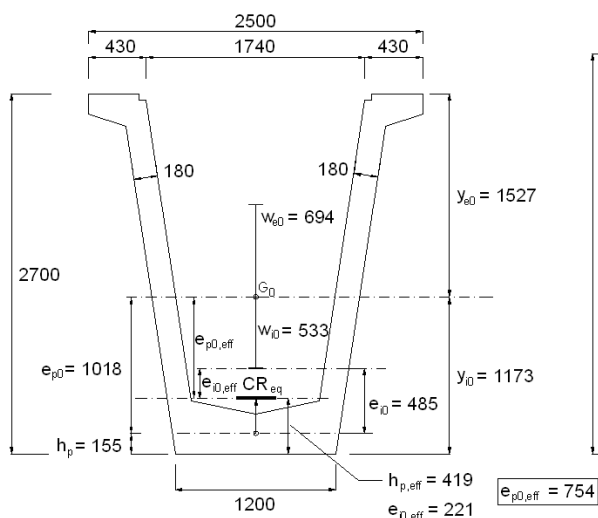
Di seguito i dettagli geometrici della trave di riva, nelle due situazioni di sola trave in prima fase (*durante la tesatura*) e in *condizioni di esercizio* (trave+soletta collaborante). All'atto della tesatura si ha  $e_p = e_{p0^*} = 748 \text{ mm}$  e alla trasmissione della precompressione si ha (per accorciamento elastico della trave):  $e_{p0} = 750 \text{ mm}$ . A perdite completamente esaurite sulla sola trave si ha infine  $e_p = 754 \text{ mm}$ .

**CASO REALE: CALCOLATE LE PERDITE EFFETTIVE DI PRECOMPRESSIONE DI CIASCUN LIVELLO ARMATURE**

IPOTESI POSIZIONE CR IN VERIFICA:  
SEZIONE TRAVE C.A.P. IN MEZZERIA

$$A_i = A_{i0} = 1389 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

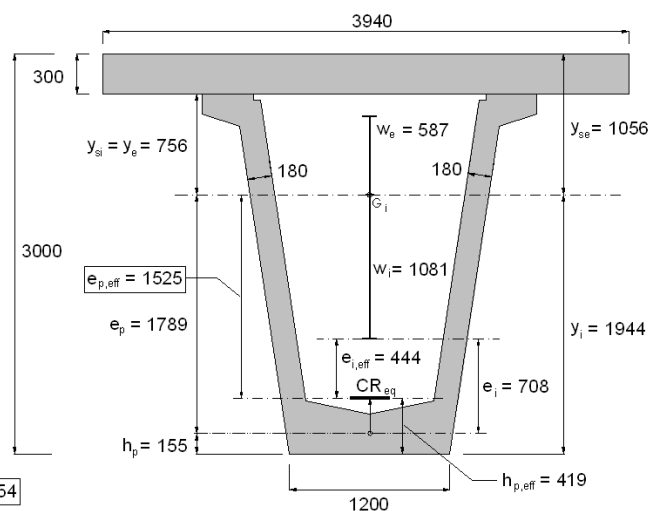
$$J_i = J_{i0} = 1130650 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

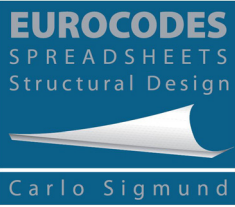


IPOTESI POSIZIONE CR IN VERIFICA:  
SEZIONE MATEMATICA TRAVE + SOLETTA

$$A_i = 2571 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$J_1 = 2934990 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$



	Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 10 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## **CALCOLI DI PREDIMENSIONAMENTO TRAVI PRECOMPRESSE - IMPALCATO VIADOTTO**

### **CALCOLO 1: Perdite per ritiro e viscosità scontate al 40% alla messa in opera e al 60% a tempo infinito.**

#### **Convenzione segni e tensioni**

Compressioni (forze e tensioni): valore negativo;

Trazioni (forze e tensioni): valore positivo.

#### **Normative di riferimento**

- ✓ EN 1992-1-1 - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings.
- ✓ EN 1992-2 - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 2: Concrete bridges - Design and detailing rules.
- ✓ Norme Tecniche delle Costruzioni (D.M. 14.01.2008 e relativa bozza di revisione di cui al parere del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici n.53/2012, espresso nell'Adunanza dell'Assemblea Generale del 14 novembre 2014).

#### **Descrizione e geometria dell'opera**

Impalcato a soletta collaborante con:	travi precomprese C.A.P. prefabbricate <u>a fili pretesi</u> ;
Luce di calcolo travi impalcato:	$L = 30,00 \text{ m}$ ;
Schema di vincolo:	trave isostatica su singola campata;
Larghezza soletta collaborante trave C.A.P.:	$b_t = 4,300 \text{ m}$ (trave a verifica);
Interasse travi C.A.P.:	$b_t = 2,50 \text{ m}$ ;
Altezza sezione trave C.A.P.:	$y_{oi} + y_{oe} = 2700 \text{ mm}$ (intradosso-estradosso);
Spessore soletta collaborante:	$s_{sol} = 300 \text{ mm}$ (spessore equivalente).

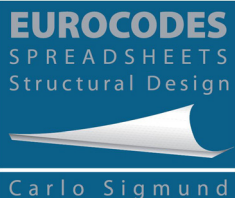
#### **Materiali - resistenze - coeff. omogeneizzazione**

##### **Soletta gettata in opera**

Resistenza caratteristica a compressione:	$f_{ck} = 32 \text{ MPa}$ (resistenza caratteristica cilindrica 28gg);
Modulo elastico longitudinale soletta:	$E_{cm,sol} = 33 \text{ GPa}$ (28 gg);
Limite tensione di compressione a $t \rightarrow \infty$ :	$0,6f_{ck} = 19,2 \text{ MPa}$ ;
Limite di tensione di trazione a $t \rightarrow \infty$ (flessione):	$f_{ctm} = 1,2 \cdot f_{ctk0,05} = 1,2 \cdot (0,7f_{ctm}) = 2,54 \text{ MPa}$ ;
Limite tensione per comb. quasi-permanente:	$0,45f_{ck} = 14,40 \text{ MPa}$ .

##### **Trave C.A.P.**

Getto trave prefabbricata C.A.P. precompressa:	$f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ (resistenza caratteristica cilindrica 28gg);
Modulo elastico longitudinale C.A.P. precompressa:	$E_{cm} = 36 \text{ GPa}$ (28gg);
Limite tensione di compressione a $t \rightarrow \infty$ :	$0,6f_{ck} = 27,00 \text{ MPa}$ (compressione);
Limite di tensione di trazione a $t \rightarrow \infty$ (flessione):	$f_{ctm} = 1,2 \cdot f_{ctk0,05} = 1,2 \cdot (0,7f_{ctm}) = 3,19 \text{ MPa}$ (trazione);
Limite tensione per comb. quasi-permanente:	$0,45f_{ck} = 20,25 \text{ MPa}$ (compressione);
Resistenza caratteristica al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):	$f_{ck}(t < 28\text{gg}) = 36,97 \text{ MPa}$ (compressione);
Limite tensione di compressione al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):	$0,7f_{ck}(t < 28\text{gg}) = 25,88 \text{ MPa}$ (compressione);
Valore caratteristico medio a trazione assiale ( $t_0 = t$ ):	$f_{ctm}(t < 28\text{gg}) = 3,30 \text{ MPa}$ (trazione);

	Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 11 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Limite tensione di trazione al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):  $f_{ctm}(t) = 1,2 \cdot f_{ctk0,05}(t) = 1,2 \cdot [0,7f_{ctm}(t)] = 2,80 \text{ MPa}$  (trazione).

### Acciai da precompressione

Valore caratteristico resistenza a trazione:  $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$ ;  
 Valore caratteristico della tensione allo 0,1% di defor.:  $f_{p0,1k} = 1670 \text{ MPa}$ ;  
 Massima tensione cavi (istante messa in tensione):  $\sigma_{p0,max} = \min[0,8f_{pk}; 0,9f_{p(0,1)k}] = 1488 \text{ MPa}$ ;  
 Massima tensione cavi (al trasferimento prec.ne):  $\sigma_{p,max} = \min[0,75f_{pk}; 0,85f_{p(0,1)k}] = 1395 \text{ MPa}$ ;  
 Massima tensione cavi (esercizio, a perdite esaurite):  $0,75f_{pk} = 1395 \text{ MPa}$ .

### Riepilogo valori limite delle tensioni da norma (per verifiche)

*I fase, iniziale ( $t_0$ ), (sola trave): peso proprio trave + precompressione a  $t_0$  sola trave C.A.P.*

- ✦ Limite tensione di compressione al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):  $0,7f_{ck}(t < 28\text{gg}) = 25,88 \text{ MPa}$  (compressione);
- ✦ Limite tensione di trazione al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):  $f_{ctm}(t) = 1,2 \cdot f_{ctk0,05}(t) = 1,2 \cdot [0,7f_{ctm}(t)] = 2,80 \text{ MPa}$  (trazione);
- ✦ Massima tensione cavi (istante messa in tensione):  $\sigma_{p0,max} = \min[0,8f_{pk}; 0,9f_{p(0,1)k}] = 1488 \text{ MPa}$ ;
- ✦ Massima tensione cavi (al trasferimento prec.ne):  $\sigma_{p,max} = \min[0,75f_{pk}; 0,85f_{p(0,1)k}] = 1395 \text{ MPa}$ ;

*II fase, esercizio ( $t \rightarrow \infty$ ), (trave+soletta): pesi propri + precompressione a  $t$  + carichi (perm. + variabili) (fase "a vuoto" con carichi viaggianti non presenti)*

### Soletta collaborante

- ✦ Limite tensione di compressione a  $t \rightarrow \infty$ :  $0,6f_{ck} = 19,2 \text{ MPa}$ ;
- ✦ Limite di tensione di trazione a  $t \rightarrow \infty$  (flessione):  $f_{ctm} = 1,2 \cdot f_{ctk0,05} = 1,2 \cdot (0,7f_{ctm}) = 2,54 \text{ MPa}$ ;
- ✦ Limite tensioni per comb. quasi-permanente:  $0,45f_{ck} = 14,40 \text{ MPa}$ .

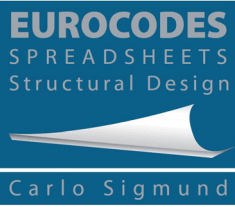
### Trave C.A.P.

- ✦ Limite tensione di compressione a  $t \rightarrow \infty$ :  $0,6f_{ck} = 27,00 \text{ MPa}$  (compressione);
- ✦ Limite di tensione di trazione a  $t \rightarrow \infty$  (flessione):  $f_{ctm} = 1,2 \cdot f_{ctk0,05} = 1,2 \cdot (0,7f_{ctm}) = 3,19 \text{ MPa}$  (trazione);
- ✦ Limite tensioni per comb. quasi-permanente:  $0,45f_{ck} = 20,25 \text{ MPa}$  (compressione);
- ✦ Massima tensione cavi (esercizio, a perdite esaurite):  $0,75f_{pk} = 1395 \text{ MPa}$ .

### Coeff. omogeneizzazione, viscosità e ritiro

Coefficiente viscosità ( $t \rightarrow \infty$ ):  $\phi_c = 2,70 [-]$ ;  
 Coefficiente di omogeneizzazione acciai pretensione:  $n_p = 6$ ;  
 Coeff. omogeniz. soletta in cls trave C.A.P.:  $n_{sol} = E_{cm\ sol}/E_{cm} = 0,917$ ;  
 Coeff. omogeneizz. trave C.A.P. in cls soletta (ritiro):  $n^* = \frac{E_{cm}}{E_{cm\ sol}}(1 + \phi_c) = 4,036$ ;  
 Deformazione complessiva ritiro (secondo norma):  $\varepsilon_r = 0,00023 [-]$ ;  
 % ritiro scontato dalla trave, messa in opera soletta:  $\beta_t = 40\%$ ;



	Progetto:				Riferimento (Excel file):	
	Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione:				Pag./rev.	
	<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				12 - 00	
	Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:
	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016

Ritiro differenziale sulla trave prefabbricata C.A.P.:  $\varepsilon_{trave,rim} = 0,00014 [-]$ ;  
 % di ritiro da scontare per la trave dopo la messa in opera della soletta: 0,000138%;  
 % di ritiro da scontare per la soletta:  $\varepsilon_{soletta} = 0,00023 [-]$ ;  
 Ritiro differenziale sulla trave prefabbricata C.A.P.:  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{soletta} - \varepsilon_{trave,rim} = 0,00009 [-]$ ;  
 Azione assiale sulla sezione mista per ritiro differ.:  $N_{ritiro} = -\Delta\varepsilon \frac{E_{cm}}{n} A_{sol} = -1058,5 \text{ kN (compressione)}$ .

### **Descrizione sezioni resistenti**

Larghezza efficace soletta collaborante:  $b_{eff} = 4,300 \text{ m (EN 1992-1-1, §5.3.2.1(3))}$ ;

### **Sezione (I fase, sola trave C.A.P. con 40% di cadute di tensione esaurite sulla sola trave)**

Area sezione resistente trasversale:  $A_i = A_{i0} = 1,38883E+06 \text{ mm}^2$ ;  
 Momento d'inerzia (attorno asse forte):  $J_i = J_{i0} = 1,13065E+12 \text{ mm}^4$ ;  
 Distanza baricentro  $G_{i0}$  da estradosso:  $y_{0e} = 1527 \text{ mm}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da  $G_{i0}$ :  $e_p = e_{p0*} = 748 \text{ mm (fase iniziale, alla tesatura)}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da  $G_{i0}$ :  $e_p = e_{p0,tt} = 750 \text{ mm (a trasmessa precompressione)}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da intradosso trave:  $e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm (a cadute di prec.ne esaurite)}$ ;  
 Distanza baricentro  $G_{i0}$  da intradosso trave:  $y_{0i} = 1173 \text{ mm}$ ;

### **Sezione (II fase, trave C.A.P. + soletta collaborante equivalente c.a.p. + rimanenti perdite prec.ne)**

Area sezione resistente trasversale:  $A_i = 2,57083E+06 \text{ mm}^2$ ;  
 Momento d'inerzia (attorno asse forte):  $J_i = 2,93439E+12 \text{ mm}^4$ ;  
 Distanza estradosso soletta da  $G_i$  (sez. mista):  $y_{se} = 1056 \text{ mm}$ ;  
 Distanza intradosso soletta da  $G_i$  (sez. mista):  $y_{si} = 756 \text{ mm}$ ;  
 Distanza estradosso trave C.A.P. da  $G_i$  (sez. mista):  $y_e = 756 \text{ mm}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da  $G_i$ :  $e_{p\infty} = 1525 \text{ mm (a cadute completamente esaurite)}$ ;  
 Distanza intradosso trave C.A.P. da  $G_i$  (sez. mista):  $y_i = 1944 \text{ mm}$ ;

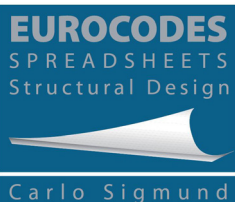
### **Sezione mista per ritiro differenziale soletta (soletta collaborante + trave C.A.P. equivalente c.a.)**

Area ideale sezione omogeneizzata:  $A_{i,rit} = 6,89581E+06 \text{ mm}^2$ ;  
 Momento d'inerzia (attorno asse forte):  $J_{i,rit} = 9,20443E+12 \text{ mm}^4$ ;  
 Raggio giratore d'inerzia (sezione mista, ritiro):  $i_{0i}^2 = 1,33479E+06 \text{ mm}^2$ ;  
 Distanza estradosso soletta da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $y_{se,Gi} = 1019,4 \text{ mm}$ ;  
 Distanza intradosso soletta da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $y_{si,Gi} = 719,4 \text{ mm}$ ;  
 Dist. estradosso trave C.A.P. da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $y_{e,Gi} = 719,4 \text{ mm}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $e_{0p,Gi} = 1561,6 \text{ mm}$ ;  
 Dist. intradosso trave C.A.P. da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $y_{i,Gi} = 1980,6 \text{ mm}$ .

### **Geometria armature pretese**

Area nominale singolo trefolo:  $A_{1p} = 139 \text{ mm}^2$ ;  
 Numero trefoli adottati (singolo CR):  $N_p = 110$  (trefoli uguali/equivalenti);



	Progetto:				Riferimento (Excel file):	
	Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione:				Pag./rev.	
	<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				13 - 00	
	Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:
	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016

Area complessiva trefoli:  $A_p = A_{1p} N_p = 15290 \text{ mm}^2$ ;  
 Coeff. di omogenizzazione dei cavi di pretensione:  $n = 6$ ;  
 Massima forza che può applicarsi dal martinetto su ciascun trefolo (trazione):  $P_{1\max} = A_{1p} \sigma_{p0,\max} = 206,832 \text{ kN}$ ;  
 Perdita tensioni per rilassamento all'istante del tiro:  $\alpha_1 = 10\%$  del totale;  
 Perdita iniziale per rilassamento degli acciai:  $\alpha_2 = 5,2\%$  del tiro iniziale al martinetto;  
 Coefficiente di perdita sul tiro iniziale:  $\alpha = 1 - (\alpha_1/100) (\alpha_2/100) = 0,9948$ ;  
 Tiro di pretensione iniziale ai martinetti:  $\sigma_{p0,\max} A_p = 22017,6 \text{ kN}$  (in modulo);  
 Azione di compressione al netto dell'iniziale calo per rilassamento iniziale acciai:  $N_{0\max} = \alpha \sigma_{p0,\max} A_p = -21903,1 \text{ kN}$  (compressione);

#### Geometria sezione resistente (fase I): sola trave (in mezzeria)

Area trasversale:  $A_i = A_{i0} = 1,38883\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;  
 Momento d'inerzia (asse inflessione):  $J_i = J_{i0} = 1,13065\text{E}+12 \text{ mm}^4$ ;  
 ⇒ Eccentricità CR (durante tesatura):  $e_p = e_{p0} = 748 \text{ mm}$  (da baricentro  $G_{i0}$  trave);  
 Distanza estradosso sezione da baricentro  $G_{i0}$ :  $y_e = y_{e0} = 1527 \text{ mm}$ ;  
 Distanza intradosso sezione da baricentro  $G_{i0}$ :  $y_i = y_{i0} = 1173 \text{ mm}$ ;  
 Altezza netta sezione trave:  $y_e + y_i = 2700 \text{ mm}$ ;  
 Sollecitazione flettente (in mezzeria) per peso proprio:  $M_{g0}(L/2) = 5245 \text{ kNm}$ .

#### Cadute di tensione istantanee

Caduta per accorciamento elastico trave (alla recisione dei trefoli, con  $e_p = e_{p0} = 748 \text{ mm}$ ):

$$\Delta\sigma_p (L/2) = n_p \cdot \left[ \frac{N_{0\max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0\max} \cdot e_p + M_{g0}(L/2)}{J_i} \right) \cdot e_p \right] = -138,8 \text{ N/mm}^2;$$

Caduta istantanea di tiro (al taglio trefoli):  $\Delta N_{0\max} = \Delta\sigma_p \cdot A_p = -2122,8 \text{ kN}$ ; pari a circa:

$$\frac{\Delta N_{0\max}}{N_{0\max}} \cdot 100 = 9,69\%.$$

Subito dopo la trasmissione della precompressione per aderenza, si ha in fase iniziale:

$N_0 = N_{0\max} - \Delta N_{0\max} = N_{0\max} - \Delta\sigma_p \cdot A_p = -19780,3 \text{ kN}$  (negativo, perché di compressione sulla sezione);

Relativa tensione nel cavo risultante CR:  $\sigma_{p0} = -N_0 / A_p = 1293,7 \text{ kN}$  (trazione).

✦ **Esito verifica trazione sul CR:**

$\sigma_{p0} < \min[0,75f_{pk}; 0,85f_{p(0,1)k}] = 1395 \text{ N/mm}^2$ ;  
(verificato).

#### Massime tensioni iniziali sul calcestruzzo della trave (a precompressione, con $e_p = e_{p0,tt} = 750 \text{ mm}$ )

Tensione iniziale nella fibra di estradosso:

$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_i} - \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_e = -1,290 \text{ N/mm}^2 \text{ (compressione)};$$

Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 14 - 00	
Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Tensione sulla fibra di cls a livello del baricentro del CR:

$$\sigma_{CR0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot e_p \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot e_p = -20,604 \text{ N/mm}^2 \text{ (compressione);}$$

Tensione iniziale nella fibra di intradosso:

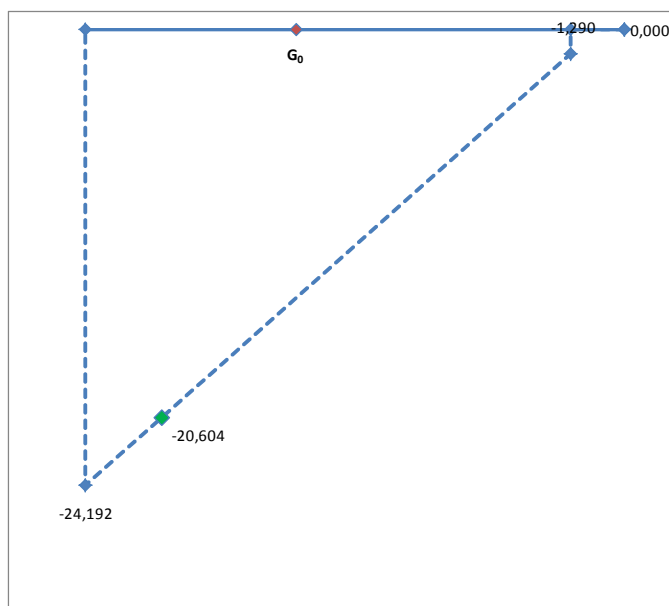
$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_i = -24,192 \text{ N/mm}^2 \text{ (compressione);}$$

✦ **Esiti verifica tensioni iniziali (in moduli)**

Tensione estradosso:  $|\sigma_{e0}| = 1,290 \text{ N/mm}^2 < 25,88 \text{ N/mm}^2 \text{ (verificato)}$

Tensione intradosso:  $|\sigma_{i0}| = 24,192 \text{ N/mm}^2 < 25,88 \text{ N/mm}^2 \text{ (verificato).}$

**Diagramma delle tensioni (Fase I, tensioni iniziali al taglio dei trefoli)**



**PERDITE DI PRECOMPRESSIONE al netto delle cadute istantanee**

**Quote esaurite in I fase (sulla sola trave C.A.P.)**

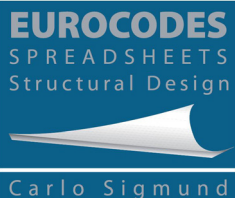
Valore del tiro di tesatura iniziale (non esaurita la quota

iniziale di rilassamento acciai di pretensione):  $\sigma_{p0,max} A_p = 22017,6 \text{ kN}$  (in modulo);

Percentuale del valore del tiro di tesatura iniziale,

per stabilire l'entità TOTALE delle perdite di prec.ne: 18%.

Includendo in questo: l'accorciamento elastico trave (taglio trefoli), il rilassamento dell'acciaio, il ritiro e la viscosità del calcestruzzo.

	Progetto:				Riferimento (Excel file):	
	Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione:				Pag./rev.	
	<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				15 - 00	
Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:	
CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	

NOTA: pari al 20 % del valore del tiro iniziale: valore computato al netto delle perdite iniziali per rilassamento e accorciamento elastico trave.

Perdita del tiro (complessivo a  $t \rightarrow \infty$ ):  $\Delta N_{\infty} = 3963,2 \text{ kN}$  (equivalente trazione sulla sezione nella fibra di cls a livello del baricentro del CR);

% di caduta di tensione totale esaurita in I fase:  $\beta_t = 40\%$  (sul totale);

Quota caduta di tensione considerata (a "t"): I fase:  $\Delta N_{t1} = \frac{\beta_t}{100} \cdot \Delta N_{\infty} = 1585,3 \text{ kN}$  (in modulo);

Momenti di decompressione dovuti alle sole cadute:  $\Delta M_{t1} = \sum_{i=1}^{N \text{ livelli}} \Delta N_{t1,i} \cdot y_{t1,i} = 1171512461 \text{ Nmm}$ ;

(essendo  $y_{t1,i}$  la distanza del baricentro del livello  $i$ -esimo di armatura misurato dal baricentro  $G_{i0}$  della sola trave. Il valore di  $y_{t1,i}$  è stato considerato con segno positivo per livello  $i$ -esimo al di sotto del baricentro  $G_{i0}$ , verso l'intradosso della trave). Con  $\Delta N_{t1,i}$  si è indicata la perdita di competenza nel livello  $i$ -esimo.

Area trasversale:  $A_i = A_{i0} = 1,38883\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;

Momento d'inerzia (asse inflessione):  $J_i = J_{i0} = 1,13065\text{E}+12 \text{ mm}^4$ ;

Eccentricità CR (dopo taglio trefoli):  $e_p = e_{p0,tt} = 750 \text{ mm}$  (da baricentro  $G_0$  trave);

⇒ Eccentricità CR (a cadute di competenza esaurite):  $e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm}$ ;

Distanza estradosso sezione da baricentro  $G_{i0}$ :  $y_e = y_{e0} = 1527 \text{ mm}$ ;

Distanza intradosso sezione da baricentro  $G_{i0}$ :  $y_i = y_{i0} = 1173 \text{ mm}$ .

#### CADUTE DI TENSIONE ESAURITE IN PRIMA FASE, SULLA SOLA TRAVE (sezione di mezzeria):

Incremento di tensione per decompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P. (con  $e_p = e_{p0\infty}$ ):

$$\Delta \sigma_{ep0}^{(I)} = \frac{\Delta N_{t1}}{A_{i0}} - \frac{\Delta M_{t1}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = -0,441 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{equivalente compressione}).$$

Caduta di tensione sul cls in corrispondenza del CR:

$$\Delta \sigma_{CRp0}^{(I)} = \frac{\Delta N_{t1}}{A_{i0}} + \frac{\Delta M_{t1}}{J_{i0}} \cdot e_p = 1,923 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{equivalente trazione}).$$

Caduta di tensione per decompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta \sigma_{ip0}^{(I)} = \frac{\Delta N_{t1}}{A_{i0}} + \frac{\Delta M_{t1}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = 2,357 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{equivalente trazione}).$$

#### TENSIONE DI TRAZIONE NEL CR NELLA SEZIONE DI MEZZERIA (A TEMPO $\rightarrow t$ )

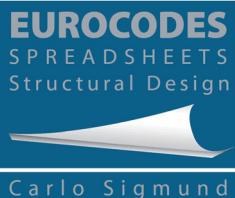
Tensione in I fase (valori in modulo):  $\sigma_{pt}^{(I)} = \sigma_{p0} - \Delta \sigma_{pt} = (P_0 - \Delta P_t) / A_p = 1190,0 \text{ N/mm}^2$ .

#### PERDITE DI PRECOMPRESSIONE - ESAURITE A TEMPO INFINITO SULLA SEZIONE MISTA (TRAVE + SOLETTA COLLABORANTE)

##### Geometria sezione resistente mista (trave C.A.P. + soletta collaborante)

Sezione trasversale:  $A_i = 2,57083\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;

Momento d'inerzia asse inflessione:  $J_i = 2,93439\text{E}+12 \text{ mm}^4$ ;

	Progetto:				Riferimento (Excel file):	
	Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione:				Pag./rev.	
	<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				16 - 00	
Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:	
CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	

Altezza trave C.A.P.:	$y_i + y_e = 2700 \text{ mm};$
spessore soletta collaborante:	$s_{sol} = 300 \text{ mm}$ (valore medio se implacato in curva);
Modulo elastico a t $\rightarrow$ "infinito" della soletta:	$E_{cm\ sol} = 33 \text{ GPa}$ (longitudinale);
Modulo elastico a t $\rightarrow$ "infinito" della trave C.A.P.:	$E_{cm} = 36 \text{ GPa}$ (longitudinale);
Coefficiente di omogeneizzazione per la soletta:	$n_{sol} = 0,917 [-];$
⇒ Eccentricità CR (a perdite completamente esaurite):	$e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm};$
Distanza estradosso trave da baricentro $G_i$ :	$y_e = 756 \text{ mm};$
Distanza intradosso trave da baricentro $G_i$ :	$y_i = 1944 \text{ mm};$
Distanza estradosso soletta da baricentro $G_i$ :	$y_{se} = 1056 \text{ mm};$
Distanza intradosso soletta da baricentro $G_i$ :	$y_{si} = 756 \text{ mm}.$

**Cadute di tensione (a t infinito) esaurite nella II Fase nella sezione mista (TRAVE + SOLETTA COLLABORANTE) sezione di mezzeria (valutate per  $e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm}$ ):**

Rimanente caduta di tensione esaurita in II fase:  $\Delta N_{t2} = \frac{\beta_{\infty}}{100} \cdot \Delta N_{\infty} = 2377,9 \text{ kN}$  (con  $\beta_{\infty} = 60\%$ ).

Momenti di decompressione dovuti alle sole cadute:  $\Delta M_{t2} = \sum_{i=1}^{N_{livelli}} \Delta N_{t2,i} \cdot y_{t2,i} = 2877259968 \text{ Nmm};$

(essendo  $y_{t2,i}$  la distanza del baricentro del livello  $i$ -esimo di armatura misurato dal baricentro  $G_i$  della sezione mista. Il valore di  $y_{t2,i}$  è stato considerato con segno positivo per livello  $i$ -esimo al di sotto del baricentro  $G_i$ , verso l'intradosso della trave). Con  $\Delta N_{t2,i}$  si è indicata la perdita di competenza nel livello  $i$ -esimo.

Incremento di tensione per decompressione sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\Delta \sigma_{ip0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} - \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot y_{si} \right) = 0,168 \text{ N/mm}^2; \quad (\text{equivalente trazione}).$$

Incremento di tensione per decompressione sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\Delta \sigma_{ep0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} - \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot y_{se} \right) = -0,101 \text{ N/mm}^2; \quad (\text{equivalente compressione}).$$

Incremento di tensione per decompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta \sigma_{ep0}^{(II)} = \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} - \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot y_e = 0,184 \text{ N/mm}^2; \quad (\text{equivalente trazione}).$$

Caduta di tensione per decompressione sulla fibra di cls a livello del CR:

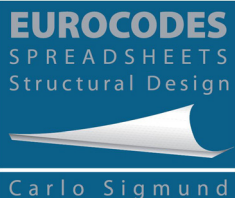
$$\Delta \sigma_{CRp0}^{(II)} = \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} + \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot e_p = 2,420 \text{ N/mm}^2; \quad (\text{equivalente trazione}).$$

Caduta di tensione per decompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta \sigma_{ip0}^{(II)} = \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} + \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot y_i = 2,831 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{equivalente trazione}).$$

**Tensione di trazione nel CR nella sezione di mezzeria (a t  $\rightarrow$  "infinito")**

$$\sigma_{p\infty} = \sigma_{p0} - \Delta \sigma_{p\infty} = (P_0 - \Delta P_{\infty}) / A_p = 1034,5 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{considerando i moduli}).$$

	Progetto:				Riferimento (Excel file):	
	Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione:				Pag./rev.	
	<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				17 - 00	
	Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:
	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016

## **RAPPORTO PERDITE complessive di PRECOMPRESSIONE (I Fase + II Fase)**

**I fase (sola trave C.A.P. al tempo "t"):**  $\beta_t =$  % della caduta totale esaurita nella I fase = 40 %;

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ep0}^{(I)} = -0,441 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra cls a livello del CR:

$$\Delta\sigma_{CRp0}^{(I)} = 1,923 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ip0}^{(I)} = 2,357 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}.$$

### **Quote esaurite nella fase finale (a "t" --> infinito. Sezione mista: trave C.A.P. + soletta collaborante):**

$\beta_{\infty} =$  % rimanente della caduta totale esaurita nella fase finale = 60 %;

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ep0}^{(II)} = 0,184 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di cls a livello del CR:

$$\Delta\sigma_{CRp0}^{(II)} = 2,420 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ip0}^{(II)} = 2,831 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{ep0,s}^{(I)} = 0,168 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{ip0,s}^{(I)} = -0,101 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}.$$

### **PERDITE DI PRECOMPRESSIONE TOTALI (Fase I + Fase II)**

% della caduta totale = 100 %

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{ep0,s}^{(I)} = 0,168 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{ip0,s}^{(I)} = -0,101 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ep0}^{(I)} + \Delta\sigma_{ep0}^{(II)} = -0,257 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di cls a livello del CR:

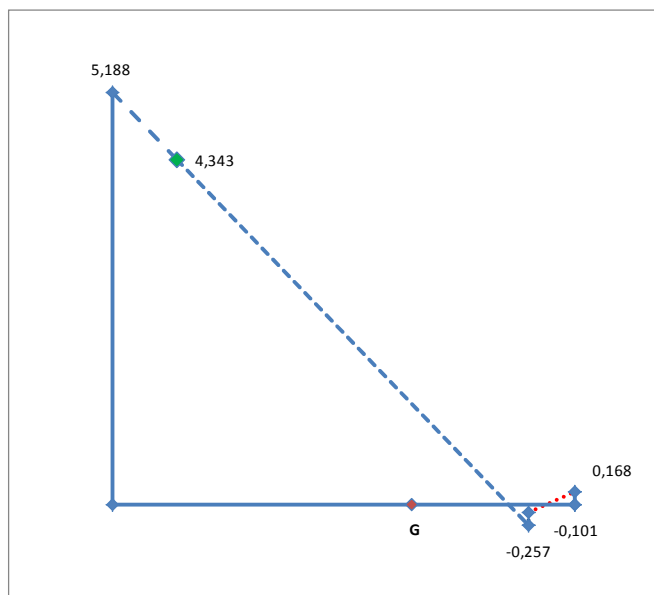
$$\Delta\sigma_{CRp0}^{(I)} + \Delta\sigma_{CRp0}^{(II)} = 4,343 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ip0}^{(I)} + \Delta\sigma_{ip0}^{(II)} = 5,188 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}.$$

Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 18 - 00	
Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

### Diagramma delle variazioni di tensioni per perdite compressive di precompressione a $t \rightarrow \text{"infinito"}$



### Tensione di trazione nel CR nella sezione di mezzeria ( $t \rightarrow \text{"infinito"}$ )

$$\sigma_{p\infty} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p\infty} = (P_0 - \Delta P_{\infty}) / A_p = 1034,5 \text{ N/mm}^2;$$

Forza di prec.ne "persa" dalla I Fase alla fine della II Fase:  $\Delta N_{\infty} = 3963,2 \text{ kN}$  (modulo).

### CALCOLO incremento TENSIONI PER RITIRO DIFFERENZIALE SOLETTA GETTATA IN OPERA

Deformazione per ritiro (complessiva), secondo norma:  $\epsilon_r = 0,00023$  [-];

% ritiro scontato dalla trave prefabbricata alla messa in opera della soletta:  $\beta_t = 40\%$ ;

Ritiro differenziale già scontato sulla trave prefabbricata C.A.P.:  $\Delta\epsilon_{\text{trave,scont}} = 0,00009$  [-];

% di ritiro da scontare per la trave dopo la messa in opera della soletta:  $\beta_{\infty} = 60\%$ ;

Ritiro da scontare per la trave dopo la messa in opera della soletta:  $\Delta\epsilon_{\text{trave,rim}} = 0,00014$  [-];

Ritiro da scontare per la soletta:  $\epsilon_{\text{soletta}} = 0,00023$  [-];

Ritiro differenziale sulla trave prefabbricata C.A.P.:  $\Delta\epsilon = \epsilon_{\text{soletta}} - \Delta\epsilon_{\text{trave,rim}} = 0,00009$  [-];

Larghezza efficace soletta collaborante:

$b_{\text{eff}} = 4300 \text{ mm}$ ; (EN 1992-1-1, par. 5.3.2.1(3))

Spessore soletta collaborante:

$s_{\text{sol}} = 300 \text{ mm}$ ;

Area soletta collaborante:

$A_{\text{sol}} = 1,29000\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;

Momento d'inerzia attorno baricentro soletta:

$J_{\text{sol}} = 9,67500\text{E}+09 \text{ mm}^4$ ;

Area sezione sola trave C.A.P.:

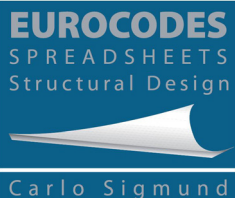
$A_i = A_{i0} = 1,38883\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;

Momento d'inerzia baricentro trave C.A.P.:

$J_i = J_{i0} = 1,13065\text{E}+12 \text{ mm}^4$ ;

Distanza baricentri geometrici trave C.A.P. e soletta:

$e_c = y_{e0} + s/2 = 1677 \text{ mm}$ ;

	Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 19 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Distanza estradosso sezione sola trave da baricentro  $G_0$  (sezione sola trave C.A.P.):

$$y_e = y_{e0} = 1527 \text{ mm};$$

⇒ Eccentricità cavo risultante

(sezione sola trave prefabbricata C.A.P.):

$$e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm (finale, a perdite esaurite);}$$

Distanza intradosso sezione trave da baricentro

$G_0$  (sezione sola trave C.A.P.):

$$y_i = y_{i0} = 1173 \text{ mm};$$

Distanza baricentro  $G_{i,rit}$  sezione mista omogeneizzata

(per ritiro) da intradosso trave C.A.P.:

$$d_{Gi,rit} = 1980,6 \text{ mm};$$

Distanza baricentro baric.  $G_0$  sezione sola trave

prefabbricata da intradosso trave C.A.P.:

$$y_i = y_{i0} = 1173,0 \text{ mm};$$

Distanza baricentro  $G_{i,sol}$  soletta gettata in opera

da intradosso trave C.A.P.:

$$y_{c,sol} = 2850,0 \text{ mm};$$

Distanza baricentro soletta gettata in opera da

baricentro  $G_{i,rit}$  sezione mista (equivalente per ritiro):

$$\Delta d_{Gi,sol} = y_{c,sol} - d_{Gi,rit} = 869,4 \text{ mm};$$

Distanza baricentro trave C.A.P. da baricentro

$G_{i,rit}$  sezione mista (equivalente per ritiro):

$$\Delta d_{Gi,tr} = d_{Gi,rit} - y_{i0} = 807,6 \text{ mm};$$

Momento d'inerzia trave C.A.P. attorno baricentro  $G_{i,rit}$  sez. mista (eq. per ritiro):

$$J_{tr,Gi,rit} = J_{i0} + A_{i0} \cdot (\Delta d_{Gi,tr})^2 = 2,03639E+12 \text{ mm}^4;$$

Momento d'inerzia soletta attorno baricentro  $G_{i,rit}$  sez. mista (eq. per ritiro):

$$J_{sol,Gi,rit} = J_{sol} + A_{sol} \cdot (\Delta d_{Gi,sol})^2 = 9,84805E+11 \text{ mm}^4;$$

Coefficiente viscosità (a  $t \rightarrow$  "infinito"):

$$\phi_c = \phi_c(\infty, t) = 2,70 [-];$$

Coeff. di omogeneizzazione soletta in trave C.A.P.:

$$n^* = \frac{E_{cm}}{E_{cm,sol}} (1 + \phi_c) = 4,036 [-];$$

Area ideale sezione omogeneizzata (ritiro diff.):

$$A_{i,rit} = A_{sol} + n^* \cdot A_{i0} = 6,89581E+06 \text{ mm}^2;$$

Momento d'inerzia sezione omogeneizzata (ritiro diff.):

$$J_{i,rit} = J_{sol,Gi} + n^* \cdot J_{tr,Gi} = 9,20443E+12 \text{ mm}^4;$$

Raggio giratore d'inerzia al quadrato:

$$i_{0i}^2 = J_{i,rit} / A_{i,rit} = 1,33479E+06 \text{ mm}^2;$$

Azione assiale sulla sezione mista (trave + soletta

collaborante) per effetto del ritiro differenziale:

$$N_{ritiro} = - \Delta \varepsilon \frac{E_{cm}}{n^*} A_{sol} = -1058,5 \text{ kN (compressione).}$$

Distanza estradosso soletta da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$y_{se,Gi} = 1019,4 \text{ mm};$$

Distanza intradosso soletta da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$y_{si,Gi} = 719,4 \text{ mm};$$

Distanza estradosso trave da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$y_{e,Gi} = 719,4 \text{ mm};$$

⇒ Distanza baricentro CR da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$e_{0p,Gi} = 1561,6 \text{ mm};$$

Distanza intradosso trave da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$y_{i,Gi} = 1980,6 \text{ mm}.$$

Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 20 - 00	
Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

### Tensioni indotte (sulla sezione mista-equivalente) dal ritiro differenziale della soletta gettata in opera

Variazione di tensione sull'estradosso della soletta collaborante:

$$\Delta\sigma_{sol,rit,e} = \Delta\varepsilon \frac{E_{cm}}{n^*} \left[ 1 - \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 + \frac{e_c}{i_{0i}^2} y_{se,Gi} \right) \right] = 0,470 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

Variazione di tensione sull'intradosso della soletta collaborante:

$$\Delta\sigma_{sol,rit,i} = \Delta\varepsilon \frac{E_{cm}}{n^*} \left[ 1 - \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 + \frac{e_c}{i_{0i}^2} y_{si,Gi} \right) \right] = 0,528 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

Variazione di tensione sull'estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{c,rit,e} = -\Delta\varepsilon E_{cm} \left[ \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 + \frac{e_c}{i_{0i}^2} y_{e,Gi} \right) \right] = -1,180 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente compressione)}$$

Variazione di tensione sulla fibra di cls a livello del CR:

$$\Delta\sigma_{c,rit,CR} = -\Delta\varepsilon E_{cm} \left[ \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 - \frac{e_c}{i_{0i}^2} e_{0p,Gi} \right) \right] = 0,596 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

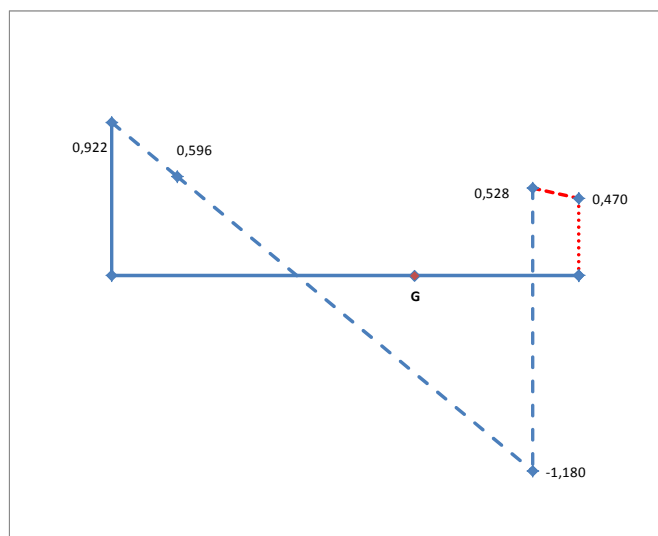
Variazione di tensione sul CR:

$$\Delta\sigma_{pCR,rit} = \eta_p \cdot \Delta\sigma_{c,rit,CR} = 3,576 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

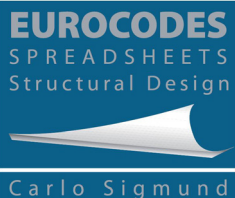
Variazione di tensione sull'intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{c,rit,i} = -\Delta\varepsilon E_{cm} \left[ \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 - \frac{e_c}{i_{0i}^2} y_{i,Gi} \right) \right] = 0,922 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

### Diagramma delle variazioni di tensioni dovute al ritiro differenziale della soletta gettata





	Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 21 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

### Tensioni sul calcestruzzo in fase finale ( $t \rightarrow$ "infinito"), quadro tensionale "A VUOTO"

Sollecitazione flettente (nominale) dovuta ai permanenti

portati (pavimentazione stradale + new jersey):  $M_{g,est} = 5352 \text{ kNm}$ ;

Sollecitazione flettente (nominale) dovuta al peso

proprio della soletta (a getto non indurito: peso morto

sulla trave C.A.P.):  $M_{g,sol} = 3628 \text{ kNm}$ ;

Distanza estradosso trave da baricentro

sezione sola trave C.A.P.:  $y_e = y_{e0} = 1527 \text{ mm}$ ;

Distanza intradosso trave da baricentro sezione

sola trave C.A.P.:  $y_i = y_{i0} = 1173 \text{ mm}$ ;

⇒ Eccentricità cavo risultante (sola trave C.A.P.):  $e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm}$  (a perdite esaurite).

### SEZIONE solo TRAVE C.A.P. (senza SOLETTA COLLABORANTE), con $e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm}$

Area trasversale:  $A_{i0} = 1,38883\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;

Momento d'inerzia (asse d'inflessione):  $J_{i0} = 1,13065\text{E}+12 \text{ mm}^4$ ;

Coefficiente omogeneizzazione soletta:  $n_{sol} = 0,917 [-]$ ;

Incremento di tensioni sulla sola trave C.A.P. dovute al peso morto della soletta (durante la sua maturazione):

Incremento di tensione sull'estradosso della trave:  $\Delta\sigma_{e,sol} = -\frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = -4,900 \text{ N/mm}^2$ ;

(equivalente compressione)

Incremento di tensione sul cls a livello del CR:  $\Delta\sigma_{iCR,sol} = \frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot e_p = 2,419 \text{ N/mm}^2$  (con  $e_p = e_{p0\infty}$ );

(equivalente trazione)

Incremento di tensione sull'intradosso della trave:  $\Delta\sigma_{i,sol} = \frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = 3,764 \text{ N/mm}^2$ ;

(equivalente trazione).

### TENSIONI COMPLESSIVE "A VUOTO" SU SEZIONE MISTA TRAVE C.A.P. + SOLETTA COLLABORANTE

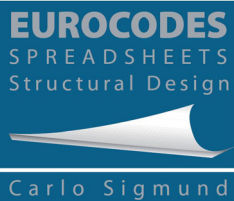
NOTA: tra parentesi tonde racchiuse le quote di tensione valutate sulla sezione mista resistente  $A_{j_s}$   $J_{j_s}$ .

Tensione "a vuoto" sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\sigma_{e,s,v} = \left( \Delta\sigma_{sol,rit,e} + \Delta\sigma_{ep0,s} - n_{sol} \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{se} \right) = -1,127 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione "a vuoto" sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\sigma_{i,s,v} = \left( \Delta\sigma_{sol,rit,i} + \Delta\sigma_{ip0,s} - n_{sol} \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right) = -0,837 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

	Progetto:			Riferimento (Excel file):	
	Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.			Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione:			Pag./rev.	
	<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".			22 - 00	
Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:
CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016

Tensione "a vuoto" sulla fibra di estradosso trave C.A.P.:

$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \Delta\sigma_{ep0}^{(I)} + \Delta\sigma_{e,sol} + \left( \Delta\sigma_{ep0}^{(II)} + \Delta\sigma_{c,rit,e} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right) = -9,006 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione sulla fibra di cls a livello del CR:

$$\sigma_{CR,v} = \sigma_{CR0} + \Delta\sigma_{CRp0}^{(I)} + \Delta\sigma_{iCR,sol} + \left( \Delta\sigma_{CRp0}^{(II)} + \Delta\sigma_{c,rit,CR} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p \right) = -10,464 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione "a vuoto" sulla fibra di intradosso trave C.A.P.:

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \Delta\sigma_{ip0}^{(I)} + \Delta\sigma_{i,sol} + \left( \Delta\sigma_{ip0}^{(II)} + \Delta\sigma_{c,rit,i} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right) = -10,772 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione del cavo risultante CR nella condizione "a vuoto" (con  $e_{p0} = 754 \text{ mm}$ ;  $e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm}$ ):

$$\sigma_{p,v} = \sigma_{p\infty} + \frac{n_p \cdot M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot e_{p0} + \left( \Delta\sigma_{pCR,rit} + \frac{n_p \cdot M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p \right) = 1062,1 \text{ N/mm}^2 \text{ (in termini di moduli)}$$

✦ **Esiti verifica rispetto limiti tensioni "A VUOTO" (in termini di moduli): comb. QUASI-PERMANENTE**

$$\sigma_{e,s,v} = 1,127 \text{ N/mm}^2 < 19,2 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato); (tensione non supera } 0,45 \text{ fck)}$$

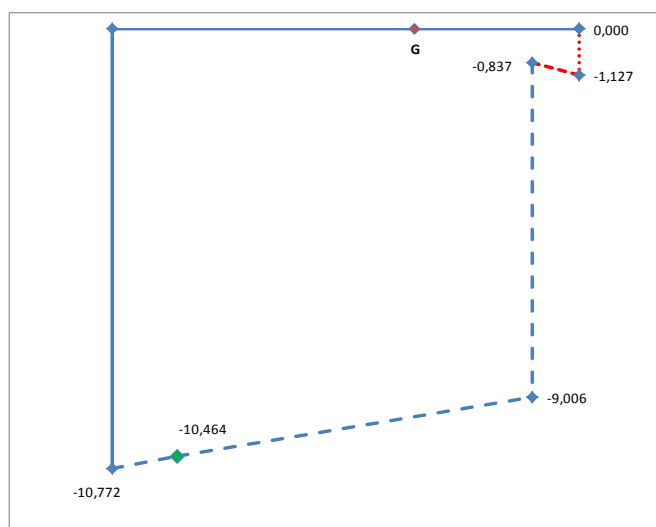
$$\sigma_{i,s,v} = 0,837 \text{ N/mm}^2 < 19,2 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato); (tensione non supera } 0,45 \text{ fck)}$$

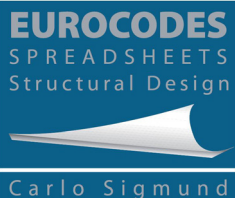
$$\sigma_{e,v} = 9,006 \text{ N/mm}^2 < 27,0 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato); (tensione non supera } 0,45 \text{ fck)}$$

$$\sigma_{i,v} = 10,772 \text{ N/mm}^2 < 27,0 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato); (tensione non supera } 0,45 \text{ fck)}$$

$$\sigma_{p,v} = 1062,1 \text{ N/mm}^2 < 1395 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato)}$$

**Diagramma tensioni nell'assetto "A VUOTO" coincidente con COMB. QUASI-PERMANENTE**



	Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 23 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## TENSIONI FINALI CON CARICO VARIABILE (CARICHI VIAGGIANTI)

Momento flettente (nella sezione di mezzzeria) dovuto  
al massimo effetto (equivalente) dei carichi  
(variabili) viaggianti:

$$M_{q1,var} = 10520 \text{ kNm};$$

Valore del coefficiente di combinazione (dipendente  
dalla norma e dalla particolare combinazione di  
carico considerata):

$$\Psi_{ij} = 1,00 [-];$$

### Dati sezione resistente in esercizio (trave C.A.P. + soletta collaborante)

Sezione trasversale mista:	$A_i = 2,57083E+06 \text{ mm}^2$ ;
Momento d'inerzia sezione mista:	$J_i = 2,93439E+12 \text{ mm}^4$ ;
Coeff. omogeneizzazione per la soletta gettata:	$n_{sol} = 0,917 [-]$ ;
Distanza estradosso soletta da baricentro $G_i$ :	$y_{se} = 1056 \text{ mm}$ ;
Distanza intradosso soletta da baricentro $G_i$ :	$y_{si} = 756 \text{ mm}$ ;
Distanza estradosso trave da baricentro $G_i$ :	$y_e = 756 \text{ mm}$ ;
Distanza fibra cls a livello CR da baricentro $G_i$ :	$e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm}$ (a perdite esaurite, esercizio);
Distanza intradosso trave da baricentro $G_i$ :	$y_i = 1944 \text{ mm}$ .

### Tensioni finali sulla sezione mista resistente (trave C.A.P. + soletta collaborante)

Tensione complessiva sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\sigma_{e,s\infty} = \sigma_{e,s,v} - n_{sol} \cdot \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot y_{se} = -4,597 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione complessiva sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\sigma_{i,s\infty} = \sigma_{i,s,v} - n_{sol} \cdot \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot y_{si} = -3,321 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione complessiva sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

$$\sigma_{e\infty} = \sigma_{e,v} - \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot y_e = -11,716 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione complessiva sulla fibra cls a livello del CR:

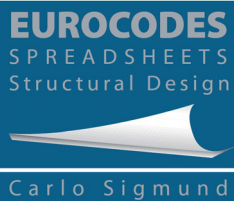
$$\sigma_{CR\infty} = \sigma_{CR,v} + \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot e_p = -4,997 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione complessiva sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

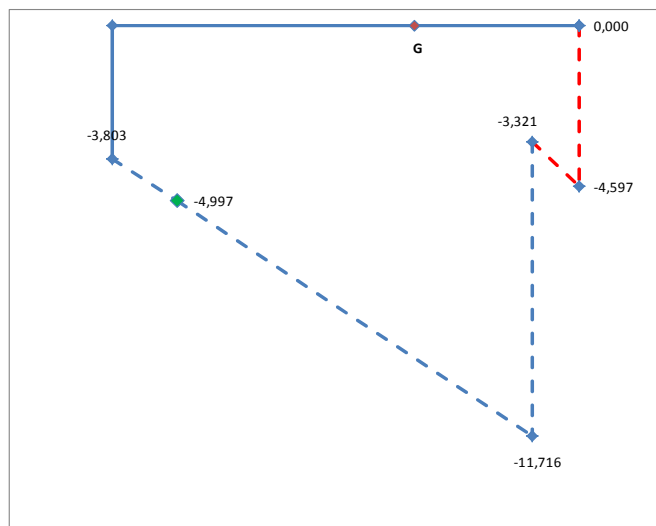
$$\sigma_{i\infty} = \sigma_{i,v} + \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot y_i = -3,803 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

### Tensione del cavo risultante CR nella condizione finale ( $e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm}$ ):

$$\sigma_{p,fin} = \sigma_{p,v} + n_p \cdot \Psi_{ij} \cdot \sigma_{q1,var} = \sigma_{p,v} + \left( n_p \cdot \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot e_p \right) = 1094,9 \text{ N/mm}^2;$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 24 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

### Diagramma delle tensioni finali (condizione di esercizio con variabili viaggianti)



#### ✦ Esiti verifica rispetto limiti tensioni IN ESERCIZIO (presenza variabili viaggianti)

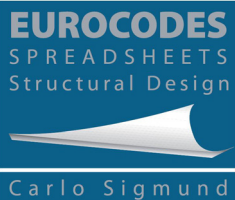
$$\sigma_{e,s,\infty} = 4,597 \text{ N/mm}^2 < 19,20 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato})$$

$$\sigma_{i,s,\infty} = 3,321 \text{ N/mm}^2 < 19,20 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato})$$

$$\sigma_{e,\infty} = 11,716 \text{ N/mm}^2 < 27,00 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato})$$

$$\sigma_{i,\infty} = 3,803 \text{ N/mm}^2 < 27,00 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato})$$

$$\sigma_{p,\infty} = 1094,9 \text{ N/mm}^2 < 1395 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato}).$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 1" perdite scontate al 40% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 25 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## RIEPILOGO TENSIONI PER CONTROLLO PERDITE DI PRECOMPRESSIONE TOTALE (secondo EN 1992-1-1, par. 5.10.6, riferite al baricentro del cavo risultante)

Eccentricità cavo risultante (su sez. mista):  $e_p = 1525 \text{ mm}$ ;

Momento d'inerzia d'inflessione (su sezione mista):  $J_i = 2,93439\text{E}+12 \text{ mm}^4$ .

Tensione nel c.a.p. a livello del baricentro del CR dovuta alle azioni permanenti portate (in mezzzeria):

$$\sigma_{g,est}(e_p) = + \frac{M_{g,sol} + M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p = 4,667 \text{ N/mm}^2;$$

essendo, sulla sezione di mezzzeria della sezione mista (sollecitazioni caratteristiche):

$M_{g,sol} = 3,62800\text{E}+09 \text{ kNm}$ ; (dovuto al peso proprio della soletta);

$M_{g,est} = 5,35200\text{E}+09 \text{ kNm}$ ; (dovuto ai variabili viaggianti).

Tensione nel c.a.p. a livello del baricentro del CR dovuta ai carichi viaggianti (in mezzzeria):

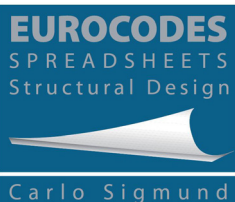
$$\sigma_{q1,var} = + \frac{M_{q1,var}}{J_i} \cdot e_p = 5,467 \text{ N/mm}^2.$$

Tensione complessiva nel c.a.p. a livello del baricentro del CR, dovuto al peso proprio+prec.ne iniziale+azioni quasi-permanenti (in valore assoluto):

$$\sigma_{cls,CR} \equiv \left[ \sigma_{cls0,p} + \left( \sigma_{g,est} + \Psi_{21} \cdot \sigma_{q1,var} \right) \right]_{CR} = 15,9 \text{ N/mm}^2; \text{ valutato per COMB. QUASI-PERMANENTE } \Psi_{ik} = 0,00.$$

Tensione nel baricentro delle armature del cavo risultante CR (dovuta alla precompressione iniziale e ai carichi quasi permanenti):

$$\sigma_{pi} = \sigma_{p0} + n_p \cdot |\sigma_{cls,CR}| = 1389,3 \text{ N/mm}^2.$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 26 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## **CALCOLI DI PREDIMENSIONAMENTO TRAVI PRECOMPRESSE - IMPALCATO VIADOTTO**

### **CALCOLO 2: Perdite per ritiro e viscosità scontate al 100% alla messa in opera.**

#### **Convenzione segni e tensioni**

Compressioni (forze e tensioni): valore negativo;

Trazioni (forze e tensioni): valore positivo.

#### **Normative di riferimento**

- ✓ EN 1992-1-1 - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings.
- ✓ EN 1992-2 - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 2: Concrete bridges - Design and detailing rules.
- ✓ Norme Tecniche delle Costruzioni (D.M. 14.01.2008 e relativa bozza di revisione di cui al parere del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici n.53/2012, espresso nell'Adunanza dell'Assemblea Generale del 14 novembre 2014).

#### **Descrizione e geometria dell'opera**

Impalcato a soletta collaborante con:	travi precomprese C.A.P. prefabbricate <u>a fili pretesi</u> ;
Luce di calcolo travi impalcato:	$L = 30,00 \text{ m}$ ;
Schema di vincolo:	trave isostatica su singola campata;
Larghezza soletta collaborante trave C.A.P.:	$b_t = 4,300 \text{ m}$ (trave a verifica);
Interasse travi C.A.P.:	$b_t = 2,50 \text{ m}$ ;
Altezza sezione trave C.A.P.:	$y_{oi} + y_{oe} = 2700 \text{ mm}$ (intradosso-estradosso);
Spessore soletta collaborante:	$s_{sol} = 300 \text{ mm}$ (spessore equivalente).

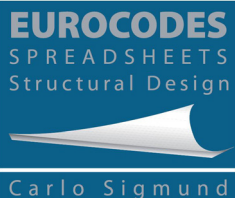
#### **Materiali - resistenze - coeff. omogeneizzazione**

##### **Soletta gettata in opera**

Resistenza caratteristica a compressione:	$f_{ck} = 32 \text{ MPa}$ (resistenza caratteristica cilindrica 28gg);
Modulo elastico longitudinale soletta:	$E_{cm,sol} = 33 \text{ GPa}$ (28 gg);
Limite tensione di compressione a $t \rightarrow \infty$ :	$0,6f_{ck} = 19,2 \text{ MPa}$ ;
Limite di tensione di trazione a $t \rightarrow \infty$ (flessione):	$f_{ctm} = 1,2 \cdot f_{ctk0,05} = 1,2 \cdot (0,7f_{ctm}) = 2,54 \text{ MPa}$ ;
Limite tensione per comb. quasi-permanente:	$0,45f_{ck} = 14,40 \text{ MPa}$ .

##### **Trave C.A.P.**

Getto trave prefabbricata C.A.P. precompressa:	$f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ (resistenza caratteristica cilindrica 28gg);
Modulo elastico longitudinale C.A.P. precompressa:	$E_{cm} = 36 \text{ GPa}$ (28gg);
Limite tensione di compressione a $t \rightarrow \infty$ :	$0,6f_{ck} = 27,00 \text{ MPa}$ (compressione);
Limite di tensione di trazione a $t \rightarrow \infty$ (flessione):	$f_{ctm} = 1,2 \cdot f_{ctk0,05} = 1,2 \cdot (0,7f_{ctm}) = 3,19 \text{ MPa}$ (trazione);
Limite tensione per comb. quasi-permanente:	$0,45f_{ck} = 20,25 \text{ MPa}$ (compressione);
Resistenza caratteristica al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):	$f_{ck}(t < 28\text{gg}) = 36,97 \text{ MPa}$ (compressione);
Limite tensione di compressione al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):	$0,7f_{ck}(t < 28\text{gg}) = 25,88 \text{ MPa}$ (compressione);
Valore caratteristico medio a trazione assiale ( $t_0 = t$ ):	$f_{ctm}(t < 28\text{gg}) = 3,30 \text{ MPa}$ (trazione);

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 27 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Limite tensione di trazione al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):  $f_{ctm}(t) = 1,2 \cdot f_{ctk0,05}(t) = 1,2 \cdot [0,7f_{ctm}(t)] = 2,80 \text{ MPa}$   
(trazione).

### Acciai da precompressione

Valore caratteristico resistenza a trazione:  $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$ ;  
 Valore caratteristico della tensione allo 0,1% di defor.:  $f_{p0,1k} = 1670 \text{ MPa}$ ;  
 Massima tensione cavi (istante messa in tensione):  $\sigma_{p0,max} = \min[0,8f_{pk}; 0,9f_{p(0,1)k}] = 1488 \text{ MPa}$ ;  
 Massima tensione cavi (al trasferimento prec.ne):  $\sigma_{p,max} = \min[0,75f_{pk}; 0,85f_{p(0,1)k}] = 1395 \text{ MPa}$ ;  
 Massima tensione cavi (esercizio, a perdite esaurite):  $0,75f_{pk} = 1395 \text{ MPa}$ .

### Riepilogo valori limite delle tensioni da norma (per verifiche)

*I fase, iniziale ( $t_0$ ), (sola trave): peso proprio trave + precompressione a  $t_0$  sola trave C.A.P.*

- ✦ Limite tensione di compressione al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):  $0,7f_{ck}(t < 28\text{gg}) = 25,88 \text{ MPa}$  (compressione);
- ✦ Limite tensione di trazione al taglio trefoli ( $t_0 = t$ ):  $f_{ctm}(t) = 1,2 \cdot f_{ctk0,05}(t) = 1,2 \cdot [0,7f_{ctm}(t)] = 2,80 \text{ MPa}$   
(trazione);
- ✦ Massima tensione cavi (istante messa in tensione):  $\sigma_{p0,max} = \min[0,8f_{pk}; 0,9f_{p(0,1)k}] = 1488 \text{ MPa}$ ;
- ✦ Massima tensione cavi (al trasferimento prec.ne):  $\sigma_{p,max} = \min[0,75f_{pk}; 0,85f_{p(0,1)k}] = 1395 \text{ MPa}$ ;

*II fase, esercizio ( $t \rightarrow \infty$ ), (trave+soletta): pesi propri + precompressione a  $t$  + carichi (perm. + variabili)  
(fase "a vuoto" con carichi viaggianti non presenti)*

### Soletta collaborante

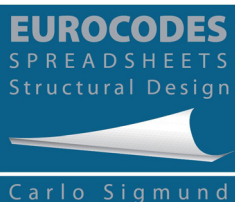
- ✦ Limite tensione di compressione a  $t \rightarrow \infty$ :  $0,6f_{ck} = 19,2 \text{ MPa}$ ;
- ✦ Limite di tensione di trazione a  $t \rightarrow \infty$  (flessione):  $f_{ctm} = 1,2 \cdot f_{ctk0,05} = 1,2 \cdot (0,7f_{ctm}) = 2,54 \text{ MPa}$ ;
- ✦ Limite tensioni per comb. quasi-permanente:  $0,45f_{ck} = 14,40 \text{ MPa}$ .

### Trave C.A.P.

- ✦ Limite tensione di compressione a  $t \rightarrow \infty$ :  $0,6f_{ck} = 27,00 \text{ MPa}$  (compressione);
- ✦ Limite di tensione di trazione a  $t \rightarrow \infty$  (flessione):  $f_{ctm} = 1,2 \cdot f_{ctk0,05} = 1,2 \cdot (0,7f_{ctm}) = 3,19 \text{ MPa}$  (trazione);
- ✦ Limite tensioni per comb. quasi-permanente:  $0,45f_{ck} = 20,25 \text{ MPa}$  (compressione);
- ✦ Massima tensione cavi (esercizio, a perdite esaurite):  $0,75f_{pk} = 1395 \text{ MPa}$ .

### Coeff. omogeneizzazione, viscosità e ritiro

Coefficiente viscosità ( $t \rightarrow \infty$ ):  $\phi_c = 2,70 [-]$ ;  
 Coefficiente di omogeneizzazione acciai pretensione:  $n_p = 6$ ;  
 Coeff. omogeniz. soletta in cls trave C.A.P.:  $n_{sol} = E_{cm sol}/E_{cm} = 0,917$ ;  
 Coeff. omogeneizz. trave C.A.P. in cls soletta (ritiro):  $n^* = \frac{E_{cm}}{E_{cm sol}}(1 + \phi_c) = 4,036$ ;  
 Deformazione complessiva ritiro (secondo norma):  $\varepsilon_r = 0,00023 [-]$ ;  
 % ritiro scontato dalla trave, messa in opera soletta:  $\beta_t = 100\%$ ;

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 28 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Ritiro differenziale sulla trave prefabbricata C.A.P.:  $\varepsilon_{trave,rim} = 0,00000 [-]$ ;  
 % di ritiro da scontare per la trave dopo la messa in opera della soletta: 0%;  
 % di ritiro da scontare per la soletta:  $\varepsilon_{soletta} = 0,00023 [-]$ ;  
 Ritiro differenziale sulla trave prefabbricata C.A.P.:  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{soletta} - \varepsilon_{trave,rim} = 0,00023 [-]$ ;  
 Azione assiale sulla sezione mista per ritiro differ.:  $N_{ritiro} = -\Delta\varepsilon \frac{E_{cm}}{n} A_{sol} = -2646,2 \text{ kN (compressione)}$ .

### **Descrizione sezioni resistenti**

Larghezza efficace soletta collaborante:  $b_{eff} = 4,300 \text{ m (EN 1992-1-1, §5.3.2.1(3))}$ ;

### **Sezione (I fase, sola trave C.A.P. con 100% di cadute di tensione esaurite sulla sola trave)**

Area sezione resistente trasversale:  $A_i = A_{i0} = 1,38883E+06 \text{ mm}^2$ ;  
 Momento d'inerzia (attorno asse forte):  $J_i = J_{i0} = 1,13065E+12 \text{ mm}^4$ ;  
 Distanza baricentro  $G_{i0}$  da estradosso:  $y_{0e} = 1527 \text{ mm}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da  $G_{i0}$ :  $e_p = e_{p0*} = 748 \text{ mm (fase iniziale, alla tesatura)}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da  $G_{i0}$ :  $e_p = e_{p0,tt} = 750 \text{ mm (a trasmessa precompressione)}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da intradosso trave:  $e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm (a cadute di prec.ne esaurite)}$ ;  
 Distanza baricentro  $G_{i0}$  da intradosso trave:  $y_{0i} = 1173 \text{ mm}$ ;

### **Sezione (II fase, trave C.A.P. + soletta collaborante equivalente c.a.p. + rimanenti perdite prec.ne)**

Area sezione resistente trasversale:  $A_i = 2,57083E+06 \text{ mm}^2$ ;  
 Momento d'inerzia (attorno asse forte):  $J_i = 2,93439E+12 \text{ mm}^4$ ;  
 Distanza estradosso soletta da  $G_i$  (sez. mista):  $y_{se} = 1056 \text{ mm}$ ;  
 Distanza intradosso soletta da  $G_i$  (sez. mista):  $y_{si} = 756 \text{ mm}$ ;  
 Distanza estradosso trave C.A.P. da  $G_i$  (sez. mista):  $y_e = 756 \text{ mm}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da  $G_i$ :  $e_{p\infty} = 1525 \text{ mm (a cadute completamente esaurite)}$ ;  
 Distanza intradosso trave C.A.P. da  $G_i$  (sez. mista):  $y_i = 1944 \text{ mm}$ ;

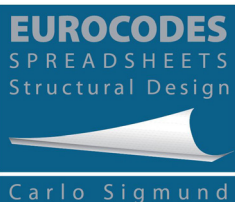
### **Sezione mista per ritiro differenziale soletta (soletta collaborante + trave C.A.P. equivalente c.a.)**

Area ideale sezione omogeneizzata:  $A_{i,rit} = 6,89581E+06 \text{ mm}^2$ ;  
 Momento d'inerzia (attorno asse forte):  $J_{i,rit} = 9,20443E+12 \text{ mm}^4$ ;  
 Raggio giratore d'inerzia (sezione mista, ritiro):  $i_{0i}^2 = 1,33479E+06 \text{ mm}^2$ ;  
 Distanza estradosso soletta da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $y_{se,Gi} = 1019,4 \text{ mm}$ ;  
 Distanza intradosso soletta da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $y_{si,Gi} = 719,4 \text{ mm}$ ;  
 Dist. estradosso trave C.A.P. da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $y_{e,Gi} = 719,4 \text{ mm}$ ;  
 ⇒ Distanza baricentro CR da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $e_{0p,Gi} = 1561,6 \text{ mm}$ ;  
 Dist. intradosso trave C.A.P. da  $G_{i,rit}$  (sez. mista):  $y_{i,Gi} = 1980,6 \text{ mm}$ .

### **Geometria armature pretese**

Area nominale singolo trefolo:  $A_{1p} = 139 \text{ mm}^2$ ;  
 Numero trefoli adottati (singolo CR):  $N_p = 110$  (trefoli uguali/equivalenti);



	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 29 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Area complessiva trefoli:  $A_p = A_{1p} N_p = 15290 \text{ mm}^2$ ;  
Coeff. di omogenizzazione dei cavi di pretensione:  $n = 6$ ;  
Massima forza che può applicarsi dal martinetto su ciascun trefolo (trazione):  $P_{1\max} = A_{1p} \sigma_{p0,\max} = 206,832 \text{ kN}$ ;  
Perdita tensioni per rilassamento all'istante del tiro:  $\alpha_1 = 10\%$  del totale;  
Perdita iniziale per rilassamento degli acciai:  $\alpha_2 = 5,2\%$  del tiro iniziale al martinetto;  
Coefficiente di perdita sul tiro iniziale:  $\alpha = 1 - (\alpha_1/100) (\alpha_2/100) = 0,9948$ ;  
Tiro di pretensione iniziale ai martinetti:  $\sigma_{p0,\max} A_p = 22017,6 \text{ kN}$  (in modulo);  
Azione di compressione al netto dell'iniziale calo per rilassamento iniziale acciai:  $N_{0\max} = \alpha \sigma_{p0,\max} A_p = -21903,1 \text{ kN}$  (compressione);

#### Geometria sezione resistente (fase I): sola trave (in mezzeria)

Area trasversale:  $A_i = A_{i0} = 1,38883\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;  
Momento d'inerzia (asse inflessione):  $J_i = J_{i0} = 1,13065\text{E}+12 \text{ mm}^4$ ;  
⇒ Eccentricità CR (durante tesatura):  $e_p = e_{p0} = 748 \text{ mm}$  (da baricentro  $G_{i0}$  trave);  
Distanza estradosso sezione da baricentro  $G_{i0}$ :  $y_e = y_{e0} = 1527 \text{ mm}$ ;  
Distanza intradosso sezione da baricentro  $G_{i0}$ :  $y_i = y_{i0} = 1173 \text{ mm}$ ;  
Altezza netta sezione trave:  $y_e + y_i = 2700 \text{ mm}$ ;  
Sollecitazione flettente (in mezzeria) per peso proprio:  $M_{g0}(L/2) = 5245 \text{ kNm}$ .

#### Cadute di tensione istantanee

Caduta per accorciamento elastico trave (alla recisione dei trefoli, con  $e_p = e_{p0} = 748 \text{ mm}$ ):

$$\Delta\sigma_p (L/2) = n_p \cdot \left[ \frac{N_{0\max}}{A_i} + \left( \frac{N_{0\max} \cdot e_p + M_{g0}(L/2)}{J_i} \right) \cdot e_p \right] = -138,8 \text{ N/mm}^2;$$

Caduta istantanea di tiro (al taglio trefoli):  $\Delta N_{0\max} = \Delta\sigma_p \cdot A_p = -2122,8 \text{ kN}$ ; pari a circa:

$$\frac{\Delta N_{0\max}}{N_{0\max}} \cdot 100 = 9,69\%.$$

Subito dopo la trasmissione della precompressione per aderenza, si ha in fase iniziale:

$N_0 = N_{0\max} - \Delta N_{0\max} = N_{0\max} - \Delta\sigma_p \cdot A_p = -19780,3 \text{ kN}$  (negativo, perché di compressione sulla sezione);

Relativa tensione nel cavo risultante CR:  $\sigma_{p0} = -N_0 / A_p = 1293,7 \text{ kN}$  (trazione).

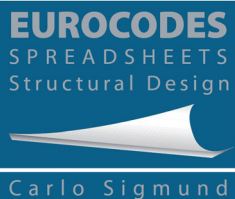
✦ **Esito verifica trazione sul CR:**

$\sigma_{p0} < \min[0,75f_{pk}; 0,85f_{p(0,1)k}] = 1395 \text{ N/mm}^2$ ;  
(verificato).

#### Massime tensioni iniziali sul calcestruzzo della trave (a precompressione, con $e_p = e_{p0,tt} = 750 \text{ mm}$ )

Tensione iniziale nella fibra di estradosso:

$$\sigma_{e0} = \left( \frac{N_0}{A_i} - \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_e \right) - \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_e = -1,290 \text{ N/mm}^2 \text{ (compressione);}$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 30 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Tensione sulla fibra di cls a livello del baricentro del CR:

$$\sigma_{CR0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot e_p \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot e_p = -20,604 \text{ N/mm}^2 \text{ (compressione);}$$

Tensione iniziale nella fibra di intradosso:

$$\sigma_{i0} = \left( \frac{N_0}{A_i} + \frac{N_0 \cdot e_p}{J_i} \cdot y_i \right) + \frac{M_{g0}}{J_i} \cdot y_i = -24,192 \text{ N/mm}^2 \text{ (compressione);}$$

#### ✦ Esiti verifica tensioni iniziali (in moduli)

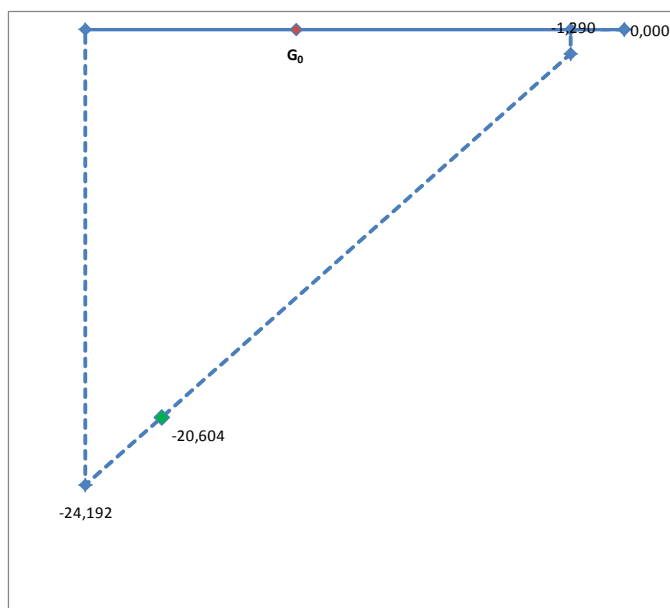
Tensione estradosso:

$$|\sigma_{e0}| = 1,290 \text{ N/mm}^2 < 25,88 \text{ N/mm}^2 \text{ (verificato)}$$

Tensione intradosso:

$$|\sigma_{i0}| = 24,192 \text{ N/mm}^2 < 25,88 \text{ N/mm}^2 \text{ (verificato).}$$

#### Diagramma delle tensioni (Fase I, tensioni iniziali al taglio dei trefoli)



#### PERDITE DI PRECOMPRESSIONE al netto delle cadute istantanee

##### Quote esaurite in I fase (sulla sola trave C.A.P.)

Valore del tiro di tesatura iniziale (non esaurita la quota

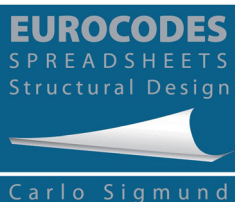
iniziale di rilassamento acciai di pretensione):

$$\sigma_{p0,max} A_p = 22017,6 \text{ kN (in modulo);}$$

Percentuale del valore del tiro di tesatura iniziale,

per stabilire l'entità TOTALE delle perdite di prec.ne: 18%.

Includendo in questo: l'accorciamento elastico trave (taglio trefoli), il rilassamento dell'acciaio, il ritiro e la viscosità del calcestruzzo.

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 31 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

NOTA: pari al 20 % del valore del tiro iniziale: valore computato al netto delle perdite iniziali per rilassamento e accorciamento elastico trave.

Perdita del tiro (complessivo a  $t \rightarrow \infty$ ):  $\Delta N_{\infty} = 3963,2 \text{ kN}$  (equivalente trazione sulla sezione nella fibra di cls a livello del baricentro del CR);

% di caduta di tensione totale esaurita in I fase:  $\beta_t = 100\%$  (sul totale);

Quota caduta di tensione considerata (a "t"): I fase:  $\Delta N_{t1} = \frac{\beta_t}{100} \cdot \Delta N_{\infty} = 3963,2 \text{ kN}$  (in modulo);

Momenti di decompressione dovuti alle sole cadute:  $\Delta M_{t1} = \sum_{i=1}^{N \text{ livelli}} \Delta N_{t1,i} \cdot y_{t1,i} = 2928781152 \text{ Nmm}$ ;

(essendo  $y_{t1,i}$  la distanza del baricentro del livello  $i$ -esimo di armatura misurato dal baricentro  $G_{i0}$  della sola trave. Il valore di  $y_{t1,i}$  è stato considerato con segno positivo per livello  $i$ -esimo al di sotto del baricentro  $G_{i0}$ , verso l'intradosso della trave). Con  $\Delta N_{t1,i}$  si è indicata la perdita di competenza nel livello  $i$ -esimo.

Area trasversale:  $A_i = A_{i0} = 1,38883\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;

Momento d'inerzia (asse inflessione):  $J_i = J_{i0} = 1,13065\text{E}+12 \text{ mm}^4$ ;

Eccentricità CR (dopo taglio trefoli):  $e_p = e_{p0,tt} = 750 \text{ mm}$  (da baricentro  $G_0$  trave);

⇒ Eccentricità CR (a cadute di competenza esaurite):  $e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm}$ ;

Distanza estradosso sezione da baricentro  $G_{i0}$ :  $y_e = y_{e0} = 1527 \text{ mm}$ ;

Distanza intradosso sezione da baricentro  $G_{i0}$ :  $y_i = y_{i0} = 1173 \text{ mm}$ .

#### CADUTE DI TENSIONE ESAURITE IN PRIMA FASE, SULLA SOLA TRAVE (sezione di mezzeria):

Incremento di tensione per decompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P. (con  $e_p = e_{p0\infty}$ ):

$$\Delta \sigma_{ep0}^{(I)} = \frac{\Delta N_{t1}}{A_{i0}} - \frac{\Delta M_{t1}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = -1,102 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{equivalente compressione}).$$

Caduta di tensione sul cls in corrispondenza del CR:

$$\Delta \sigma_{CRp0}^{(I)} = \frac{\Delta N_{t1}}{A_{i0}} + \frac{\Delta M_{t1}}{J_{i0}} \cdot e_p = 4,807 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{equivalente trazione}).$$

Caduta di tensione per decompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta \sigma_{ip0}^{(I)} = \frac{\Delta N_{t1}}{A_{i0}} + \frac{\Delta M_{t1}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = 5,892 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{equivalente trazione}).$$

#### TENSIONE DI TRAZIONE NEL CR NELLA SEZIONE DI MEZZERIA (A TEMPO $\rightarrow t$ )

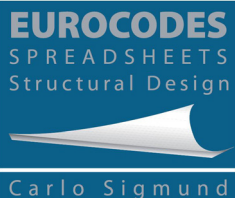
Tensione in I fase (valori in modulo):  $\sigma_{pt}^{(I)} = \sigma_{p0} - \Delta \sigma_{pt} = (P_0 - \Delta P_t) / A_p = 1034,5 \text{ N/mm}^2$ .

#### PERDITE DI PRECOMPRESSIONE - ESAURITE A TEMPO INFINITO SULLA SEZIONE MISTA (TRAVE + SOLETTA COLLABORANTE)

##### Geometria sezione resistente mista (trave C.A.P. + soletta collaborante)

Sezione trasversale:  $A_i = 2,57083\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;

Momento d'inerzia asse inflessione:  $J_i = 2,93439\text{E}+12 \text{ mm}^4$ ;

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 32 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Altezza trave C.A.P.:	$y_i + y_e = 2700 \text{ mm};$
spessore soletta collaborante:	$s_{sol} = 300 \text{ mm}$ (valore medio se implacato in curva);
Modulo elastico a t $\rightarrow$ "infinito" della soletta:	$E_{cm\ sol} = 33 \text{ GPa}$ (longitudinale);
Modulo elastico a t $\rightarrow$ "infinito" della trave C.A.P.:	$E_{cm} = 36 \text{ GPa}$ (longitudinale);
Coefficiente di omogeneizzazione per la soletta:	$n_{sol} = 0,917 [-];$
⇒ Eccentricità CR (a perdite completamente esaurite):	$e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm};$
Distanza estradosso trave da baricentro $G_i$ :	$y_e = 756 \text{ mm};$
Distanza intradosso trave da baricentro $G_i$ :	$y_i = 1944 \text{ mm};$
Distanza estradosso soletta da baricentro $G_i$ :	$y_{se} = 1056 \text{ mm};$
Distanza intradosso soletta da baricentro $G_i$ :	$y_{si} = 756 \text{ mm}.$

**Cadute di tensione (a t infinito) esaurite nella II Fase nella sezione mista (TRAVE + SOLETTA COLLABORANTE) sezione di mezzeria (valutate per  $e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm}$ ):**

Rimanente caduta di tensione esaurita in II fase:  $\Delta N_{t2} = \frac{\beta_{\infty}}{100} \cdot \Delta N_{\infty} = 0,0 \text{ kN}$  (con  $\beta_{\infty} = 0\%$ ).

Momenti di decompressione dovuti alle sole cadute:  $\Delta M_{t2} = \sum_{i=1}^{N_{livelli}} \Delta N_{t2,i} \cdot y_{t2,i} = 0 \text{ Nmm};$

(essendo  $y_{t2,i}$  la distanza del baricentro del livello  $i$ -esimo di armatura misurato dal baricentro  $G_i$  della sezione mista. Il valore di  $y_{t2,i}$  è stato considerato con segno positivo per livello  $i$ -esimo al di sotto del baricentro  $G_i$ , verso l'intradosso della trave). Con  $\Delta N_{t2,i}$  si è indicata la perdita di competenza nel livello  $i$ -esimo.

Incremento di tensione per decompressione sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\Delta \sigma_{ip0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} - \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot y_{si} \right) = 0,000 \text{ N/mm}^2; \quad (\text{equivalente compressione}).$$

Incremento di tensione per decompressione sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\Delta \sigma_{ep0,s} = n_{sol} \cdot \left( \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} - \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot y_{se} \right) = 0,000 \text{ N/mm}^2; \quad (\text{equivalente compressione}).$$

Incremento di tensione per decompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta \sigma_{ep0}^{(II)} = \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} - \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot y_e = 0,000 \text{ N/mm}^2; \quad (\text{equivalente compressione}).$$

Caduta di tensione per decompressione sulla fibra di cls a livello del CR:

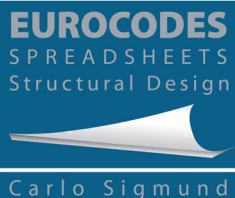
$$\Delta \sigma_{CRp0}^{(II)} = \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} + \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot e_p = 0,000 \text{ N/mm}^2; \quad (\text{equivalente compressione}).$$

Caduta di tensione per decompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta \sigma_{ip0}^{(II)} = \frac{\Delta N_{t2}}{A_i} + \frac{\Delta M_{t2}}{J_i} \cdot y_i = 0,000 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{equivalente compressione}).$$

**Tensione di trazione nel CR nella sezione di mezzeria (a t  $\rightarrow$  "infinito")**

$$\sigma_{p\infty} = \sigma_{p0} - \Delta \sigma_{p\infty} = (P_0 - \Delta P_{\infty}) / A_p = 1034,5 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{considerando i moduli}).$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 33 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## RAPPORTO PERDITE complessive di PRECOMPRESSIONE (I Fase + II Fase)

**I fase (sola trave C.A.P. al tempo "t"):**  $\beta_t =$  % della caduta totale esaurita nella I fase = 100 %;

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ep0}^{(I)} = -1,102 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra cls a livello del CR:

$$\Delta\sigma_{CRp0}^{(I)} = 4,807 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ip0}^{(I)} = 5,892 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}.$$

### Quote esaurite nella fase finale (a "t" --> infinito. Sezione mista: trave C.A.P. + soletta collaborante):

$\beta_{\infty} =$  % rimanente della caduta totale esaurita nella fase finale = 0 %;

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ep0}^{(II)} = 0,000 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di cls a livello del CR:

$$\Delta\sigma_{CRp0}^{(II)} = 0,000 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ip0}^{(II)} = 0,000 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{ep0,s} = 0,000 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{ip0,s} = 0,000 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}.$$

### PERDITE DI PRECOMPRESSIONE TOTALI (Fase I + Fase II)

% della caduta totale = 100 %

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{ep0,s} = 0,000 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\Delta\sigma_{ip0,s} = 0,000 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

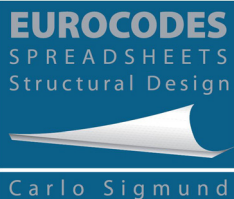
$$\Delta\sigma_{ep0}^{(I)} + \Delta\sigma_{ep0}^{(II)} = -1,102 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di cls a livello del CR:

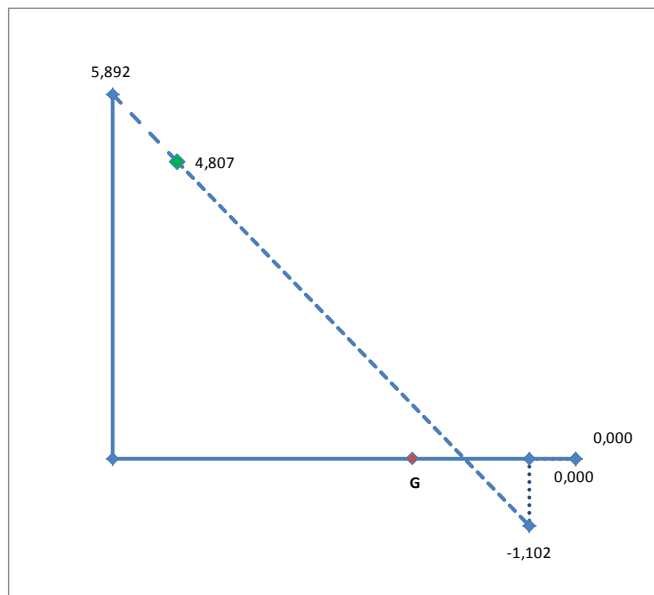
$$\Delta\sigma_{CRp0}^{(I)} + \Delta\sigma_{CRp0}^{(II)} = 4,807 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

Caduta di tensione di precompressione sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{ip0}^{(I)} + \Delta\sigma_{ip0}^{(II)} = 5,892 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}.$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 34 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

### Diagramma delle variazioni di tensioni per perdite compressive di precompressione a $t \rightarrow \text{"infinito"}$



### Tensione di trazione nel CR nella sezione di mezzeria ( $t \rightarrow \text{"infinito"}$ )

$$\sigma_{p\infty} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p\infty} = (P_0 - \Delta P_{\infty}) / A_p = 1034,5 \text{ N/mm}^2;$$

Forza di prec.ne "persa" dalla I Fase alla fine della II Fase:  $\Delta N_{\infty} = 3963,2 \text{ kN}$  (modulo).

### CALCOLO incremento TENSIONI PER RITIRO DIFFERENZIALE SOLETTA GETTATA IN OPERA

Deformazione per ritiro (complessiva), secondo norma:

$$\varepsilon_r = 0,00023 \text{ [-]};$$

% ritiro scontato dalla trave prefabbricata alla messa in opera della soletta:

$$\beta_t = 100\%;$$

Ritiro differenziale già scontato sulla trave prefabbricata C.A.P.:

$$\Delta\varepsilon_{\text{trave,scont}} = 0,00023 \text{ [-]};$$

% di ritiro da scontare per la trave dopo la messa in opera della soletta:

$$\beta_{\infty} = 0\%;$$

Ritiro da scontare per la trave dopo la messa in opera della soletta:

$$\Delta\varepsilon_{\text{trave,rim}} = 0,00000 \text{ [-]};$$

Ritiro da scontare per la soletta:

$$\varepsilon_{\text{soletta}} = 0,00023 \text{ [-]};$$

Ritiro differenziale sulla trave prefabbricata C.A.P.:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{\text{soletta}} - \Delta\varepsilon_{\text{trave,rim}} = 0,00023 \text{ [-]};$$

Larghezza efficace soletta collaborante:

$$b_{\text{eff}} = 4300 \text{ mm}; \text{ (EN 1992-1-1, par. 5.3.2.1(3))}$$

Spessore soletta collaborante:

$$s_{\text{sol}} = 300 \text{ mm};$$

Area soletta collaborante:

$$A_{\text{sol}} = 1,29000\text{E}+06 \text{ mm}^2;$$

Momento d'inerzia attorno baricentro soletta:

$$J_{\text{sol}} = 9,67500\text{E}+09 \text{ mm}^4;$$

Area sezione sola trave C.A.P.:

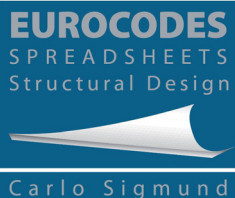
$$A_i = A_{i0} = 1,38883\text{E}+06 \text{ mm}^2;$$

Momento d'inerzia baricentro trave C.A.P.:

$$J_i = J_{i0} = 1,13065\text{E}+12 \text{ mm}^4;$$

Distanza baricentri geometrici trave C.A.P. e soletta:

$$e_c = y_{e0} + s/2 = 1677 \text{ mm};$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 35 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Distanza estradosso sezione sola trave da baricentro  $G_0$  (sezione sola trave C.A.P.):

$$y_e = y_{e0} = 1527 \text{ mm};$$

⇒ Eccentricità cavo risultante

(sezione sola trave prefabbricata C.A.P.):

$$e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm (finale, a perdite esaurite);}$$

Distanza intradosso sezione trave da baricentro

$G_0$  (sezione sola trave C.A.P.):

$$y_i = y_{i0} = 1173 \text{ mm};$$

Distanza baricentro  $G_{i,rit}$  sezione mista omogeneizzata

(per ritiro) da intradosso trave C.A.P.:

$$d_{Gi,rit} = 1980,6 \text{ mm};$$

Distanza baricentro baric.  $G_0$  sezione sola trave

prefabbricata da intradosso trave C.A.P.:

$$y_i = y_{i0} = 1173,0 \text{ mm};$$

Distanza baricentro  $G_{i,sol}$  soletta gettata in opera

da intradosso trave C.A.P.:

$$y_{c,sol} = 2850,0 \text{ mm};$$

Distanza baricentro soletta gettata in opera da

baricentro  $G_{i,rit}$  sezione mista (equivalente per ritiro):

$$\Delta d_{Gi,sol} = y_{c,sol} - d_{Gi,rit} = 869,4 \text{ mm};$$

Distanza baricentro trave C.A.P. da baricentro

$G_{i,rit}$  sezione mista (equivalente per ritiro):

$$\Delta d_{Gi,tr} = d_{Gi,rit} - y_{i0} = 807,6 \text{ mm};$$

Momento d'inerzia trave C.A.P. attorno baricentro  $G_{i,rit}$  sez. mista (eq. per ritiro):

$$J_{tr,Gi,rit} = J_{i0} + A_{i0} \cdot (\Delta d_{Gi,tr})^2 = 2,03639E+12 \text{ mm}^4;$$

Momento d'inerzia soletta attorno baricentro  $G_{i,rit}$  sez. mista (eq. per ritiro):

$$J_{sol,Gi,rit} = J_{sol} + A_{sol} \cdot (\Delta d_{Gi,sol})^2 = 9,84805E+11 \text{ mm}^4;$$

Coefficiente viscosità (a  $t \rightarrow$  "infinito"):

$$\phi_c = \phi_c(\infty, t) = 2,70 [-];$$

Coeff. di omogeneizzazione soletta in trave C.A.P.:

$$n^* = \frac{E_{cm}}{E_{cm,sol}} (1 + \phi_c) = 4,036 [-];$$

Area ideale sezione omogeneizzata (ritiro diff.):

$$A_{i,rit} = A_{sol} + n^* \cdot A_{i0} = 6,89581E+06 \text{ mm}^2;$$

Momento d'inerzia sezione omogeneizzata (ritiro diff.):

$$J_{i,rit} = J_{sol,Gi} + n^* \cdot J_{tr,Gi} = 9,20443E+12 \text{ mm}^4;$$

Raggio giratore d'inerzia al quadrato:

$$i_{0i}^2 = J_{i,rit} / A_{i,rit} = 1,33479E+06 \text{ mm}^2;$$

Azione assiale sulla sezione mista (trave + soletta

collaborante) per effetto del ritiro differenziale:

$$N_{ritiro} = - \Delta \varepsilon \frac{E_{cm}}{n^*} A_{sol} = -2646,2 \text{ kN (compressione).}$$

Distanza estradosso soletta da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$y_{se,Gi} = 1019,4 \text{ mm};$$

Distanza intradosso soletta da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$y_{si,Gi} = 719,4 \text{ mm};$$

Distanza estradosso trave da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$y_{e,Gi} = 719,4 \text{ mm};$$

⇒ Distanza baricentro CR da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$e_{0p,Gi} = 1561,6 \text{ mm};$$

Distanza intradosso trave da baricentro  $G_{i,rit}$ :

$$y_{i,Gi} = 1980,6 \text{ mm}.$$



Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 36 - 00	
Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

### Tensioni indotte (sulla sezione mista-equivalente) dal ritiro differenziale della soletta gettata in opera

Variazione di tensione sull'estradosso della soletta collaborante:

$$\Delta\sigma_{sol,rit,e} = \Delta\varepsilon \frac{E_{cm}}{n^*} \left[ 1 - \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 + \frac{e_c}{i_{0i}^2} y_{se,Gi} \right) \right] = 1,176 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

Variazione di tensione sull'intradosso della soletta collaborante:

$$\Delta\sigma_{sol,rit,i} = \Delta\varepsilon \frac{E_{cm}}{n^*} \left[ 1 - \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 + \frac{e_c}{i_{0i}^2} y_{si,Gi} \right) \right] = 1,321 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

Variazione di tensione sull'estradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{c,rit,e} = -\Delta\varepsilon E_{cm} \left[ \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 + \frac{e_c}{i_{0i}^2} y_{e,Gi} \right) \right] = -2,949 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente compressione)}$$

Variazione di tensione sulla fibra di cls a livello del CR:

$$\Delta\sigma_{c,rit,CR} = -\Delta\varepsilon E_{cm} \left[ \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 - \frac{e_c}{i_{0i}^2} e_{0p,Gi} \right) \right] = 1,490 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

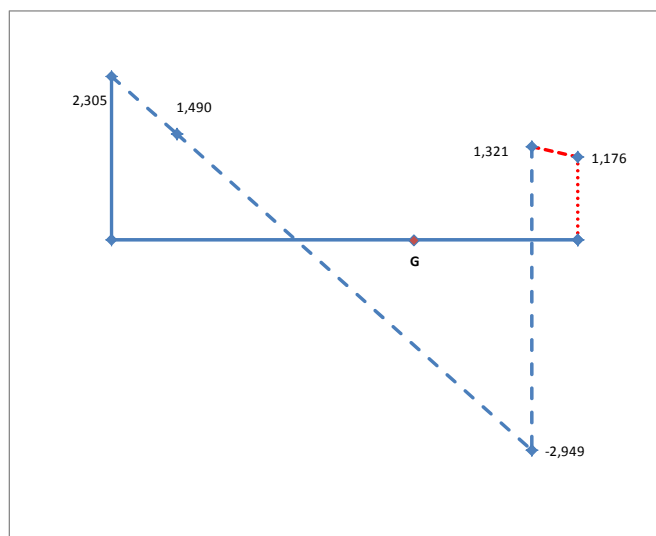
Variazione di tensione sul CR:

$$\Delta\sigma_{pCR,rit} = \eta_p \cdot \Delta\sigma_{c,rit,CR} = 8,940 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

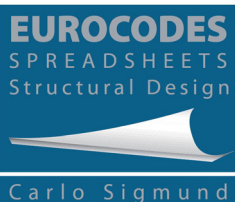
Variazione di tensione sull'intradosso della trave C.A.P.:

$$\Delta\sigma_{c,rit,i} = -\Delta\varepsilon E_{cm} \left[ \frac{A_{sol}}{A_{i,rit}} \left( 1 - \frac{e_c}{i_{0i}^2} y_{i,Gi} \right) \right] = 2,305 \text{ N/mm}^2; \text{(equivalente trazione)}$$

### Diagramma delle variazioni di tensioni dovute al ritiro differenziale della soletta gettata





	Progetto:				Riferimento (Excel file):	
	Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione:				Pag./rev.	
	<b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				37 - 00	
	Calcolatore:	Data:	Controllato da:	Data:	Approvato da:	Data:
	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016	CS	25/07/2016

### Tensioni sul calcestruzzo in fase finale ( $t \rightarrow$ "infinito"), quadro tensionale "A VUOTO"

Sollecitazione flettente (nominale) dovuta ai permanenti

portati (pavimentazione stradale + new jersey):  $M_{g,est} = 5352 \text{ kNm}$ ;

Sollecitazione flettente (nominale) dovuta al peso

proprio della soletta (a getto non indurito: peso morto

sulla trave C.A.P.):  $M_{g,sol} = 3628 \text{ kNm}$ ;

Distanza estradosso trave da baricentro

sezione sola trave C.A.P.:  $y_e = y_{e0} = 1527 \text{ mm}$ ;

Distanza intradosso trave da baricentro sezione

sola trave C.A.P.:  $y_i = y_{i0} = 1173 \text{ mm}$ ;

⇒ Eccentricità cavo risultante (sola trave C.A.P.):  $e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm}$  (a perdite esaurite).

### SEZIONE solo TRAVE C.A.P. (senza SOLETTA COLLABORANTE), con $e_p = e_{p0\infty} = 754 \text{ mm}$

Area trasversale:  $A_{i0} = 1,38883\text{E}+06 \text{ mm}^2$ ;

Momento d'inerzia (asse d'inflessione):  $J_{i0} = 1,13065\text{E}+12 \text{ mm}^4$ ;

Coefficiente omogeneizzazione soletta:  $n_{sol} = 0,917 [-]$ ;

Incremento di tensioni sulla sola trave C.A.P. dovute al peso morto della soletta (durante la sua maturazione):

Incremento di tensione sull'estradosso della trave:  $\Delta\sigma_{e,sol} = -\frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot y_{e0} = -4,900 \text{ N/mm}^2$ ;

(equivalente compressione)

Incremento di tensione sul cls a livello del CR:  $\Delta\sigma_{iCR,sol} = \frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot e_p = 2,419 \text{ N/mm}^2$  (con  $e_p = e_{p0\infty}$ );

(equivalente trazione)

Incremento di tensione sull'intradosso della trave:  $\Delta\sigma_{i,sol} = \frac{M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot y_{i0} = 3,764 \text{ N/mm}^2$ ;

(equivalente trazione).

### TENSIONI COMPLESSIVE "A VUOTO" SU SEZIONE MISTA TRAVE C.A.P. + SOLETTA COLLABORANTE

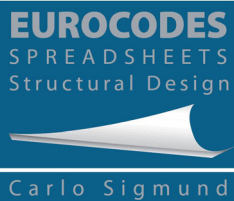
NOTA: tra parentesi tonde racchiuse le quote di tensione valutate sulla sezione mista resistente  $A_{j_i}$   $J_{j_i}$ .

Tensione "a vuoto" sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\sigma_{e,s,v} = \left( \Delta\sigma_{sol,rit,e} + \Delta\sigma_{ep0,s} - n_{sol} \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{se} \right) = -0,589 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione "a vuoto" sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\sigma_{i,s,v} = \left( \Delta\sigma_{sol,rit,i} + \Delta\sigma_{ip0,s} - n_{sol} \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_{si} \right) = 0,057 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente trazione)}$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 38 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

Tensione "a vuoto" sulla fibra di estradosso trave C.A.P.:

$$\sigma_{e,v} = \sigma_{e0} + \Delta\sigma_{ep0}^{(I)} + \Delta\sigma_{e,sol} + \left( \Delta\sigma_{ep0}^{(II)} + \Delta\sigma_{c,rit,e} - \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_e \right) = -11,620 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione sulla fibra di cls a livello del CR:

$$\sigma_{CR,v} = \sigma_{CR0} + \Delta\sigma_{CRp0}^{(I)} + \Delta\sigma_{iCR,sol} + \left( \Delta\sigma_{CRp0}^{(II)} + \Delta\sigma_{c,rit,CR} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p \right) = -9,106 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione "a vuoto" sulla fibra di intradosso trave C.A.P.:

$$\sigma_{i,v} = \sigma_{i0} + \Delta\sigma_{ip0}^{(I)} + \Delta\sigma_{i,sol} + \left( \Delta\sigma_{ip0}^{(II)} + \Delta\sigma_{c,rit,i} + \frac{M_{g,est}}{J_i} \cdot y_i \right) = -8,685 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}.$$

Tensione del cavo risultante CR nella condizione "a vuoto" (con  $e_{p0} = 754 \text{ mm}$ ;  $e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm}$ ):

$$\sigma_{p,v} = \sigma_{p\infty} + \frac{n_p \cdot M_{g,sol}}{J_{i0}} \cdot e_{p0} + \left( \Delta\sigma_{pCR,rit} + \frac{n_p \cdot M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p \right) = 1056,7 \text{ N/mm}^2 \text{ (in termini di moduli)}.$$

✧ **Esiti verifica rispetto limiti tensioni "A VUOTO" (in termini di moduli): comb. QUASI-PERMANENTE**

$$\sigma_{e,s,v} = 0,589 \text{ N/mm}^2 < 19,2 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato); (tensione non supera } 0,45 \text{ fck)}$$

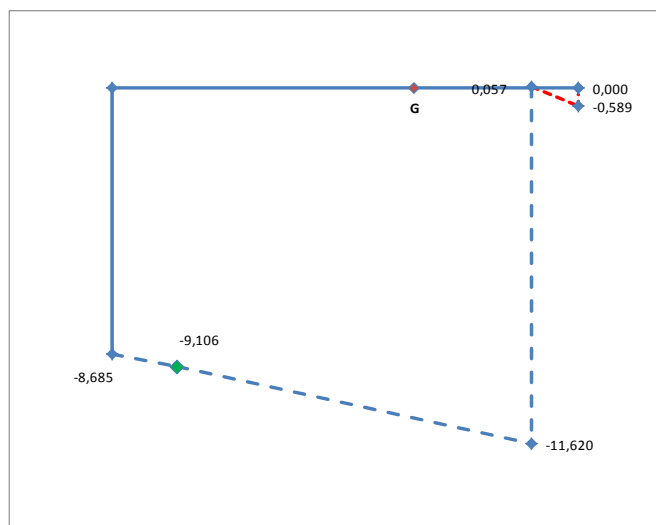
$$\sigma_{i,s,v} = 0,057 \text{ N/mm}^2 < 2,5 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato);}$$

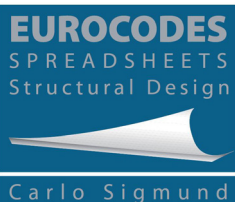
$$\sigma_{e,v} = 11,620 \text{ N/mm}^2 < 27,0 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato); (tensione non supera } 0,45 \text{ fck)}$$

$$\sigma_{i,v} = 8,685 \text{ N/mm}^2 < 27,0 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato); (tensione non supera } 0,45 \text{ fck)}$$

$$\sigma_{p,v} = 1056,7 \text{ N/mm}^2 < 1395 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{(verificato)}.$$

**Diagramma tensioni nell'assetto "A VUOTO" coincidente con COMB. QUASI-PERMANENTE**



	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 39 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## TENSIONI FINALI CON CARICO VARIABILE (CARICHI VIAGGIANTI)

Momento flettente (nella sezione di mezzzeria) dovuto  
al massimo effetto (equivalente) dei carichi  
(variabili) viaggianti:

$$M_{q1,var} = 10520 \text{ kNm};$$

Valore del coefficiente di combinazione (dipendente  
dalla norma e dalla particolare combinazione di  
carico considerata):

$$\Psi_{ij} = 1,00 [-];$$

### Dati sezione resistente in esercizio (trave C.A.P. + soletta collaborante)

Sezione trasversale mista:	$A_i = 2,57083E+06 \text{ mm}^2$ ;
Momento d'inerzia sezione mista:	$J_i = 2,93439E+12 \text{ mm}^4$ ;
Coeff. omogeneizzazione per la soletta gettata:	$n_{sol} = 0,917 [-]$ ;
Distanza estradosso soletta da baricentro $G_i$ :	$y_{se} = 1056 \text{ mm}$ ;
Distanza intradosso soletta da baricentro $G_i$ :	$y_{si} = 756 \text{ mm}$ ;
Distanza estradosso trave da baricentro $G_i$ :	$y_e = 756 \text{ mm}$ ;
Distanza fibra cls a livello CR da baricentro $G_i$ :	$e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm}$ (a perdite esaurite, esercizio);
Distanza intradosso trave da baricentro $G_i$ :	$y_i = 1944 \text{ mm}$ .

### Tensioni finali sulla sezione mista resistente (trave C.A.P. + soletta collaborante)

Tensione complessiva sulla fibra di estradosso della soletta:

$$\sigma_{e,s\infty} = \sigma_{e,s,v} - n_{sol} \cdot \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot y_{se} = -4,060 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione complessiva sulla fibra di intradosso della soletta:

$$\sigma_{i,s\infty} = \sigma_{i,s,v} - n_{sol} \cdot \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot y_{si} = -2,428 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione complessiva sulla fibra di estradosso della trave C.A.P.:

$$\sigma_{e\infty} = \sigma_{e,v} - \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot y_e = -14,330 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione complessiva sulla fibra cls a livello del CR:

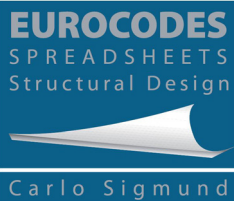
$$\sigma_{CR\infty} = \sigma_{CR,v} + \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot e_p = -3,639 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

Tensione complessiva sulla fibra di intradosso della trave C.A.P.:

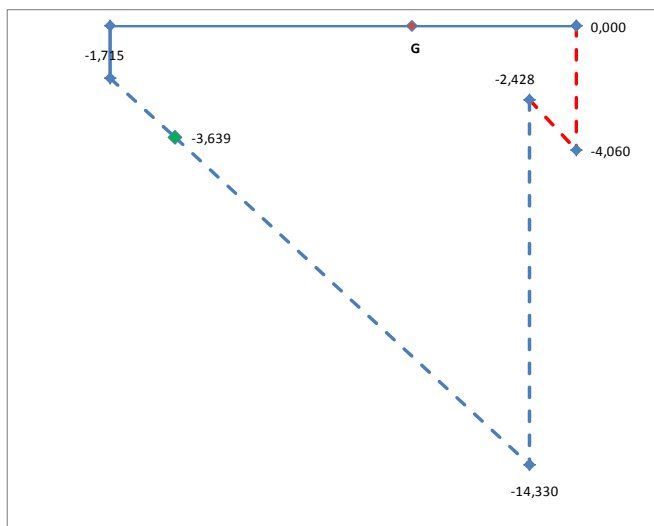
$$\sigma_{i\infty} = \sigma_{i,v} + \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot y_i = -1,715 \text{ N/mm}^2; \text{ (equivalente compressione)}$$

### Tensione del cavo risultante CR nella condizione finale ( $e_p = e_{p\infty} = 1525 \text{ mm}$ ):

$$\sigma_{p,fin} = \sigma_{p,v} + n_p \cdot \Psi_{ij} \cdot \sigma_{q1,var} = \sigma_{p,v} + \left( n_p \cdot \frac{\Psi_{ij} \cdot M_{q1,var}}{J_i} \cdot e_p \right) = 1089,5 \text{ N/mm}^2;$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 40 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

### Diagramma delle tensioni finali (condizione di esercizio con variabili viaggianti)



### ✦ Esiti verifica rispetto limiti tensioni IN ESERCIZIO (presenza variabili viaggianti)

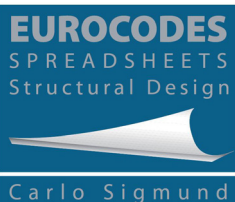
$$\sigma_{e,s,\infty} = 4,060 \text{ N/mm}^2 < 19,20 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato})$$

$$\sigma_{i,s,\infty} = 2,428 \text{ N/mm}^2 < 19,20 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato})$$

$$\sigma_{e,\infty} = 14,330 \text{ N/mm}^2 < 27,00 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato})$$

$$\sigma_{i,\infty} = 1,715 \text{ N/mm}^2 < 27,00 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato})$$

$$\sigma_{p,\infty} = 1089,5 \text{ N/mm}^2 < 1395 \text{ N/mm}^2 \rightarrow (\text{verificato}).$$

	Progetto: Verifica "CALCOLO 2" perdite scontate 100% alla messa in opera.				Riferimento (Excel file): Precompressione (Fili aderenti).xlsx	
	Sezione: <b>Allegato B</b> - Predimensionamento trave c.a.p. a "fili aderenti".				Pag./rev. 41 - 00	
	Calcolatore: CS	Data: 25/07/2016	Controllato da: CS	Data: 25/07/2016	Approvato da: CS	Data: 25/07/2016

## RIEPILOGO TENSIONI PER CONTROLLO PERDITE DI PRECOMPRESSIONE TOTALE (secondo EN 1992-1-1, par. 5.10.6, riferite al baricentro del cavo risultante)

Eccentricità cavo risultante (su sez. mista):  $e_p = 1525 \text{ mm}$ ;

Momento d'inerzia d'inflexione (su sezione mista):  $J_i = 2,93439\text{E}+12 \text{ mm}^4$ .

Tensione nel c.a.p. a livello del baricentro del CR dovuta alle azioni permanenti portate (in mezzzeria):

$$\sigma_{g,est}(e_p) = + \frac{M_{g,sol} + M_{g,est}}{J_i} \cdot e_p = 4,667 \text{ N/mm}^2;$$

essendo, sulla sezione di mezzzeria della sezione mista (sollecitazioni caratteristiche):

$M_{g,sol} = 3,62800\text{E}+09 \text{ kNm}$ ; (dovuto al peso proprio della soletta);

$M_{g,est} = 5,35200\text{E}+09 \text{ kNm}$ ; (dovuto ai variabili viaggianti).

Tensione nel c.a.p. a livello del baricentro del CR dovuta ai carichi viaggianti (in mezzzeria):

$$\sigma_{q1,var} = + \frac{M_{q1,var}}{J_i} \cdot e_p = 5,467 \text{ N/mm}^2.$$

Tensione complessiva nel c.a.p. a livello del baricentro del CR, dovuto al peso proprio+prec.ne iniziale+azioni quasi-permanenti (in valore assoluto):

$$\sigma_{cls,CR} \equiv \left[ \sigma_{cls0,p} + \left( \sigma_{g,est} + \Psi_{21} \cdot \sigma_{q1,var} \right) \right]_{CR} = 15,9 \text{ N/mm}^2; \text{ valutato per COMB. QUASI-PERMANENTE } \Psi_{ik} = 0,00.$$

Tensione nel baricentro delle armature del cavo risultante CR (dovuta alla precompressione iniziale e ai carichi quasi permanenti):

$$\sigma_{pi} = \sigma_{p0} + n_p \cdot |\sigma_{cls,CR}| = 1389,3 \text{ N/mm}^2.$$