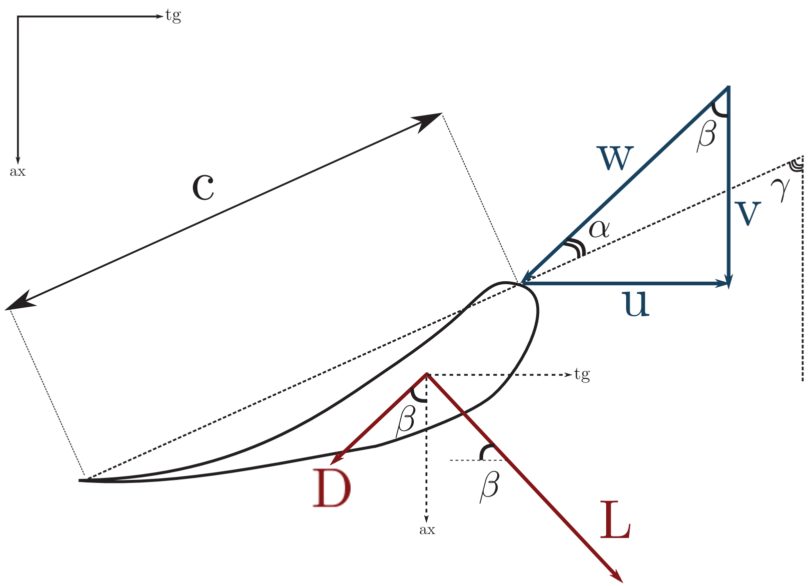
POLITECNICO
MILANO 1863

Prova Finale

Horizontal Axis Wind Turbine (HAWT)

Alessandro Romei, alessandro.romei@polimi.it
Giacomo Persico, giacomo.persico@polimi.it

Nomenclatura - VELOCITÁ

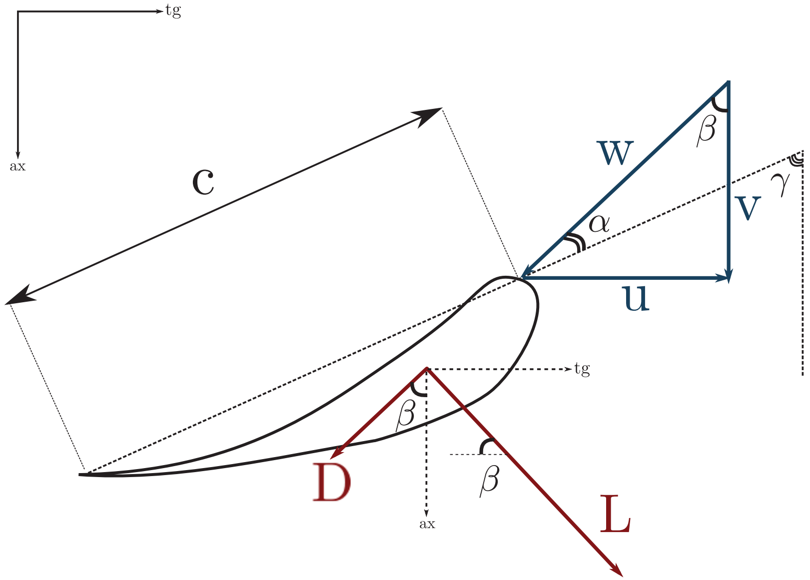


u: **Velocità Periferica**,
velocità con cui si muove il rotore,
$u = \omega \cdot r$
v: **Velocità Assoluta**,
si riferisce alla velocità assoluta al disco, in accordo alla teoria di Betz:
$v = \frac{2}{3} v_\infty$
w: **Velocità Relativa**,
velocità del vento vista da un osservatore solidale con il rotore.

Assumendo che la velocità del vento sia puramente assiale (no componenti tangenziali), il triangolo delle velocità risultante è rettangolo:

$$\boxed{w^2 = u^2 + v^2} \quad (1)$$

Nomenclatura - ANGOLI



α: **Angolo di Incidenza**,
angolo tra la corda e la componente relativa della velocità w. In figura, $\alpha > 0$.

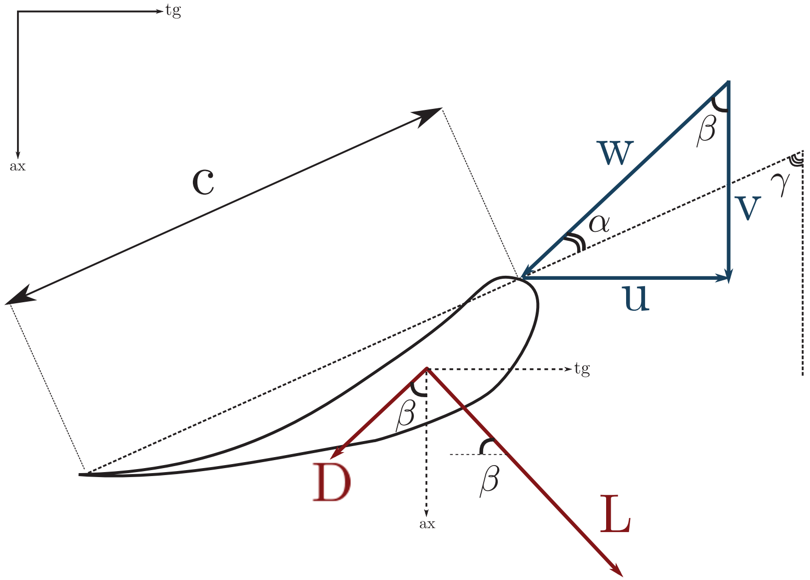
β: **Angolo Relativo**,
angolo tra la componente relativa w e quella assoluta v.

γ: **Angolo di Calettamento**,
angolo tra la corda è la direzione assiale.

$\exists$ una relazione tra gli angoli (valutati con i loro segni):

$$\boxed{\alpha = \gamma - \beta} \tag{2}$$

Nomenclatura - FORZE AERODINAMICHE



L: **Forza di Portanza**, sempre ortogonale alla direzione della velocità relativa w

D: **Forza di Resistenza**, sempre parallela alla direzione della velocità relativa w

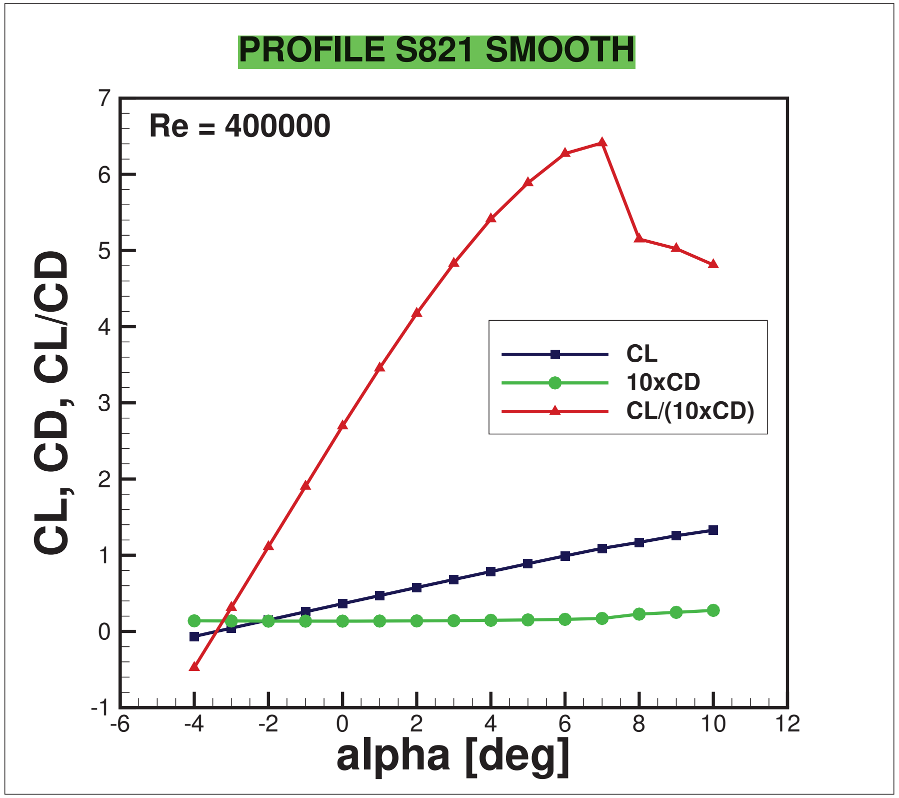
Si consideri un profilo palare collocato al raggio r di spessore infinetisimale dr. Le forze aerodinamiche agenti su tale profilo si possono esprimere come:

$$dL = \frac{1}{2}\rho A w^2 C_L = \frac{1}{2}\rho c \, dr \, w^2 C_L \tag{3}$$

$$dD = \frac{1}{2}\rho A w^2 C_D = \frac{1}{2}\rho c \, dr \, w^2 C_D \tag{4}$$

Coefficienti Aerodinamici

C_L & C_D sono rispettivamente i coefficienti di portanza e resistenza.

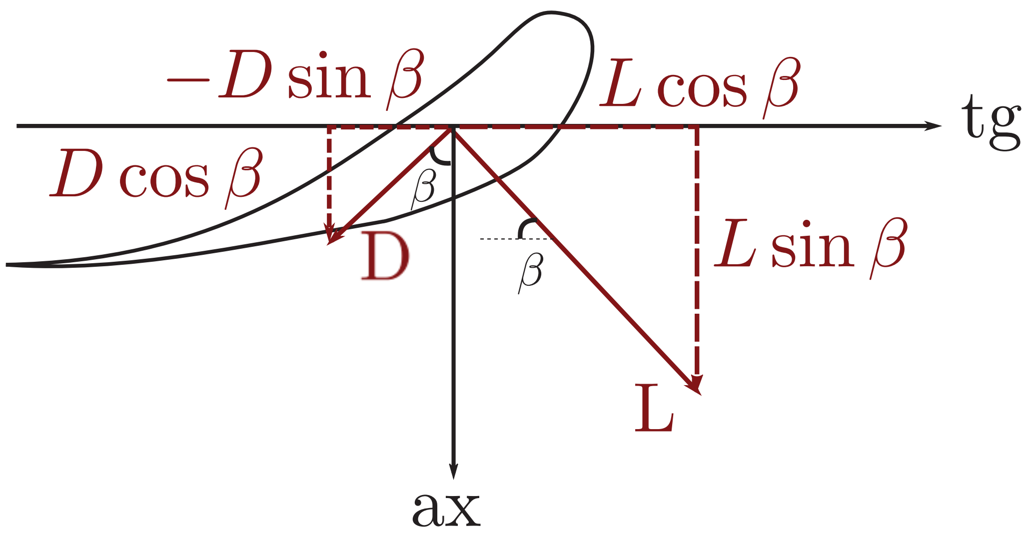


$$C_L = C_L(\alpha, Re, \text{profile})$$

$$C_D = C_D(\alpha, Re, \text{profile})$$

$$Re = \frac{\rho\, w\, c}{\mu}$$

Forze agenti sul profilo



$$dF_{ax} = dL\,\sin\beta + dD\,\cos\beta = \frac{1}{2}\rho c\,dr\,w^2(C_L\sin\beta + C_D\cos\beta) \quad (5)$$

$$dF_{tg} = dL\,\cos\beta - dD\,\sin\beta = \frac{1}{2}\rho c\,dr\,w^2(C_L\cos\beta - C_D\sin\beta) \quad (6)$$

Lavoro Estraibile dalla Turbina Eolica

La forza tangenziale è responsabile del lavoro estraibile dalla turbina eolica. Infatti, la coppia motrice risultante dalle forze tangenziali che il flusso genera su ciascuna pala è:

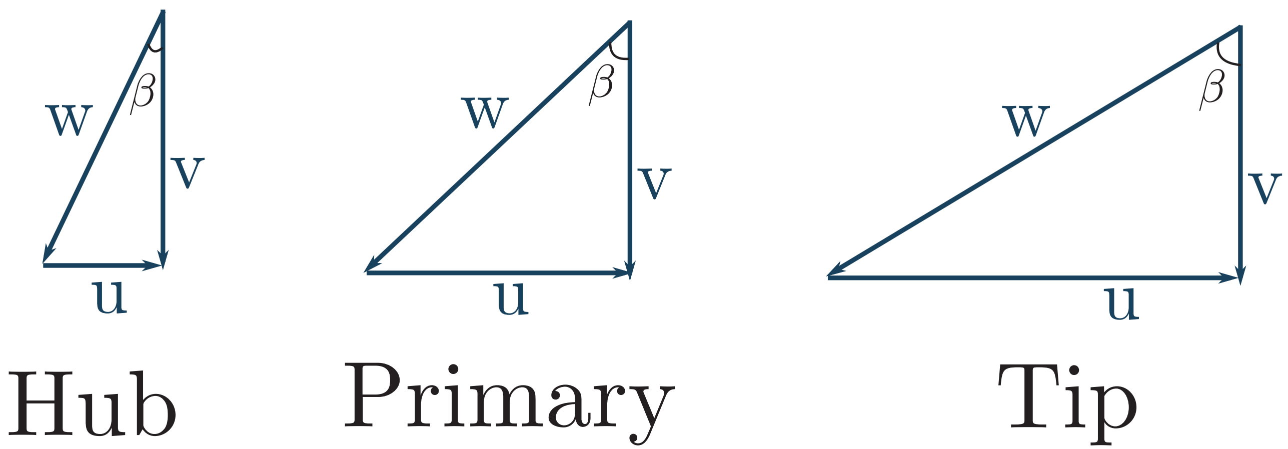
$$dM = dF_{tg} \cdot r = \frac{1}{2}\rho c\, N_{bl}\, w^2 (C_L \cos\beta - C_D \sin\beta)\, r\, dr \tag{7}$$

La potenza estraibile è quinda data dall'integrale lungo l'intera altezza palare della coppia motrice che moltiplica la velocità di rotazione:

$$\boxed{P_e = M \cdot \omega = \frac{1}{2} N_{bl}\, \rho\, \omega \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} c\, w^2 (C_L \cos\beta - C_D \sin\beta)\, r\, dr} \tag{8}$$

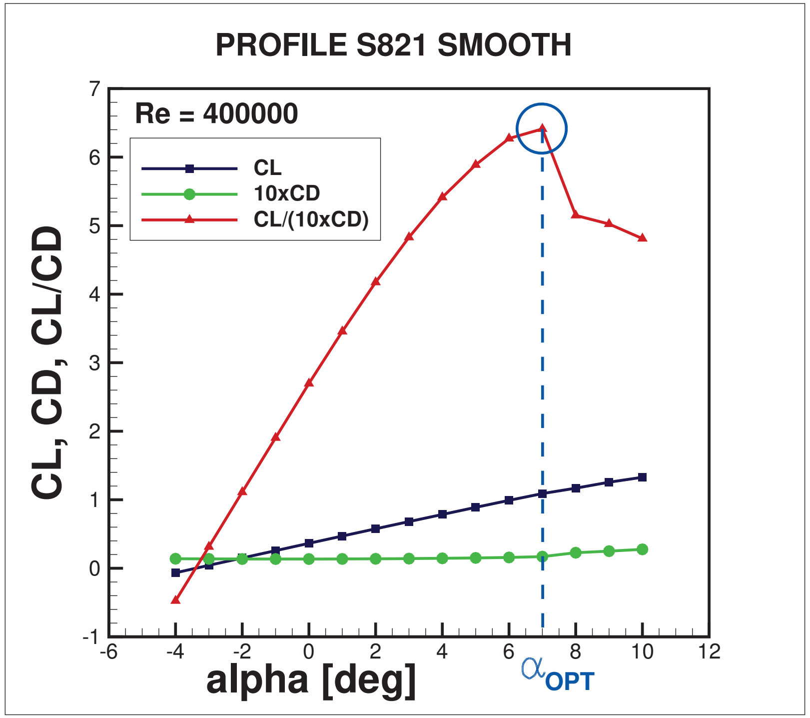
Resta da stabilire come cambiano le quantità all'interno dell'integrale in funzione della coordinata radiale.

$$P_e = \frac{1}{2} N_{bl}\, \rho\, \omega \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} c\, w^2 (C_L \cos\beta - C_D \sin\beta)\, r\, dr$$



Lungo la coordinata radiale, la velocità periferica $u = \omega \cdot r$ aumenta $\rightarrow$ w e β aumentano in modulo!

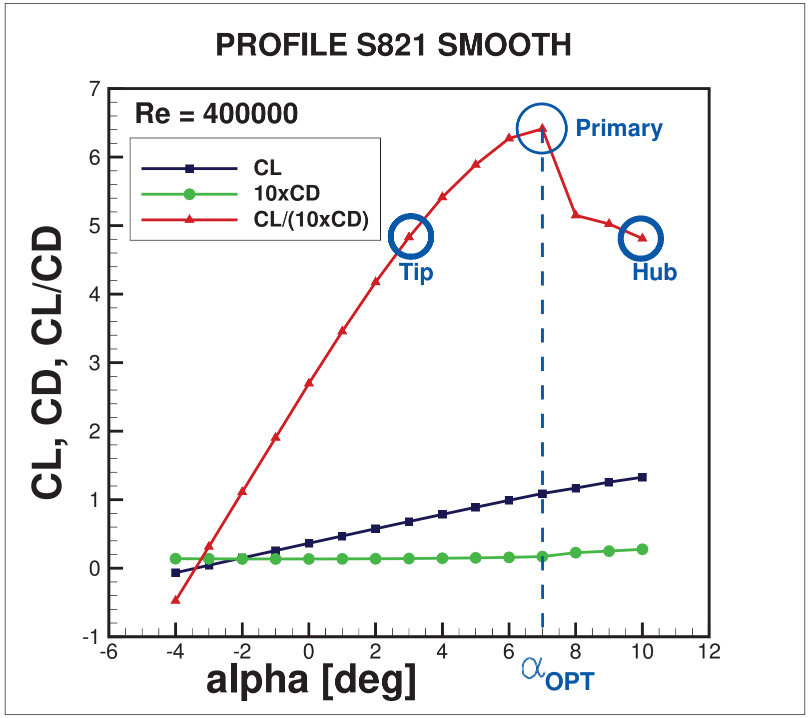
$$P_e = \frac{1}{2} N_{bl}\, \rho\, \omega \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} c\, w^2 (C_L \cos\beta - C_D \sin\beta)\, r\, dr$$



Dall'espressione della potenza, dedotta per una turbina eolica Lift-based, è chiaro che si vuole aumentare il Lift e al tempo stesso mantenere basso il Drag.

$$\hookrightarrow max\left(\frac{C_L}{C_D}\right)!$$

$$P_e = \frac{1}{2} N_{bl}\, \rho\, \omega \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} c\, w^2 (C_L \cos\beta - C_D \sin\beta)\, r\, dr$$



Partendo dal primario:

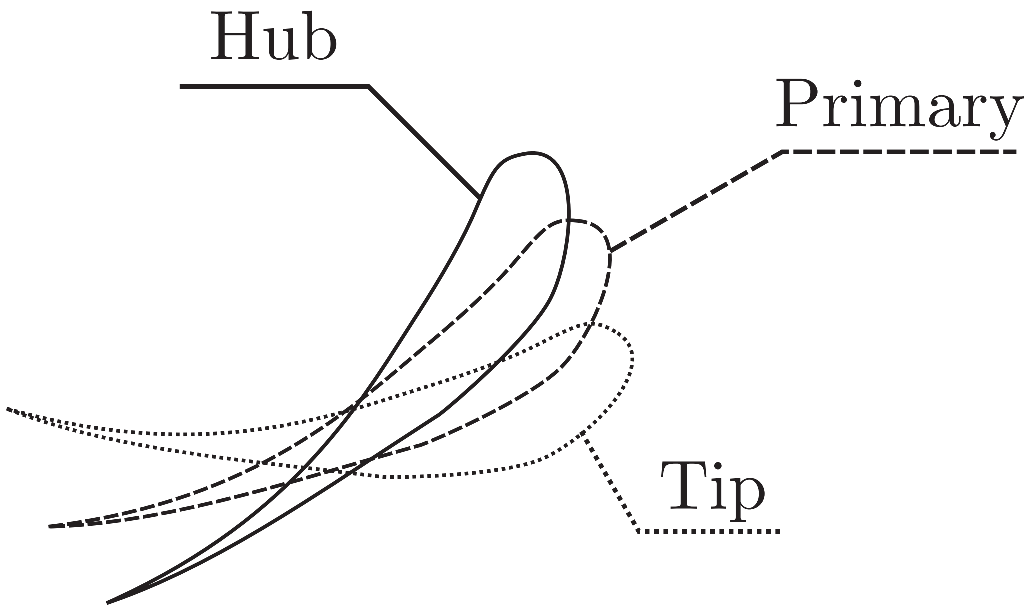
$$\alpha_{opt} \rightarrow \text{eq. (2)} \rightarrow \gamma_{prim}$$

Qualora si estrudesse il profilo lungo la coordinata radiale ($\gamma =$ const), a fronte di una variazione di β dovuta alla variazione di velocità periferica:

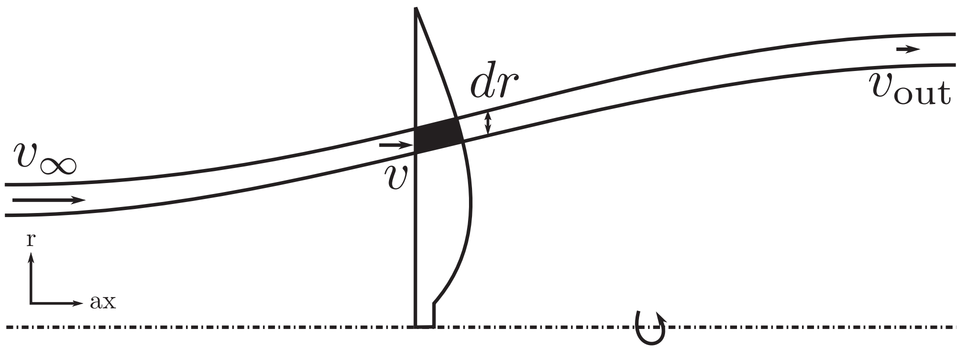
$$\forall r \neq R_{prim} \rightarrow \alpha \neq \alpha_{opt}$$

$$P_e = \frac{1}{2} N_{bl}\, \rho\, \omega \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} c\, w^2 (C_L \cos\beta - C_D \sin\beta)\, r\, dr$$

SOLUZIONE: Svergolamento delle pale!
Noto β si modifica γ al fine di ottimizzare α per le diverse sezione (a coordinata radiale differente) di riferimento.



$$P_e = \frac{1}{2} N_{bl}\, \rho\, \omega \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} c\, w^2 (C_L \cos\beta - C_D \sin\beta)\, r\, dr$$



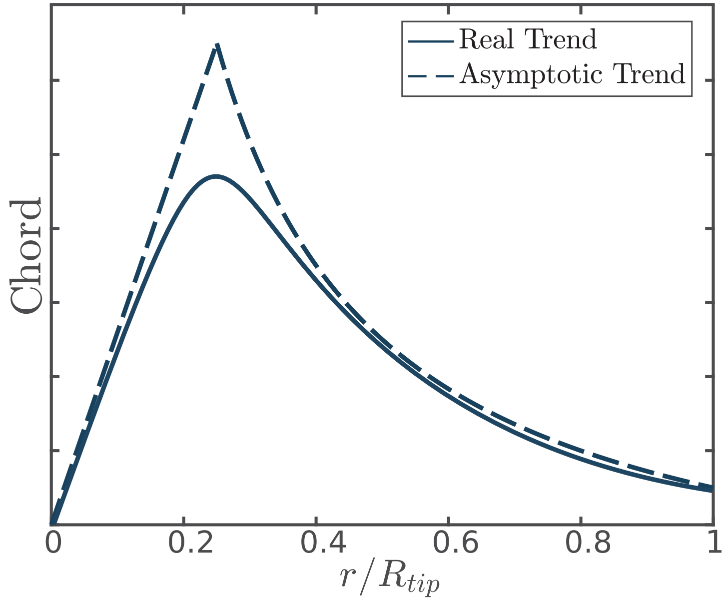
cp=Pe/Pd
Pd-potenza disponibile
Pd=1/2*e*A*vinfinito^3

$$dF_{ax} = d\dot{m}\,(v_\infty - v_{\text{out}})$$

$$\frac{1}{2}\rho\, c\, dr\, w^2 N_{bl}(C_L \sin\beta + C_D \cos\beta) = \rho 2\pi r\, dr\, v\,(v_\infty - v_{\text{out}})$$

$$\boxed{c = \frac{\pi r}{N_{bl}} \frac{v^2}{w^2} \frac{8a}{1-a} \frac{1}{(C_L \sin\beta + C_D \cos\beta)}} \tag{9}$$

Evoluzione della corda lungo la coordinata radiale



$$a = \frac{v_\infty - v}{v_\infty}, \text{ fattore di induzione.}$$

$$c = \frac{\pi r}{N_{bl}} \frac{v^2}{v^2 + u^2} \frac{8a}{1-a} \frac{1}{(C_L \sin\beta + C_D \cos\beta)}$$

Trend asintotici:

- $r \to 0,\ v^2 + u^2 \approx v^2 \ \Rightarrow\ c \sim r$
- $r \to R_{tip},\ v^2 + u^2 \approx u^2 \ \Rightarrow\ c \sim r^{-1}$

Esempio di Geometria Finale