
Standardtitel

Prof. Dr. rer. nat. Johannes Üpping
johannes.uepping@th-owl.de
Technische Hochschule Ostwestfalen-Lippe

11. June 2025

ABSTRACT

Keywords Gravitation · Energie · Bahn · Fluchtgeschwindigkeit · Drehimpuls

1 Strukturierte Transkription: Bahnberechnung und Fluchtgeschwindigkeit

Einleitung und Grundlagen

Die vorliegende Ausarbeitung behandelt die Bahnberechnung von Himmelskörpern und die Bestimmung der Fluchtgeschwindigkeit, die notwendig ist, um einem Gravitationsfeld zu entkommen. Ausgangspunkt ist die Energieerhaltung und die Anwendung auf ein Zweikörperproblem.

Energiebetrachtung am Perihel und Aphel

Zur Bestimmung der Gesamtenergie des Systems wird die Energie am Perihel (Punkt der größten Annäherung) betrachtet. Die Gesamtenergie (E_0) wird mit der Energie am Aphel (Punkt größter Entfernung) in Beziehung gesetzt. Dabei wird der Drehimpulserhaltungssatz genutzt, um Vereinfachungen zu erreichen. Der Radius am Perihel (R_P) und Aphel (R_A) sind dabei relevant, wobei die Summe der beiden Radien der doppelten großen Halbachse ($2A$) entspricht.

Bestimmung der Gesamtenergie (E_0)

Durch Subtraktion der Energiegleichungen für Perihel und Aphel und Anwendung der binomischen Formel lässt sich die Gesamtenergie des Systems (E_0) bestimmen. Es ergibt sich: $E_0 = -G \cdot M \cdot m / (2A)$, wobei G die Gravitationskonstante, M die Masse des zentralen Körpers, m die Masse des umlaufenden Körpers und A die große Halbachse der Bahn ist.

Bahngeschwindigkeit in Abhängigkeit des Radiusvektors

Die Bahngeschwindigkeit (V) kann aus der Energiegleichung berechnet werden. Sie ist abhängig vom Radiusvektor (R) und den konstanten Parametern des Systems: $V = \sqrt{2 \cdot G \cdot M \cdot (1/R - 1/(2A))}$.

Fluchtgeschwindigkeit

Die Fluchtgeschwindigkeit wird im Grenzübergang betrachtet, wenn die große Halbachse (A) gegen unendlich geht. Dies entspricht einer offenen Bahn (Hyperbel) und bedeutet, dass der umlaufende Körper dem Gravitationsfeld entkommt. Die Fluchtgeschwindigkeit (V_Flucht) ist dann gegeben durch: $V_{\text{Flucht}} = \sqrt{2 \cdot G \cdot M / R}$. Für die Erde beträgt diese Geschwindigkeit etwa 11,2 km/s. TEST