ΔΙΑΙΡΕΙ ΚΑΙ ΒΑΣΙΛΕΥΕ

El título de esta hoja es una estrategia muy socorrida para el diseño de algoritmos, que consiste en construir la solución de un problema a partir de las de varios casos[1] más sencillos del mismo problema (típicamente, con datos de entrada de tamaño menor).

De esta manera, un algoritmo de este tipo consta de tres etapas:

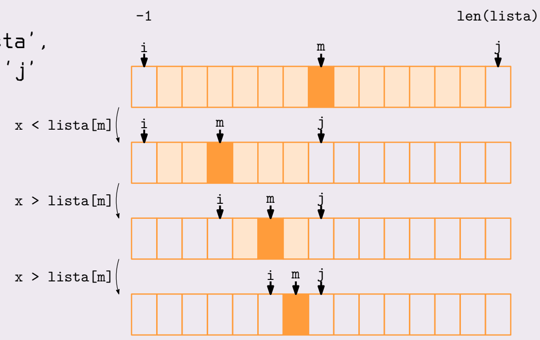
- **Descomposición** del problema en subproblemas homogéneos,
- **resolución** (recursiva) de estos y
- **combinación** de sus soluciones para alcanzar la del problema original.

La búsqueda por bipartición (en un *array* **ordenado** de números) constituye un ejemplo archiconocido de esta estrategia. Se distingue entre los algoritmos de la categoría general que estamos tratando en que caso paso recursivo es una reducción a un solo subproblema ($a = 1$).

```
def busca(x, lista):
    return busca_aux(x, lista, 0, len(lista))

def busca_aux(x, lista, i, j):
    # Busca el elemento 'x' en la lista ordenada 'lista',
    # a partir del índice 'i' (incluido) y antes del 'j'
    # (excluido).

    if i >= j:                      # rango vacío
        return None
    else:
        m = (i + j - 1) >> 1
        if lista[m] == x:
            return m
        elif lista[m] < x:
            return busca_aux(x, lista, m + 1, j)
        else:
            return busca_aux(x, lista, i, m)
```



1) *Traduzca el código dado de python a Scheme, utilizando list, car y cdr.*

2) *Calcula una cota superior para la cantidad de llamadas a* `busca_aux` *que realiza el algoritmo en función de la longitud de la lista de entrada. Acota la complejidad espacial y temporal de la búsqueda por bipartición.*

3) *Suponiendo que la extensión de la representación binaria de cada uno de los números de la lista está acotada por $\log_2 n$, deduce una cota superior asintótica para la complejidad computacional del algoritmo en términos de operaciones bit.*

4) *¿Se puede aprovechar el teorema maestro para las dos preguntas anteriores?*

Teorema maestro (Cormen *et al.*, § 4.5)

$$T(n) = a \cdot T(\lfloor n/b \rfloor) + f(n) \quad \vee \quad T(n) = a \cdot T(\lceil n/b \rceil) + f(n)$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \text{Si } f(n) \in O(n^d), \text{ con } d < \log_b a, & T(n) \in \Theta(n^{\log_b a}); \\ \text{si } f(n) \in \Theta(n^d), \text{ con } d = \log_b a, & T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \cdot \log n); \\ \text{si } f(n) \in \Omega(n^d), \text{ con } d > \log_b a, & \\ \quad \text{y } \exists c < 1,\ n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \geq n_0,\ a \cdot f(\lceil n/b \rceil) \leq c \cdot f(n), & T(n) \in \Theta(f(n)). \end{cases}$$

[1] En cantidad a, según la notación del *teorema maestro*.

5) *Escribe una versión iterativa del algoritmo de búsqueda por bipartición, dado arriba en forma recursiva.*