

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista nr 3

17 października 2018 r.

Zajęcia 23 października 2018 r.
Zaliczenie listy **od 6 pkt.**

- L3.1.** Włącz komputer! 1 punkt Dla jakich wartości x obliczanie wartości wyrażeń
a) $e^{x^2} - e^{3x^5}$, b) $x^{-3}(\pi/2 - x - \arctg(x))$
może wiązać się z utratą cyfr znaczących wyniku? Zaproponuj sposób obliczenia wyniku dokładniejszego. Sprawdź czy sposób ten **działa w praktyce**.

- L3.2.** Włącz komputer! 1 punkt Podaj (w miarę) bezpieczny numerycznie algorytm obliczania zer równania kwadratowego $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$). **Przeprowadź testy** dla odpowiednio dobranych wartości a, b i c pokazujące, że Twój algorytm jest lepszy od *metody szkolnej* bazującej jedynie na dobrze znanych wzorach $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a)$.

- L3.3.** Włącz komputer! 2 punkty Miejsce zerowe wielomianu $x^3 + 3qx - 2r = 0$, gdzie $r, q > 0$, można obliczyć następującym wzorem Cardano-Tartaglii:

$$x = \left(r + \sqrt{q^3 + r^2}\right)^{1/3} + \left(r - \sqrt{q^3 + r^2}\right)^{1/3}.$$

Pokaż na przykładach, że bezpośrednie użycie tego wzoru w obliczeniach zmiennopozycyjnych może skutkować błędnymi wynikami. Co jest tego przyczyną? Spróbuj przekształcić wzór tak, aby uniknąć problemów (to może nie być łatwe). Czy obliczenia można zorganizować w taki sposób, aby tylko raz wyznaczać pierwiastek trzeciego stopnia?

- L3.4.** 1 punkt Wyprowadź wzór na wskaźnik uwarunkowania zadania obliczania wartości funkcji f w punkcie x .

- L3.5.** 2 punkty Sprawdź dla jakich wartości x zadanie obliczania wartości funkcji f jest źle uwarunkowane, jeśli:

- a) $f(x) = (1 - x)^{-1}$, b) $f(x) = x^{-1} \ln(x)$, c) $f(x) = \sin(4x)$,
d) $f(x) = \sqrt{x^4 + 2018} - x^2$.

- L3.6.** 2 punkty Załóżmy, że dla każdego $x \in X_{fl}$ zachodzi $\text{fl}(e^x) = e^x(1 + \varepsilon_{e,x})$, gdzie $|\varepsilon_{e,x}| \leq 2^{-t}$, natomiast t oznacza liczbę bitów przeznaczoną na zapamiętanie mantysy. Niech dane będą liczby maszynowe y_1, y_2, y_3, y_4 oraz taka liczba maszynowa x , że $x \cdot 2^{-8}$ też jest liczbą maszynową. Sprawdź czy poniższy algorytm jest numerycznie poprawny:

```

S:=0;

for i from 1 to 4
do
  S:=S+y[i]*exp(4^(-i)*x)
od

```

L3.7. 1 punkt Sprawdź czy podany niżej algorytm obliczania wartości wyrażenia $\frac{b+c+bd}{a(d+1)}$ jest algorytmem numerycznie poprawny.

```

S:=d+1;
S:=c/S;
S:=b+S;
S:=a/S;
S:=1/S;

return(S).

```

(-) *Paweł Woźny*