

Projektaufgabe: Smart Products

1 Modellbeschreibung

Betrachten Sie einen Markt mit N ($i = 1, \dots, N$) Firmen, welche ein Endprodukt herstellen, das aus herkömmlichen Komponenten, sowie einer neuen, "smarten" Komponente besteht. Während die herkömmlichen Komponenten von den Firmen selbst hergestellt werden, kann die smarte Komponente entweder 1) ebenfalls in Eigenproduktion hergestellt werden, oder 2) von einem spezialisierten Anbieter ($i = 0$) zugekauft werden, welcher ausschließlich die smarte Komponente produziert. Die Qualität der smarten Komponente hängt von der Erfahrung des jeweiligen Produzenten ab. Das Endprodukt wird letztlich von M Konsumenten ($j = 1, \dots, M$) nachgefragt, welche eine höhere Qualität der smarten Komponente bevorzugen.

1.1 Produzenten

Bei der Produktion der herkömmlichen Komponenten entstehen Kosten in Höhe von c_p . Die smarte Komponente kann zu Kosten in Höhe von c_s produziert werden. Die Qualität der smarten Komponente hängt von der zu, Zeitpunkt der Produktion bisher aggregierten Produktionsmenge $Q_{i,t}$ des jeweiligen Anbieters ab und wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\tilde{u}_{i,t} = \bar{u}(1 + \beta(Q_{i,t})^\alpha) \quad (1)$$

In jeder Periode entscheidet jede Firma, ob sie die Komponente selbst herstellt ($s_{i,t} = 0$) oder von dem spezialisierten Produzenten einkauft ($s_{i,t} = 1$). Die aggregierte Produktionsmenge $Q_{i,t+1}$ für die nächste Periode ergibt sich demnach als:

$$Q_{i,t+1} = Q_{i,t} + \begin{cases} 0 & s_{i,t} = 1 \\ q_{i,t} & s_{i,t} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Wobei $q_{i,t}$ die Anzahl der hergestellten Einheiten des Produkts in Periode t ist. Für den spezialisierten Produzenten gilt analog:

$$Q_{0,t+1} = Q_{0,t} + q_{0,t} \quad (3)$$

Der spezialisierte Produzent setzt den Preis der smarten Komponente per Markup-Pricing fest, wobei der Markup $\eta_{s,t}$ vom Marktanteil $MS_{s,t}$ abhängt:

$$MS_{s,t} = \frac{q_{0,t}}{\sum_{i=1}^N q_{i,t}} \quad (4)$$

Die Anpassung des Markups erfolgt dabei nicht unmittelbar, sondern verzögert mit Anpassungsgeschwindigkeit δ . Der Markup für die nächste Periode ergibt sich damit als:

$$\eta_{s,t+1} = (1 - \delta)\eta_{s,t} + \delta MS_{s,t} \bar{\eta} \quad (5)$$

Die herkömmlichen Komponenten des Endprodukts sind ausgereift, d.h. unterscheiden sich nicht in der Qualität zwischen den Firmen und verbessern sich nicht (mehr) über die Zeit. Die Qualität des Endprodukts $u_{i,t}$ hängt damit ausschließlich von der smarten Komponente ab und wir setzen $u_{i,t} = \tilde{u}_{i,t}$, falls Firma i die smarte Komponente selbst herstellt und $u_{i,t} = \tilde{u}_{0,t}$, falls sie beim spezialisierten Anbieter zugekauft wird. Im ersten Fall ergeben sich die Kosten als $c_{i,t} = c_p + c_s$, im zweiten Fall als $c_{i,t} = c_p + (1 + \eta_{s,t})c_s$. Die Hersteller des Endprodukts verwenden Markup-Pricing mit einem fixen Markup η und bieten das Produkt damit zum Preis $p_{i,t} = (1 + \eta)c_{i,t}$ an.

1.2 Konsumenten

Jeder Konsument fragt in jeder Periode exakt eine Einheit des Endprodukts nach. Die Wahl des Anbieters erfolgt stochastisch (nach dem Logit-Model) und basiert auf den Preisen bzw. Qualitäten der verschiedenen Anbieter. Die Wahrscheinlichkeit $P_{i,j,t}$, dass Konsument j bei Anbieter i kauft, ergibt sich als:

$$P_{i,j} = \frac{e^{\chi(-p_{i,t} + \kappa u_{i,t})}}{\sum_{k=1}^n e^{\chi(-p_{k,t} + \kappa u_{k,t})}} \quad (6)$$

Es ergeben sich für jede Periode die Verkaufsmengen $q_{i,t}$ der jeweiligen Anbieter. Die verkauften Einheiten der smarten Komponente des spezialisierten Anbieters ergibt sich als

$$q_{0,t} = \sum_{i \in S_t} q_{i,t} \quad (7)$$

Tabelle 1: Parameter

Parameter	Wert
N	10
M	100
c_p	20
c_s	10
α	0,5
β	1
η	0,25
$\bar{\eta}$	0,5
χ	0,1
κ	5
\bar{u}	1
δ	0,5

wobei S_t die Menge aller Anbieter ist, welche die smarte Komponente in Periode t nicht selbst produziert hat ($S_t = \{i | s_{i,t} = 1\}$).

2 Ihre Aufgabe

Implementieren Sie dieses Model in Mathematica. Betrachten Sie die Parameterkonstellation in Tabelle 1. Führen Sie zur Untersuchung der folgenden Fragen jeweils $R = 20$ Durchläufe der Simulation über einen Zeitraum von $T = 100$ Perioden durch.

1. **Fixe Strategien.** Untersuchen Sie die Entwicklung von Preisen, Gewinnen, Marktanteilen und Qualitäten unter der Annahme, dass die Firmen jeweils eine vorher festgelegte Strategie verfolgen:
 - (a) Alle Firmen produzieren die smarte Komponente selbst.
 - (b) Die Hälfte der Firmen produziert selbst, die andere Hälfte kauft bei dem spezialisierten Produzenten.
 - (c) Alle Firmen beziehen die smarte Komponente vom spezialisierten Produzenten.
2. **Optimale Strategien.** Bestimmen Sie für jeden der drei Fälle aus Aufgabe 1 die optimale Strategie von Firma 1 unter der Annahme, dass alle anderen Firmen ihre jeweilige Strategie beibehalten. Betrachten Sie dabei

- (a) die Gewinne über den gesamten Simulationszeitraum

$$\Pi_i^a = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Pi_{i,t}$$

- (b) die langfristigen Gewinne

$$\Pi_i^a = \frac{1}{10} \sum_{t=T-9}^T \Pi_{i,t}$$

als Indikatoren. Vergleichen Sie die Entwicklung von Preisen, Gewinnen, Marktanteilen und Qualitäten mit den Ergebnissen aus Aufgabe 1.

3. **Steigende Grenzkosten.** Überprüfen Sie, inwiefern sich Ihre Ergebnisse aus Aufgabe 1 und 2 ändern, wenn sie statt konstanter Grenzkosten, quadratisch steigende Kosten unterstellen.
4. **Evolution von Strategien.** Betrachten Sie nun den Fall, dass die Firmen ihre Strategie im Verlauf der Simulation dynamisch anpassen. Alle Firmen starten zunächst mit einer zufällig gewählten Strategie. In jeder Periode ziehen die Firmen eine Änderung der Strategie unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit ψ in Betracht. In diesem Fall betrachtet die Firma i die Strategien und Gewinne von l_N zufällig ausgewählte anderen Firmen in den letzten l_T Perioden. Nehmen Sie an Firma i verfolgt derzeit die Strategie $s_i = x$. Ist der durchschnittliche beobachtete Gewinn unter der Strategie x geringer als der unter der gegenteiligen Strategie $\neg x$ beobachtete durchschnittliche Gewinn, so wechselt Firma i seine Strategie.

Betrachten Sie $\psi = 0, 2$, $l_N = 3$, $l_T = 5$ und untersuchen Sie, inwiefern sich eine einheitliche Strategie durchsetzt.

5. **Netzwerkeffekte** Gehen Sie davon aus, dass jeder Konsument $F_N = 10$ „Freunde“ unter den anderen Konsumenten hat. Die Wertschätzung der Qualität der smarten Komponente (κ) steigt mit der durchschnittlichen Qualität der von den Freunden in der letzten Periode genutzten smarten Komponente:

$$\kappa_{j,t} = 1 + \bar{u}_{j,t-1}^F = 1 + \frac{1}{F_N} \sum_{k \in F_j} u_{k,t-1} \quad (8)$$

Dabei bezeichnet F_j die Menge aller Freunde von Konsument j , $u_{j,t}$ die Qualität der von Konsument k zum Zeitpunkt t verwendeten smarten Komponente und $\bar{u}_{j,t}^F$ die durchschnittliche Qualität unter j 's Freunden. Überprüfen Sie, inwiefern die sich daraus ergebenden Netzwerkeffekte Einfluss auf die Dynamik des Modells haben.

Hinweis: Überlegen Sie zunächst, wie Sie das Freundes-Netzwerk unter den Konsumenten in Mathematica abbilden

6. **Dilemma?** Untersuchen Sie, inwiefern das vorliegende Modell zu einer Dilemma-Situation für die Firmen führt. *Legen sich die Firmen bei dynamischer Strategiewahl auf den spezialisierten Anbieter fest, obwohl es insgesamt für alle Firmen besser wäre, die smarte Komponente jeweils selbst herzustellen?*