

Fallstudien der math. Modellbildung

Manuela Lambacher, Dominik Otto, Andreas Wiedemann

5. März 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Wittaker-Shannon-Sampling Theorem	3
1.1	The Wittaker-Shannon-Sampling Theorem	3
1.2	Proof of the Theorem	3
1.3	Meaning, real-life applications and limitations	3
2	Das Marchenko-Pastur-Gesetz	4
2.1	Das Marchenko-Pastur-Gesetz	4

1 Witteraker-Shannon-Sampling Theorem

1.1 The Witteraker-Shannon-Sampling Theorem

1.2 Proof of the Theorem

1.3 Meaning, real-life applications and limitations

2 Das Marchenko-Pastur-Gesetz

2.1 Das Marchenko-Pastur-Gesetz

Sei Y_N eine $N \times M(N)$ -Matrix mit unabhängigen zentrierten Einträgen mit Varianz 1,

$$\sup_{j,k,N} \mathbb{E}[|Y_N(j,k)|^q] = C_q < \infty \quad \forall q \in \mathbb{N}$$

und $M(N) \in \mathbb{N}$ so, dass

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M(N)}{N} = \alpha \in [1, \infty).$$

Sei weiterhin die Wishart-Matrix gegeben als

$$W_N = \frac{1}{N} Y_N Y_N^T,$$

und habe die empirische Eigenwertverteilung

$$L_N = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^N \delta_{\lambda_j}$$

und das Zustandsdichtemaß $\overline{L}_N = \mathbb{E}[L_N]$. Dann gilt die Konvergenz

$$\overline{L}_N \xrightarrow{w} f_\alpha(x) dx \quad (N \rightarrow \infty)$$

im Raum der Wahrscheinlichkeitsmaße auf \mathbb{R} , wobei

$$f_\alpha(x) = \frac{1}{2\pi x} \sqrt{(x - (1 - \sqrt{\alpha})_+^2)((1 + \sqrt{\alpha})_+^2 - x)}$$

**Manuela
Lambacher,
Dominik
Otto,
Andreas
Wiedemann**