Fallstudien der math. Modellbildung

Manuela Lambacher, Dominik Otto, Andreas Wiedemann

4. März 2014

Inhaltsverzeichnis

1 Wittaker-Shannon-Sampling Theorem

1.1 The Wittaker-Shannon-Sampling Theorem

1.2 Proof of the Theorem

1.3 Meaning, real-life applications and limitations

2 Das Marchenko-Pastur-Gesetz

2.1 Das Marchenko-Pastur-Gesetz

Manuela Lambacher, Dominik Otto, Andreas Wiedemann

Sei Y_N eine $N \times M(N)$-Matrix mit unabhängigen zentrierten Einträgen mit Varianz 1,

$$\sup_{j,k,N} \mathbb{E}\left[|Y_N(j,k)|^q\right] = C_q < \infty \qquad \forall q \in \mathbb{N}$$

und $M(N) \in \mathbb{N}$ so, dass

$$\lim_{N\to\infty} \frac{M(N)}{N} = \alpha \in [1, \infty).$$

Sei weiterhin die Wishart-Matrix gegeben als

$$W_N = \frac{1}{N} Y_N Y_N^T,$$

und habe die empirische Eigenwertverteilung

$$L_N = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{N} \delta_{\lambda_j}$$

und das Zustandsdichtemaß $\overline{L_N} = \mathbb{E}[L_N]$. Dann gilt die Konvergenz

$$\overline{L_N} \xrightarrow{\text{w}} f_\alpha(x)dx \quad (N \to \infty)$$

im Raum der Wahrscheinlichkeitsmaße auf $\mathbb{R}$, wobei

$$f_\alpha(x) = \frac{1}{2\pi x} \sqrt{(x - (1 - \sqrt{\alpha})_+^2((1 + \sqrt{\alpha})_+^2}$$