Digitales Rechenwerk

Dominik Eisele

Werner-Siemens-Schule

24. Juni 2015

Inhalt

Rechnen mit Dualzahlen

Das Rechnen mit Dualzahlen verläuft nach den selben Rechenregeln wie das Rechnen mit Dezimalzahlen.

Addition von Dualzahlen

Rechenbeispiel für eine Addition mit Dual-Zahlen.

$$
\begin{array}{rr}
 & 1\,1\,1\,0\,1\,0\,0\,1\,0 \\
+ & 0\,0\,1\,1\,1\,0\,1\,0\,0 \\
\hline
 & 1\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,0
\end{array}
$$

Subtraktion von Dualzahlen

Rechenbeispiel für eine Subtraktion mit Dual-Zahlen.

$$
\begin{array}{rccccccccc}
 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
- & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\hline
 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

Da, in der Digitaltechnik, für die Subtraktion von Dualzahlen keine logische Verknüpfung existiert, ist man gezwungen eine Subtraktion in eine Addition umwandeln.

$$2 - 6 = (-4)$$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

Da, in der Digitaltechnik, für die Subtraktion von Dualzahlen keine logische Verknüpfung existiert, ist man gezwungen eine Subtraktion in eine Addition umwandeln.

$$2 - 6 = (-4)$$
$$2 + (-6) = (-4)$$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

Da, in der Digitaltechnik, für die Subtraktion von Dualzahlen keine logische Verknüpfung existiert, ist man gezwungen eine Subtraktion in eine Addition umwandeln.

$$
\begin{aligned}
2 - 6 &= (-4) \\
2 + (-6) &= (-4)
\end{aligned}
$$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

$\underline{2 - 6 = ?}$

1. Schritt: In eine Dualzahl wandeln:

   $2 - 6 \Rightarrow 10 - 110$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

$\underline{2 - 6 = ?}$

1. Schritt: In eine Dualzahl wandeln:

   $2 - 6 \Rightarrow 10 - 110$

2. Schritt: Stellen auffüllen:

   $0010 - 0110 = ?$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

$\underline{2 - 6 = ?}$

1. Schritt: In eine Dualzahl wandeln:
   $2 - 6 \Rightarrow 10 - 110$
2. Schritt: Stellen auffüllen:
   $0010 - 0110 = ?$
3. Schritt: Bits negieren:
   $0110 \Rightarrow 1001$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

$\underline{2 - 6 = ?}$

1. Schritt: In eine Dualzahl wandeln:
   $2 - 6 \Rightarrow 10 - 110$
2. Schritt: Stellen auffüllen:
   $0010 - 0110 = ?$
3. Schritt: Bits negieren:
   $0110 \Rightarrow 1001$
4. Schritt: Hinzuaddieren von 1:
   $1001 + 0001 = 1010$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

$\underline{2 - 6 = ?}$

1. Schritt: In eine Dualzahl wandeln:
   $2 - 6 \Rightarrow 10 - 110$
2. Schritt: Stellen auffüllen:
   $0010 - 0110 = ?$
3. Schritt: Bits negieren:
   $0110 \Rightarrow 1001$
4. Schritt: Hinzuaddieren von 1:
   $1001 + 0001 = 1010$
5. Schritt: Minuend und Zweierkomplement addieren:
   $0010 + 1010 = 1100$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

$\underline{2 - 6 = ?}$

1. Schritt: In eine Dualzahl wandeln:
   $2 - 6 \Rightarrow 10 - 110$
2. Schritt: Stellen auffüllen:
   $0010 - 0110 = ?$
3. Schritt: Bits negieren:
   $0110 \Rightarrow 1001$
4. Schritt: Hinzuaddieren von 1:
   $1001 + 0001 = 1010$
5. Schritt: Minuend und Zweierkomplement addieren:
   $0010 + 1010 = 1100$
6. Schritt: Ergebnis negieren:
   $100 \Rightarrow 011$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

$\underline{2 - 6 = ?}$

1. Schritt: In eine Dualzahl wandeln:
   $2 - 6 \Rightarrow 10 - 110$
2. Schritt: Stellen auffüllen:
   $0010 - 0110 = ?$
3. Schritt: Bits negieren:
   $0110 \Rightarrow 1001$
4. Schritt: Hinzuaddieren von 1:
   $1001 + 0001 = 1010$
5. Schritt: Minuend und Zweierkomplement addieren:
   $0010 + 1010 = 1100$
6. Schritt: Ergebnis negieren:
   $100 \Rightarrow 011$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

7. Schritt: Hinzuaddieren von 1:
   $011 + 001 = 100$
8. Schritt: In eine Dezimalzahl wandeln:
   $100 \Rightarrow 4$; da das höchstwertige Bit 1 ist: Endergebnis $= -4$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

7. Schritt: Hinzuaddieren von 1:
   $011 + 001 = 100$
8. Schritt: In eine Dezimalzahl wandeln:
   $100 \Rightarrow 4$; da das höchstwertige Bit 1 ist: Endergebnis $= -4$
9. Schritt: Ergebniss:
   $\underline{2 - 6 = (-4)}$

Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements

7. Schritt: Hinzuaddieren von 1:
   $011 + 001 = 100$
8. Schritt: In eine Dezimalzahl wandeln:
   $100 \Rightarrow 4$; da das höchstwertige Bit 1 ist: Endergebnis $= -4$
9. Schritt: Ergebniss:
   $\underline{2 - 6 = \ (-4)}$

Multiplikation von Dualzahlen

Bei der binären Multiplikation werden Produkte mit den einzelnen Stellen des Multiplikators gebildet und anschließend Stellenrichtig addiert.
Da die Stellen des Multiplikators nur die Zahlenwerte Null und Eins annehmen können, muss der Multiplikand nur mit Null und Eins multipliziert werden. Dies kann mit einer einfachen UND-Verknüpfung gelößt werden.

Multiplikation von Dualzahlen

Rechenbeispiel für eine Multiplikation mit Dual-Zahlen.

$$
\begin{array}{lr}
 & 1\ 0\ 1\ 1 \times 1\ 0\ 1\ 0 \\
\hline
 & 1011000 \\
 & 000000 \\
 & 10110 \\
+ & 0000 \\
\hline
 & 1101110
\end{array}
$$

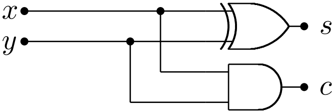
Halbaddierer

Ein Halbaddierer besitzt zwei Ein-, und zwei Ausgänge. An die Eingänge x und y werden jeweils die Ziffern angelegt die man addieren möchte. An dem ersten Ausgang liegt die Summe s der Addition an, am zweiten Ausgang der Übertrag c.

x	**y**	**Übertrag c**	**Summe s**
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Schaltbild Halbaddierer

In Schaltungen wird der Halbaddierer aus zwei Bauteilen zusammengesetzt, ein Exklusiv-ODER (XOR) und ein UND (AND).



Volladdierer

Der Volladdierer besteht aus zwei Halbaddierern und einem ODER. Da ein Volladdierer einen zusätzlichen Eingang (c_{in}) hat, kann man mit ihm den Übertrag aus einer vohergegangenen Addition mit in die Rechnung einbeziehen. Man kann somit mehrere Volladdierer hintereinander schalten um größere Zahlen miteinander zu addieren. Dabei verbindet man den Carry out Ausgang mit dem Carry in Ausgang des höherwertigen Volladierers.

x	**y**	$\mathbf{c_{in}}$	$\mathbf{c_{out}}$	**s**
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Schaltbild Volladdierer

In Schaltungen wird der Halbaddierer aus zwei Bauteilen zusammengesetzt, ein Exklusiv-ODER (XOR) und ein UND (AND).