Zadanie 3

**Treść:** Sprawdź, czy podane zdania są logicznie równoważne. ¬(p∨(¬p∧q)) i ¬p∧¬q.

Prawa de Morgana:

¬(p ∧ q) ⇔ (¬p ∨ ¬q)

¬(p ∨ q) ⇔ (¬p ∧ ¬q)

Prawa rozdzielności:

(p ∧ (q ∨ r)) ⇔ ((p ∧ q) ∨ (p ∧ r))

(p ∨ (q ∧ r)) ⇔ ((p ∨ q) ∧ (p ∨ r))

Korzystając z prawa rozdzielności:

(¬p ∧ (p ∨ ¬q)) ⇔ ((¬p ∧ p) ∨ (¬p ∧ ¬q))

(¬p ∧ p) to tautologia, zatem ((¬p ∧ p) ∨ (¬p ∧ ¬q)) ⇔ (¬p ∧ ¬q).

Zatem zdanie ¬(p ∨ (¬p ∧ q)) oraz ¬p ∧ ¬q są logicznie równoważne.

¬(p ∨ (¬p ∧ q)) ⇔ ¬p ∧ ¬q

Zadanie 4

**Treść:** Sprawdź, czy poniższe zdanie jest spełnialne.

i) (p ⇒ q) ⇒ (¬p ⇒ ¬q)

ii) (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q)

1. (p ⇒ q) ⇒ (¬p ⇒ ¬q)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | ¬p | ¬q | p ⇒ q | ¬p ⇒ ¬q | (p ⇒ q) ⇒ (¬p ⇒ ¬q) |
| V1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| V2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| V3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| V4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

**ODPOWIEDŹ DLA PODPUNKTU i:**

Zdanie to jest spełnialne, ponieważ istnieje co najmniej jedno przypisanie, które jest prawdziwe, a dokładnie istnieją 3 przypisania, które są prawdziwe: V1, V3, V4

ii) (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | r | p ∧ r | (p ∧ r) ⇒ q | p ⇒ q | (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q) |
| V1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| V5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| V6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| V7 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| V8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

**ODPOWIEDŹ DLA PODPUNKTU ii:**

Zdanie to jest spełnialne, ponieważ istnieje co najmniej jedno przypisanie, które jest prawdziwe, a dokładnie istnieje 8 przypisań, które są prawdziwe: V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7 V8.

Zadanie 5

**Treść:** Używając tabeli prawdziwości sprawdź czy (p ⇒ q) |= ((p ∧ r) ⇒ q).

KB = {p, p ⇒ q, q}

α = ((p ∧ r) ⇒ q)

Czy KB |= α?

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | r | p ⇒ q | p ∧ r | (p ∧ r) ⇒ q | (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q) |
| v1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| v2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| v3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| v4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| v5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| v6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| v7 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| v8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Odpowiedź: (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q) jest tautologią. Z tego powodu, ((p ∧ r) ⇒ q) jest konsekwencją semantyczną (p ⇒ q).

Zadanie 6

**Treść:** Używając tabeli prawdziwości znajdź CNF i DNF dla zdań w zadaniu 4.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | (p ⇒ q) ⇒ (¬p ⇒ ¬q) |
| v1 | 0 | 0 | 1 |
| v2 | 0 | 1 | 0 |
| v3 | 1 | 0 | 1 |
| v4 | 1 | 1 | 1 |

CNF: p ∨ ¬q

DNF: (p ∧ q) ∨ (p ∧ ¬q) ∨ (¬p ∧ ¬q)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Przypisanie | p | q | r | (p ⇒ q) ⇒ ((p ∧ r) ⇒ q) |
| v1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| v2 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| v3 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| v4 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| v5 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| v6 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| v7 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| v8 | 1 | 1 | 1 | 1 |

CNF: 1

DNF: (p ∧ q ∧ r) ∨ (p ∧ q ∧ ¬r) ∨ (p ∧ ¬q ∧ r) ∨ (p ∧ ¬q ∧ ¬r) ∨ (¬p ∧ q ∧ r) ∨ (¬p ∧ q ∧ ¬r) ∨ (¬p ∧ ¬q ∧ r) ∨ (¬p ∧ ¬q ∧ ¬r)

Zadanie 7

**Treść:** Znajdź unifikator dla α = Older(Father(y), y) i β = Older(Father(x), John).

α = Older(Father(y), y)

β = Older(Father(x), John)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| α | β | θ |
| Older(Father(y), y) | Older(Father(x), John) | {y/x, x/John} |