

MDL 26.10 Zadanie domowe

Dominik Szczepaniak

October 26, 2023

1 Zadanie 7

Wybieramy $n+1$ liczb spośród kolejnych $2n$ liczb naturalnych.

Zauważmy, że każda liczba jest zapisana jako albo $2^k * \text{liczba nieparzysta}$. Liczby nieparzyste są ze zbioru $1, 3, 5, \dots, 2n-1$. Więc co najwyżej możemy wziąć n takich wartości.

Teraz włożmy nasze $n+1$ liczb do odpowiednich szufladek która mówi o największym nieparzystym dzielniku. Zauważmy, że jeśli wzięliśmy $n+1$ liczb to musi istnieć szufladka, która ma co najmniej 2 elementy.

Wejdźmy więc do tej szufladki. Obie te liczby są postaci $2^k * l$, gdzie l to ta największa liczba nieparzysta, która dzieli tą liczbę.

Pierwszą liczbą niech będzie $2^k * l$, a drugą $2^m * l$ i niech $k > m$ (równie nie mogą być, bo każda liczba ma być różna).

Oznaczmy te liczby jako a i b .

Więc

$$a = 2^k * l,$$

$$b = 2^m * l$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2^k * l}{2^m * l} \Rightarrow a = 2^{k-m} * b$$

Także b dzieli a .