MDL 8 30.11

Dominik Szczepaniak

December 7, 2023

Zrobione:

1	2	4	5	7	8	9
Y	N	Y	Y	N	Y	Y

1 Zadanie 1

a) Z wykładu $\prod_{i=1}^{\infty} \frac{1}{1-x^i}$
b) $\prod_{i=1}^{\infty} \frac{1}{1-x^{2i-1}}$
c) $\prod_{i=1}^{m} \frac{1}{1-x^i}$
d) $\prod_{i=1}^{\infty} \frac{1}{1-x^{2^i}}$

2 Zadanie 2

SKIP

3 Zadanie 4

Zakładam, że identyczny to znaczy, że wszystkie krawędzie są takie same w tym grafie.

Zakładam też ze graf jest podany jako lista sąsiedztwa

```
def is_identical(G, H):
    if(len(G) != len(H)):
        return False
    visited = [False] * len(G)
    for v in range(1, len(G+1)):
        n=0
```

```
        for adj in G[v]:
            visited[adj] = True
            n+=1
        for adj in H[v]:
            if(!visited[adj]):
                return False
            visited[adj] = False
            n-=1
        if(n!=0):
            return False
    return True
```

Przechodzimy po każdym wierzchołku i jego krawędziach w grafie G a później w grafie H, wiec amortyzuje się to do n+m (bo jest 2n wierzchołków i łączna liczba krawędzi nie przekracza m).

4 Zadanie 5

a)

W macierzowej to jest po prostu suma na kolumnie dla tego wierzchołka, w listowej jest to długość listy sąsiedztwa.

$O(n) vs O(1)$

b)

Wszystkie krawędzie grafu to dla macierzowej po prostu przejście po całej macierzy, czyli n^2.

Dla listowej jest to przejście po wszystkich krawędziach dwa razy (bo jeśli w 2 była 1, to w 1 będzie 2, czyli 2x).

$O(n^2) vs O(m)$

c)

W macierzowej po prostu odniesienie się do tablicy w tym punkcie

W listowej trzeba w najgorszej opcji przejść po wszystkich sąsiadach u, których może być v.

$O(1) vs O(n)$

d)

W macierzowej przestawienie wartości z 1 na 0 w odpowiednim miejscu tablicy.

W listowej jest to w najgorszej opcji przejście przez wszystkich sąsiadów i usunięcie v.

$O(1) vs O(n)$
e)
W macierzowej jest to przestawienie z 0 na 1.
W listowej jest to pushback dla u.
$O(1) vs O(1)$

5 Zadanie 7

Weźmy $G = V, E = 12$,
Wtedy
$G_1 = V, E = 2$,
$G_2 = V, E = 1$,
G_1 i G_2 są spójne, a G nie jest, czyli teza nie zachodzi.

6 Zadanie 8

Załóżmy nie wprost, że istnieją dwie równe najdłuższe scieżki i nie przechodzą przez ten sam wierzchołek. Niech jedna droga będzie z (v1, u1) a druga (v2, u2). Weźmy wtedy drogę z v1 do v2 i przedłużmy tą drogę do u2. Skoro (v2, u2) jest nadłuższą trasą która nie ma żadnego wspólnego wierzchołka z (v1, u1), a graf jest spójny do możemy przedłużyć tą trasę idąc z v1 do v2 a później znowu tą samą trasą.

Mamy sprzeczność, bo ta trasa jest dłuższa, więc dwie najdłuższe ścieżki mają wspólny wierzchołek.

7 Zadanie 9

Weźmy dowolny graf G. Załóżmy, że nie jest spójny. Weźmy dowolne dwa wierzchołki i nazwijmy je v i u. Załóżmy, że te wierzchołki nie mają między sobą krawędź w G. W takim razie w G' istnieje krawędź między nimi.

Załóżmy teraz, że te wierzchołki mają między sobą krawędź w G. W takim razie są w tym samym komponencie w grafie G. Skoro G nie jest spójny to możemy znaleźć taki wierzchołek w, który nie należy do tego komponentu (czyli nie ma drogi między nimi, czyli nie ma krawędzi między nimi). Wtedy w G' będzie istniec zarówno krawędź vw jak i uw, czyli droga z v to u istnieje przez krawędź w. Możemy zastosować powyższe myślenie dla każdej pary wierzchołków, przez co wszystkie wierzchołki będą miały drogę do siebie, co dowodzi, że G' jest wtedy spójny.