

Projekt: wycena i analiza opcji w modelu dwumianowym

Wstęp do Inżynierii Finansowej

W projekcie zakładamy dwumianowy model rynku, w którym akcja warta w chwili t S_t może w kolejnym kroku być warta $u \cdot S_t$ albo $d \cdot S_t$, gdzie u i d są zadanymi parametrami. Zakładamy, że akcja ta nie wypłaca dywidend. Oprócz akcji dysponujemy również możliwością inwestycji (lub pożyczki) ze stałą stopą wolną od ryzyka r w każdym okresie (przyjmujemy oprocentowanie ciągłe). Czas mijający podczas jednego kroku w drzewie dwumianowym będziemy oznaczać Δt .

Głównym celem projektu jest wycena i analiza opcji europejskich oraz amerykańskich w tym modelu. Rozważmy następujące cztery opcje:

- opcje europejskie call i put z ceną wykonania K i zapadalnością T lat,
- opcje amerykańskie call i put z ceną wykonania K i zapadalnością T lat.

Na początek przyjmujemy następujące parametry wyjściowe:

- $\Delta t = 1/12$, $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$, $d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$, $\sigma = 0.3$,
- $S_0 = 50$, $r = 0.02$,
- $K = 48$, $T = 2$.

Bardzo ważnym elementem projektu, oprócz samej wyceny wskazanych opcji, jest przeanalizowanie wrażliwości tej wyceny na poszczególne parametry oraz porównanie wyników między opcjami europejskimi a amerykańskimi. W każdym punkcie projektu oprócz podania wyniku należy też przeanalizować uzyskany wynik i opisać swoje wnioski oraz zwizualizować rezultaty np. na wykresach. Zadania do wykonania w projekcie:

1. **(3pkt)** Wycena opcji europejskich call i put dla wyjściowych parametrów w modelu dwumianowym (w tym implementacja tej wyceny w drzewie dwumianowym).
2. **(3pkt)** Wycena opcji amerykańskich call i put dla wyjściowych parametrów oraz jej porównanie z opcjami europejskim (z wyciągnięciem odpowiednich wniosków).
3. **(2pkt)** Zbadanie momentów wykonania opcji amerykańskich call i put (tj. w których węzłach drzewa wykonanie tych opcji było opłacalne).
4. **(8pkt)** Analiza wrażliwości ceny wszystkich tych 4 rodzajów opcji ze względu na cenę wykonania K , zapadalność T oraz parametry S_0 , σ i r (tzn. zbadanie, jak różne wartości tych parametrów wpływają na ceny tych opcji, w jak dużym stopniu, czy można zaobserwować pewne monotoniczności itp.).
5. **(3pkt)** Analiza wrażliwości wyników wyceny wszystkich tych 4 rodzajów opcji na liczbę kroków w modelu, tzn. na parametr Δt .

6. (3pkt) Zbadanie składu portfela zabezpieczającego wyceniane opcje w węzłach drzewa – tzn. portfela składającego się z odpowiedniej liczby akcji (tzw. *delta*, Δ) oraz pewnej ilości gotówki/pożyczki.

Poza wykonaniem powyższych konkretnych zadań, w projekcie dodatkowe **4 punkty** są przewidziane za styl finalnego raportu pdf – zrozumiałą i starannie przygotowany dokument, spójny, z logicznymi opisami, ciekawymi analizami, prezentacją wyników itd.

Oprócz przygotowania raportu, projekt zakończą również prezentacje, podczas których każda grupa zaprezentuje swoje wyniki przed innymi grupami oraz prowadzącymi przedmiot. Za te prezentacje będą do zdobycia dodatkowe **4 punkty**.

Projekt należy wykonywać w grupach 2- lub 3-osobowych. Grupy te należy ustalić samodzielnie w pierwszych dniach po ogłoszeniu projektów i wysłać proponowane składy prowadzącemu laboratoria¹. Za cały projekt do zdobycia jest **maksymalnie 30 punktów**, przy czym wszystkie osoby w danej grupie dostają co do zasady tę samą finalną liczbę punktów. Jedynie w rażących przypadkach niewypełnienia swojej części pracy nad projektem przez którąś z osób ta zasada może być ostatecznie złamana (np. gdy z którymś członkiem grupy w ogóle nie było kontaktu). Natomiast błędne wyniki lub wnioski z którejś części projektu przekładają się na finalną liczbę punktów całej grupy, a nie tylko osoby odpowiedzialnej za daną część. Należy też pamiętać, że zgodnie z zasadami zaliczania przedmiotu, warunkiem koniecznym do uzyskania pozytywnej oceny z laboratoriów na koniec semestru jest uzyskanie co najmniej 10 punktów za ten projekt.

Harmonogram prac nad projektem:

- 2025-05-08 – wstępne omówienie treści projektu, wyjaśnienie ewentualnych wątpliwości z prowadzącym laboratoria.
- Do 2025-05-11 – przesłanie prowadzącemu składu grupy projektowej.
- Kolejne tygodnie do 2025-05-22 – spotkania z prowadzącym laboratoria: omawianie postępów w przygotowaniu projektu (szczegóły tych spotkań – do ustalenia z prowadzącym).
- 2025-05-29 – prezentacje projektów.
- Do 2025-06-01 należy wysłać końcowe efekty prac nad projektem (tj. raport pdf oraz plik z kodem).

Literatura pomocnicza (zdecydowanie warto skorzystać, ponieważ rozszerza i dokładniej opisuje materiał omawiany na wykładzie, a potrzebny do projektu):

John C. Hull, *Options, futures, and other derivatives*.

(szczególnie rozdział 12 oraz 20.1)

¹przy czym prowadzący zastrzegają sobie możliwość ingerencji w składy grup