

Politechnika Poznańska

Informatyka rok I semestr 2 L10, Piątek 11:45 - 13:15

Algorytmy i Struktury Danych

Prowadzący: Dominik Piotr Witczak

Sprawozdanie nr 1

Algorytmy Sortowania

Autor:

Dominik Fischer 164176 Oliwer Miller 163544

${f W}$ prowadzenie

W projekcie opracowaliśmy sześć różnych algorytmów sortowania. Naszym celem była ich implementacja, opis, analiza i porównanie ich wydajności. Przeprowadziliśmy pomiary czasowe każdego z nich dla róznych danych wejściowych o różnych rozmiarach. Opracowane algorytmy sortowania to: Selection Sort, Insertion Sort, Shell Sort, Heap Sort, Quick sort dla lewego pivota i dla losowo wybranego pivota.

Selection Sort

Zamysłem danego algorytmu jest po kolei wyszukiwanie najmniejszych elementów w tablicy. Na początku pierwszy element jest uznawany za najmniejszy, następnie wyszukiwany jest rzeczywisty najmniejszy element i zamieniany miejscem z początkowym. Wtedy lewa część tablicy staje się częścią posortowaną, a działanie jest kontynuowane do końca tablicy.

Złożoność czasowa algorytmu: $O(n^2)$

```
Terminal

def selection_sort(data):
    n=len(data)
    for j in range(n-1):
        min = j
        for i in range(j+1, n):
            if data[i] < data[min]:
            min = i
        data[j], data[min] = data[min], data[j
            ]
    return data</pre>
```

Insertion Sort

Pętla for zaczyna iterację od drugiego elementu, ponieważ pierwszy uznaje wstępnie za posortowany. Algorytm porównuje kolejno elementy key z elementami w posortowanej części po lewej stronie, następnie, przy użyciu pętli while, po kolei zamienia elementy miejscami, dopóki dany element nie znajdzie się na odpowiedniej pozycji.

Złożoność czasowa algorytmu:

Najgorszy przypadek: $O(n^2)$ - lista malejąca Najlepszy przypadek: O(n) - lista posortowana

Średni przypadek: $\mathcal{O}(n^2)$ - losowe dane

```
Terminal

def insertion_sort (data):
    for i in range(1, len(data)):
        key = data[i]
        j = i - 1
        while j >= 0 and data[j] > key:
            data[j + 1] = data[j]
            j -= 1
        data[j + 1] = key
    return data
```

Shell Sort With Sadgewick Gaps

Dwie funkcje są użyte do tego algorytmu. Funkcja $sedgewick\ gaps$ jest odpowiedzialna za stworzenie odstępów używanych do sortowania. Pętla while tworzy odstępy w zależności od parzystości zmiennej k, które są później zapisywane w liście gaps. Funkcja $shell\ sort$ wykorzystuje odstępy zwrócone przez poprzednią funkcję do porównywania i zamiany miejscami elementów ciągu w danych odstępach od siebie.

Złożoność czasowa algorytmu:

Najgorszy przypadek: $\mathcal{O}(n^2)$ - lista malejąca

Najlepszy przypadek: $\mathcal{O}(\mathsf{n}\,\log_2 n)$ - ciąg prawie posor-

towany

Średni przypadek: $O(n^{\frac{5}{4}})$ - losowe dane

```
Terminal
def sedgewick_gaps(n):
  gaps = []
  k = 0
  while True:
     if k % 2 == 0:
        gap = 9 * (2 ** k) - 9 * (2 ** (k)
            // 2)) + 1
        gap = 4 ** k + 3 * 2 ** (k - 1) + 1
     if gap >= n:
        break
     gaps.append(gap)
     k += 1
  return gaps[::-1]
def shell_sort(data):
  n = len(data)
  gaps = sedgewick_gaps(n)
  for gap in gaps:
     for i in range(gap, n):
        temp = data[i]
        j = i
        while j >= gap and data[j - gap] >
           data[j] = data[j - gap]
           j -= gap
        data[j] = temp
  return data
```

Heap Sort

Algorytm wykorzystuje do działania drzewo max heap, w którym, z zasady, największy element znajduje się na samej górze i rodzice mają większą wartość niż dzieci. Funkcja heap jest odpowiedzialna za budowę kopca. Zmienne left i right to indeksy dzieci. Elementy kopca są ze sobą porównywane, potem następuje rekurencyjne wywołanie funkcji, aby uporządkować poddrzewa.

Funkcja heap sort wykorzystuje funkcję heap do konstrukcji drzewa, dodatkowo zamienia korzeń drzewa ze skrajnym liściem, tak ustawia najwiekszy element w części posortowanej, następnie wywołuje funkcję heap ponownie.

Złozoność czasowa algorytmu: $O(n \log_2 n)$

```
Terminal
def heap(data,n,i):
  largest=i
  left = 2*i+1
  right = 2*i+2
  if left<n and data[left]>data[largest]:
     largest = left
  if right<n and data[right]>data[largest]:
     largest=right
  if largest !=i:
     data[i], data[largest]=data[largest],
         data[i]
     heap(data, n, largest)
def heap_sort(data):
  n = len(data)
  for i in range(n // 2 - 1, -1, -1):
     heap(data, n, i)
  for i in range(n - 1, 0, -1):
     data[i], data[0] = data[0], data[i]
     heap(data, i, 0)
  return data
```

Quick Sort Left Pivot

W tym algorytmie pierwszy element jest wybierany jako pivot. Funckja partition dzieli tablicę, dzięki zmiennym i oraz j dzieli tablicę na część mniejszą i większą od pivota.

Funckja quick sort left pivot rekurencyjnie sortuje i następnie zwraca podstablice. Złożoność czasowa algorytmu:

Najgorszy przypadek: $\mathcal{O}(n^2)$ Najlepszy przypadek: $\mathcal{O}(n \log_2 n)$ Średni przypadek: $\mathcal{O}(n \log_2 n)$

```
Terminal
def partition(A, p, r):
  pivot = A[p]
  i = p+1
  j = r
  while True:
     while i <= j and A[i] <= pivot:</pre>
        i += 1
     while i <= j and A[j] > pivot:
        j -= 1
     if i <= j:</pre>
        A[i], A[j] = A[j], A[i]
        break
  A[p], A[j] = A[j], A[p]
  return j
def quick_sort_left_pivot(A, p, r):
  if p < r:
     q = partition(A, p, r)
     quick_sort_left_pivot(A, p, q-1)
     quick_sort_left_pivot(A, q+1, r)
  return A
```

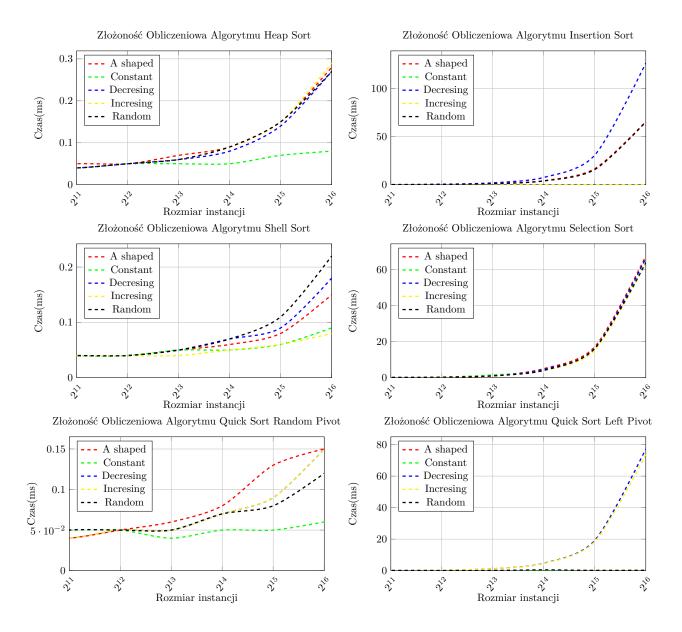
Quick Sort Random Pivot

W tym algorytmie pivot jest wybierany losowo. Dany ciąg jest dzielony na trzy podtablice w zależności od wielkości elementów w porównaniu do pivota. Na końcu następuje rekurencyjne wywołanie funkcji na podtablicach.

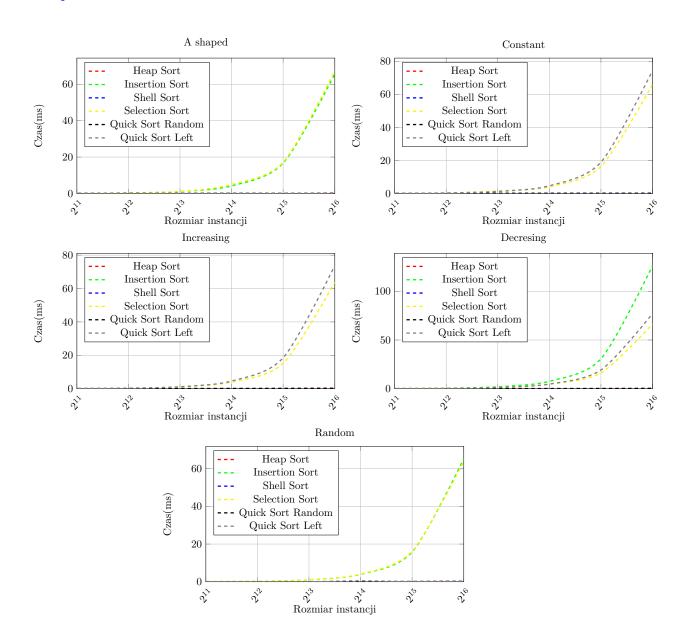
Złożoność czasowa algorytmu: Najgorszy przypadek: $O(n^2)$ Najlepszy przypadek: $O(n \log_2 n)$ Średni przypadek: $O(n \log_2 n)$

```
Terminal
def quick_sort_random_pivot(data):
  if len(data) <= 1:</pre>
     return data
  pivot_index = random.randint(0, len(data)
        - 1)
  pivot = data[pivot_index]
  left = []
  middle = []
  right = []
  for i, x in enumerate(data):
     if i == pivot_index:
        middle.append(x)
     elif x < pivot:</pre>
        left.append(x)
     elif x > pivot:
        right.append(x)
  return quick_sort_random_pivot(left) +
      middle + quick_sort_random_pivot(
      right)
```

Porównanie czasów wykonania



Porównanie czasów wykonania poszczególnych algorytmów względem danych



Wnioski

Jeśli chodzi o stabilność algorytmów, tylko Insertion Sort jest algorytmem stabilnym.

Analizując złożoność czasową, teoretycznie algorytm Heap Sort cechuje się najlepszą złożonością czasową wynoszącą $O(n \log n)$ niezależnie od przypadku. Algorytmy Selection Sort i Insertion Sort, których złożoność czasowa wynosi $O(n^2)$ lepiej się sprawdzają przy niewielkich zbiorach danych, przy większych zbiorach ich czas wykonania drastycznie wzrasta. Algorytmy ze złożonością czasową równą $O(n \log n)$ generalnie lepiej się sprawdziły w pomiarach czasu wykonania, również przy większych zbiorach danych, a są to algorytmy: Heap Sort, Shell Sort, Quick Sort Random Pivot oraz Quick Sort Left Pivot oprócz rosnących i malejących danych. Biorąc pod uwagę Quick Sort z losowym pivotem, jego wykres oscyluje właśnie ze względu na pivot, który jest losowo wybranym elementem. Mimo tego jest on generalnie bardziej efektywny niż Quick Sort z lewym pivotem.

Podsumowując, w większości przypadków najlepszym algorytmem jest Quick Sort Random Pivot, dla zbiorów danych o średniej wielkości, można również zastosować Shell Sort, jednak kiedy zbiór jest nieliczny i prawie posortowany, można również wziąć pod uwage algorytmy Insertion Sort i Selection Sort.