

Zajęcie 0.1. Rozkład SVD a korelacja

Abstract

Celem jest nabycie podstawowej znajomości użycia rozkładu SVD w celu rozwiązywania problemów powiązanych z użyciem korelacji.

1. Podstawowe pojęcia

Rozkład SVD ($x_k \in \mathbb{R}^n$, $y_l \in \mathbb{R}^m$, $n \gg m$):

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1^T \\ y_2^T \\ \vdots \\ y_n^T \end{bmatrix} = U \Sigma V^T \approx U_r \Sigma_r V_r^T$$

Macierze korelacji

$$X^T X = \begin{bmatrix} x_1^T x_1 & x_1^T x_2 & \dots & x_1^T x_m \\ x_2^T x_1 & x_2^T x_2 & \dots & x_2^T x_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_m^T x_1 & x_m^T x_2 & \dots & x_m^T x_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times m}$$

$$X X^T = \begin{bmatrix} y_1^T y_1 & y_1^T y_2 & \dots & y_1^T y_n \\ y_2^T y_1 & y_2^T y_2 & \dots & y_2^T y_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_n^T y_1 & y_n^T y_2 & \dots & y_n^T y_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

2. Właściwości macierzy korelacji

Własności i wektory własne

1.

$$\begin{aligned}X^T X &= V \Sigma^T U^T U \Sigma V^T = V \Sigma^T \Sigma V^T = V \Sigma^2 V^T \\X^T X V &= V \Sigma^2\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}X X^T &= U \Sigma V^T V \Sigma^T U^T = U \Sigma \Sigma^T U^T = U \Sigma^2 U^T \\X X^T U &= U \Sigma^2\end{aligned}$$

Σ^2 - własności własne macierzy korelacji

V - wektory własne macierzy korelacji kolumn X

U - wektory własne macierzy korelacji wierszy X

3. Zadanie 2

Zadanie dotyczy obliczenia korelacji obrazu zgodnie z wariantem pod względem zarówno wierszy jak i kolumn z użyciem SVD. Przedstawić macierzy korelacji graficznie. We wniosku potraktować widoki macierzy korelacji.

Sprawozdania w postaci:

1. Sprawozdanie (plik .pdf)
2. plik .ipynb
3. pdf-eksport pliku .pynb

zachować w zdalnym repozytorium (np Github) link na który umieścić w sprawozdaniu. Sprawozdanie należy wysłać na e-uczelnię w ustalonym terminem.

References

References

[pandasUG] Pandas User's Guide https://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/user_guide/index.html

[DA2016] Data Analysis with Python and pandas using Jupyter Notebook
<https://dev.socrata.com/blog/2016/02/01/pandas-and-jupyter-notebook.html>