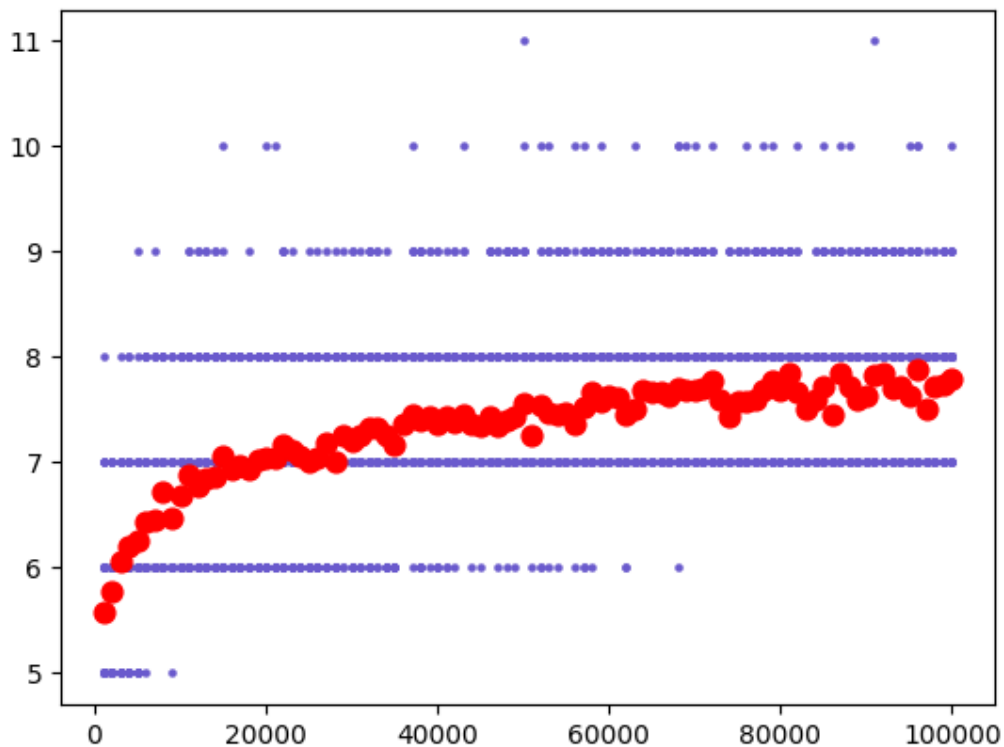


Metody Probabilistyczne i Statystyka

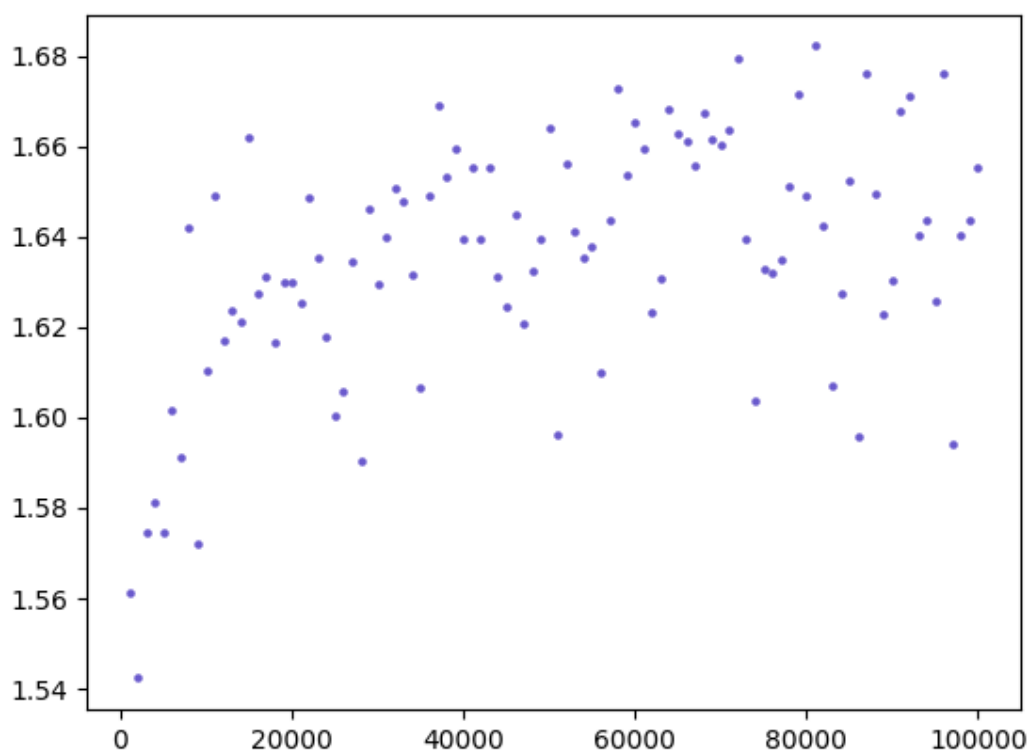
Zadanie Domowe 3

Autor: Dominik Gerlach

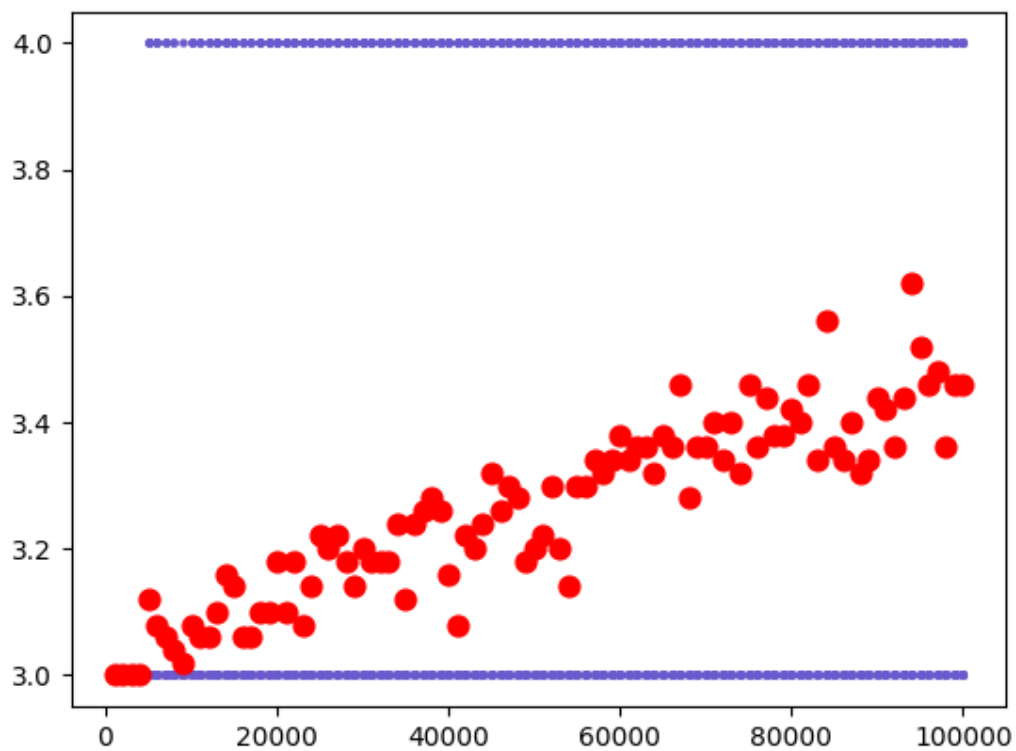
Część 1: Maksymalne obciążenie



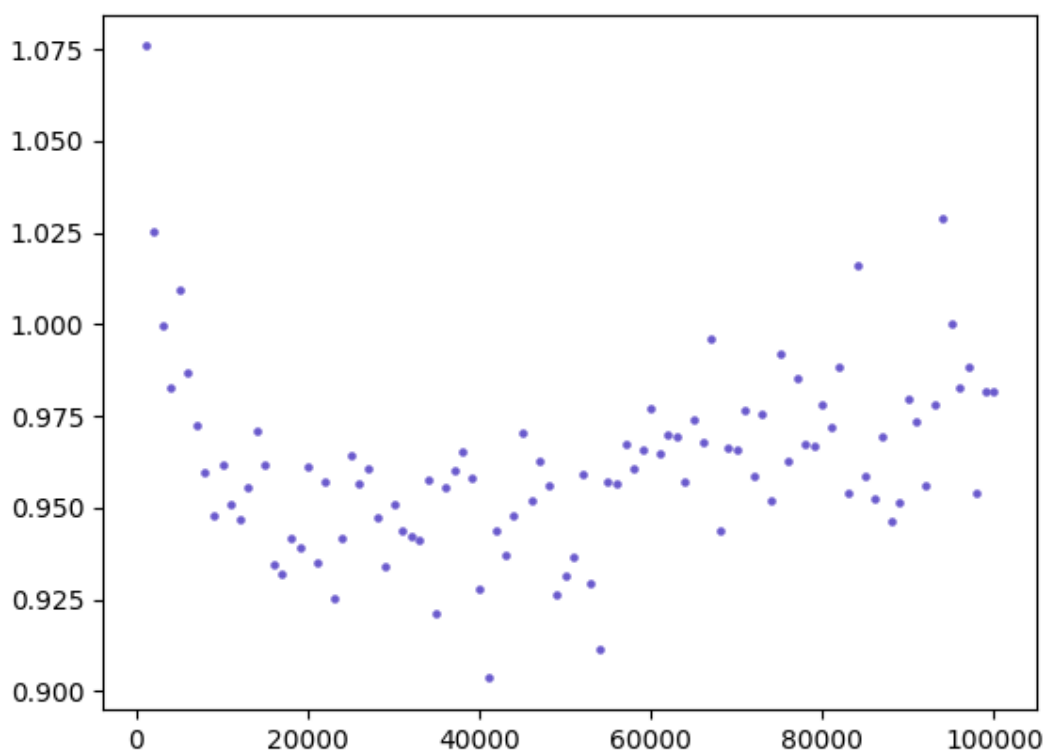
Rysunek 1: Wyniki eksperymentu dla $Ln^{(1)}$. Dla każdego $n \in \{1000, 2000, \dots, 100000\}$ wykonano po $k = 50$ powtórzeń algorytmu. Niebieskie punkty odpowiadają wynikom z poszczególnych powtórzeń, czerwone punkty przedstawiają wartość średnią dla każdego n . Wraz ze wzrostem n wariancja wyników z poszczególnych powtórzeń algorytmu jest mniejsza. Dla konkretnego n wyniki z poszczególnych powtórzeń nie są silnie skoncentrowane wokół średniej wartości.



Rysunek 2: Przedstawia $\frac{l(n)^{(1)}}{f_1(n)}$, gdzie $l(n)^{(1)}$ odpowiada średniej wartości $L_2^{(1)}$ dla danego n , a $f_1(n) = \frac{\ln(n)}{\ln(\ln(n))}$.

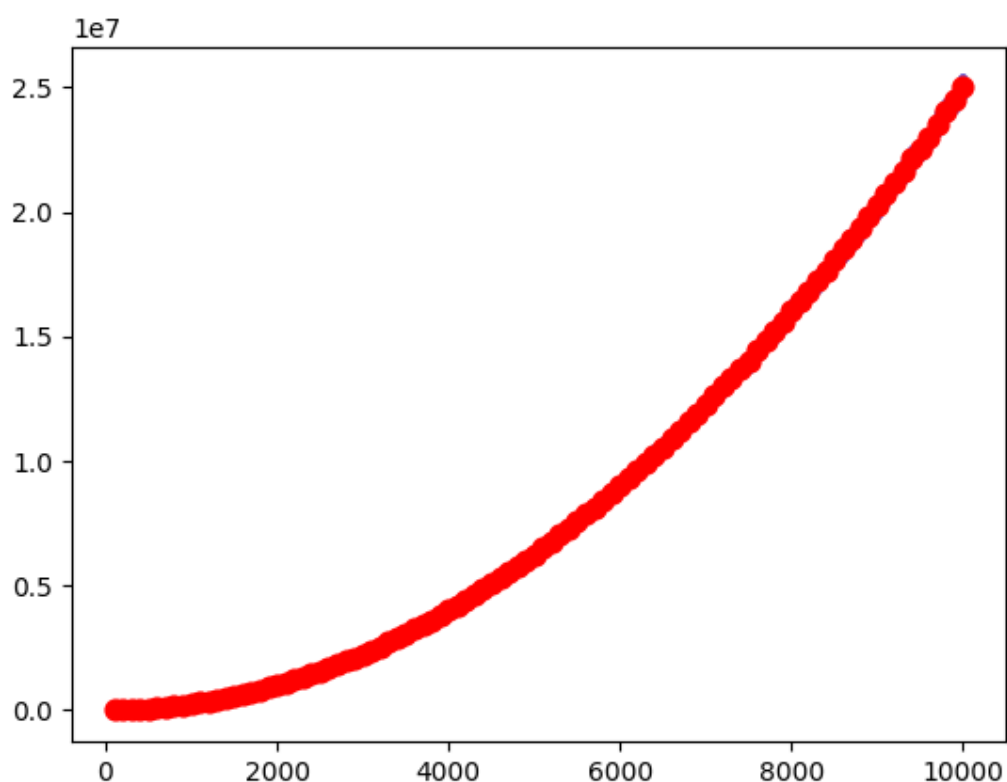


Rysunek 3: Wyniki eksperymentu dla $Ln^{(2)}$. Dla każdego $n \in \{1000, 2000, \dots, 100000\}$ wykonano po $k = 50$ powtórzeń algorytmu. Niebieskie punkty odpowiadają wynikom z poszczególnych powtórzeń, czerwone punkty przedstawiają wartość średnią dla każdego n . Dla konkretnego n wyniki z poszczególnych powtórzeń nie są silnie skoncentrowane wokół średniej wartości.

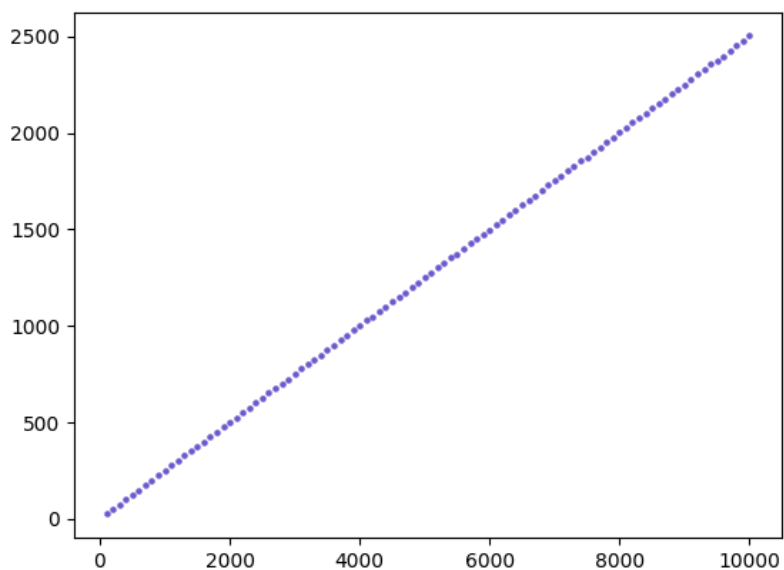


Rysunek 4: Przedstawia $\frac{l(n)^{(2)}}{f_2(n)}$, gdzie $l(n)^{(2)}$ odpowiada średniej wartości $L_2^{(2)}$ dla danego n , a $f_2(n) = \frac{\ln(\ln(n))}{\ln(2)}$

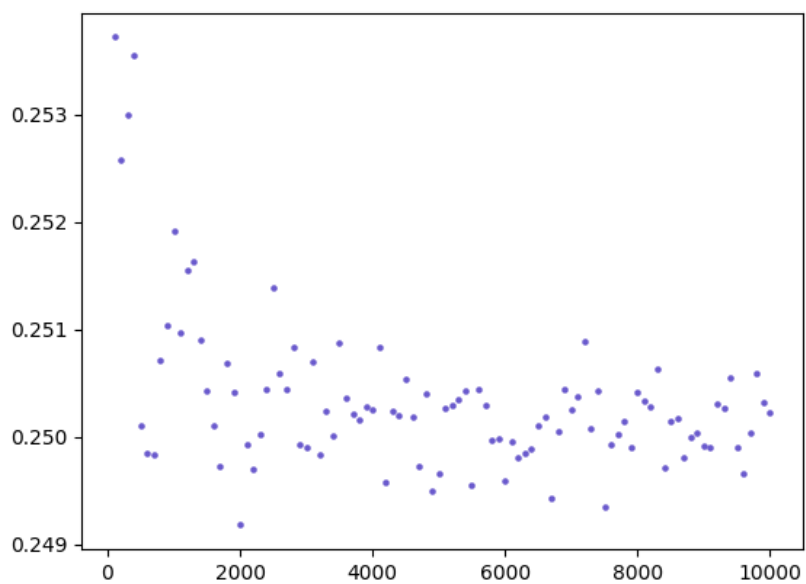
Część 2: Sortowanie przez wstawianie



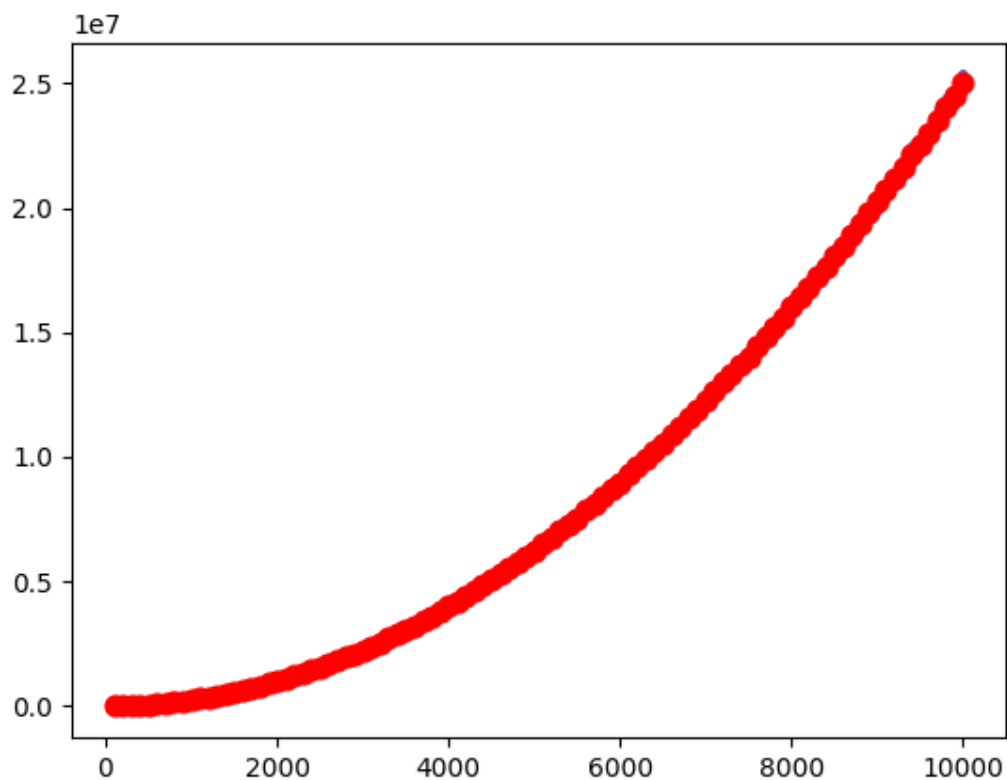
Rysunek 5: Wyniki eksperymentu dla C_n . Dla każdego $n \in \{100, 200, \dots, 10000\}$ wykonano po $k = 50$ powtórzeń algorytmu. Niebieskie punkty (zakryte przez wartości średnie) odpowiadają wynikom z poszczególnych powtórzeń, czerwone punkty przedstawiają wartość średnią dla każdego n . Dla konkretnego n wyniki z poszczególnych powtórzeń są bardzo silnie skoncentrowane wokół średniej wartości.



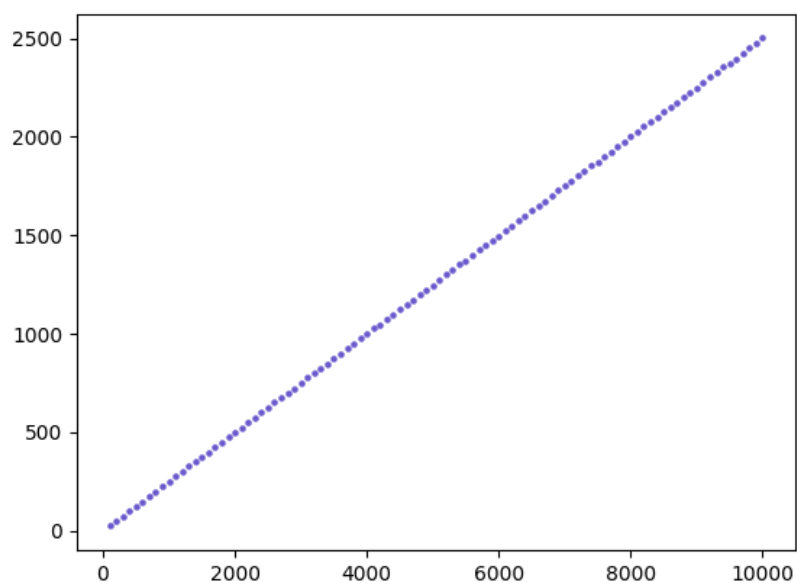
Rysunek 6:
Przedstawia $\frac{cmp(n)}{n}$, gdzie $cmp(n)$ odpowiada średniej wartości C_n dla danego n .



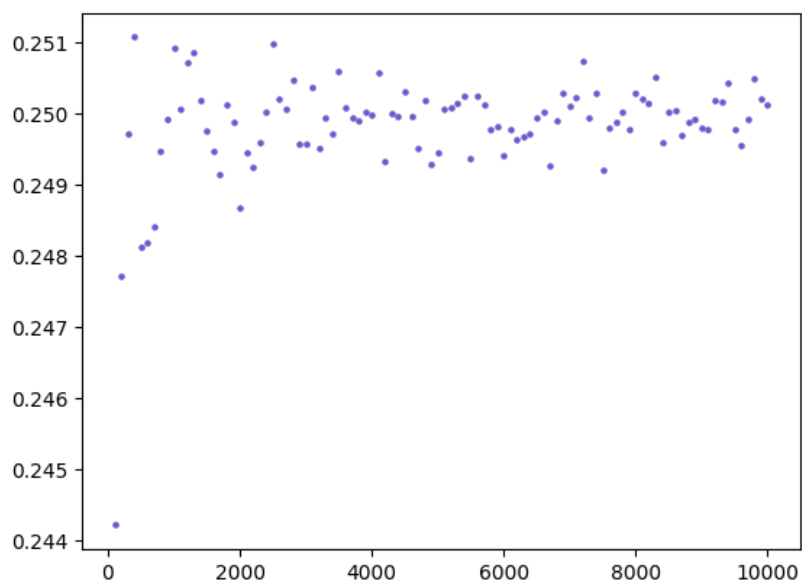
Rysunek 7:
Przedstawia $\frac{cmp(n)}{n^2}$, gdzie $cmp(n)$ odpowiada średniej wartości C_n dla danego n .



Rysunek 8: Wyniki eksperymentu dla S_n . Dla każdego $n \in \{100, 200, \dots, 10000\}$ wykonano po $k = 50$ powtórzeń algorytmu. Niebieskie punkty (zasłonięte wartościami średnimi) odpowiadają wynikom z poszczególnych powtórzeń, czerwone punkty przedstawiają wartość średnią dla każdego n . Dla konkretnego n wyniki z poszczególnych powtórzeń są bardzo silnie skoncentrowane wokół średniej wartości.



Rysunek 9:
Przedstawia $\frac{s(n)}{n}$, gdzie $s(n)$ odpowiada średniej wartości S_n dla danego n .



Rysunek 10:
Przedstawia $\frac{s(n)}{n^2}$, gdzie $s(n)$ odpowiada średniej wartości S_n dla danego n .

Definicje:

- $Ln^{(d)}$ – maksymalne zapełnienie pojedynczej urny po wrzuceniu n kul – dla $d = 1$ (dla każdej kuli wybieramy niezależnie i jednostajnie losowo jedną z n urn, w której umieszczamy kule) oraz $d = 2$ (dla każdej kuli wybieramy niezależnie i jednostajnie losowo z powtórzeniami d urn i umieszczamy kule w najmniej zapełnionej z wybranych urn).
- C_n - liczba wykonanych porównań.
- S_n - liczba wykonanych przestawień.

Kryteria: Hipotezę odnośnie asymptotyki wartości średnich badanych wielkości formułuję na podstawie wykresów $\frac{F}{L}$, gdzie $F \in \{l(n)^{(1)}, l(n)^{(2)}, \text{cmp}(n), s(n)\}$ i $L \in \{n, n^2, \frac{\ln(n)}{\ln(\ln(n))}, \frac{\ln(\ln(n))}{\ln(2)}\}$. Im wykres bardziej odpowiada funkcji stałej, tym lepiej opisuje tempo wzrostu funkcji F .

Hipotezy: Korzystając z powyższych kryteriów formułuję następujące hipotezy:

- $l(n)^{(1)} = O(\frac{\ln(n)}{\ln(\ln(n))})$
 - $l(n)^{(2)} = O(\frac{\ln(\ln(n))}{\ln(2)})$
 - $\text{cmp}(n) = O(n^2)$
 - $s(n) = O(n^2)$
-