

Circuiti 3

L. Trombetta, A. Turturiello, F. Venturoli

giugno, 2022

Abstract

Lo scopo dell'esperienza è stato quello di studiare i circuiti RC, RL e RLC attraverso la nozione di impedenza e, quindi, di funzione di trasferimento in corrente impulsata a onda sinusoidale e delle diverse componenti circuitali.

Indice

1	Introduzione e descrizione dell'apparato	2
2	Circuiti RC e RL	2
2.1	Circuito RC	2
2.2	Circuito RL	3
3	Circuito RLC	4
4	Discussione errori	5
5	Conclusioni	5

1. Introduzione e descrizione dell'apparato

Per condurre l'esperienza ci siamo serviti di una Breadboard dotata di due boccole e di una griglia di fori in cui inserire i reperi. La griglia è caratterizzata dalla presenza di quattro colonne indicate con i simboli "+" e "-", ciascuna equipotenziale, e altre venti colonne equipotenziali riga per riga, indicate con delle lettere, come mostrato nella figura sottostante.

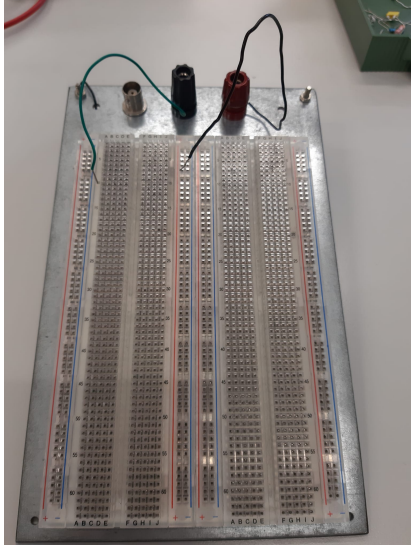


Figura 1

Lo strumento ci ha permesso di realizzare i circuiti su cui abbiamo condotto le diverse misure. Le componenti di circuito di cui ci siamo serviti sono state una resistenza, un condensatore e un induttore. Abbiamo fatto uso di un generatore di segnali ad onde sinusoidali, delle quali era possibile modificare la frequenza e la tensione, che abbiamo tenuto fissa. Con un oscilloscopio siamo stati in grado di raccogliere le diverse misure ai capi delle componenti, dalle quali abbiamo ricavato parametri caratteristici. Abbiamo articolato l'esperienza in 2 parti. In primo luogo abbiamo studiato l'andamento delle funzioni di trasferimento per due circuiti: RC e RL. Attraverso le impedenze, che sono rispettivamente $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$ per la capacità e $Z_L = i\omega L$ per l'induttanza, abbiamo potuto risolvere i circuiti senza ricorrere alle equazioni differenziali. Di conseguenza, la relazione $V_g = R_{TOT}I$ diventa $V_g = Z_{TOT}I$, dove con V_g si intende la tensione del generatore. Per ogni componente valgono le seguenti relazioni: $V_C = Z_C I$, $V_L = Z_L I$, $V_R = RI$. Attraverso la prima si ricava $I = \frac{V_g}{Z_{TOT}}$, dalla quale è possibile ottenere la funzione di trasferimento H , una funzione complessa:

$$H = \frac{V_i}{V_g} = \frac{Z_i}{Z_{TOT}} \quad (1)$$

Nello specifico, nel nostro caso si ottengono:

$$H(\omega) : V_A \rightarrow V_{A-B}$$

$$|H(\omega)| = \left| \frac{V_{A-B}}{V_A} \right| \quad \arg[H(\omega)] = \Delta\phi' \quad (2)$$

$$H(\omega) : V_A \rightarrow V_B$$

$$|H(\omega)| = \left| \frac{V_B}{V_A} \right| \quad \arg[H(\omega)] = \Delta\phi'' \quad (3)$$

Anche per la seconda parte dell'esperienza abbiamo utilizzato le impedenze sopra descritte. L'impedenza totale ci ha permesso di descrivere la configurazione, servendoci di una relazione lineare che tenesse conto della resistenza e delle due impedenze relative al condensatore e all'induttore.

2. Circuiti RC e RL

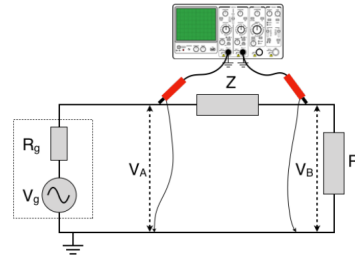


Figura 2

Per entrambe le configurazioni abbiamo disposto il circuito come in figura, dove Z indica rispettivamente il condensatore e l'induttore. Abbiamo, quindi, collegato le sonde come mostrato. Grazie all'utilizzo dell'oscilloscopio abbiamo misurato diverse grandezze: le ampiezze V_A e V_B dei due segnali, l'ampiezza V_{B-A} del segnale differenza $V_A(t) - V_B(t)$, la differenza di fase $\Delta\phi'$ tra il segnale di tensione ai capi di Z (tra $V_A(t) - V_B(t)$ e $V_A(t)$) e la differenza di fase $\Delta\phi''$ tra $V_A(t)$ e $V_B(t)$.

Per ciascun circuito abbiamo riportato i dati in una tabella.

2.1. Circuito RC

Per svolgere la prima parte dell'esperienza abbiamo raccolto la maggior parte dei dati utilizzando i cursori dell'oscilloscopio, riportandoli successivamente nella seguente tabella; solo le differenze di fase sono state invece calcolate utilizzando i dati presi attraverso l'uso di una chiavetta USB

Essendo la funzione di trasferimento un numero complesso abbiamo diviso il suo studio nell'analisi

ν [Hz]	ω	V_a [V]	V_b [V]	V_{a-b} [V]
25	3,98	2,48	0,32	2,48
35	5,57	2,18	0,38	2,16
45	7,16	1,92	0,42	1,88
60	9,55	1,62	0,44	1,56
80	12,73	1,36	0,48	1,24
90	14,32	1,24	0,5	1,16
100	15,92	3,76	1,56	3,44
200	31,83	2,48	1,68	1,84
300	47,75	2,21	1,68	1,28

Tabella 1

del modulo e nell'analisi della fase. Riportiamo di seguito i moduli della funzione di trasferimento del circuito RC (in cui abbiamo usato $R = 10\Omega$), il primo utilizza la differenza di potenziale V_a e V_b e il secondo V_{a-b} e V_b .

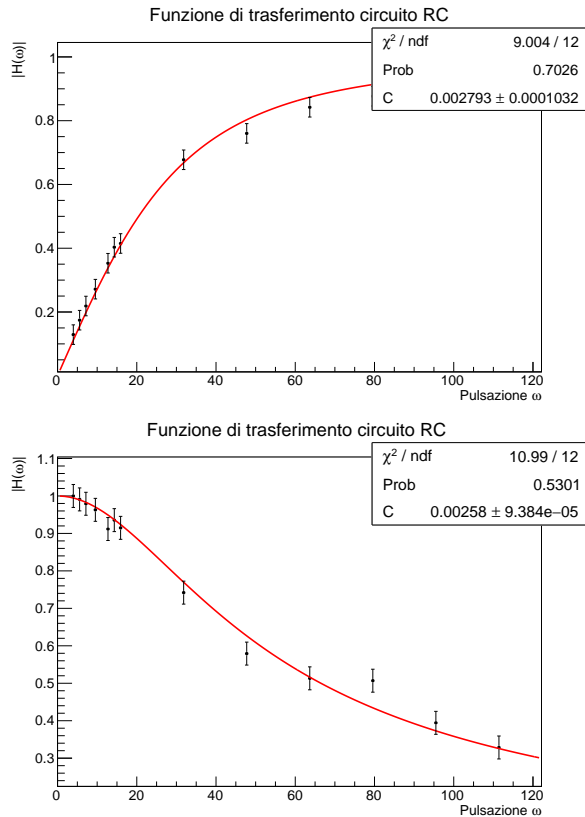


Figura 3

Il parametro C corrisponde alla capacità, il suo valore è $(0,0027 \pm 0,0001)F$, inoltre il χ^2 accettabile conferma la relazione aspettata dal modello. Il valore ricavato della capacità è stato ricavato tramite una media pesata con la probabilità di χ^2 dei due valori ricavati dal fit. La scelta di R per costruire il circuito è stata fatta in modo da avere

una resistenza R molto minore rispetto a quella interna dell'oscilloscopio.

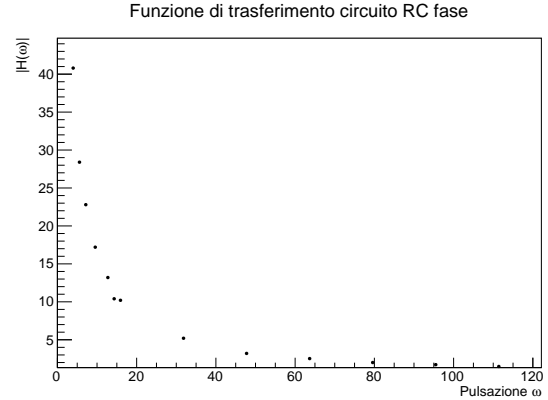


Figura 4

Come si può evincere dal grafico proposto, i dati raccolti non corrispondono al modello, che dovrebbe seguire un andamento arcotangente. Le differenze di fase sono state calcolate come differenza tra gli zeri per assicurarci miglior precisione. Gli zeri sono stati ottenuti direttamente dall'oscilloscopio attraverso l'uso di una chiavetta USB, in modo tale da poter analizzare un range di dati legato alla precisione dello strumento stesso al posto che uno solo. Nonostante i nostri sforzi nel cercare di legare i dati al modello non siamo riusciti nell'intento. Abbiamo ipotizzato che le scale dei tempi fossero sbagliate, abbiamo tentato di calcolare le fasi attraverso le differenze di massimi e di minimi o interpolando l'intero andamento dei segnali per ricavare come parametro le varie fasi, abbiamo provato a lavorare con il modulo della differenza e abbiamo provato ridefinendo la funzione argomento. Nonostante tali accorgimenti non siamo riusciti a individuare una causa di errore attribuibile alla disposizione dei nostri dati rispetto al modello. Tenendo conto delle osservazioni qui riportate siamo costretti a dichiarare il nostro studio sulle fasi invalido.

2.2. Circuito RL

Similmente al circuito RC, nel caso di RL (in cui abbiamo utilizzato $R = 1k\Omega$) i moduli della fase di riferimento escono congruenti alla relazione descritta all'interno del modello.

ν [Hz]	ω	V_a [V]	V_b [V]	V_{a-b} [V]
20	3,18	2,94	2,78	0,24
50	7,96	2,94	2,76	0,28
100	15,91	2,96	2,76	0,32
300	47,75	2,96	2,76	0,56
500	79,57	3	2,72	0,88
800	127,32	2,96	2,6	1,2
1000	159,15	2,96	2,52	1,44
5000	795,77	3,08	1,16	2,88
10000	1591,54	3,04	0,68	3,12

Tabella 2

3. Circuito RLC

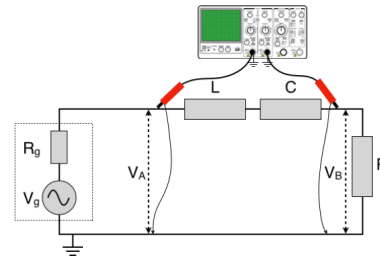


Figura 6

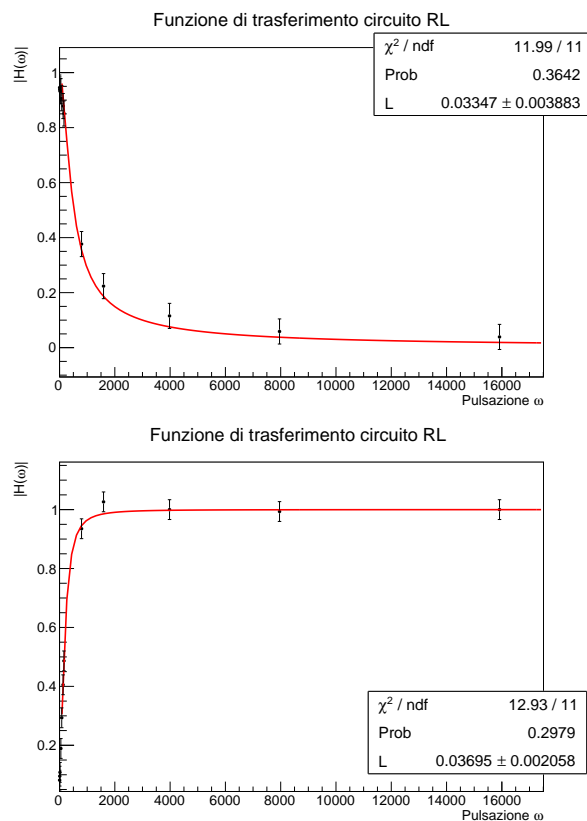


Figura 5

Abbiamo ricavato il valore di $L = (0,0346 \pm 0,0001)H$, che corrisponde all'induttanza, ma per le fasi siamo incappati nello stesso problema che avevamo riscontrato per il circuito RC e che rende invalido il nostro studio delle fasi. Il valore di L risulta accettabile in quanto nell'ordine della decina di mH .

Abbiamo arrangiato il circuito come in figura servendoci di una resistenza $R = 1k\Omega$. L'obiettivo della seconda parte dell'esperimento, similmente a prima, era lo studio della funzione di trasferimento e, attraverso il fit delle funzioni stesse, ricavare i valori dei parametri L e C. Come in precedenza, abbiamo diviso lo studio suddividendolo in analisi del modulo e analisi della fase.

ν [Hz]	ω	V_a [V]	V_b [V]	V_{a-b} [V]
5	0,80	3,04	2,6	1,2
15	2,39	3	2,76	0,48
25	3,98	3,08	2,8	0,4
30	4,77	3,04	2,8	0,4
35	5,57	3	2,8	0,4
45	7,16	3,04	2,8	0,32
60	9,55	3,08	2,4	0,4
80	12,73	3,04	2,8	0,32
100	15,92	3,04	2,8	0,32

Riportiamo di seguito i fit relativi ai moduli:

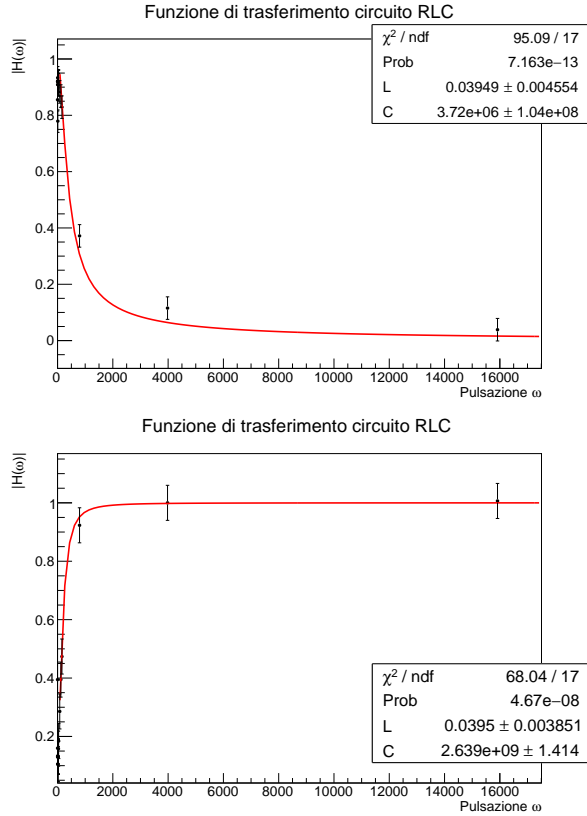


Figura 7

Com'è possibile osservare dai fit presentati, i dati presentano un χ^2 che indica un'incompatibilità tra modello e misure raccolte, ma fornisce stime sui parametri possibili, accettabili, in quanto dell'ordine di grandezza aspettato (decine di mHerny per l'induzione e nell'ordine dei μ Farad per la capacità).

I valori di C ed L sono riportati nei grafici.

Riteniamo che il modello non venga verificato, non a causa delle misure raccolte o a causa di errori nel modello, ma a causa di un possibile mal funzionamento nell'algoritmo usato per il fit di cui non riusciamo a venire a capo. Il fit, infatti, dovrebbe riportare una funzione a campana, ma, poiché essa presenta il massimo per frequenze molto basse, anche campionando con maggior frequenza in un intorno del massimo stesso è impossibile evidenziare una crescita di ripidità comparabile con la decrescita della funzione stessa. Anche rimuovendo dei punti all'estremità destra della funzione, la crescita rimane troppo piccola rispetto alla decrescita e viene evidenziata, inoltre, l'oscillazione del valore del modulo della funzione di trasferimento attorno alla Ω massima portando quindi il fit a presentare incompatibilità tra modello e misure raccolte.

Come nei casi precedenti lo studio sulla fase non risulta valido.

4. Discussione errori

A causa delle precedenti difficoltà riscontrate nell'utilizzare il rumore di fondo come errore, per questo esperimento abbiamo preso gli errori in maniera differente. Per l'errore sulla frequenza ci siamo serviti dello scarto tra il valore indicato sul generatore di onde sinusoidali e l'oscillatore. Come errore su V_i abbiamo preso la sensibilità dello strumento, in quanto abbiamo condotto la misura utilizzando i cursori; l'oscilloscopio, infatti, era in grado di adattare il proprio calibro per una lettura più precisa del segnale in entrata. Per le fasi, infine, abbiamo utilizzato la formula generale per la varianza con la correzione di Bessel tra la media dei valori ricavati per un determinato zero e i valori stessi. Abbiamo, infine, calcolato gli errori sui parametri L e C come media degli errori.

5. Conclusioni

Lo scopo dell'esperienza era quello di verificare come la funzione di trasferimento fosse in grado di studiare il funzionamento di un circuito soltanto in base alla frequenza e di ricavare i valori delle diverse componenti dalla funzione stesse. Per quanto concerne la parte dell'esperimento relativa ai circuiti RC ed RL, non siamo riusciti a risalire a una fonte di errore per l'incompatibilità tra il modello della fase e i dati raccolti; dubitiamo fortemente che l'errore possa essere legato alla procedura di misura, in quanto all'inizio dell'esperienza abbiamo compiuto una calibrazione delle sonde e durante gli esperimenti stessi ci siamo sempre accurati della correttezza del segnale ricevuto attraverso una valutazione qualitativa dell'andamento dell'ampiezza ricevuto dalla funzionalità MATH dell'oscilloscopio. Abbiamo, inoltre, tentato di ripetere i calcoli usando i massimi, anziché gli zeri, e abbiamo provato a non prendere la prima coppia di zeri disponibile, ma nessuno di questi metodi è riuscito a risolvere il nostro problema. Non siamo, quindi, riusciti a identificare la fonte di questo errore tra modello e dati presi e siamo quindi costretti a dichiarare non valida quella parte di esperimento. Al contrario, abbiamo ottenuto risultati soddisfacenti per il modello dato dal modulo della funzione di trasferimento, sia per il caso $V_a e V_b$ che per il caso $V_{a-b} e V_b$, con test del chi quadro accettabili per RC e RL.

Per RLC, invece, come accennato in precedenza, il χ^2 rivela incompatibilità tra modello e misure raccolte. Riteniamo, però, che questa inconciliabilità sia dovuto a un errore nell'esecuzione dell'algoritmo del fit dovuto alla posizione del massimo. Riteniamo che l'errore sia facilmente risolvibile ripetendo l'esperimento scegliendo componenti cir-

cuitali che ci permettano di osservare il massimo in una posizione più avanzata sulla scala delle Ω , conoscendo infatti la relazione tra la posizione del massimo e LC, cioè: $\Omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, è facile riorganizzare il circuito al fine di spostare il massimo in una posizione più comoda.