高数 1-2　14-15 A

一、选择题（每题 3 分，24 分）

1. 方程 $\frac{x}{z}=\ln\frac{z}{y}$ 确定了函数 $z=z\left(x,y\right)$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$ ____________

2. 函数 $f\left(x,y\right)=y^x$ 在点 $\left(1,e\right)$ 处的最大方向导数为______________________

3. 曲面 $e^{3z}-2xyz=e^3$ 在点 $M\left(0,-1,1\right)$ 处的切平面方程为_________

4. 交换二次积分 $I=\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y} f\left(x,y\right)dx$ 的积分次序，得 $I=$ __________

5. 设平面曲线 L 为圆周 $x^2+y^2=1$，则曲线积分 $\int_L \sqrt{x^2+y^2}ds=$ _________________

6. 设 Σ 是平面 $2x+3y+z=6$ 在第一卦限的部分，则 $\iint\limits_{\Sigma}\left(2x+3y+z-5\right)dS=$ ________

7. 幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n\cdot 3^n}$ 的收敛域为____________________

8. 二阶微分方程 $y''-6y'+9y=0$ 的通解为 ______________

二、选择题

1. 曲线 $x=2\cos t, y=2\sin t, z=4t$ 在 $t=\frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为（　　）

A. $\frac{x+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{y-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{z-4}{\pi}$　　B. $\frac{x-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}=\frac{y-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{z-4}{\pi}$

C. $x-y-2\sqrt{2}z+2\sqrt{2}\pi=0$　　D. $\sqrt{2}x+\sqrt{2}y+\pi\left(z-4\right)=0$

2. 函数 $f\left(x,y\right)$ 在点 $\left(x,y\right)$ 处偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$ 存在且连续是 $f\left(x,y\right)$ 在该点可微分的（　　）

A. 充分条件　B. 必要条件　C. 充要条件　D. 既非充分又非必要

3. $\int_0^2 dx\int_0^{\sqrt{4-x^2}}\left(x^2+y^2\right)dy$ 值等于（　　）

A. $\frac{\pi}{4}$　B. $\frac{\pi}{2}$　C. $\frac{3\pi}{4}$　D. π

4. 下列级数中条件收敛的是（　　）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^n\frac{n}{n+2}$　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^{n-1}}{\sqrt[3]{n^2}}$　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^n\sin\frac{\pi}{5^n}$

三. 解答题

1. 求函数 $f\left(x,y\right)=x^2\left(2+y^2\right)+y\ln y$ 的极值，并说明是极大值还是极小值？（7 分）

2. 设函数 $z=f\left(xy,\frac{1}{2}\left(x^2-y^2\right)\right)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$， $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.（7 分）

3. 计算二重积分 $\iint\limits_D xyd\sigma$，其中积分区域 D： $0<y<\sqrt{x-x^2}$.（7 分）

4. 将函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{x^2-3x+2}$ 展开成 $x-3$ 的幂级数，并写出可展区间.（7 分）

5. 求微分方程 $\left(2y-x\ln x\right)dx+xdy=0$ 满足初始条件 $y\big|_{x=1}=-\frac{1}{9}$ 的特解. （7 分）

6. 求微分方程 $y''-3y'+2y=2xe^x$ 的通解. （8 分）

7. 计算曲线积分 $I=\int_L\left(xy-x^2\cos 3y\right)dx+\left(1+x^3\sin 3y\right)dy$，其中 L 由点 $O\left(0,0\right)$ 沿着曲线到 $y=\sqrt{x}$ 到点 $A\left(1,1\right)$ 再沿直线 $x=1$ 到点 $B\left(1,0\right)$.（8 分）

8. 计算曲面积分 $I=\oiint\limits_{\Sigma} xz^2dydz+x^2ydzdx-zx^2dxdy$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=z$ 的外侧. （7 分）

9.设函数 $f\left(t\right)$ 在 $\left[0,+\infty\right)$ 上连续，且满足方程 $f\left(t\right)=e^{4\pi t^2}+\iint\limits_{x^2+y^2\le 4t^2} f\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy$

求 $f\left(t\right)$.