Adjunción de la conjunción IC

$$\frac{a \quad b}{a \wedge b}$$

Eliminación de la conjunción EC

EC1 $\dfrac{a \wedge b}{a}$ EC2 $\dfrac{a \wedge b}{b}$

Eliminación de la implicancia EI

$$\frac{a \quad a \to b}{b}$$

Modus Tollens MT

$$\frac{a \to b \quad \sim b}{\sim a}$$

Adjunción de implicancia II

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} a \\ \vdots \\ b \end{array}}}{a \to b}$$

a → supuesto

→ alcance

Todo lo que está en la caja vive en la caja.

Adjunción de doble negación IDN

$$\frac{a}{\sim\sim a}$$

Eliminación de doble negación EDN

$$\frac{\sim\sim a}{a}$$

Adjunción de la disyunción ID

$$\frac{a}{a \vee b}, \qquad \frac{b}{a \vee b},$$

Eliminación de la disyunción ED

$$\frac{a \vee b \qquad \boxed{\begin{array}{c} a \\ \vdots \\ x \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} b \\ \vdots \\ x \end{array}}}{x}$$

Adjunción de la negación IN

$$\boxed{\begin{array}{c} a \\ \vdots \\ \perp \end{array}}$$
$$\sim a$$

Eliminación de la negación EN

$$\frac{a \quad \sim a}{\perp}$$

Demostración por contradicción DPCo

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} \sim a \\ \vdots \\ \perp \end{array}}}{a}$$

Eliminación de contradicción ECo

$$\frac{\perp}{a}$$

## DPR (Demostración por Resolución)

$\Sigma \models \varphi$

$\Sigma \models \varphi \longleftrightarrow \Sigma \cup \{\sim\varphi\}$ es inconsistente

1. Se transforma a FNC

## Lógica de primer orden

Tiene objetos, predicados y funciones/relaciones.

$\sim\forall x\, p(x) = \exists x \sim p(x)$

$\sim\exists x\, p(x) = \forall x \sim p(x)$

$\forall x\, p(x) = \sim\exists x \sim p(x)$

$\exists x\, p(x) = \sim\forall x \sim p(x)$

$\sim\forall x\,(p(x) \rightarrow q(x)) = \exists x \sim (p(x) \rightarrow q(x))$

$\quad = \exists x\,(p(x) \wedge \sim q)$

$\forall x\,(p(x) \rightarrow \sim q(x)) = \sim\exists x \sim (p(x) \rightarrow \sim q(x))$

$\quad = \sim\exists x\,(p(x) \wedge q(x))$

$\forall x\,(p(x) \wedge q(x)) = \forall x\, p(x) \wedge \forall x\, q(x)$

$\exists x\,(p(x) \vee q(x)) = \exists x\, p(x) \vee \exists x\, q(x)$

## Forma Normal Conjuntiva

EsPar(mult(x,y)) ∧ (~EsImpar(x) ∨ ~EsImpar(y))

## Forma Normal Disyuntiva

~EsPar(mult(x,y)) ∨ (EsImpar(x) ∧ EsImpar(y))

## Forma Normal Rectificada

- Ninguna variable aparece ligada y libre a la vez.
- Cada cuantificador actúa sobre una variable distinta.

## Forma Normal Prenex

- Los cuantificadores solo están al comienzo.

## Forma Normal de Skolem

- Como FNP pero sin existenciales.

## Unificación

- Se asigna valor a una variable.

$Q(y)\{y/Homero\} = Q(Homero)$

## Método de Resolución

Para cada $i \leq n$:

- $C_i \in \Sigma$
- $C_i$ es tautología
- $C_i$ es obtenido por aplicación de regla de resolución a partir de $C_i$ y $C_k$.

## Lógica difusa

Un conjunto difuso A se caracteriza por su función de pertenencia o membresía:

$\mu_A : U \to [0,1]$

Esta función asigna a cada elemento de U un valor de pertenencia entre 0 y 1.

Cuanto más cerca x esté del valor 1, mayor será la pertenencia del objeto x al conjunto A.

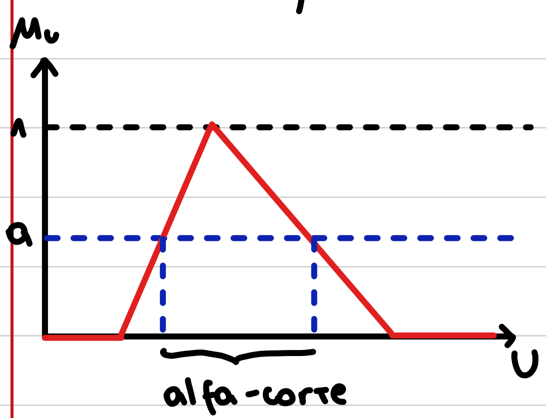
$A = \{\underbrace{\mu_A(x)}_{\text{Grado de pertenencia}} / \underbrace{x}_{\text{Elemento}} \mid x \in U\}$

## Características

$A = (U, \mu_U)$

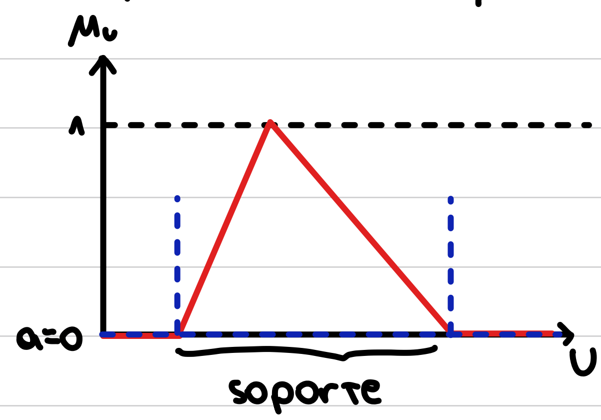
- Alfa-Corte:

$A_a = \{x \in U \mid \mu_U(x) \geq a\}$



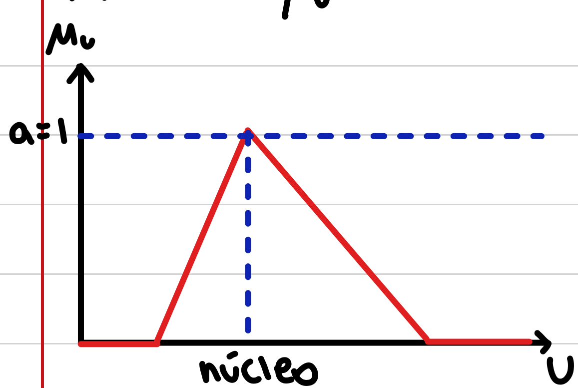

- Soporte:

$Soporte(A) = \{x \in U \mid \mu_U(x) > 0\}$




- Núcleo:

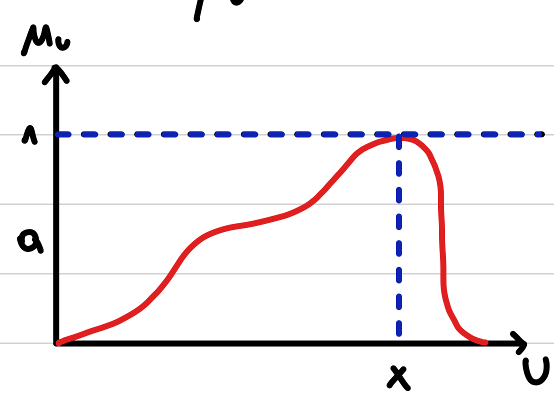
$A_1 = \{x \in U \mid \mu_U(x) = 1\}$




Núcleo ⊂ Soporte

- Conjunto Normalizado:

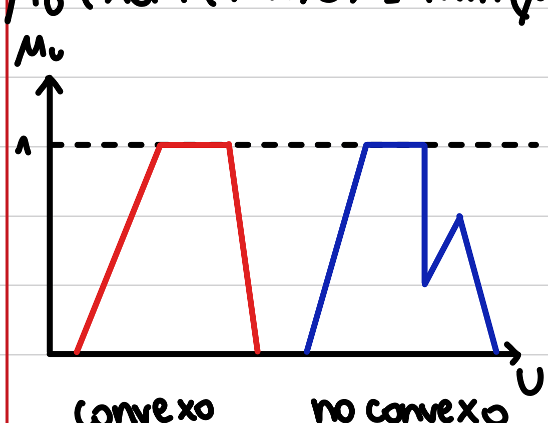
$\exists x \in U \; \mu_U(x) = 1$



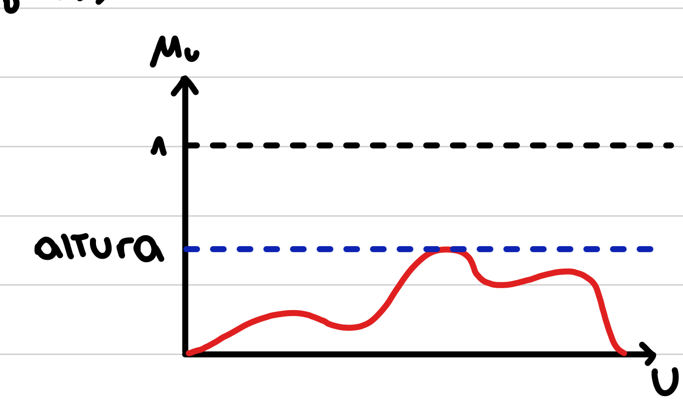

- Convexidad:

$\forall a, b \in U, \forall \lambda \in [0,1];$

$\mu_U(\lambda a + (1-\lambda)b) \geq \min(\mu_U(a), \mu_U(b))$




- Altura:



## Conectivos lógicos

Negación $(\sim p)$ : $\mu_{\sim A}(u) = 1 - \mu_A(u)$

Conjunción $(p \wedge q)$ : $\mu_{A \wedge B}(u) = \text{mín}\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$

Disyunción $(p \vee q)$: $\mu_{A \vee B}(u) = \text{máx}\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$

## Aplicación de Mamdani

$p \to q \equiv p \wedge q \to \mu_{p \to q}(u,v) = \text{mín}(\mu_A(u), \mu_B(v))$

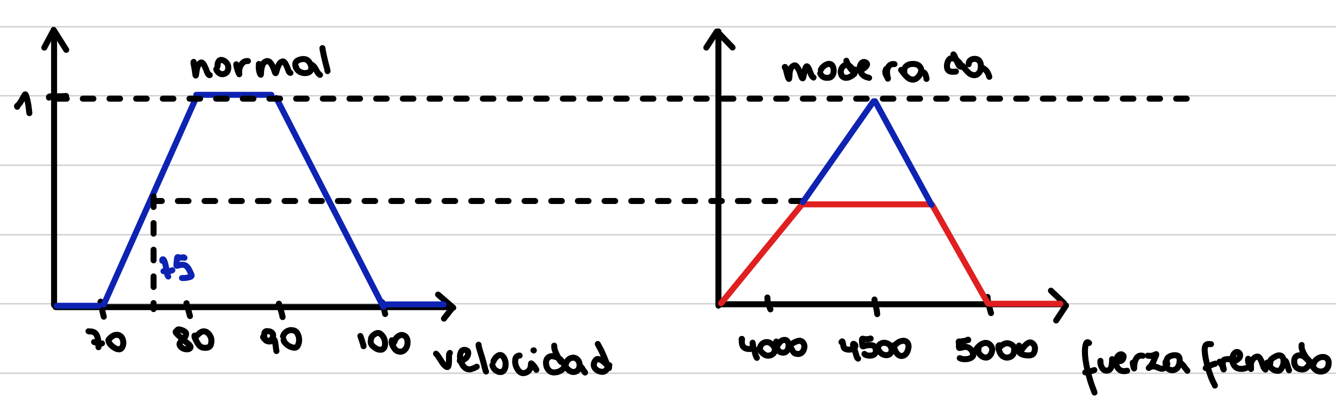
## Inferencia difusa con antecedentes nítidos

- Tenemos regla difusa $p \to q$ , $p^*$
- La conclusión será un hecho difuso $q^*$, del cual se quiere saber su grado de pertenencia.

Si velocidad es normal → la fuerza de frenado es moderada.
$p^*$ = La velocidad es 75 Km/h

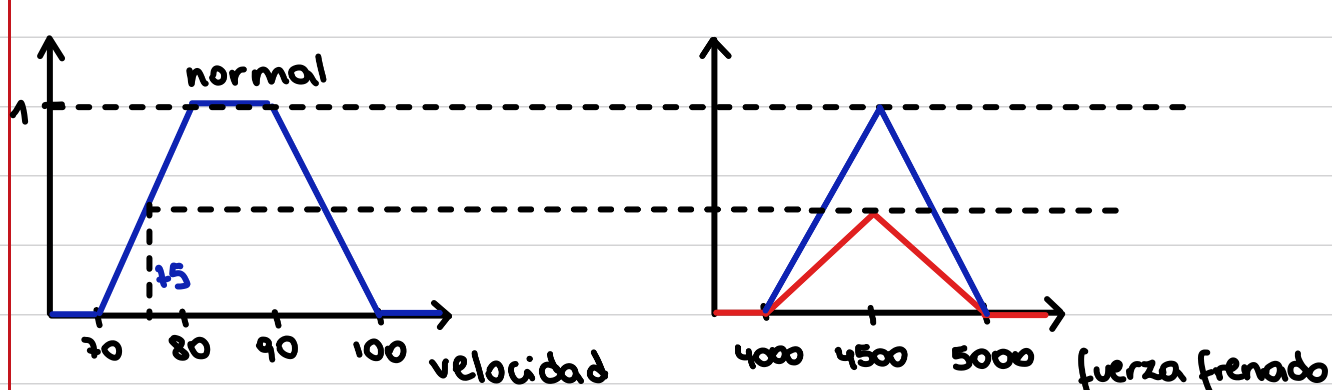
- Inferencia tipo máx, mín

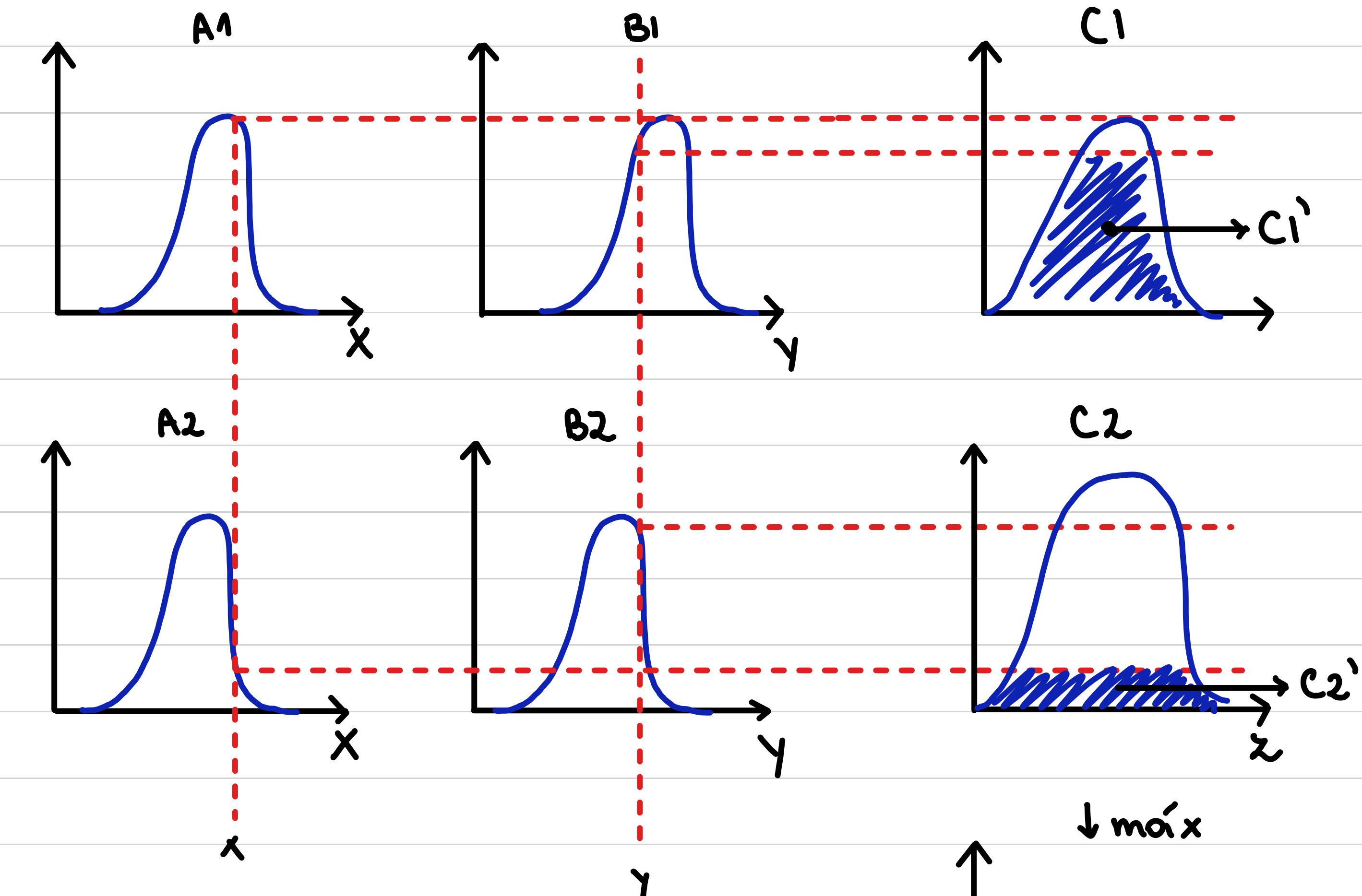
$\mu_{B*}(y) = \text{mín}\{\mu_A(75), \mu_B(v)\}$

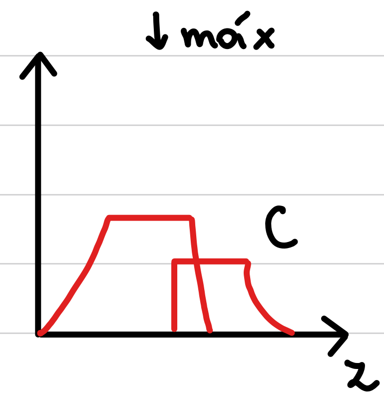



- Inferencia tipo máx-prod

$\mu_{B*}(y) = \text{prod}(\mu_A(75), \mu_B(y))$






R1: Si "x es A1" y "y es B1"
entonces "z es $C_1$"

R2: Si "x es A2" y "y es B2"
entonces "z es C2"