Trabajo Práctico 1
Análisis de Lenguajes de Programación

Agustin Fernandez y Ramiro Gatto

17/9/2024

1. Ejercicio 1

Para este ejercicio lo que se hizo fue modificar parte de las sintaxis abstracta y concreta, las partes que se modificaron fueron unicamente el intexp en ambos, quedando.

Sintaxis Abstracta

$$
\begin{aligned}
intexp ::= &\ nat \mid var \mid\ -_u\, intexp \\
&\mid intexp + intexp \\
&\mid var\ {+}{+} \\
&\mid var\ {-}{-} \\
&\mid intexp -_b intexp \\
&\mid intexp \times intexp \\
&\mid intexp \div intexp
\end{aligned}
$$

Sintaxis Concreta

$$
\begin{aligned}
intexp ::= &\ nat \mid var \\
&\mid var\ \text{'++'} \\
&\mid var\ \text{'}{-}{-}\text{'} \\
&\mid var \\
&\mid\ \text{'}{-}\text{'}\ intexp \\
&\mid intexp\ \text{'+'}\ intexp \\
&\mid intexp\ \text{'}{-}\text{'}\ intexp \\
&\mid intexp\ \text{'}{*}\text{'}\ intexp \\
&\mid intexp\ \text{'/'}\ intexp \\
&\mid \text{'('}intexp\text{')'}
\end{aligned}
$$

2. Ejercicio 4

$$\frac{x \in \operatorname{dom} \sigma}{\langle x\texttt{++}, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma x + \mathbf{1}, [\sigma | x : \sigma x + \mathbf{1}]\rangle}\ \text{VarInc}$$

$$\frac{x \in \operatorname{dom} \sigma}{\langle x\texttt{--}, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma x - \mathbf{1}, [\sigma | x : \sigma x - \mathbf{1}]\rangle}\ \text{VarDec}$$

3. Ejercicio 5

Probamos que la relación $\rightsquigarrow$ es determinista, para ello usamos Inducción en la derivación t $\rightsquigarrow$ t'.
Se tiene que la propiedad a probar seria:

$$\begin{array}{c} t \rightsquigarrow t' \\ t \rightsquigarrow t'' \end{array} \quad \Rightarrow \quad t' = t''$$

- Caso Base (Ultima regla utilizada Ass)
  Sabemos que:
  - $\langle e, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} \langle n, \sigma'\rangle$
  - $t = \langle v = e, \sigma\rangle$
  - $t' = \langle \textbf{skip}, [\sigma'|v : n]\rangle$

  Entonces como solo se le puede aplicar a t Ass y por ser $\Downarrow_{exp}$ determinista se tiene que $t' = t''$

- Caso Base (Ultima regla utilizada Seq1)
  Sabemos que:
  - $t = \langle c_0; c_1, \sigma\rangle$
  - $t' = \langle c_0'; c_1, \sigma\rangle$

  Entonces solo se pueden usar dos reglas, Seq1 y Seq2; pero para poder usar Seq2 debe haber regla que verifique: $\langle Skip, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle C_0', \sigma'\rangle$.
  Pero dicha regla no existe, lo que implica que solo se puede aplicar Seq1
  $\therefore$ Como $\Downarrow_{exp}$ determinista, $t' = t''$

- Caso Base (Ultima regla utilizada If1)
  Sabemos que:
  - $\langle b, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} \langle \textbf{true}, \sigma'\rangle$
  - $t = \langle \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, c_0\, \textbf{else}\, c_1, \sigma\rangle$
  - $t' = \langle c_0, \sigma\rangle$

Entonces solo se pude usar dos reglas para obtener t'', If1 e If2; pero si se usara If2 se tendría que: $\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \langle \mathbf{false}, \sigma' \rangle$. Pero esto contradecir que $\Downarrow_{exp}$ determinista.
Por lo tanto solo se pudo haber usado If1, pero como $\Downarrow_{exp}$ determinista se tiene que $t' = t''$

- Caso Base (Ultima regla utilizada If2)
  Análogo al caso If1

- Caso Base (Ultima regla utilizada Repeat)
  Sabemos que:

  - $t = \langle \mathbf{repeat}\, c\, \mathbf{until}\, b, \sigma \rangle$
  - $t' = \langle c; \mathbf{if}\, b\, \mathbf{then\ skip\ else\ repeat}\, c\, \mathbf{until}\, b, \sigma \rangle$

  Tenemos que solo se pude aplicar una regla a t, la cual es repeat
  $\therefore$ Se concluye que $t' = t''$

- Caso Inductivo (Ultima regla utilizada Seq2)
  Sabemos que:

  - $\langle c_0, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c_0', \sigma \rangle$
  - $t = \langle c_0; c_1, \sigma \rangle$
  - $t' = \langle c_0'; c_1, \sigma \rangle$

  Tenemos entonces dos casos posibles

  - Se utilizo Seq1
    - $t'' = \langle c_1, \sigma \rangle$
    - $t = \langle \mathbf{skip}, \sigma \rangle$

    Pero esto seria un absurdo, ya que se tendría que t tiene dos formas distintas. $\therefore$ *Abs*!!!
  - Se utilizo Seq2
    - $t'' = \langle k_0; c_1, \sigma'' \rangle$

    Por la por la forma de Seq2 se tiene que
    $\langle c_0, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle k_0, \sigma'' \rangle$
    Luego por la HI se tiene, $\langle c_0, \sigma' \rangle = \langle k_0, \sigma'' \rangle$
    $\therefore t' = t''$

4. Ejercicio 6

Quiero probar que estos programas son semánticamente equivalentes:

a)
`x=x+1`
`y=x`

b)
`y=x++`

Se asume que σ es un estado tal que $x \in \operatorname{dom}\sigma$.

a)

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{x \in \operatorname{dom}\sigma}{\langle x,\sigma\rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma\ x, \sigma\rangle}\textsc{Var} \qquad \dfrac{}{\langle 1,\sigma\rangle \Downarrow_{exp} \langle \mathbf{1}, \sigma\rangle}\textsc{NVal}}{\langle x+1,\sigma\rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma\ x+\mathbf{1}, \sigma\rangle}\textsc{Plus}}{\langle x = x+1, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle}\textsc{Ass}}{\langle x = x+1; y = x, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}; y = x, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle}\textsc{Seq}_2$$

$$\dfrac{}{\langle \mathbf{skip}; y = x, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle \rightsquigarrow \langle y = x, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle}\textsc{Seq}_1$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{x \in \operatorname{dom} x}{x \in \operatorname{dom}[\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]}\text{Def } [\sigma|v:e]}{\langle x, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma x + \mathbf{1}, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle}\textsc{Var}}{\langle y = x, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma\ x + \mathbf{1}, x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle}\textsc{Ass}$$

Se tiene entonces que:
$\langle x = x+1; y = x, \sigma\rangle$
$\rightsquigarrow$
$\langle \mathbf{skip}; y = x, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle$
$\rightsquigarrow$
$\langle y = x, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]$
$\rightsquigarrow$
$\langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma\ x + \mathbf{1}, x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle$

Por lo tanto: $\langle x = x+1; y = x, \sigma\rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma\ x + \mathbf{1}, x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle$

b)
Se tiene la siguiente derivación para `++`

$$\frac{x \in \operatorname{dom}\sigma}{\langle x\texttt{++}, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma\ x + \mathbf{1}, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle}\ \textsc{VarInc}$$

Por lo tanto:

$$\dfrac{\dfrac{x \in \operatorname{dom}\sigma}{\langle x\texttt{++}, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma\ x + \mathbf{1}, [\sigma \mid x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle}\ \textsc{VarInc}}{\langle y = x\texttt{++}, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma\ x + \mathbf{1},\ x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle}\ \textsc{Ass}$$

Como
$\langle x = x + 1; y = x, \sigma\rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma\ x + \mathbf{1}, x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle$
y
$\langle y = x\texttt{++}, \sigma\rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma\ x + \mathbf{1},\ x : \sigma\ x + \mathbf{1}]\rangle$
Se tiene que ambos programas son semánticamente equivalentes.