

Trabajo Práctico 1

Análisis de Lenguajes de Programación

Agustín Fernández Bergé y Ramiro Gatto
Legajos: F-3726/5 y G-5803/3

17/9/2024

1. Ejercicio 1

Para este ejercicio lo que se hizo fue modificar parte de las sintaxis abstracta y concreta, las partes que se modificaron fueron unicamente el *intexp* en ambos, quedando.

Sintaxis Abstracta

$$\begin{aligned} \textit{intexp} ::= & \textit{nat} \mid \textit{var} \mid -_u \textit{intexp} \\ & \mid \textit{intexp} + \textit{intexp} \\ & \mid \textit{var} ++ \\ & \mid \textit{var} -- \\ & \mid \textit{intexp} -_b \textit{intexp} \\ & \mid \textit{intexp} \times \textit{intexp} \\ & \mid \textit{intexp} \div \textit{intexp} \end{aligned}$$

Sintaxis Concreta

$$\begin{aligned} \textit{intexp} ::= & \textit{nat} \mid \textit{var} \\ & \mid \textit{var} \text{'++'} \\ & \mid \textit{var} \text{'--'} \\ & \mid \textit{var} \\ & \mid \text{'-'} \textit{intexp} \\ & \mid \textit{intexp} \text{'+'} \textit{intexp} \\ & \mid \textit{intexp} \text{'-'} \textit{intexp} \\ & \mid \textit{intexp} \text{'*'} \textit{intexp} \\ & \mid \textit{intexp} \text{'/'} \textit{intexp} \\ & \mid \text{'('} \textit{intexp} \text{'')} \end{aligned}$$

2. Ejercicio 4

$$\frac{x \in \text{dom } \sigma}{\langle x++, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma x + \mathbf{1}, [\sigma|x : \sigma x + \mathbf{1}] \rangle} \text{VarInc}$$

$$\frac{x \in \text{dom } \sigma}{\langle x--, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma x - \mathbf{1}, [\sigma|x : \sigma x - \mathbf{1}] \rangle} \text{VarDec}$$

3. Ejercicio 5

Probamos que la relación \rightsquigarrow es determinista, para ello usamos Inducción en la derivación $t \rightsquigarrow t'$.

Se tiene que la propiedad a probar seria:

$$\begin{array}{l} t \rightsquigarrow t' \\ t \rightsquigarrow t'' \end{array} \Rightarrow t' = t''$$

- Caso Base (Ultima regla utilizada Ass)

Sabemos que:

- $\langle e, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \langle n, \sigma' \rangle$
- $t = \langle v = e, \sigma \rangle$
- $t' = \langle \mathbf{skip}, [\sigma' | v : n] \rangle$

Entonces como solo se le puede aplicar a t Ass y por ser \Downarrow_{exp} determinista se tiene que $t' = t''$

- Caso Base (Ultima regla utilizada Seq1)

Sabemos que:

- $t = \langle c_0; c_1, \sigma \rangle$
- $t' = \langle c'_0; c_1, \sigma \rangle$

Entonces solo se pueden usar dos reglas, Seq1 y Seq2; pero para poder usar Seq2 debe haber regla que verifique: $\langle \mathbf{Skip}, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle C'_0, \sigma' \rangle$.

Pero dicha regla no existe, lo que implica que solo se puede aplicar Seq1 \therefore Como \Downarrow_{exp} determinista, $t' = t''$

- Caso Base (Ultima regla utilizada If1)

Sabemos que:

- $\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \langle \mathbf{true}, \sigma' \rangle$
- $t = \langle \mathbf{if } b \mathbf{ then } c_0 \mathbf{ else } c_1, \sigma \rangle$
- $t' = \langle c_0, \sigma \rangle$

Entonces solo se pude usar dos reglas para obtener t'' , If1 e If2; pero si se usara If2 se tendría que: $\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \langle \mathbf{false}, \sigma' \rangle$. Pero esto contradecir que \Downarrow_{exp} determinista.

Por lo tanto solo se pudo haber usado If1, pero como \Downarrow_{exp} determinista se tiene que $t' = t''$

- Caso Base (Ultima regla utilizada If2)
Análogo al caso If1
- Caso Base (Ultima regla utilizada Repeat)
Sabemos que:

- $t = \langle \mathbf{repeat} \ c \ \mathbf{until} \ b, \sigma \rangle$
- $t' = \langle c; \mathbf{if} \ b \ \mathbf{then} \ \mathbf{skip} \ \mathbf{else} \ \mathbf{repeat} \ c \ \mathbf{until} \ b, \sigma \rangle$

Tenemos que solo se pude aplicar una regla a t, la cual es repeat
 \therefore Se concluye que $t' = t''$

- Caso Inductivo (Ultima regla utilizada Seq2)
Sabemos que:

- $\langle c_0, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c'_0, \sigma \rangle$
- $t = \langle c_0; c_1, \sigma \rangle$
- $t' = \langle c'_0; c_1, \sigma \rangle$

Tenemos entonces dos casos posibles

- Se utilizo Seq1
 - $t'' = \langle c_1, \sigma \rangle$
 - $t = \langle \mathbf{skip}, \sigma \rangle$

Pero esto seria un absurdo, ya que se tendría que t tiene dos formas distintas. $\therefore Abs!!!$

- Se utilizo Seq2
 - $t'' = \langle k_0; c_1, \sigma'' \rangle$

Por la forma de Seq2 se tiene que

$$\langle c_0, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle k_0, \sigma'' \rangle$$

Luego por la HI se tiene, $\langle c_0, \sigma' \rangle = \langle k_0, \sigma'' \rangle$

$$\therefore t' = t''$$

4. Ejercicio 6

Quiero probar que estos programas son semánticamente equivalentes:

a)
 $x = x + 1$
 $y = x$

b)
 $y = x++$

Se asume que σ es un estado tal que $x \in \text{dom } \sigma$.

a)

$$\begin{array}{c}
 \frac{x \in \text{dom } \sigma}{\langle x, \sigma \rangle \Downarrow_{\text{exp}} \langle \sigma \ x, \sigma \rangle} \text{VAR} \quad \frac{}{\langle 1, \sigma \rangle \Downarrow_{\text{exp}} \langle \mathbf{1}, \sigma \rangle} \text{NVAL} \\
 \hline
 \frac{}{\langle x + 1, \sigma \rangle \Downarrow_{\text{exp}} \langle \sigma \ x + \mathbf{1}, \sigma \rangle} \text{PLUS} \\
 \hline
 \frac{}{\langle x = x + 1, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle} \text{ASS} \\
 \hline
 \frac{}{\langle x = x + 1; y = x, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}; y = x, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle} \text{SEQ}_2 \\
 \hline
 \frac{}{\langle \mathbf{skip}; y = x, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle \rightsquigarrow \langle y = x, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle} \text{SEQ}_1 \\
 \hline
 \frac{x \in \text{dom } x}{x \in \text{dom}[\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}]} \text{Def } [\sigma \mid v : e] \\
 \hline
 \frac{}{\langle x, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle \Downarrow_{\text{exp}} \langle \sigma x + \mathbf{1}, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle} \text{VAR} \\
 \hline
 \frac{}{\langle y = x, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma \ x + \mathbf{1}, x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle} \text{ASS}
 \end{array}$$

Se tiene entonces que:

$$\begin{array}{l}
 \langle x = x + 1; y = x, \sigma \rangle \\
 \rightsquigarrow \\
 \langle \mathbf{skip}; y = x, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle \\
 \rightsquigarrow \\
 \langle y = x, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle \\
 \rightsquigarrow \\
 \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma \ x + \mathbf{1}, x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle
 \end{array}$$

Por lo tanto: $\langle x = x + 1; y = x, \sigma \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma \ x + \mathbf{1}, x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle$

b)

Se tiene la siguiente derivación para ++

$$\frac{x \in \text{dom } \sigma}{\langle x++, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma \ x + \mathbf{1}, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle} \text{VARINC}$$

Por lo tanto:

$$\frac{\frac{x \in \text{dom } \sigma}{\langle x++, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \langle \sigma \ x + \mathbf{1}, [\sigma \mid x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle} \text{VARINC}}{\langle y = x++, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma \ x + \mathbf{1}, x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle} \text{ASS}$$

Como

$$\langle x = x + 1; y = x, \sigma \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma \ x + \mathbf{1}, x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle$$

$$\stackrel{y}{\langle y = x++, \sigma \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{skip}, [\sigma \mid y : \sigma \ x + \mathbf{1}, x : \sigma \ x + \mathbf{1}] \rangle}$$

Se tiene que ambos programas son semánticamente equivalentes.