



LABORATOIRE
LIEUX IDENTITÉS
ESPACES & ACTIVITÉS
UMR 6240 LISA



Jumeaux numériques

Atelier 2

Forum des mathématiques 2025



JUMEAU NUMÉRIQUE

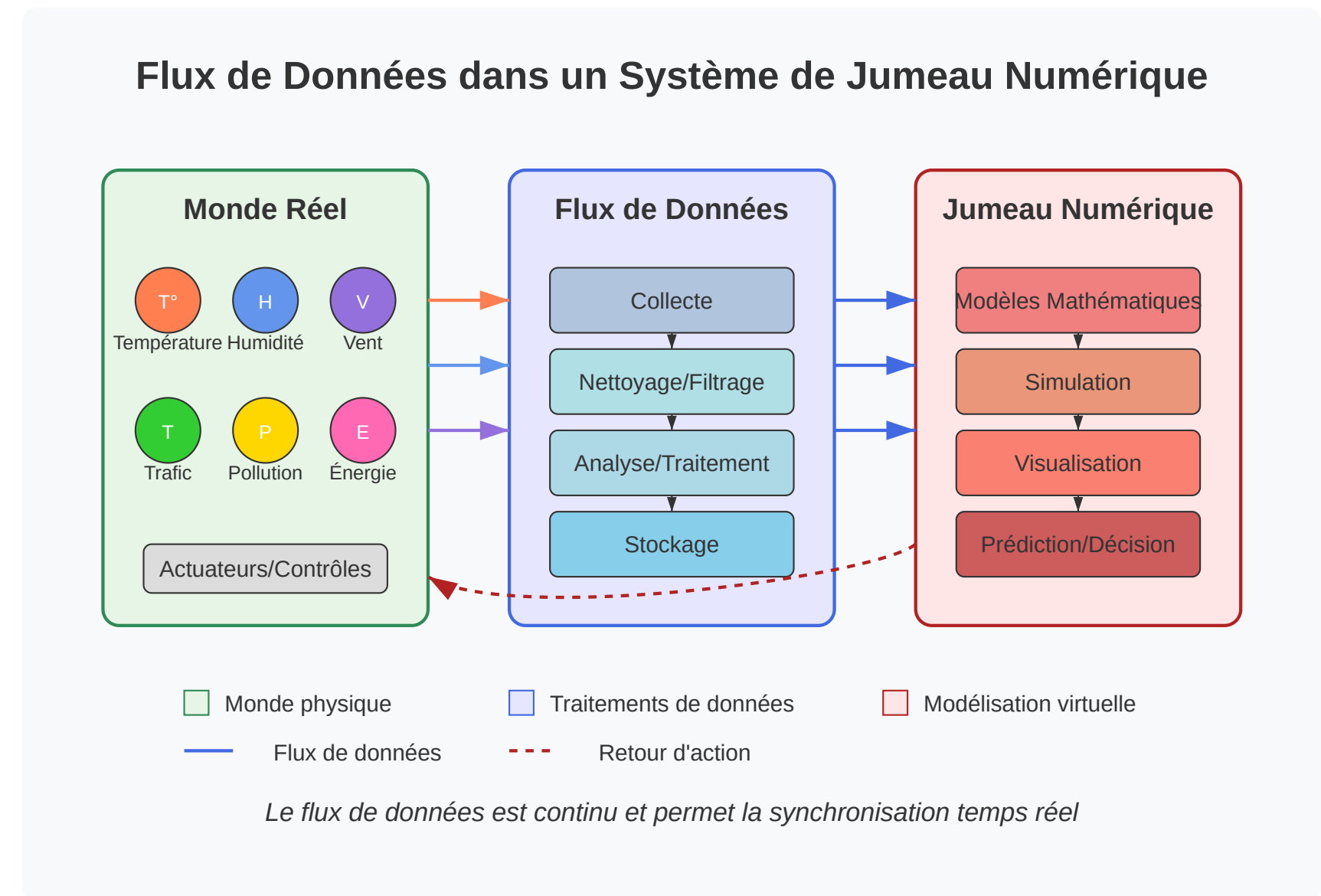
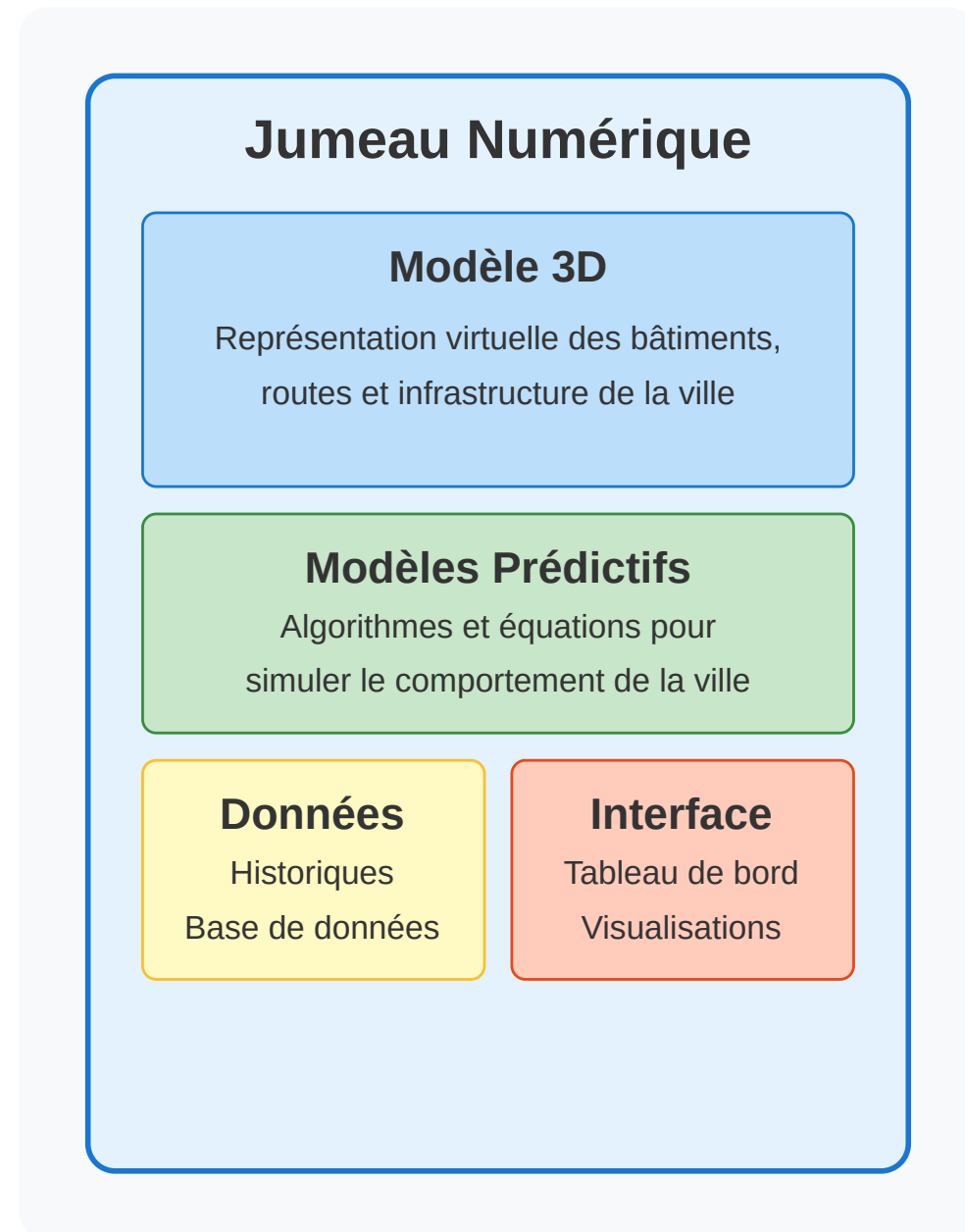
Une réplique virtuelle d'un système physique

Introduit pour la première fois par la NASA, lors de la mission Apollo 13

Il a pour but :

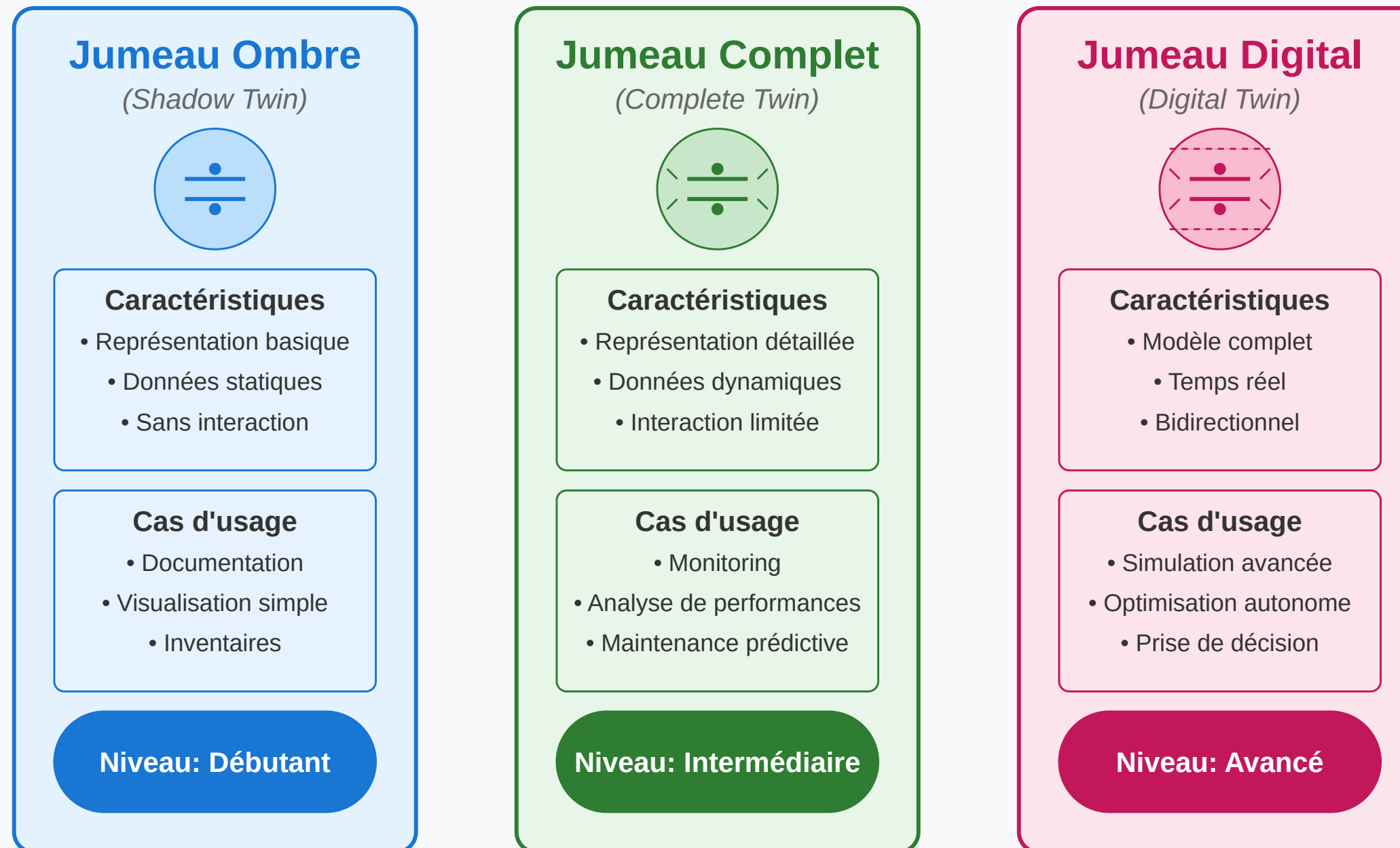
- d'aider à la prise de décision
- d'optimiser les processus
- de simuler des événements

Structure et flux de données d'un jumeau numérique



Types de Jumeaux Numériques

Complexité et fonctionnalités croissantes



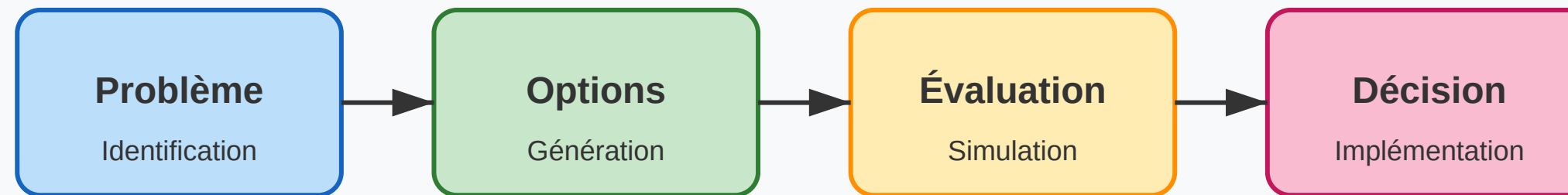
■
Unidirectionnelle
(lecture seule)

⊥
Semi-bidirectionnelle
(feedback limité)

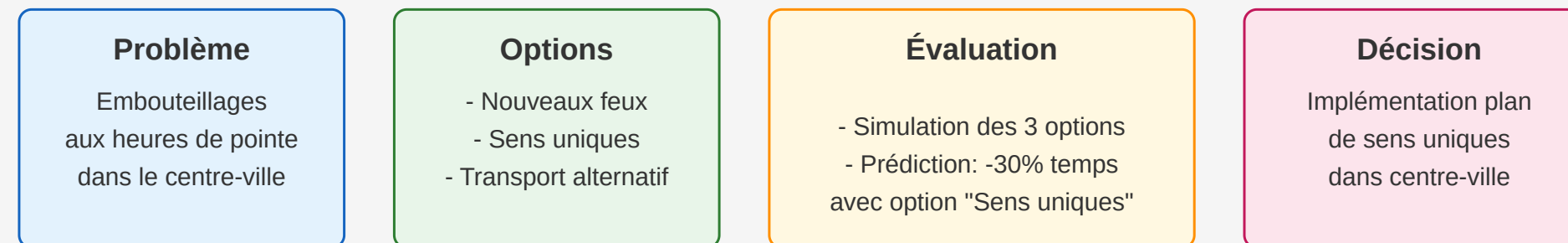
⊕
Bidirectionnelle
(synchronisation totale)

Aide à la Décision avec un Jumeau Numérique

Processus de Décision



Scénario : Optimisation du Trafic Urbain



Avantages du Jumeau Numérique pour la Décision



Cadre mathématique des jumeaux numériques



Les jumeaux numériques utilisent divers principes mathématiques au cours de leur fonctionnement :



- Normalisation (phase d'acquisition)
- Modélisation stochastique (phase d'interprétation)
- Apprentissage automatique (phase de renforcement)

Modélisation



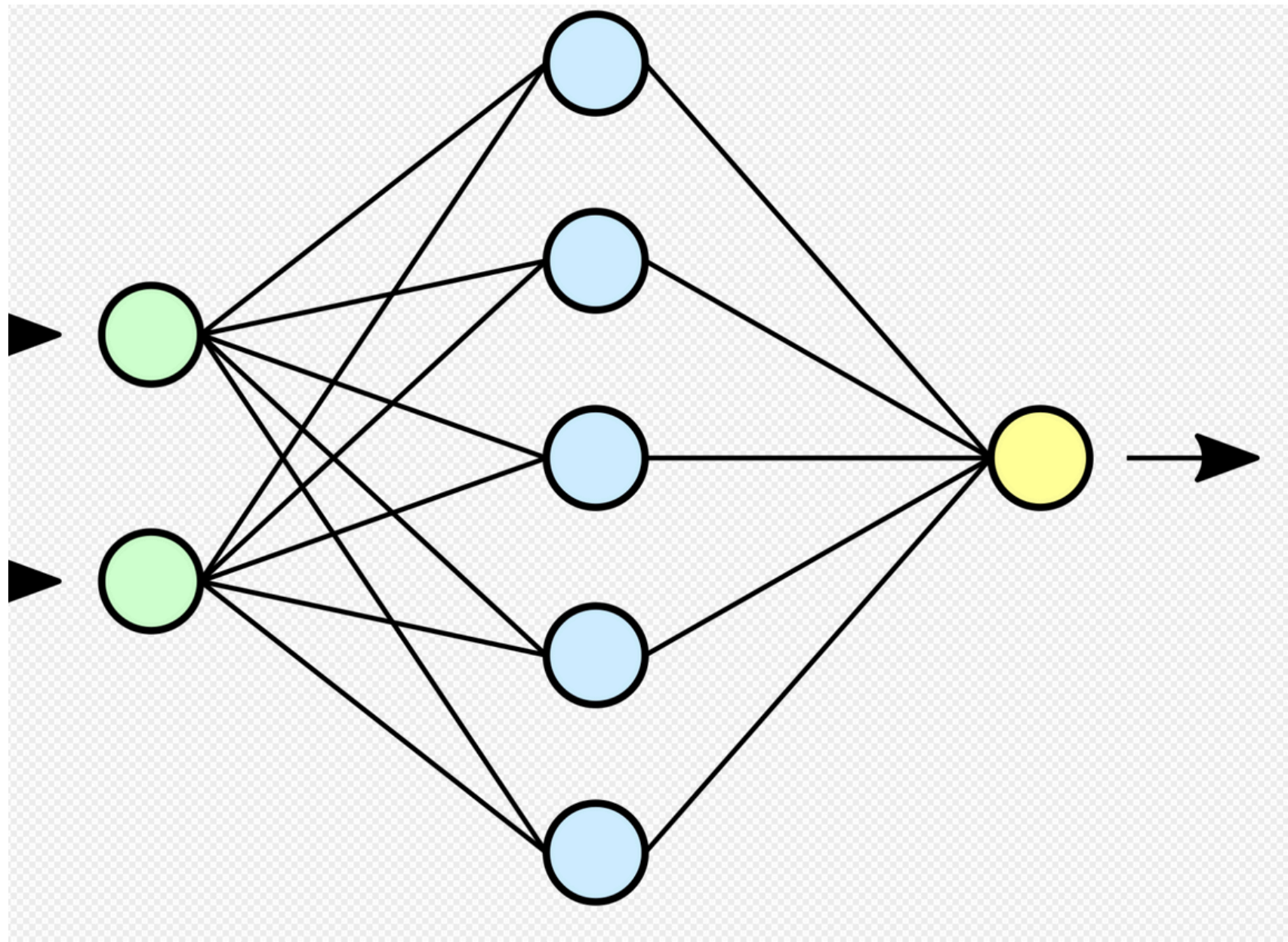
Applications :

- Outil d'analyse des phénomènes réels dans diverses disciplines scientifiques (chimie, physique, informatique, météorologie, sciences de la vie)
- Permet de prévoir des résultats en appliquant une ou plusieurs théories mathématiques
- Fonctionne à un niveau d'approximation défini
- Établit un pont entre les concepts théoriques et les applications pratiques
- Facilite la compréhension de systèmes complexes grâce à leur représentation simplifiée

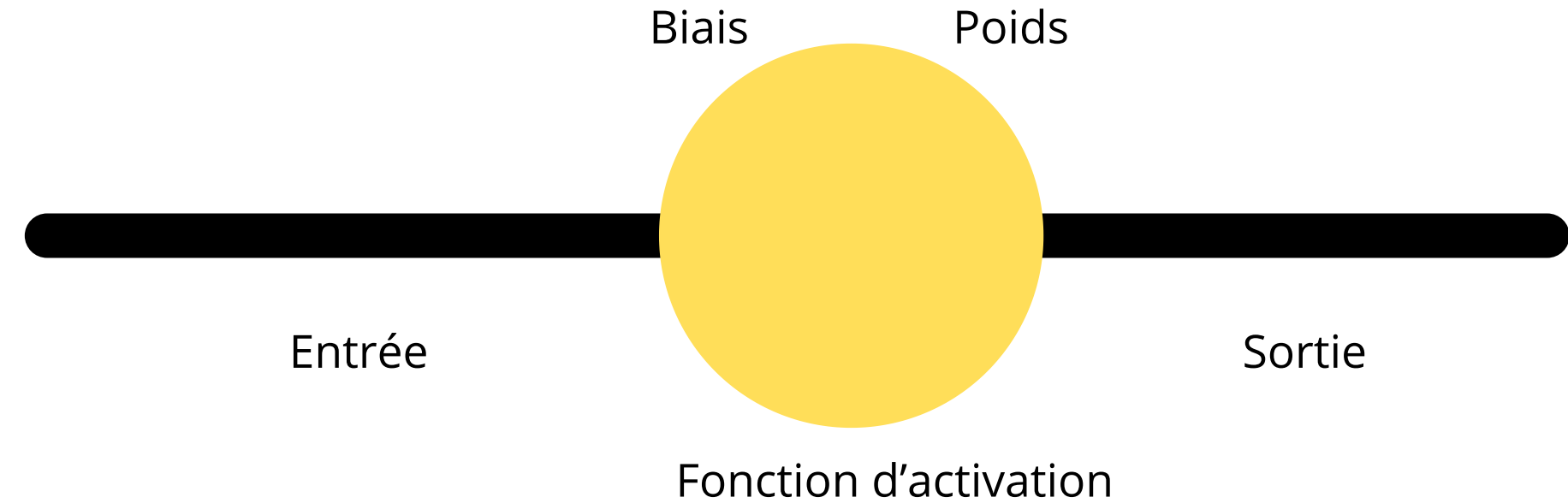
- Filtre de kalman
- Propagation des incertitude
- Méthode de monte carlo
- Optimisation et recherche opérationnelle
- Modèles prédictifs et séries temporelles



ARCHITECTURE NEURONALE POUR LA MODÉLISATION PRÉDICTIVE



- NEURONE ARTIFICIEL: UNITÉ DE CALCUL ÉLÉMENTAIRE
- COUCHES: ENTRÉE, CACHÉES, SORTIE
- POIDS SYNAPTIQUES: PARAMÈTRES AJUSTABLES



FONCTIONS D'ACTIVATION



Définition: les fonctions d'activation introduisent des non-linéarités dans le réseau, permettant l'apprentissage de relations complexes.

Fonction ReLU: $f(x) = \max(0, x)$

Permet de résoudre le problème de vanishing gradient
Calcul simple et efficace

Fonction Sigmoid: $f(x) = 1/(1 + e^{(-x)})$

Sortie bornée entre 0 et 1
Utile pour les problèmes de classification binaire

Représentation mathématique du neurone: $y = f(\sum w_i \times x_i + b)$



Optimisation des réseaux de neurones par rétropropagation

Définition: La rétropropagation est un algorithme permettant d'ajuster les poids d'un réseau de neurones en propageant l'erreur de la sortie vers l'entrée.

$$\text{Fonction de coût: } L = (1/2) \times \sum (y - \hat{y})^2$$

Mesure l'écart entre prédictions et valeurs réelles

Règle de mise à jour des poids: $w_{\text{new}} = w_{\text{old}} - \eta \times \partial L / \partial w$
 η est le taux d'apprentissage

$\partial L / \partial w$ est le gradient de l'erreur par rapport au poids
Chaîne de dérivation pour calculer le gradient à chaque couche

Calcul différentiel appliqué à l'apprentissage supervisé

Dérivées des fonctions d'activation courantes:

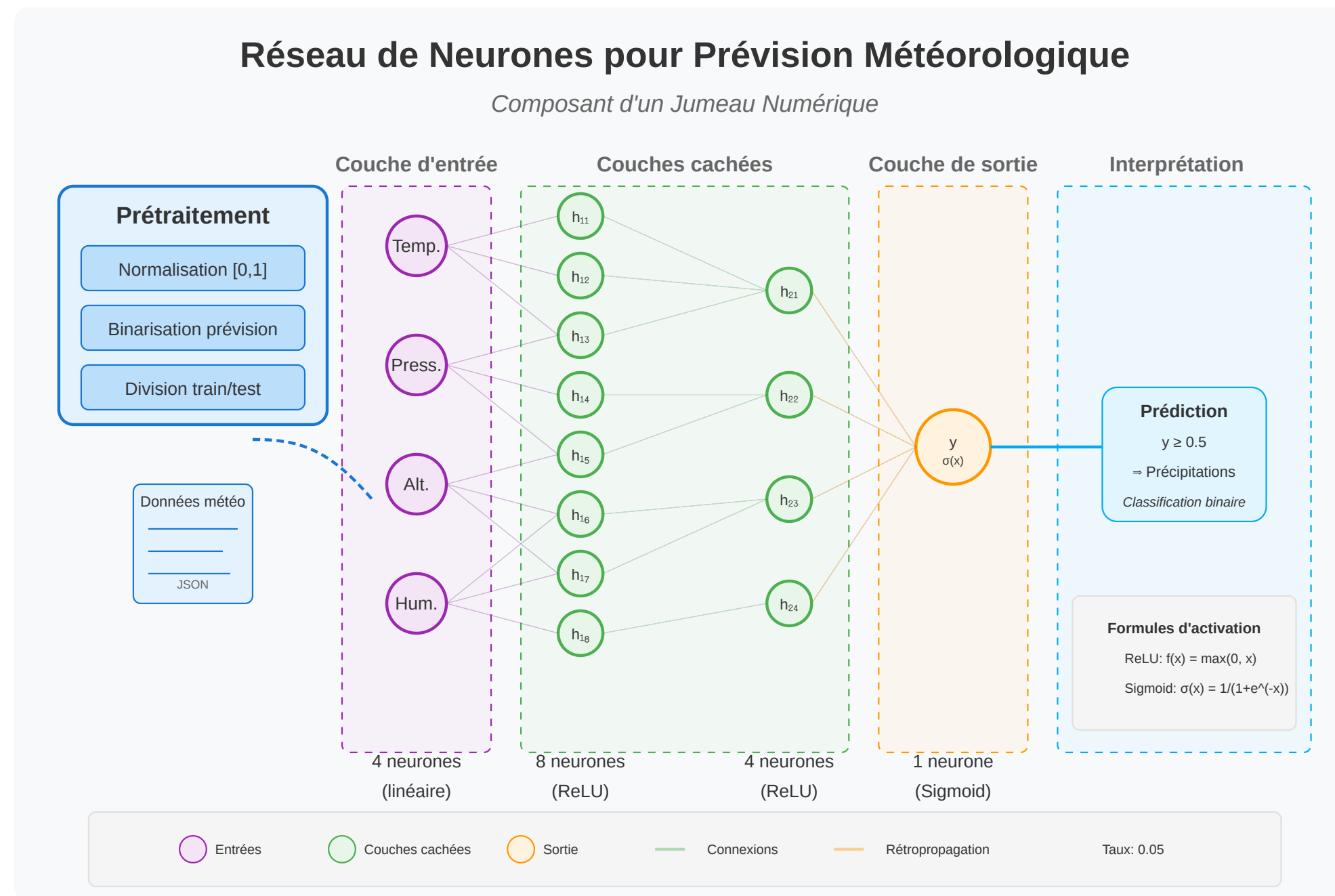
Sigmoid: $f'(x) = f(x) \times (1 - f(x))$.



ReLU: $f'(x) = 1$ si $x > 0$, sinon 0

Implémentation d'un réseau de neurones pour la météorologie

4 neurones d'entrée, 8+4 neurones cachés, 1 neurone de sortie



NORMALISATION ET TRANSFORMATION DES DONNÉES D'ENTRÉE

Définition: Le prétraitement consiste à transformer les données brutes pour les rendre adaptées au traitement par un réseau de neurones.

Méthode de normalisation min-max: $x_{\text{norm}} = (x - x_{\text{min}}) / (x_{\text{max}} - x_{\text{min}})$

Ramène toutes les valeurs entre 0 et 1


Améliore la convergence de l'apprentissage

Division des données: ensemble d'entraînement vs ensemble de test

Binarisation des sorties pour problèmes de classification

INTÉGRATION DES RÉSEAUX DE NEURONES DANS L'ARCHITECTURE DU Jumeau NUMÉRIQUE

Rôle des réseaux de neurones dans la prédiction
Complémentarité avec les modèles physiques
Mise à jour continue du modèle avec les nouvelles données



**MERCI
DE VOTRE
ATTENTION**