1. Исследовать на линейную зависимость:

$f_1(x) = e^x$, $f_2(x) = 1$, $f_3(x) = x+1$, $f_4(x) = x - e^x$

Решение:

Вектор $f_4(x)$ - линейная комбинация векторов $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$:

$f_4(x) = f_3(x) - f_2(x) - f_1(x)$, т.е можно сделать вывод, что вектора $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)$ линейно зависимы

2. Вектора $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)$ линейно зависимы, т.к.:

$f_4(x) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 = f_3(x) + 2f_2(x) + \frac{1}{2} f_1(x)$

3. Найти координаты вектора $x = (2, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ в базисе $b_1 = (0,0,10)$, $b_2 = (2,0,0)$, $b_3 = (0,1,0)$

$\frac{1}{2} b_1 + b_2 + 3b_3$

Ответ: $(\frac{1}{2}, 1, 3)$

4. Найти координаты вектора $3x^2 - 2x + 2 \in \mathbb{R}^3[x]$

а) в базисе $1, x, x^2$: $(2, -2, 3)$

б) в базисе $x^2, x-1, 1$: $(3, -2+2, 2) = (3, 0, 2)$

?