

$$1. A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -x - 6y \\ 2x + 6y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda x \\ \lambda y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -x - 6y = \lambda x \\ 2x + 6y = \lambda y \end{cases} \quad \begin{cases} (-1 - \lambda)x - 6y = 0 \\ 2x + (6 - \lambda)y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} -1 - \lambda & -6 \\ 2 & 6 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(-1 - \lambda)(6 - \lambda) - 2 \cdot (-6) = 0$$

$$\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$\sqrt{D} = 1$$

$$\lambda_1 = \frac{5-1}{2} = 2 \quad \lambda_2 = \frac{5+1}{2} = 3$$

Собств. значения:  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$

$$\text{в } \lambda_1 = 2 = \lambda$$

подстановка:

$$\begin{cases} (-1 - \lambda)x - 6y = 0 \\ 2x + (6 - \lambda)y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x - 6y = 0 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -2y$$

т.е. собств. вектор:  $x = 2; y = -1$

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{II } \lambda_1 = \lambda_2 = 3$$

$$\begin{cases} -4x - 6y = 0 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}y$$

$$y = -2, \text{ тогда } x = 3$$

$$\bar{e}_2 = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Ответ: собственные числа  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$ ,  
собственные векты  $\bar{e}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \bar{e}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$\textcircled{2} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad x = (e_1, e_2)$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -e_1 \\ -e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot e_1 \\ \lambda \cdot e_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = -1 \Rightarrow \text{модель вектор} \\ \text{будет обрат.}$$

3.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$x = (1, 1)$

Если вектор  $x$  - собствен. г/оператора, то пусть

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \begin{matrix} \lambda = 2 \\ \lambda = 2 \end{matrix} \Rightarrow \lambda = 2 \Rightarrow \text{вектор } x - \text{собств.}$$

4.  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} ; x = (3, -3, -4)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 9 \\ -9 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{matrix} 3\lambda \\ -3\lambda \\ -4\lambda \end{matrix} ; \begin{cases} 3\lambda = 9 \\ -3\lambda = -9 \\ -4\lambda = -12 \end{cases} \Rightarrow \lambda = 3 - \text{вектор } x - \text{собств.}$$