

| 연습문제 |

- 1 n 개의 항목으로 이루어진 리스트에서 가장 작은 항목을 찾는 문제를 해결하려고 한다. 물음에 답하라.
 - (1) 이 문제에 대한 분할 정복 알고리즘을 작성하라.
 - (2) 이 알고리즘의 복잡도를 순환 관계식으로 나타내라. 단, 킷값의 비교 연산을 기본 연산으로 사용하라.
 - (3) 이 식을 연속 대체법과 마스터 정리를 이용해 각각 풀어라.
 - (4) 이 알고리즘과 억지 기법 알고리즘을 비교하라.
- 2* 정리 5.1을 증명해 보라.
- 3 마스터 정리를 이용해 다음 복잡도 함수의 점근적 표기를 구하라.
 - (1) $T(n) = 4T(n/2) + n$, $T(1) = 1$
 - (2) $T(n) = 8T(n/4) + n^2$, $T(1) = 1$
 - (3) $T(n) = T(n/2) + n^3$, $T(1) = 1$
- 4 4.3절의 이진 탐색에 대한 복잡도 함수를 순환 관계식으로 구하고, 마스터 정리를 이용해 풀어보라.
- 5 리스트 A, L, G, O, R, I, T, H, M을 병합 정렬을 이용해 오름차순으로 정렬하라.
- 6 다음 리스트를 병합 정렬을 이용해 오름차순으로 정렬하라. 각 단계에서의 배열의 내용을 나타내어라.

7	4	9	6	3	8	7	5
---	---	---	---	---	---	---	---
- 7 병합 정렬이 안정성을 만족한다는 것을 구체적으로 설명해 보라.
- 8 반복구조를 이용해 상향식(bottom-up) 병합 정렬 알고리즘을 설계하라.

9* 정렬되지 않은 리스트 $A[0..n-1]$ 이 주어졌다. 만약 이 리스트의 두 항목을 $A[i]$, $A[j]$ 라고 할 때, 만약 $i < j$ 이고 $A[i] > A[j]$ 이면 이들은 역전(inversion)되어 있다고 정의한다. 다음 물음에 답하라.

- (1) 리스트 A에서 역전된 항목의 수를 구하는 억지 기법 알고리즘을 설계하라. 또한 이 알고리즘의 시간 복잡도를 분석하라.
- (2) 같은 문제에 대한 분할 정복 기법의 알고리즘을 설계하라. 이 알고리즘의 복잡도는 $O(n \log_2 n)$ 이 될 것이다. 병합 정렬의 알고리즘과 밀접한 관련이 있다.

10 리스트 A, L, G, O, R, I, T, H, M을 퀵 정렬을 이용해 오름차순으로 정렬하라.

11 다음의 정수 배열을 퀵 정렬을 사용하여 오름차순으로 정렬하려고 한다. 각 단계에서의 배열의 내용을 나타내어라. 단, 배열의 첫 번째 요소를 피벗으로 선택한다.

71	49	92	55	38	82	72	53
----	----	----	----	----	----	----	----

12 퀵 정렬에서 불균형 분할을 완화하기 위해 리스트의 왼쪽, 오른쪽,中间的 3개의 항목 중에서 중간값을 피벗으로 선택하는 방법(median of three)을 구현하라. 이를 위해 알고리즘 4.12의 partition()을 수정하라.

13 다음의 정수 배열을 퀵 정렬을 이용해 오름차순으로 정렬하려고 한다. median of three를 피벗으로 사용하는 경우 정렬의 각 단계에서의 배열의 내용을 적어라.

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

14 퀵 정렬이 안정성을 갖는가? 사례를 이용해 설명하라.

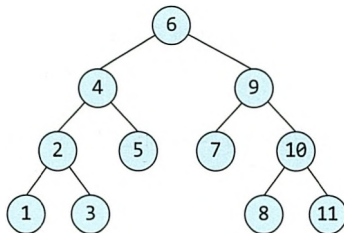
15 퀵 정렬 알고리즘 5.3에 대한 다음 물음에 답하라.

- (1) 모든 항목이 동일한 리스트는 퀵 정렬의 최선의 입력이나 최악의 입력이 되는가?
- (2) 엄격한 내림차순(strictly decreasing order)의 리스트는 퀵 정렬의 최선의 입력이나 최악의 입력이 되는가?

16 주어진 이진트리에서 모든 노드의 수를 계산하는 알고리즘을 분할 정복 기법으로 설계하라.

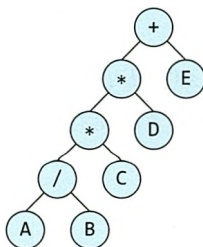
17 주어진 이진트리에서 단말 노드의 수를 계산하는 알고리즘을 분할 정복 기법으로 설계하라.

18 다음의 이진트리에 대하여 질문에 답하라.



- (1) 이 트리를 전위 순회한 결과를 적어라.
- (2) 이 트리를 중위 순회한 결과를 적어라.
- (3) 이 트리를 후위 순회한 결과를 적어라.

19 다음의 이진트리를 후위 순회한 결과를 적어라.



20* 어떤 이진트리가 완전 이진트리인지를 검사하는 알고리즘을 분할 정복 기법으로 설계하라.

21* 이진트리에서 어떤 노드의 레벨을 구하는 알고리즘을 분할 정복 기법으로 설계하라.

22* `closest_pair_dist()` 알고리즘을 $O(n \log_2 n)$ 으로 개선하라. 이를 위해, `strip_closest()`에서 정렬 문장을 제거해야 하고, `closest_pair_dist()`에서 병합 정렬의 병합 기법(알고리즘 5.2)을 사용해야 할 것이다.

23 위에서 수정한 알고리즘의 시간 복잡도를 계산하라.

24* 무작위로 n 개의 2차원 좌표를 발생시키고 `closest_pair_dist()` 알고리즘을 수행하여 결과를 확인해 보라. 점의 개수를 증가시킴에 따라 실제 처리시간이 어떻게 늘어나는지 측정하고 이를 선 그래프로 그려보라.

25* 쉬트라센의 식이 맞는지 2×2 행렬을 이용해 증명하라.

26 다음 행렬의 곱셈을 쉬트라센 알고리즘으로 계산해 보라. 이때, 2×2 행렬의 곱셈은 역시 기법 알고리즘을 사용하라.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

27 분할 정복 기법의 피보나치 알고리즘(알고리즘 5.12)의 시간 복잡도를 구하기 위해 마스터 정리를 적용할 수 있을까? 연속 대치법을 이용해 이 알고리즘의 시간 복잡도를 구하라.

28 순환구조(알고리즘 5.12)와 반복구조(알고리즘 5.13) 및 행렬 거듭제곱(알고리즘 5.14)을 이용한 피보나치 알고리즘을 테스트하라. n 을 증가시키면서 각 알고리즘의 처리시간을 측정하고, 그래프로 그려보라.

29 인터넷에서 피보나치수열의 응용을 찾아보아라.

30 C언어에서는 4바이트로 `int`를 표현하는데, 최대 $2^{31} - 1$ 까지 표현할 수 있다. 이 경우의 최대 피보나치 수를 구하라.

31 첫 번째부터 n 번째 피보나치 수까지에는 몇 개의 짝수가 있을까? 식을 구해보라.

32 분할 정복 전략의 피보나치수열 알고리즘의 문제점을 제시하고 해결 방법을 설명하라.