



ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI  
VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

# TỐI ƯU LẬP KẾ HOẠCH

## Bài toán lập lịch

# Nội dung

---

- Mô hình bài toán lập lịch
- Mô hình MIP
- Phương pháp tìm kiếm cục bộ

# Bài toán lập lịch - JobShop Scheduling

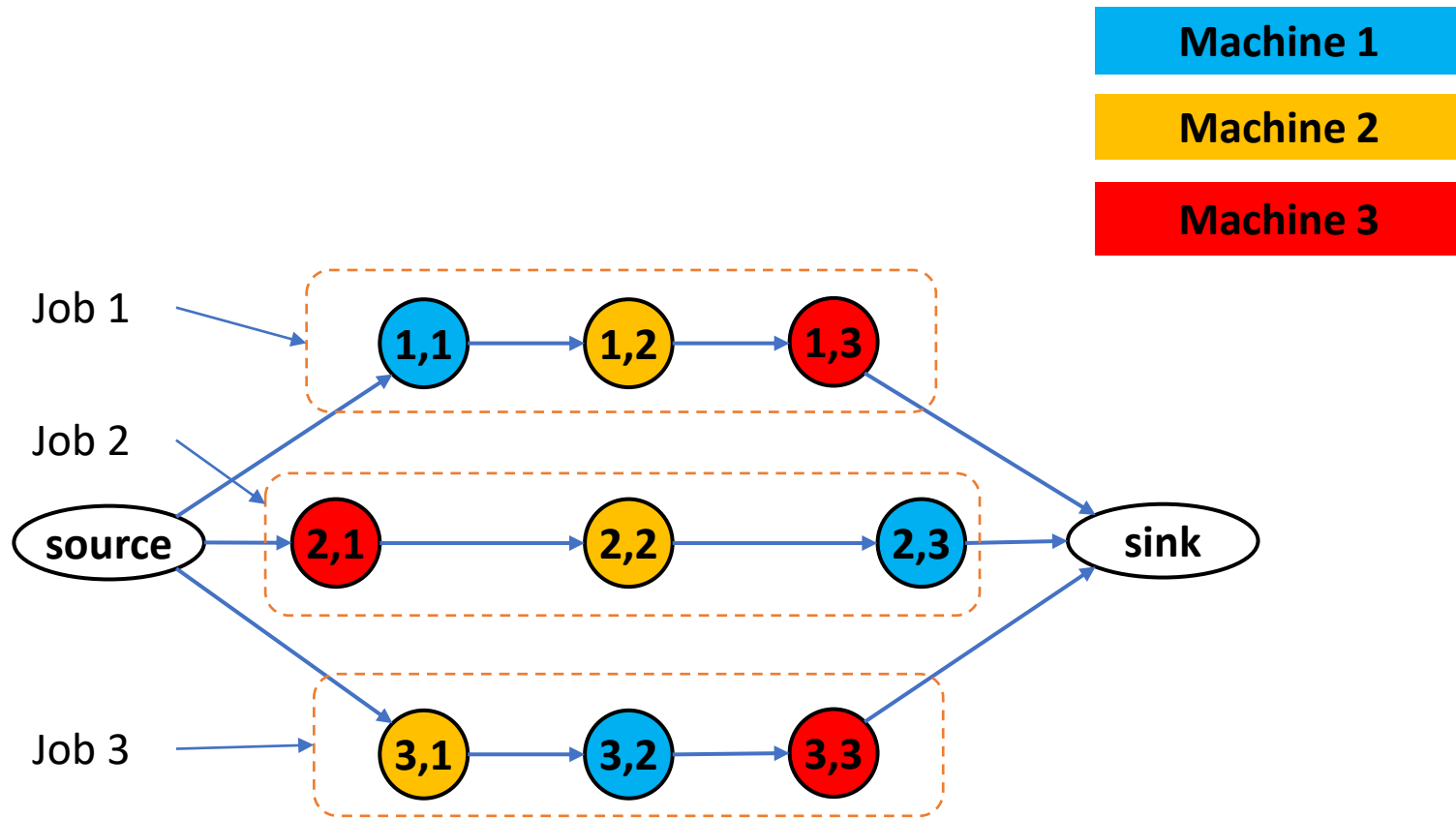
- Mô tả bài toán
  - Một tập hữu hạn  $J$  gồm  $n$  jobs  $1, 2, \dots, n$  cần được xử lý trên một tập hữu hạn  $M$  gồm  $m$  machines  $1, 2, \dots, m$
  - Mỗi job  $j$  bao gồm 1 chuỗi các task  $t(j, 1), \dots, t(j, \lambda_j)$ , mỗi task được thực hiện trên 1 machine khác nhau và theo thứ tự đặt ra
  - Mỗi task  $t(j, i)$  bao gồm 2 thông tin
    - $r(j, i)$ : chỉ số của machine mà task  $t(j, i)$  được thực hiện
    - $d(j, i)$ : khoảng thời gian task  $t(j, i)$  thực hiện trên machine  $r(j, i)$
  - Cần lập lịch thực hiện các tasks của các jobs trên các machines sao cho thời gian hoàn thành là ngắn nhất

# Bài toán lập lịch - JobShop Scheduling

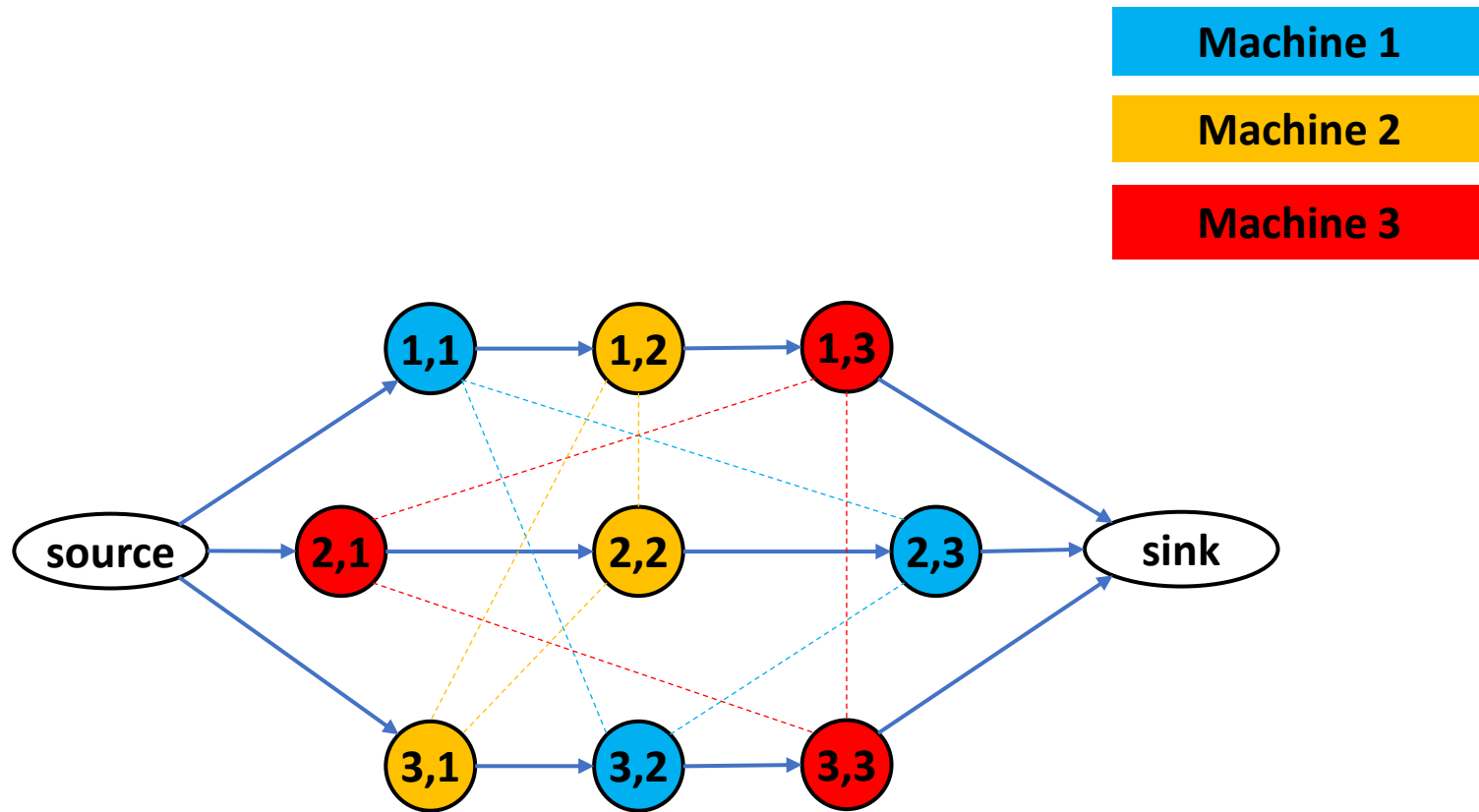
---

- Ràng buộc
  - Với mỗi job, một task chỉ được bắt đầu thực hiện khi task trước đó đã hoàn thành
  - Mỗi machine chỉ có thể thực hiện duy nhất 1 task tại mỗi thời điểm
  - Mỗi task khi được thực hiện trên 1 machine nào đó thì nó thực hiện liên tục cho đến khi hoàn thành

# Bài toán lập lịch - JobShop Scheduling

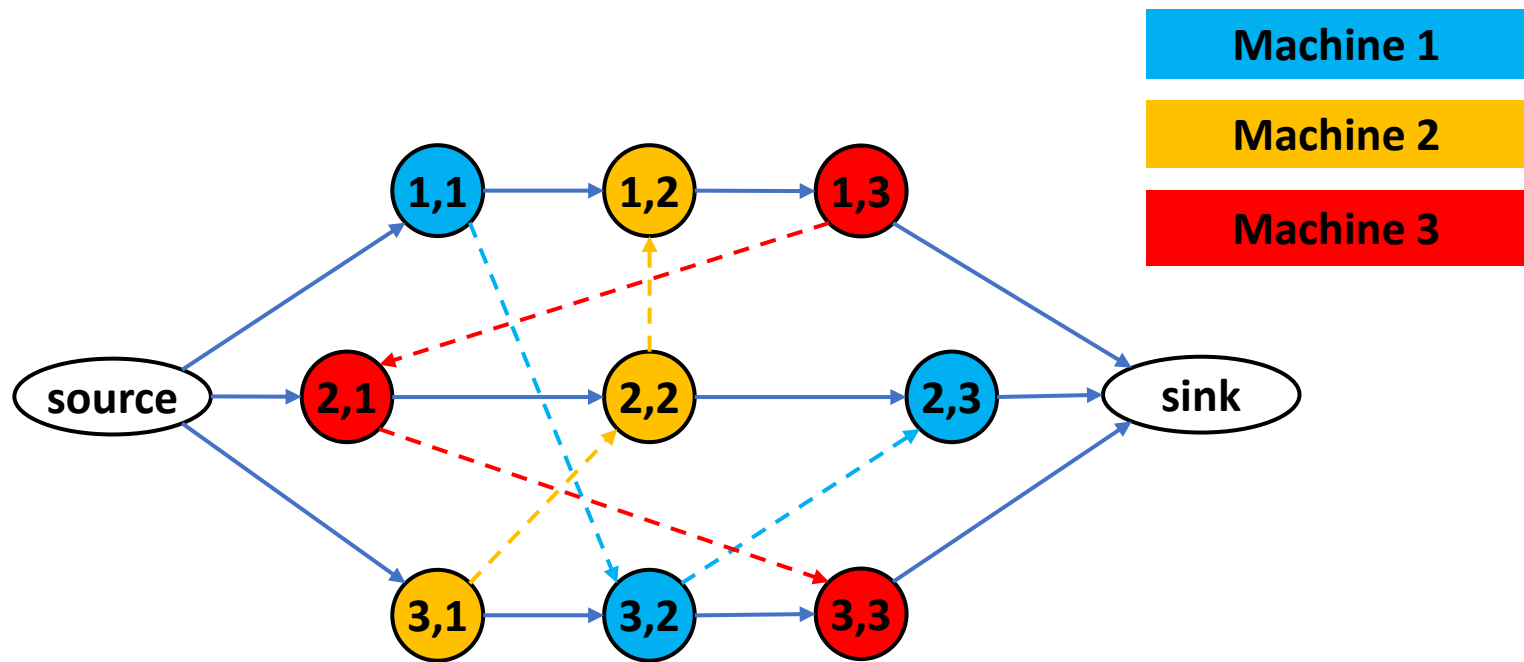


# Bài toán lập lịch - JobShop Scheduling



# Bài toán lập lịch - JobShop Scheduling

- Thời gian hoàn thành tất cả các job được xác định thông qua đường đi dài nhất từ source đến sink trên đồ thị có hướng và không chu trình



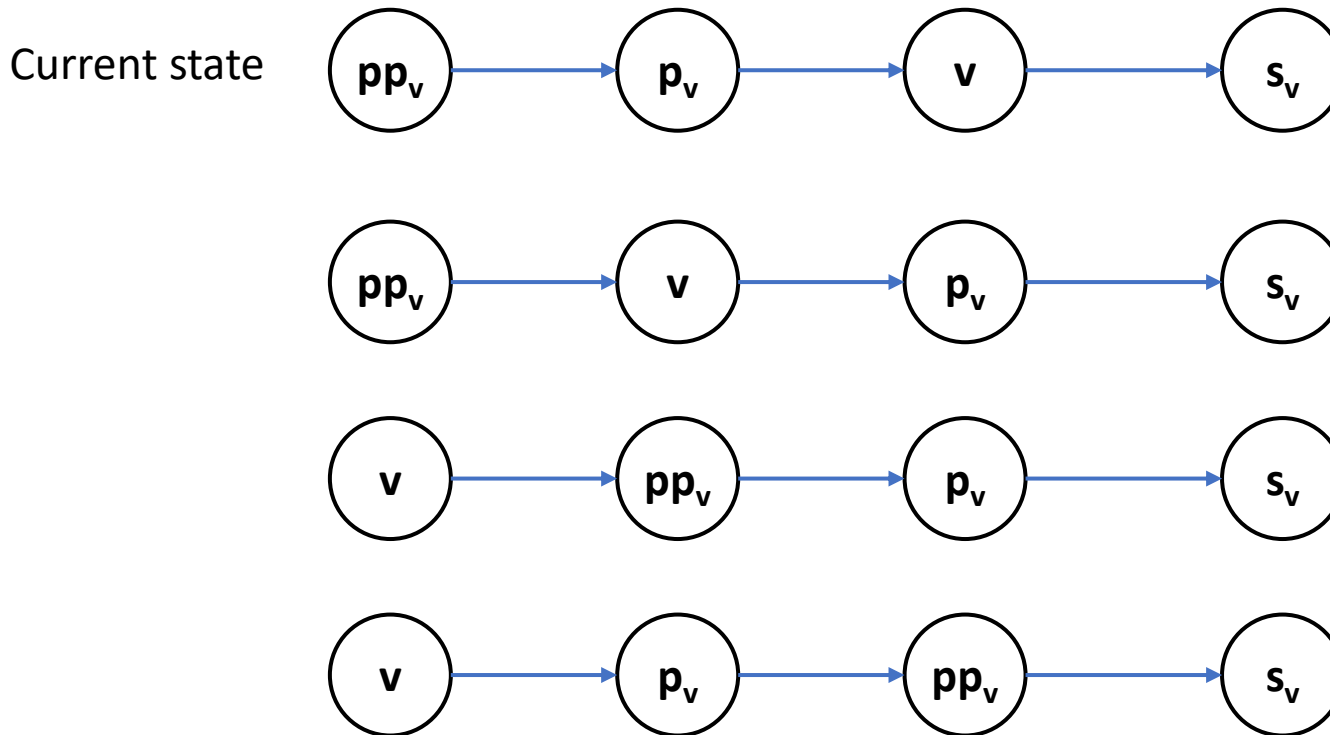
# Mô hình MIP

- Biến
  - $X(j, i)$  là thời gian bắt đầu của task  $t(j, i)$
  - $Z(j_1, i_1, j_2, i_2) = 1$  nếu task  $t(j_1, i_1)$  được thực hiện trước task  $t(j_2, i_2)$  trên cùng 1 máy
  - $Y$ : thời điểm hoàn thành toàn bộ các jobs (hàm mục tiêu)
- Ràng buộc
  - C1:  $X(j, i) + d(j, i) \leq X(j, i+1), \forall j \in J, i = 1, 2, \dots, \lambda_j - 1$
  - C2:  $Z(j_1, i_1, j_2, i_2) + Z(j_2, i_2, j_1, i_1) = 1$ , với mọi tasks  $t(j_1, i_1), t(j_2, i_2)$  trong đó  $r(j_1, i_1) = r(j_2, i_2)$
  - C3:  $X(j_2, i_2) \geq X(j_1, i_1) + d(j_1, i_1) - V(1 - Z(j_1, i_1, j_2, i_2))$ , với mọi tasks  $t(j_1, i_1), t(j_2, i_2)$  trong đó  $r(j_1, i_1) = r(j_2, i_2)$ ,  $V$  là hằng số rất lớn
  - C4:  $Y \geq X(j, \lambda_j) + d(j, \lambda_j), j \in J$
- Hàm mục tiêu:  $Y \rightarrow \text{minimize}$

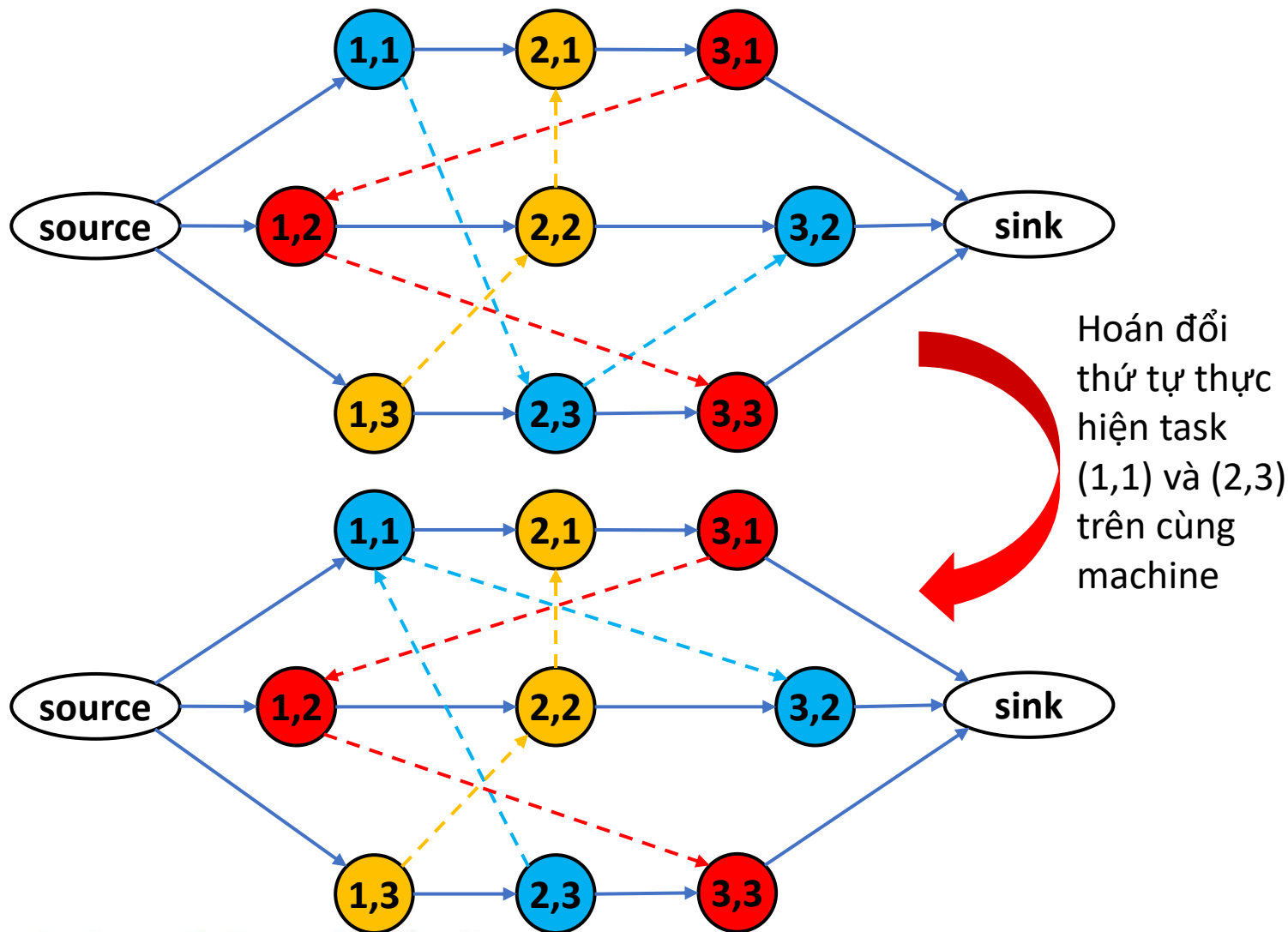


# Phương pháp tìm kiếm cục bộ

- Láng giềng của một phương án được sinh ra bằng việc hoán đổi vị trí các task trên cùng 1 máy theo các cách sau:

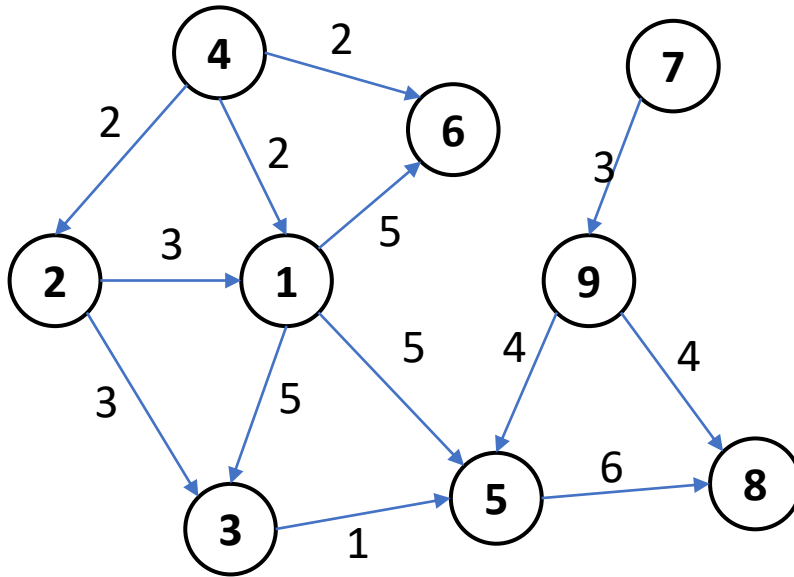


# Phương pháp tìm kiếm cục bộ



# Xác định thời gian hoàn thành

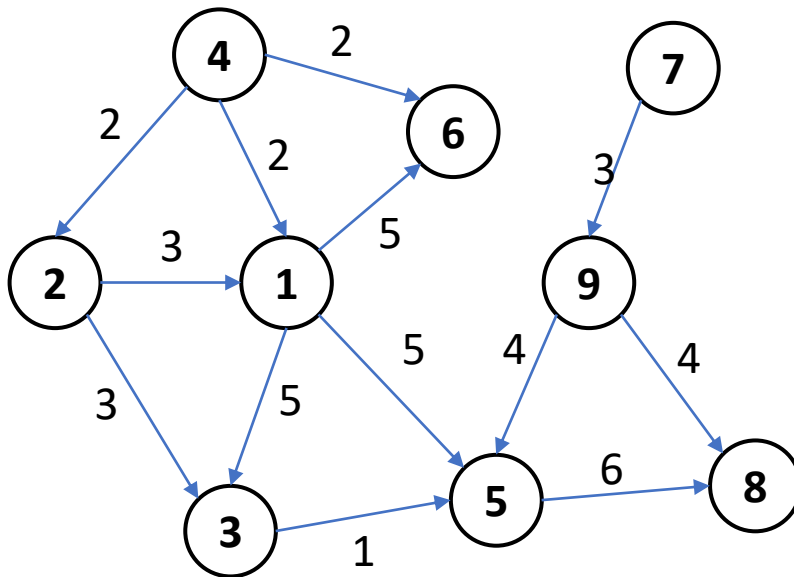
- Có  $n$  công việc 1, 2, ...,  $n$ . công việc  $i$  có thời gian hoàn thành là  $d(i)$ , với mọi  $i = 1, 2, \dots, n$ . Giữa các công việc có quan hệ về thứ tự thực hiện, được biểu diễn bởi một tập các bộ  $(i, j)$  trong đó công việc  $j$  chỉ có thể được thực hiện sau khi công việc  $i$  được thực hiện xong. Cần xác định thời gian sớm nhất hoàn thành tất cả  $n$  công việc



Công việc	Thời gian hoàn thành
1	5
2	3
3	1
4	2
5	6
6	4
7	3
8	1
9	4

# Xác định thời gian hoàn thành

- Có  $n$  công việc  $1, 2, \dots, n$ . công việc  $i$  có thời gian hoàn thành là  $d(i)$ , với mọi  $i = 1, 2, \dots, n$ . Giữa các công việc có quan hệ về thứ tự thực hiện, được biểu diễn bởi một tập các bộ  $(i, j)$  trong đó công việc  $j$  chỉ có thể được thực hiện sau khi công việc  $i$  được thực hiện xong. Cần xác định thời gian sớm nhất hoàn thành tất cả  $n$  công việc



Thời gian hoàn thành toàn bộ là  $17+1 = 18$

Công việc	Thời điểm thực hiện
1	5
2	2
3	10
4	0
5	11
6	10
7	0
8	17
9	3

# Xác định thời gian hoàn thành

- Thuật toán
  - $A(t)$ : Danh sách các công việc mà chỉ có thể bắt đầu được thực hiện sau khi công việc  $t$  kết thúc
  - $d(t)$ : thời gian hoàn thành công việc  $t$
  - $F(t)$ : thời điểm sớm nhất của thể bắt đầu thực hiện công việc  $t$  ( $t = 1, \dots, n$ )

```
L = sắp xếp topo các công việc (sử dụng hàng đợi)
for i = 1 to n do
    F(i) = 0;
makeSpan = 0
for t in L do { // duyệt DS các công việc t trong L từ trái qua phải
    if F(t) + d(t) > makeSpan then makeSpan = F(t) + d(t)
    for x in A(t) do
        F(x) = max(F(x), F(t) + d(t));
}
```



25 YEARS ANNIVERSARY  
**SOICT**

**VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG**  
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY



[soict.hust.edu.vn/](http://soict.hust.edu.vn/)



[fb.com/groups/soict](https://fb.com/groups/soict)

