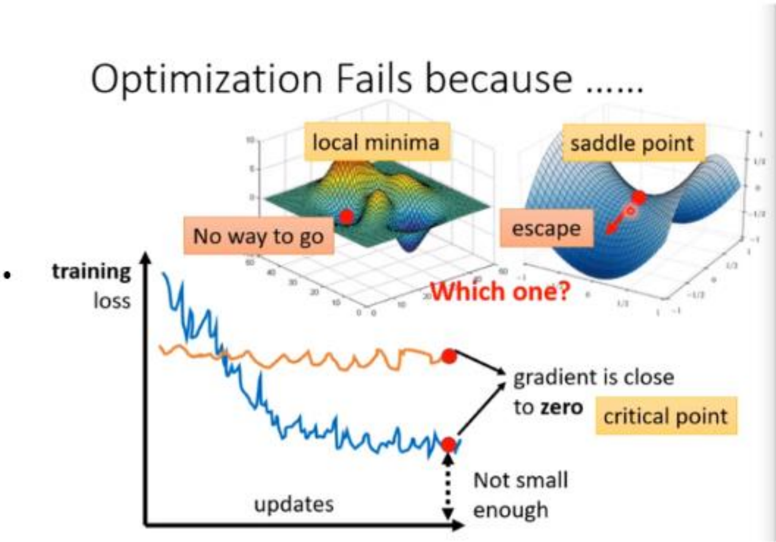
Task05

2021年8月25日 19:46

课程链接：https://www.bilibili.com/video/BV11K4y1S7AD?t=15

P5-p9

- 解决局部最小值or鞍点问题，在求解loss function最小的过程中，可能会遇到求导为0或接近0使得无法再进一步优化，而真正最优还未找到的问题，这类的坏点有两种，一个是局部最优，一个是鞍点，判别当前遇到的情况是哪一种并提出解决方案至关重要。
- 

- Hessian

  At critical point: $\boldsymbol{v}^T H \boldsymbol{v}$

  $$L(\boldsymbol{\theta}) \approx L(\boldsymbol{\theta}') + \boxed{\frac{1}{2}(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}')^T H(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}')}$$

  For all $\boldsymbol{v}$

  $\boldsymbol{v}^T H \boldsymbol{v} > 0$ ➡ Around $\boldsymbol{\theta}'$: $L(\boldsymbol{\theta}) > L(\boldsymbol{\theta}')$ ➡ Local minima

  For all $\boldsymbol{v}$

  $\boldsymbol{v}^T H \boldsymbol{v} < 0$ ➡ Around $\boldsymbol{\theta}'$: $L(\boldsymbol{\theta}) < L(\boldsymbol{\theta}')$ ➡ Local maxima

  Sometimes $\boldsymbol{v}^T H \boldsymbol{v} > 0$, sometimes $\boldsymbol{v}^T H \boldsymbol{v} < 0$
- 泰勒式展开，为了判断是局部最小值还是鞍点，一阶为0，看二次项式（Hessian矩阵）判断属于局部最小、局部最大还是鞍点。

Don't afraid of saddle point?

At critical point: $L(\boldsymbol{\theta}) \approx L(\boldsymbol{\theta}') + \boxed{\overbrace{\frac{1}{2}(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}')^T H(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}')}^{\boldsymbol{v}^T H \boldsymbol{v}}}$

Sometimes $\boldsymbol{v}^T H \boldsymbol{v} > 0$, sometimes $\boldsymbol{v}^T H \boldsymbol{v} < 0$ ➡ Saddle point

H may tell us parameter update direction!

- $\boldsymbol{u}$ is an eigen vector of H
  λ is the eigen value of $\boldsymbol{u}$
  $\lambda < 0$

  ➡ $\underbrace{\boldsymbol{u}^T H \boldsymbol{u}}_{<0} = \boldsymbol{u}^T(\lambda \boldsymbol{u}) = \underbrace{\lambda \|\boldsymbol{u}\|^2}_{<0}$

  $$L(\boldsymbol{\theta}) \approx L(\boldsymbol{\theta}') + \frac{1}{2}(\overbrace{\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}'}^{\boldsymbol{u}})^T H(\overbrace{\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}'}^{\boldsymbol{u}}) \Rightarrow L(\boldsymbol{\theta}) < L(\boldsymbol{\theta}')$$

  $\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}' = \boldsymbol{u}$ $\quad \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}' + \boldsymbol{u}$ $\quad$ Decrease L

- Saddle point的进一步优化方向也可以通过二次项式来确定，特征值对应的特征向量的方向