

Keszitette: Hegyesi Akos

Neptun kod: HSFPOJ

1. Feladat

Az alábbi függvényt használjuk egy eltolásos titkosítási algoritmusban (shift-ciper szerű). A bemeneti szöveg és a titkos szöveg is csak az angol ábécé kisbetűit tartalmazza. Legyen f a következőképpen definiálva:

Ha k páros, akkor $f(k) = ((k+2)^3) \% 107$.

Ha k páratlan, akkor $f(k) = ((k+3)^2) \% 111$.

Ezzel úgy titkosítunk, hogy a bemeneti szöveg k -adik karakterét ($k = 0, 1, \dots$) pontosan $f(k)$ -val toljuk el. (A szokásos módon, ha az eltolás során 'z' után újra 'a' jön.)

Valósítsuk meg ezt a titkosítást, és titkosítsuk az alábbi sztringeket:

"cryptography"

"hungary"

"letsgobacktoschoolsoon"

Az alábbi szövegtöredékről azt tudjuk, hogy egy olyan bemeneti szöveg titkosítása során jött létre, amiben szerepel egy európai főváros (csupa kisbetűs) neve. Mi lehet ez a város, és a bemeneti szöveg melyik pozícióján található az első karaktere?

"....nmhhlzjvtslmnbfdwzgk..."

```
In [1]: # karakterek kodolasa
def indexOfLetter(c):
    return ord(c) - 97
def letterWithIndex(i):
    return chr(i+97)
def shiftChar(c, shift):
    i = indexOfLetter(c)
    new = (i + shift) % 26
    return letterWithIndex(new)
```

```
In [2]: def shiftChiperEnc(string):
    chiper = ""
    for i in range (len(string)):
        if i % 2 == 0:
            chiper += shiftChar(string[i], (i + ((i+2)^3) % 107))
        else :
            chiper += shiftChar(string[i], (i + ((i+3)^2) % 111))
    return chiper
```

```
In [3]: m1 = "cryptography"
m2 = "hungary"
m3 = "letsgobacktoschoolsoon"
m4 = "ssssssssssssssssssssssssssssssssss"

c1 = shiftChiperEnc(m1)
c2 = shiftChiperEnc(m2)
c3 = shiftChiperEnc(m3)
c4 = shiftChiperEnc(m4)

print(c1)
print(c2)
print(c3)
print(c4)
```

```
dyhwcdxgrmgv
ibwnjgp
mlczpdspthslrhotvyhbdi
tzbzbhjhjprprxxzfhfnpnpxvxdfd
```

```
In [4]: def shiftChiperDec(chiper, shift = 0):
    message = ""
    for i in range (len(chiper)):
        if i % 2 == 0:
            j = i + shift
            message += shiftChar(chiper[i], ((j) - ((i+2)^3) % 107) - 2*j)
        else :
            j = i + shift
            message += shiftChar(chiper[i], ((j) - ((i+3)^2) % 111) - 2*j)
    return message
```

```
In [5]: m_c1 = shiftChiperDec(c1)
m_c2 = shiftChiperDec(c2)
m_c3 = shiftChiperDec(c3)
m_c4 = shiftChiperDec(c4, 0)

print(m_c1)
print(m_c2)
print(m_c3)
print(m_c4)
```

```
cryptography
hungary
letsgobacktoschoolsoon
ssssssssssssssssssssssssssssssssssss
```

```
In [6]: # a keresett varosnev a 26 hosszú periodus miatt az alábbi esetek között f
chiperText = "nmhhlzjvtslmnbfdwgk"
for k in range (26):
    print (shiftChiperDec(chiperText, k))
```

```
mfiacksgcvmpowuwjrx
lexzbjrfbulonvxtviqw
kdwyaiqeatknmuwsuhpv
jcvxzhpdzsjmltvrtgou
ibuwygocyrlksuqsfnt
hatvxfnbxqhkjrtprems
gzsuwemawpgjiqsoqdlr
fyrtvdlzvofihprnpckq
exqsuckyunehgoqmobjp
dwprtbjxtmdgfnplnaio
cvoqsaiwslcfemokmzhn
bunprzhvrkbedlnjlygm
atmoqyguqjadckmikxfl
zslnpxfztpizcbjlhjwek
yrkmowesohybaikgivdj
xqjlnvdrngxazhjfhucl
wpikmucqmfwzygiegtbh
vohjltbplevyxfhdfsag
ungiksaokduxwegcerzf
tmfhjrznjctwvdfbdqye
slegiqymibsvuceacpxd
rkdfhpxlharutbdzbowc
qjcegowkgzqtsacyanvb
pibdfnvjfyprzbxzmua
ohacemuixorqyawyltz
ngzbdldthdwnqpxzvksy
```

2.Feladat

Egy bemeneti szövegről a következőket tudjuk:

Az angol ábécé nagybetűiből áll (A-Z)

'H' után mindig 'U' jön.

Van valami olyan 5-betűs sztring, ami csupa egyforma betűből áll, és több helyen is előfordul a szövegben.

Egy Vigenère-szerű módszerrel van titkosítva, ahol az eltolási mennyiségek (a kulcs) egy L hosszú listában vannak megadva. (Pl. ha a kulcs [1, 2, 3], akkor "AAAAAAA" képe "BCDBCDB", vagy ha [1, 2, 3, 4, 5] a kulcs, akkor „BBBBBKRR” képe „CDEFGLTU”).

Elfogtunk egy titkos szöveget, melyről annyit tudunk, hogy vagy 5 vagy 7 hosszúságú a kulcs. Mi a kulcs, ha a titkos szöveg az alábbi (sortörések törlendőek)?

UEAPTEGKMVQRKMVEGVBYCGKMVEGLOVWLUIJVEGKMFQKKM
GKMVCYJOONICWPLEMRVEGKMAEGKMVEGKMVUSSBWEGKM
MVEGKWVEGKMOTTQVITAGMVEGKMLGXKRSWZKMVEGKMVEG
EGKITOZXISMLVMVEGKUWAGKMVELXRPJHQJHBQDOXUGKRG
KMVEGKMVEGVMVEGKQZBGKMVEHNVEYWTUHMJYNSNQKM

```
In [7]: # karakterek kodolasa -> fuggvények ujraderfinialasa
def indexOfLetter(c):
    return ord(c) - 65
def letterWithIndex(i):
    return chr(i+65)
def shiftChar(c, shift):
    i = indexOfLetter(c)
    new = (i + shift) % 26
    return letterWithIndex(new)
```

```
In [8]: import math

# Ismetlodesek kiszurese
def repetitionsInString(s, length = 3):
    n = len(s)
    ret = [(i,j) for i in range(0, n-length) for j in range(i+1, n-length+1)]
    return ret

# Kulcshosszak keresese
def guessedKeyLength(ciphertext, length = 3):
    differences = [j-i for (i,j) in repetitionsInString(ciphertext, length)]
    return gcd(differences)

# Sage nelkul saját függvény a kulcshosszak kereseshez
def keyLengths(ciphertext, length = 3):
    differences = [j-i for (i,j) in repetitionsInString(ciphertext, length)]
    return differences

# Kulcshosszak LNKO-ja
def gcdOfKeys(array):
    if len(array) > 0:
        b=array[0]
        for i in range (0, len(array)):
            s=math.gcd(b,array[i])
            b=s
        return b
```

```
In [9]: # Vigenere titkosítás -> orai kod
def vigenere(s, shiftList):
    ret = ""
    # Current position in the shiftList
    pos = 0
    n = len(shiftList)
    for c in s:
        new = shiftChar(c, shiftList[pos])
        ret += new
        # Add one, restart if list is over
        pos = (pos + 1) % n
    return ret
```

```
In [10]: # chiper text
chiper = "UEAPTEGKMVQRKMVEGVBYCGKMVEGLOVWLUIJVEGKMFQKKMVEGTDNUGKMVEGKMVEMWM"
```

```
In [11]: # 5, illetve 7 hosszú ismetlodesek keresese -> a gyakori ismetlodest fogom
rep_5 = repetitionsInString(chiper, 5)
rep_7 = repetitionsInString(chiper, 7)
```

```
In [12]: # Kulcshossz megallapitasa

array_of_differences = keyLengths(chiper, 5)
gcd_of_keys = gcdOfKeys(array_of_differences)

print("length of the key: ", gcd_of_keys)

length of the key: 5
```

```
In [13]: # Tudjuk, hogy van egy 5 hosszú listam, amely tartalmaz [x0, x1, x2, x3, x4]
# Tudjuk továbbá,
# hogy a szovegben H-t mindig U követi,
# es van olyan 5 betűs string, ami ugyan olyan betűket tartalmaz

print(chiper[5:10])
print(chiper[55:60])
```

EGKMOV

EGKMOV

```
In [14]: # Az ismétlődő szövegrészekben, ha feltételezzük, hogy ezek egy 5 ugyan
# abban az esetben a kulcsok különbséget már meg tudjuk állapítani

# pl.: Tfh, hogy az az ismétlődő szövegrészlet az EGKMOV, és ez a DDDDD szó
# így kezdi számítás az alábbi eltolásokat állapítottuk meg DDDDD -> L =
# ezt felhasználva az L=[0, -2, -6, -8, -17] tombbel egy brute force megoldás
L = [-1, -3, -7, -9, -18]
L = [0, 2, 6, 8, 17]
indexes = []

# Brute force módszerrel végig próbálom mind a 26 lehetséges eltolást, és
for i in range(26):
    L = [0-i, -2-i, -6-i, -8-i, -17-i]
    text = vigenere(chiper, L)
    for j in range(len(text)):
        if text[j] == 'H' and (j + 1 < len(text)) and text[j+1] == 'U':
            indexes.append(i)
# print(text)
# print()

print('Potencialis eltolások: ', indexes)
```

Potencialis eltolások: [7, 7, 8, 11, 11, 11, 12, 13, 13, 15, 17, 20, 23]

```
In [15]: # Brute force megoldás után csak néhány lehetséges eset maradt, amit meg kell
# A vizsgálat után arra a megállapításra jutottam, hogy a TTTT szöveg volt
# Az eredeti szöveg pedig a következő:

L = L = [0 - 11, -2-11, -6-11, -8-11, -17-11]
original_message = vigenere(chiper, L)

print('Original message:\n')
print(original_message)
```

Original message:

```
JRJWRTTTTTFETTTTEIWRTTTTTUVTLYDQTTTTTDFXTTTTCKLJTTTTTTTTTTZFTTTTTHUTTTTT
RLSVMCVLDNARVYTTTTTYTTTTTTTTTTJFBIUTTTTTTDYIVBTTTTVXTTTTGMDAQBVDQJWTTTTTDT
TTTTMIGZCGINPTTTTTTJVKTYQLMTTTTTTTTTTYRSLNETTTTTTTTTLLLOGULXLKTTTTTPRDMGPQ
BYETTTTTBUPTTTTTYGYNVUZQFQDMVVJTTEBTTTTTTTTTTZHUTTTTTTVTTTTTERTTTTTTTTTTETT
TTTXXQTTTTTUWCCNJCBFBWHUQCDTTTTTTVBDTTTTTVT
```

3.Feladat

Emlékeztető: egy n elemű halmaznak $\text{binomial}(n, k)$ darab k elemű része van (n alatt a k)

Építsünk megkülönböztetőt a következő véletlen generátorhoz. (Megkülönböztető bemenete két véletlennek szánt sztring, mely csak 0 és 1 karaktert tartalmaz, egyikül igazi véletlen, másikat az alábbi módszerrel állítottuk elő. A kimenet az, hogy megtippeljük, melyik melyik.

A seed egy n pozitív egész szám. A kimenet hossza L bit.

Minden M -re a $\text{range}(n, n+L)$ tartományból megszámoljuk, hány olyan részhalmaza van egy M -elemű halmaznak, melynek elemszáma osztható 4-gyel, a képlet

$$H = \text{binomial}(M, 0) + \text{binomial}(M, 4) + \dots$$

A kimenetre írunk egy 0 bitet, ha $H < 2^{(n-2)}$, különben egy 1-et.

```
In [16]: import random
import scipy.special

# veletlen sorozat
def makeRandomArray (n):
    array = ""
    for i in range(n):
        rand = random.randint(0,1)
        array += str(rand)
    return array

# megszamoljuk, hogy hany olyan reszhalmaz van egy M-elemu halmaznak, mel
def createArrayOfBinoms(n, L, array_of_M):
    H = []
    for i in range(n, n+L):
        k = 0
        number = 0
        while k * 4 <= i:
            tmp = scipy.special.binom(i, k*4)
            number += tmp
            k = k + 1
        H.append(number)
        array_of_M.append(i)
    return H

# random szamok generalasa a reszhalmazok alapjan
def generatePseudoRandomArray(H, n, arrays):
    array = ""
    for i in range(len(H)):
        if H[i] < (2**((arrays[i]-2))):
            array += "0"
        else:
            array += "1"
    return array
```

```
In [17]: L = 100
seed = random.randint(0,L)
array_of_M = []

rand_array_1 = makeRandomArray(L)

H = createArrayOfBinoms(seed, L, array_of_M)
print(seed)
rand_array_2 = generatePseudoRandomArray(H, seed, array_of_M)
```

61


```
In [18]: # random sorozatok kiirasa
# lathato, hogy az altalunk generalt random sorozat sokkal 'blokk' szerubb
# lathato tovabba, hogy nagy valoszinuseg szerint az altalunk generalt sor

print(rand_array_1)
print(rand_array_2)
print()
print('Random sorozatban levo 0-k szama: ', rand_array_1.count('0'))
print('Random sorozatban levo 1-k szama: ', rand_array_1.count('1'))
print()
print('Altalunk generalt pszeudo-random sorozatban levo 0-k szama: ', rand_
print('Altalunk generalt pszeudo-random sorozatban levo 1-k szama: ', rand_

counter = 0
for i in range (1000):
    L = 100
    seed = random.randint(0,L)
    array_of_M = []
    rand_array_1 = makeRandomArray(L)
    H = createArrayOfBinoms(seed, L, array_of_M)
    rand_array_2 = generatePseudoRandomArray(H, seed, array_of_M)

    if rand_array_2.count('0') < rand_array_2.count('1') and (rand_array_1
        counter += 1

print('Counter: ', counter)

0100010000011011100110010001000111110001000100001000010010100100110011110100
11000000000001100100000111
011110000011100001111000001110000111110000111011011011110011101111111010111
0010001000111100010010011

Random sorozatban levo 0-k szama: 62
Random sorozatban levo 1-k szama: 38

Altalunk generalt pszeudo-random sorozatban levo 0-k szama: 46
Altalunk generalt pszeudo-random sorozatban levo 1-k szama: 54
Counter: 559
```

```
In [19]: # 1 es 100 kozott a 4 elemu reszhalmazok szama:
for i in range (100):
    k = 0
    number = 0
    while k*4 < 100:
        number += scipy.special.binom(i, k*4)
        k += 1
    # print(number)
```

```
In [20]: # Az altalam, valoszinuleg felreertelmezes miatt rosszul megirt pszeudoran
# hogy a kapott reszhalmazok szama egy olyan nagy szam, hogy emiatt 1-es b

# Igy konnyen belathatjuk, hogy abban az esetben, ha tobb 1-es van az egyil
# valamint onnan is felismerheto az altalunk keszitett sorozat, hogy a sor
```

4. Feladat

Egy hash-függvényt valósítunk meg, mely csupa angol nagybetűből álló szövegekhez rendel számszerű hash értéket.

A módszer leírásához használjunk minden betűhöz egy számértéket a következő p függvény szerint: $p('A') = 0, p('B') = 1, \dots, p('Z') = 25$.

Ezután a bemeneti szövegeket átalakítjuk polinommá a következő szabály szerint:

Összeadjuk az s szöveg összes k pozíciójára a $p(s[k]) \cdot x^k$ tagokat. A kapott polinom legyen $f(s)$

Például a hárombetűs „XCF” szöveg polinomja $23 + 2x + 5x^2$.

Ezután az $f(x)$ polinomot elosztjuk maradékosan a $g(x) = x^{12} + 5x^7 + 2$ polinommal. A maradék legyen $r(x)$. Végül a számszerű hash-érték legyen: $r(73)$.

A feladat ennek a hash-függvénynek a megvalósítása, illetve a következő „törés” implementálása:

Bemenet két szöveg, S és T . A cél az, hogy írjunk néhány karaktert T végére úgy, hogy a így kapott T' szöveg hashe ugyanaz legyen, mint S -é.

```

In [21]: import numpy as np
import sympy
from sympy import *
# seged fuggveny a karakterbol szamra kepzeshoz
def letterToNumber (c):
    idx = -1
    letters = ['A','B','C','D','E','F','G','H','I','J','K','L','M','N','O']
    for i in range (len(letters)):
        if letters[i] == c:
            idx = i
    return idx

# polinom keszito fuggveny
def polinomialMaker (string):
    array = []
    for i in range (len(string)):
        array.append(letterToNumber(string[i]))
    array.reverse()
    f = np.polyld(array)
    return f

# g(x) polinom elkeszítése ket fele modon is
g = [12,0,0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,2]

def createGPolynomialWithPolyld (g):
    return np.polyld(g)

def createGPolynomialWithArray (g):
    return np.array(g)

# polinom osztas elvezese
def createPolynomialDivision (f,g):
    division = np.polydiv(f,g)
    return division

# r(x) polinom generalasa
def createRemainderPolynomial (f,g):
    division = np.polydiv(f,g)
    return division[1]

# polinom szamitasa egy adott szammal -> HASH szamitasa
def evaluatePolynomial (r, x):
    return np.polyval(r, x)

```

```

In [22]: # peldaban szereplo polinom megvalositasa ellenorzesre
f = polinomialMaker(['X', 'C', 'F'])
print(f)

```

```

      2
5 x + 2 x + 23

```

```
In [23]: g = createGPolynomialWithPolyld(g)
print('g(x) polinom: \n', g)
print()

division = createPolinomyalDivision(f,g)
r = createRemainderPolynomial(f,g)
print('Maradek a polinomialis osztasbol: \n', r)
```

```
g(x) polinom:
      12      7
12 x  + 5 x + 2
```

```
Maradek a polinomialis osztasbol:
      2
5 x + 2 x + 23
```

```
In [24]: # szamszeru hash ertekek szamitasa
p = evaluatePolynomial(r, 73)
print(p)
```

```
26814.0
```

```
In [25]: # MEGOLDAS
# adott S es T string
# a cel, hogy irjunk nehany karaktert ugy T vegere, hogy a kapott T' hash-
S = "KORTEFA"
T = "ALMAFA"

f1 = polinomyalMaker(S)
f2 = polinomyalMaker(T)

g = createGPolynomialWithPolyld(g)

division_1 = createPolinomyalDivision(f1,g)
division_2 = createPolinomyalDivision(f2,g)

r_1 = createRemainderPolynomial(f1,g)
r_2 = createRemainderPolynomial(f2,g)

p_1 = evaluatePolynomial(r_1, 73)
p_2 = evaluatePolynomial(r_2, 73)

# hash ertekek
print('S hash erteke: ', p_1)
print('T hash erteke: ', p_2)
```

```
S hash erteke: 10486433877.0
T hash erteke: 142055956.0
```

```
In [ ]:
```