

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

ВАРИАНТ 1.

ЗАДАЧА 1. На десяти карточках записаны буквы, составляющие слово «астрономия». Какова вероятность того, что, выбрав наудачу пять из них, мы получим слово «мотор»? Рассмотреть два случая:

- а) карточки расположены в порядке извлечения;
- б) вынутые карточки можно переставлять.

ЗАДАЧА 2. Для некоторого изделия, выпускаемого заводом, установлено, что в среднем на 100 изделий 4 не соответствуют техническим условиям. Таким образом, вероятность того, что изделие стандартное, равна 0,96. Для проверки изделия на соответствие техническим условиям на заводе проводится упрощенное испытание. Как показал опыт, «хорошие» изделия проходят это испытание с вероятностью 0,98, а «плохие» – с вероятностью 0,05. Какова вероятность того, что изделие, дважды прошедшее испытание, является стандартным?

ВАРИАНТ 2.

ЗАДАЧА 1. Из 33-х карточек с буквами русского алфавита наудачу выбираются 4 карточки. Какова вероятность того, что эти карточки в порядке извлечения составят слово «небо»?

ЗАДАЧА 2. При исследовании больного имеется подозрение на одно из трех заболеваний: A_1 , A_2 , A_3 . Для больного вероятность заболевания каждой болезнью в данных условиях составит соответственно $P_1 = 1/2$, $P_2 = 1/6$, $P_3 = 1/3$. Для уточнения диагноза назначен некоторый анализ, дающий положительный результат с вероятностью 0,1 в случае заболевания A_1 , с вероятностью 0,2 – в случае заболевания A_2 и с вероятностью 0,9 – в случае заболевания A_3 . Анализ был проведен пять раз и дал четыре раза положительный результат и один раз – отрицательный. Требуется определить вероятность каждого заболевания после анализа (пятикратного).

ВАРИАНТ 3.

ЗАДАЧА 1. Какова вероятность угадать в спортлото 5 чисел? (из 49-ти чисел, среди которых 6 – выигрышных, выбираются случайным образом 6 чисел).

ЗАДАЧА 2. Противник может применить ракеты трех типов (А, В и С) с такой вероятностью: $P(A)=0,3$; $P(B)=0,6$; $P(C)=0,1$. Вероятность сбить ракеты этих типов равны соответственно 0,6; 0,8 и 0,9. Известно, что противник применил ракету одного из трех типов. Определить вероятность того, что ракета будет сбита. Если ракета сбита, то определить наиболее вероятный ее тип.

ВАРИАНТ 4.

ЗАДАЧА 1. Из колоды карт (52 карты) наудачу извлекаются 3 карты. Определить вероятность того, что это будут тройка, семерка, туз.

ЗАДАЧА 2. Счетчик регистрирует частицы трех типов: А, В и С. Вероятность появления этих частиц такова: $P(A)=0.2$, $P(B)=0.5$, $P(C)=0.3$. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностью: $P_1=0.8$, $P_2=0.2$, $P_3=0.4$. Счетчик отметил частицу. По критерию наибольшей вероятности определить, какая это была частица.

ВАРИАНТ 5.

ЗАДАЧА 1. Имеются 12 приборов, из них 9 – проверенных и 3 – непроверенных. Выбирается случайным образом 3 прибора. Определить вероятность того, что все выбранные приборы проверены.

ЗАДАЧА 2. По воздушной цели ведут огонь две различные ракетные установки. Вероятность поражения цели первой установкой равна 0.85, а второй – 0.9. Вероятность поражения цели обеими установками равна 0.99. Найти вероятность поражения цели, если известно, что первая установка срабатывает с вероятностью 0.8, а вторая – с вероятностью 0.7.

ВАРИАНТ 6.

ЗАДАЧА 1. Для сдачи экзамена нужно правильно ответить не менее, чем на 2 вопроса билета (в билете 3 вопроса). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если из 30-ти вопросов он не выучил 3?

ЗАДАЧА 2. Студент для сдачи экзамена на машине-экзаменаторе должен на каждый из вопросов выбрать ответ «Да» или «Нет». На первом экзаменаторе для сдачи экзамена нужно правильно ответить на 3 из 4-х вопросов, на втором экзаменаторе – на 5 из 8-ми вопросов. Какой экзаменатор предпочтительнее для студента, который не знает материал?

ВАРИАНТ 7.

ЗАДАЧА 1. Компания из 10 человек садится за круглый стол. С какой вероятностью 3 определенных лица окажутся рядом, если всего мест за столом 10?

ЗАДАЧА 2. Вероятность поражения цели при одном выстреле $P=0,8$. Сколько выстрелов нужно произвести, чтобы поразить цель с вероятностью 0,99?

ВАРИАНТ 8.

ЗАДАЧА 1. В барабане продавца билетов книжной лотереи 200 билетов, из них с выигрышами – 20. Покупатель берет “наудачу” 3 билета. Какова вероятность того, что хотя бы один билет окажется выигрышным?

ЗАДАЧА 2. Производится стрельба по цели тремя снарядами. Каждый снаряд попадает в цель с вероятностью $P=0,7$ независимо от других. Цель поражается с вероятностью 0,5 при попадании одного снаряда, с вероятностью 0,7 – при попадании двух и с вероятностью 0,9 – при попадании трех снарядов. Найти полную вероятность поражения цели.

ВАРИАНТ 9.

ЗАДАЧА 1. Для уменьшения общего количества игр 20 команд спортсменов по жребию разбиваются на две равные подгруппы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в одной подгруппе.

ЗАДАЧА 2. В продукции завода брак из-за дефекта «А» составляет 5%, причем среди забракованной по признаку «А» продукции в 6% случаев встречается дефект «В», а в продукции, свободной от дефекта «А», дефект «В» встречается в 2% случаев. Определить вероятность нахождения дефекта «В» во всей продукции. В изделии, взятом на контроль, установлено наличие дефекта «В». Какова вероятность наличия при этом дефекта «А»?

ВАРИАНТ 10.

ЗАДАЧА 1. В турпоходе участвуют «А» студентов одной группы и «В» – другой. Какова вероятность того, что двое случайно выбранных идущих рядом студента окажутся из разных групп? Предполагается, что студенты идут в один ряд.

ЗАДАЧА 2. Вероятность попадания в цель при одном выстреле $P=0,6$. С какой вероятностью цель будет поражена при 4-х выстрелах, если для поражения необходимо не менее 2-х попаданий?

ВАРИАНТ 11.

ЗАДАЧА 1. Достаточным условием сдачи коллоквиума является ответ на 2 из 3-х вопросов, предлагаемых преподавателем студенту. Студент не знает ответов на 8 вопросов из 45-ти, которые могут быть предложены. Какова вероятность того, что студент сдаст коллоквиум?

ЗАДАЧА 2. По самолету производится 2 независимых выстрела, в каждом из которых вероятность попадания снаряда $P=0,7$. Самолет поражается с вероятностью 1, если в него попало 2 снаряда, и с вероятностью 0,6 – если попал только 1 снаряд. Определить вероятность поражения самолета.

ВАРИАНТ 12.

ЗАДАЧА 1. В урне один белый и пять черных шаров. Два игрока по очереди вынимают из урны шар и кладут его обратно, после чего шары в урне перемешиваются. Выигрывает тот, кто первый извлекает белый шар. Какова вероятность того, что выиграет игрок, начинающий игру?

ЗАДАЧА 2. По каналу связи, подверженному воздействию помех, передается одна из команд управления в виде кодовых комбинаций 11111 или 00000, причем априорные вероятности передачи этих команд соответственно равны 0,8 и 0,2. Из-за наличия помех вероятность правильного приема каждого из символов (1 и 0) равна 0,6. Предполагается, что символы кодовых комбинаций искажаются независимо друг от друга. На выходе приемного устройства зарегистрирована комбинация 10110. Спрашивается, какая команда была передана?

ВАРИАНТ 13.

ЗАДАЧА 1. Партия из 100 деталей подвергается выборочному контролю. Условие непригодности всей партии – наличие хотя бы одной бракованной детали из 5-ти проверенных. Какова вероятность принять данную партию, если она содержит 5% неисправных деталей?

ЗАДАЧА 2. При проверке качества зерен пшеницы было установлено, что все зерна могут быть разделены на четыре группы. К зернам первой группы принадлежат 96%, второй – 2%, третьей – 1%, четвертой – 1% всех зерен. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, в котором будет не менее 50-ти зерен, для семян первой группы составляет 0.5, второй – 0.2, третьей – 0.18, а четвертой – 0.02. Определить вероятность того, что:

- 1) из наудачу взятого зерна вырастет колос, в котором будет не менее 50-ти зерен;
- 2) зерно было взято из первой группы зерен при условии, что колос содержал 50 зерен.

ВАРИАНТ 14.

ЗАДАЧА 1. По каналу связи передаются 10 сигналов (вероятность искажения каждого из них одинакова). Из-за помех 4 из переданных сигналов при приеме искажаются. Какова вероятность того, что из четырех любых принятых сигналов хотя бы один – искаженный?

ЗАДАЧА 2. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна $P = 0,1$. Сколько билетов нужно приобрести, чтобы выигрыш был гарантирован с вероятностью $P_T = 0,9$?

ВАРИАНТ 15.

ЗАДАЧА 1. На карточках буквы Т,Т,Т,И,И,Н,С,У. Какова вероятность того, что при последовательном извлечении карточек получится слово «институт»?

ЗАДАЧА 2. В группе 20 студентов, пришедших на экзамен. 8 из них подготовлены отлично, 6 – хорошо, 4 – посредственно и 2 – плохо. В экзаменационных билетах имеется 40 вопросов. Студент, подготовленный отлично, может ответить на все вопросы, подготовленный хорошо – на 35, посредственно – на 25, плохо – на 10 вопросов. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен: а) отлично; б) хорошо; в) посредственно; г) плохо.

ВАРИАНТ 16.

ЗАДАЧА 1. Для уменьшения общего количества игр 20 команд спортсменов по жребию разбиваются на две группы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в разных подгруппах.

ЗАДАЧА 2. Экзаменационные билеты содержат 50 различных вопросов. В каждом билете – 2 вопроса. Чтобы сдать экзамен, студент должен ответить на оба вопроса билета. Сколько вопросов студент может позволить себе не знать, чтобы надеяться сдать экзамен с вероятностью 0,98?

ВАРИАНТ 17.

ЗАДАЧА 1. В группе из 30-ти студентов 25 спортсменов-разрядников. Наугад выбирают 5 студентов для сдачи норм ГТО. Какова вероятность того, что среди них не окажется ни одного спортсмена-разрядника?

ЗАДАЧА 2. Имеются две одинаковые урны: в 1-ой – два белых шара и три черных, во 2-ой – три белых и один черный. Из первой урны наудачу перекладывают во вторую два шара, а затем из второй урны наугад вынимают один шар. Этот шар оказался белым. Какой состав переложенных шаров является наиболее вероятным?

ВАРИАНТ 18.

ЗАДАЧА 1. В “секретном” замке на общей оси имеется 4 диска, каждый из которых разделен на 5 секторов с написанными на них цифрами. Замок открывается только в том случае, если диски установлены так, что их цифры образуют определенное четырехзначное число. Определить вероятность того, что при произвольной установке дисков замок можно будет открыть с первого раза.

ЗАДАЧА 2. На ракетной установке ПВО имеется боезапас в 10 ракет. Вероятность поражения одной ракетой самолета противника равна 0,5. Какова вероятность того, что 10 ракет будет достаточно для уничтожения 3 самолётов, если каждый может быть сбит независимо от других и одна ракета может уничтожить не более одного самолёта?

ВАРИАНТ 19.

ЗАДАЧА 1. На 8-ми карточках записаны буквы слова «интеграл». Какова вероятность того, что, выбрав наудачу четыре из них, мы получим слово «тигр»? Рассмотреть два случая:

- а) карточки располагаются в порядке их извлечения;
- б) вынутые карточки можно переставлять.

ЗАДАЧА 2. Вероятность попадания стрелком в десятку равна 0.7, а в девятку – 0.3. Определить вероятность того, что данный стрелок, трижды выстрелив, наберет 29 очков.

ВАРИАНТ 20.

ЗАДАЧА 1. В урне “А” белых и “В” черных шаров. Из урны вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми. Рассмотреть два случая:

1. Первый шар возвращается в урну;
2. Первый шар не возвращается в урну.

ЗАДАЧА 2. Передача информации о состоянии процесса управления осуществляется с помощью двоичного кода (0;1). Из-за помех искажается в среднем $\frac{2}{3}$ сигналов «0» и $\frac{1}{3}$ сигналов «1». Отношение сигналов «0» к сигналам «1» во всей информации составляет 5:3. Принят один сигнал. Определить вероятность того, что он не был искажён.

ВАРИАНТ 21.

ЗАДАЧА 1. В урне 20 белых и 5 красных шаров. Одновременно из урны извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что хотя бы 1 шар из них белого цвета? Какова вероятность того, что оба они разного цвета?

ЗАДАЧА 2. Вероятность пробоя каждого из четырех конденсаторов в приборе равна 0,1. Вероятность выхода прибора из строя при пробое одного конденсатора равна 0,2; при пробое двух равна 0,4; при пробое трех равна 0,6; а при пробое всех четырех равна 0,9. Найти вероятность выхода прибора из строя.

ВАРИАНТ 22.

ЗАДАЧА 1. Слово «тройка» составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешиваются и из них извлекаются по очереди четыре карточки. Какова вероятность того, что эти четыре карточки в порядке выхода составят слово «крот»?

ЗАДАЧА 2. По линии связи с вероятностями $P_1 = 0,6$ и $P_0 = 0,4$ посылаются сигналы 0 и 1. Если посылается сигнал 1, то из-за наличия помех с вероятностями $P_{11} = 0,9$ и $P_{10} = 0,1$ принимаются соответственно сигналы 1 и 0, если посылается сигнал 0, то с вероятностями $P_{01} = 0,3$ и $P_{00} = 0,7$ принимаются соответственно сигналы 1 и 0. Какова условная вероятность того, что посылается сигнал 1, если на выходе принимается сигнал 1?

ВАРИАНТ 23.

ЗАДАЧА 1. В группе 30 студентов, 5 из них живут в общежитии. По списку наудачу выбрано 3 студента. Найти вероятность того, что ровно 1 из них живет в общежитии.

ЗАДАЧА 2. Предохранитель в электрической цепи выходит из строя в четырех случаях:

1. При коротком замыкании в лампе (событие A) с вероятностью $P_1 = 0,6$.
2. При коротком замыкании в обмотке трансформатора (событие B) с вероятностью $P_2 = 0,7$
3. При пробое конденсатора (событие C) с вероятностью $P_3 = 0,9$.
4. При выходе напряжения сети за допустимые нормы (событие D) с вероятностью $P_4 = 0,4$.

Все события несовместны и их вероятности соответственно равны: $P(A)=0,2$; $P(B)=0,1$; $P(C)=0,4$; $P(D)=0,3$. Определить наиболее вероятную причину отказа предохранителя после того, как произошло это событие.

ВАРИАНТ 24.

ЗАДАЧА 1. На 7-ти карточках написаны буквы Д, Д, А, Е, Л, Н, Й. Тщательно перемешав карточки, извлекают их одну за другой и кладут в порядке извлечения. Найти вероятность того, что составит слово «дедлайн».

ЗАДАЧА 2. Для студента А вероятность не ответить на каждый из четырех билетов на экзамене равна 0,15. Вероятность не сдачи экзамена при неудовлетворительном ответе на один билет равна 0,2; на два билета - 0,5; на три билета - 0,7; а на все четыре - 0,9. Найти вероятность не сдачи экзамена.

ВАРИАНТ 25.

ЗАДАЧА 1. Из урны, содержащей 20 белых и 10 черных шаров, извлекаются 3 шара (вынутый шар в урну не возвращается). Определить вероятность того, что среди вынутых шаров будет:

- 1) 2 белых;
- 2) не меньше, чем 2 белых;
- 3) не больше, чем 2 белых шара.

ЗАДАЧА 2. При параллельном включении реле надежность блока из реле повышается. Сколько реле нужно взять, чтобы надежность блока P (т.е. вероятность его безотказной работы) была равной 0.999, если надежность отдельного реле $P_1 = 0.9$? (блок продолжает работать, если работает хотя бы одно реле)

ВАРИАНТ 26.

ЗАДАЧА 1. Большое количество партий, в 10 изделий каждая, проверяется следующим образом: партия принимается, если из 3-х выбранных по случайному принципу изделий каждое отвечает стандарту. Если же хотя бы одно изделие из контролируемых – нестандартное, то партия бракуется. Какова вероятность того, что будет принята партия, в которой два нестандартных изделия?

ЗАДАЧА 2. Вероятности попадания при каждом выстреле для трех стрелков равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6. Один из стрелков произвёл 3 выстрела, из которых только одно с попаданием. Определите, какому стрелку принадлежит пробоина (по критерию максимальной апостериорной вероятности).

ВАРИАНТ 27.

ЗАДАЧА 1. При подготовке к зачету студент выучил 15 вопросов из 25, входящих в программу. Зачет считается сданным, если студент ответил на 3 наудачу выбранных вопроса. Какова вероятность сдачи зачета?

ЗАДАЧА 2. Производятся испытания прибора. При каждом испытании прибор выходит из строя с вероятностью $P=0,1$. После первого выхода из строя прибор ремонтируется, после второго он признается негодным. Найти вероятность того, что прибор будет признан негодным после 5-ти испытаний.

ВАРИАНТ 28.

ЗАДАЧА 1. В урне один белый и пять черных шаров. Два игрока по очереди вынимают из урны шар, не возвращая его обратно. Выигрывает тот, кто первый извлекает белый шар. Какова вероятность того, что выигрывает игрок, начинающий игру?

ЗАДАЧА 2. В трех ящиках находятся соответственно:

- 1) 2 белых и 3 черных шара;
- 2) 4 белых и 3 черных шара;
- 3) 6 белых и 2 черных шара.

Предполагается, что вероятности извлечения шаров из каждого ящика соответственно равны: $P_1 = 0,1$; $P_2 = 0,7$; $P_3 = 0,2$. Извлечен белый шар. Спрашивается, из какого ящика он вероятнее всего был извлечен?

ВАРИАНТ 29.

ЗАДАЧА 1. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел их получать, вспомнил лишь, что в коде было число 23. Какова вероятность того, что он с первой попытки наберет нужный четырехзначный номер?

ЗАДАЧА 2. Завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью $P=0,01$ может иметь дефект. Каков должен быть объем случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одно дефектное изделие была не менее 0,95?

ВАРИАНТ 30.

ЗАДАЧА 1. На 6-ти карточках написаны буквы Е, И, С, С, С, Я. Тщательно перемешав карточки, извлекают их одну за другой и кладут в порядке извлечения. Найти вероятность того, что составит слово «сессия».

ЗАДАЧА 2. В группе из 20 человек имеются 5 отличных, 9 хороших и 6 посредственных стрелков. При одном выстреле отличный стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,9; хороший – с вероятностью 0,7; посредственный – с вероятностью 0,5. Случайно выбранный стрелок выстрелил дважды, в результате отмечено одно попадание и один промах. Какой вероятнее всего был стрелок: отличный, хороший или посредственный?

ВАРИАНТ 31.

ЗАДАЧА 1. Имеются 12 приборов, из них 9 – проверенных и 3 – непроверенных. Выбирается случайным образом 3 прибора. Определить вероятность того, что все выбранные приборы проверены.

ЗАДАЧА 2. Предохранитель в электрической цепи выходит из строя в четырех случаях:

1. При коротком замыкании в лампе (событие A) с вероятностью $P_1 = 0,6$.
2. При коротком замыкании в обмотке трансформатора (событие B) с вероятностью $P_2 = 0,7$
3. При пробое конденсатора (событие C) с вероятностью $P_3 = 0,9$.
4. При выходе напряжения сети за допустимые нормы (событие D) с вероятностью $P_4 = 0,4$.

Все события несовместны и их вероятности соответственно равны: $P(A)=0,2$; $P(B)=0,1$; $P(C)=0,4$; $P(D)=0,3$. Определить наиболее вероятную причину отказа предохранителя после того, как произошло это событие.