# ИДЗ №2 по теории вероятностей

# 2 курс, ПИ НИУ ВШЭ

осень 2023

### ВАРИАНТ 1

### ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c, & x \in (-2, -1) \\ 4c, & x \in (3, 4) \\ 0, & else \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(3 2\xi)(4 + 3\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(5 3\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(-0.5 < \xi < 5)$

#### ЗАДАНИЕ 4

Случайная величина X распределена по закону Коши:

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

Найти плотность распределения f(y), если y = arct g(x)

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения CB  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 6c, & x \in (-3, -1) \\ c, & x \in (0, 1) \\ 0, & else \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- г)  $\mathbb{E}(4 \xi)(2\xi 1)$
- д)  $\mathbb{D}(9 4\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(-5 < \xi < 0.5)$

#### ЗАДАНИЕ 4

Значения острого угла ромба со стороной a распределены равномерно в интервале  $(0, \frac{\pi}{2})$ . Найти плотность распределения вероятностей площади ромба.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения CB  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 2c, & x \in (-3, -2) \\ 5c, & x \in (1, 2) \\ 0, & else \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(3\xi 4)(2 \xi)$
- д)  $\mathbb{D}(-3\xi 7)$
- e)  $\mathbb{P}(-6 < \xi < -2.5)$

### ЗАДАНИЕ 4

Случайная величина X имеет нормальное распределение

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp(-\frac{x^2}{2})$$

Найти плотность распределения f(y), если  $y=x^3$ 

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 2c, & x \in (-1,0) \\ 3c, & x \in (2,4) \\ 0, & else \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2 + 3\xi)(7 4\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(1 4\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(-2 < \xi < 3)$

### ЗАДАНИЕ 4

Случайная величина X распределена по закону:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4a} (1 - \frac{x^2}{a^2}), & |x| \le a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

Найти плотность распределения f(y) случайной величины y, если  $y=b^2-x^2$ 

### ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c(x+0.5), & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2 3\xi)(4 + 5\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(4 2\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi < 0.5)$

# ЗАДАНИЕ 4

Какому функциональному преобразованию надо подвергнуть случайную величину X, распределенную равномерно в интервале [0,1], чтобы получить случайную величину Y, распределенную по показательному закону:  $f(y) = \lambda exp(-\lambda y), y \ge 0$ ?

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c(2-x), & x \in (-1,2) \\ 0, & x \notin (-1,2) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(4 + 2\xi)(5 4\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(3\xi 7)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi < 0.25)$

# ЗАДАНИЕ 4

Закон распределения измеренного значения радиуса круга – нормальный, с математическим ожиданием m=50 и дисперсией  $\sigma^2=0,25$ . Найти закон распределения площади круга и его среднюю площадь.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c(0.5x + 0.25), & x \in (1,3) \\ 0, & x \notin (1,3) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- г)  $\mathbb{E}(-3\xi 2)(7\xi 5)$
- $\mathbb{D}(5\xi+9)$
- e)  $\mathbb{P}(1.5 < \xi < 2.5)$

# ЗАДАНИЕ 4

Найти закон распределения объема шара, если его радиус – случайная величина, имеющая нормальный закон распределения с математическим ожиданием m=10 и дисперсией  $\sigma^2=0,25$ .

### ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c(-0.25x + 0.75), & x \in (0, 2) \\ 0, & x \notin (0, 2) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2\xi + 1)(4\xi + 2)$
- д)  $\mathbb{D}(3\xi + 6)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > 0.25)$

# ЗАДАНИЕ 4

Найти плотность распределения вероятностей объема куба, ребро которого X – случайная величина, распределенная равномерно в интервале [0, a].

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4}x^2 + 6x - \frac{45}{4}, & x \in (3,5) \\ 0, & x \notin (3,5) \end{cases}$$

Найти:

- а) функцию распределения СВ  $\xi$
- б) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- в)  $\mathbb{E}(6 4\xi)$
- г)  $\mathbb{D}(6 4\xi)$
- $д) \mathbb{P}(\xi > 4)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > 4.5)$

# ЗАДАНИЕ 4

Пусть X имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, 0 \le x < \infty$$

Найти плотность распределения вероятностей случайной величины  $Y=X^2$ .

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & x \in (-1, \sqrt[3]{3} - 1) \\ 0, & x \notin (-1, \sqrt[3]{3} - 1) \end{cases}$$

Найти:

- а) функцию распределения СВ  $\xi$
- б) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- в)  $\mathbb{E}(3 2\xi)$
- г)  $\mathbb{D}(3 2\xi)$
- $д) \mathbb{P}(\xi > -1)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > 0)$

# ЗАДАНИЕ 4

Диаметр цилиндрического вала имеет погрешность изготовления, и потому его измеренное значение подчинено в интервале [a, b] равномерному распределению. Найти плотность распределения вероятностей площади поперечного сечения вала.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}, & x \in (-3, 0) \\ 0, & x \notin (-3, 0) \end{cases}$$

Найти:

- а) функцию распределения СВ  $\xi$
- б) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- B)  $\mathbb{E}(5 + 4\xi)$
- $\Gamma$ )  $\mathbb{D}(5 + 4\xi)$
- д)  $\mathbb{P}(\xi > -3)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > -2)$

# ЗАДАНИЕ 4

Пусть Ү имеет плотность распределения вероятностей

$$f(y) = \frac{1}{3}e^{-\frac{y}{3}}, 0 \le y < \infty$$

Найти плотность распределения вероятностей случайной величины  $Z=Y^2.$ 

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}, & x \in (-1, 1) \\ 0, & x \notin (-1, 1) \end{cases}$$

Найти:

- а) функцию распределения СВ  $\xi$
- б) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- в)  $\mathbb{E}(7 + 3\xi)$
- $\Gamma$ )  $\mathbb{D}(7 + 3\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > \frac{1}{2})$

# ЗАДАНИЕ 4

На окружность радиуса R брошено две точки. Считая, что длина хорды – случайная величина с равномерным распределением, найти плотность распределения вероятностей длины дуги между брошенными точками.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения CB  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} cx^2, & x \in (0,2) \\ 0, & x \notin (0,2) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(6 2\xi)(3 + 4\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(6 2\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > 1.5)$

# ЗАДАНИЕ 4

Угол сноса самолета определяется формулой  $\lambda = arcsin(\frac{u}{v}sin(\varepsilon))$ , где  $\varepsilon$  - угол действия ветра, u - скорость ветра, v - скорость самолета в воздухе. Значения угла действия ветра распределены равномерно в интервале  $(-\pi,\pi)$ . Найти плотность распределения вероятностей угла сноса при u=20 м/с, v=720 км/ч.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения CB  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} cx^2, & x \in (0,2) \\ 0, & x \notin (0,2) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(3 \xi)(2 + 4\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(4 3\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > 1)$

# ЗАДАНИЕ 4

У центробежного регулятора стороны равны и составляют так называемый «параллелограмм» регулятора, острый угол  $\varphi$  этого параллелограмма – случайная величина, равномерно распределенная в интервале  $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4})$ . Найти закон распределения диагоналей параллелограмма регулятора, если его сторона равна a.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c(1-x^2), & |x| \le 1\\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2 \xi)(4 + 3\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(5 2\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > 0.5)$

#### ЗАДАНИЕ 4

Случайная величина X имеет плотность распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Найти функцию распределения F(y) случайной величины Y = kX, k > 0.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} cx^2, & x \in (0,3) \\ 0, & x \notin (0,3) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(4 2\xi)(2 + \xi)$
- д)  $\mathbb{D}(10 3\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > 2)$

# ЗАДАНИЕ 4

Какому функциональному преобразованию надо подвергнуть случайную величину X, распределенную равномерно в интервале  $(0,\pi)$ , чтобы получить случайную величину Y, распределенную по закону Коши:  $f(y) = \frac{1}{\pi(1+y^2)}$ ?

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} cx^2, & x \in (-3,0) \\ 0, & x \notin (-3,0) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2+9\xi)(2\xi-3)$
- д)  $\mathbb{D}(-9\xi + 2)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > 3)$

# ЗАДАНИЕ 4

Случайная величина X – измеренное значение стороны квадрата - распределена по закону:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}sin(x), & x \in (0, \pi) \\ 0, & x \in (\pi, 2\pi) \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей f(x) площади квадрата.

### ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 2cx^2, & x \in (-1, 1) \\ 0, & x \notin (-1, 1) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2-2\xi)(-\xi-3)$
- д)  $\mathbb{D}(-3\xi + 2)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > 0.5)$

#### ЗАДАНИЕ 4

Абсолютное значение случайной величины v - скорости молекул массы газа при абсолютной температуре T – подчиняется закону Максвелла-Больцмана:

$$f(v) = \lambda v^2 exp(-\beta v^2), 0 \le v < \infty,$$

где  $\beta = \frac{m}{2kT}, k$  - константа Больцмана,  $\lambda$  - нормирующий множитель.

Найти плотность распределения вероятностей f(x) кинетической энергии  $E=\frac{1}{2}mv^2=\gamma v^2$ , где  $\gamma=\frac{1}{2}m$ .

Показать, что  $\lambda = \frac{4\beta^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}}$ .

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} cx^2, & x \in (-3, -1) \\ 0, & x \notin (-3, -1) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- г)  $\mathbb{E}(4-2\xi)(-\xi-1)$
- д)  $\mathbb{D}(-3\xi + 16)$
- e)  $\mathbb{P}(\xi > -2)$

# ЗАДАНИЕ 4

Случайная величина X равномерно распределена на промежутке  $(0, 2\pi)$ . Найти математическое ожидание и дисперсию случайных величин:

- 1. Y = -4X
- 2. Z = X Y
- 3. V = X + 2Y 3Z 1

### ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения CB  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c \cdot \sin(3x), & x \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right) \\ 0, & x \notin \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(1-2\xi)(2+3\xi)$
- $д) \mathbb{D}(1-2\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(\frac{\pi}{4} < \xi < \frac{\pi}{2})$

# ЗАДАНИЕ 4

Случайная величина X равномерно распределена в интервале (0, 20), а случайная величина Y имеет плотность распределения  $f(y) = 0.5e^{-0.5y}, y \ge 0$ .

Найти математические ожидания и ковариацию случайных величин U и V, если U = 2X - 3Y + 5, V = Y - 3X + 1, а  $cov(X, Y) = \frac{-16}{\sqrt{3}}$ .

### ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения CB  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c \cdot \sin(2x), & x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ 0, & x \notin (0, \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(1-2\xi)(1+4\xi)$
- $\mathbb{D}(3+4\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(\frac{\pi}{3} < \xi < \frac{3\pi}{2})$

# ЗАДАНИЕ 4

По сторонам прямого угла XOY скользит линейка AB длиной l=1, занимая случайное положение, причем все значения X одинаково вероятны от 0 до 1.

Найти математическое ожидание и дисперсию расстояния R от начала координат до линейки.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c \cdot \sin(\frac{x}{4}), & x \in (0, \frac{4\pi}{3}) \\ 0, & x \notin (0, \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- г)  $\mathbb{E}(3\xi 2\sqrt{3})$
- д)  $\mathbb{P}(\frac{2\pi}{3} < \xi < \frac{4\pi}{3})$

### ЗАДАНИЕ 4

Затраты C на обслуживание приборов обратно пропорциональны сроку их службы t, т.е.  $C=\frac{1}{t}.$  Найти закон распределения случайной величины C, если закон распределения t нормальный:  $f(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ 

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c \cdot \sin(x - \frac{\pi}{6}), & x \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right) \\ 0, & x \notin \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2+\xi)(1+3\xi)$
- $\mathbb{D}(2+3\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(\frac{\pi}{3} < \xi < \frac{3\pi}{4})$

# ЗАДАНИЕ 4

Имеются две случайные величины X и Y, связанные соотношением: Y = 4 - 3X. Величина X распределена по закону равномерной плотности на интервале (-1, 3).

Найти математическое ожидание и дисперсию величины Y, а также ковариацию X и Y.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c \cdot \cos(2x), & x \in (0, \frac{\pi}{4}) \\ 0, & x \notin (0, \frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(\xi 2\xi)$
- д)  $\mathbb{P}(\frac{\pi}{6} < \xi < \frac{\pi}{2})$

# ЗАДАНИЕ 4

Случайные величины U и V связаны со случайными величинами X и Y соотношениями: U = X + 3Y - 2; V = 2X - Y + 1. Известно, что M(X) = 1; D(X) = 5; M(Y) = -2; D(Y) = 4;  $K_{XY}$  = 3. Найти математическое ожидание величин U и V и их ковариацию.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c \cdot \cos(\frac{x}{2}), & x \in (-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}) \\ 0, & x \notin (-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{D}(2-3\xi)$
- д)  $\mathbb{P}(0 < \xi < \frac{\pi}{2})$

# ЗАДАНИЕ 4

На смежных сторонах прямоугольника со сторонами а и b выбраны наудачу две точки. Найти математическое ожидание квадрата расстояния между этими точками, а также его дисперсию.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c \cdot \cos(x + \frac{\pi}{3}), & x \in (-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}) \\ 0, & x \notin (-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$

r) 
$$\mathbb{E}(1+2\xi)(2-3\xi)$$

д) 
$$\mathbb{P}(-\frac{\pi}{6} < \xi < 0)$$

### ЗАДАНИЕ 4

Имеется случайная величина X, распределенная по экспоненциальному закону:

$$f(x) = 2e^{-2x}, x \ge 0.$$

Найти математическое ожидание и дисперсию случайных величин:

$$Y = -2X$$

$$Z = X + Y - 1,$$

$$V = X - 2Y - Z + 1.$$

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения CB  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c \cdot \cos(x - \frac{\pi}{4}), & x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \\ 0, & x \notin (-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2+\xi)^2$
- д)  $\mathbb{P}(0 < \xi < \frac{3\pi}{4})$

# ЗАДАНИЕ 4

Точка находится на окружности радиуса R. Радиус-вектор этой точки проектируется на полярную ось, и на этой проекции, как на стороне, строится квадрат. Определить математическое ожидание и дисперсию площади квадрата, если положение точки в месте окружности равновозможно.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{9-x^2}}, & x \in (-3;3) \\ 0, & x \notin (-3;3) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2-4\xi)(1+2\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(3-4\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(1 < \xi < 4)$
- 3)  $\mathbb{P}(\xi > 0)$

#### ЗАДАНИЕ 4

На плоскости с координатами (X, Y) дана случайная точка, причем MX=2, DX=16, MY=4, DY=64,  $K_{XY}=0$ . Определить математическое ожидание и дисперсию расстояния от начала координат до проекции точки на ось OZ, лежащую в плоскости XOY и образующую с осью OX угол  $\lambda=30^\circ$ .

### ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{4-x^2}}, & x \in (-2;2) \\ 0, & x \notin (-2;2) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(1-5\xi)(3+4\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(5-2\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(-1 < \xi < 4)$
- 3)  $\mathbb{P}(\xi > 1)$

### ЗАДАНИЕ 4

Через точку  $\mathrm{B}(0,b)$  проводится прямая BA под углом  $\lambda$  к оси координат, причем  $\mathrm{A}(a,0)$ . Все значения угла  $\lambda$  равновероятны на интервале  $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$  Найти плотность распределения вероятностей абсциссы a точки A.

# ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения CB  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{9-x^2}}, & x \in (-3;3) \\ 0, & x \notin (-3;3) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(2 \xi)(3 + 2\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(10-3\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(-4 < \xi < 0)$
- з)  $\mathbb{P}(\xi > 0)$

### ЗАДАНИЕ 4

Пусть Ү имеет плотность распределения вероятностей

$$f(y) = \frac{1}{3}e^{-\frac{y}{3}}, 0 \le y < \infty$$

Найти плотность распределения вероятностей случайной величины  $Z=Y^2$ .

### ЗАДАНИЕ 3

Плотность распределения СВ  $\xi$  имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{16-x^2}}, & x \in (-4;4) \\ 0, & x \notin (-4;4) \end{cases}$$

Найти:

- а) константу с
- б) функцию распределения СВ  $\xi$
- в) построить график функции плотности распределения  ${\rm CB}$  и график функции распределения  ${\rm CB}$
- r)  $\mathbb{E}(5 3\xi)(10 + 2\xi)$
- д)  $\mathbb{D}(-3-4\xi)$
- e)  $\mathbb{P}(-5 < \xi < -2)$
- 3)  $\mathbb{P}(\xi > 2)$

### ЗАДАНИЕ 4

Затраты C на обслуживание приборов обратно пропорциональны сроку их службы t, т.е.  $C=\frac{1}{t}$ . Найти закон распределения случайной величины C, если закон распределения t нормальный:  $f(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$