

Emancypacja poznawcza ponad „sufit pamięciówki”: formalny model kompresja-generowanie / Cognitive emancipation beyond the “rote ceiling”: a compression-generation formal model

Streszczenie wykonawcze

Raport proponuje **sformalizowaną teorię** (syntetyczną, a nie „jedną uznaną doktrynę”) łączącą **uczenie pamięciowe** (np. tabliczka mnożenia), **limity transferu i myślenia generatywno-abstrakcyjnego** oraz **warunkowanie społeczne w edukacji** rozumiane jako „emancypacja” (odzyskiwanie sprawczości poznawczej). Teza nie brzmi: „pamięciówka szkodzi mózgowi”, tylko: **monokultura automatyzacji + system nagród za szybkość** może długofalowo **zubożyć repertuar strategii**, podnieść „koszt subiektywny” wysiłku poznawczego i przyspieszać wejście w stan **szttywności (mental set / Einstellung)**, co ujawnia się dopiero przy zadaniach z wyższym progiem trudności. ¹

Model opiera się na czterech dobrze ugruntowanych liniach badań:

- 1) **Automatyzacja vs kontrola**: praktyka sprzyja przejściu od procedur wymagających kontroli do szybkich odpowiedzi opartych o pamięć/dostęp bezpośredni (teorie automatyzacji; m.in. *instance theory*). ²
- 2) **Neurokognicja arytmetyki**: przejściu od liczenia/procedur do wydobywania faktów towarzyszy reorganizacja obwodów (hipokamp-kora; spadek zaangażowania sieci czołowo-ciemiennych; wzrost roli obszarów skroniowo-ciemiennych związanych z faktami/liczbami). ³
- 3) **Decyzja o „włączeniu myślenia” jako bilans koszt-korzyść**: systemy kontroli poznawczej są uruchamiane, gdy spodziewana korzyść przewyższa koszt wysiłku (ramy Expected Value of Control; neuroekonomia wysiłku). ⁴
- 4) **Edukacja: transfer, elastyczność, „produktywne zmaganie” i sprawczość**: strategie typu problem-solving-before-instruction (Productive Failure/PS-I) oraz samowyjaśnianie zwiększają rozumienie i transfer średnio-umiarkowanie, ale ich skuteczność zależy od wieku, wiedzy wstępnej i jakości wdrożenia. ⁵

Najbardziej „nośny” element emancypacyjny raportu jest taki: **warunkowanie społeczne** (nagradzanie szybkości, unikanie błędów, oceny wysokostawkowe, cele wykonaniowe) może przesuwac układ w stronę strategii **tańszych energetycznie i szybciej nagradzanych**, co w terminach modelu redukuje prawdopodobieństwo wyboru trybu generatywnego; to może sprzyjać **rutynowej ekspertyzie** kosztem **adaptacyjnej ekspertyzy**. ⁶

Raport kończy się: (a) zestawem **testowalnych hipotez i kryteriów falsyfikacji**, (b) projektami eksperymentów (behawioralnych i neuro-) z miarami i wstępnie oszacowanymi wielkościami efektu na podstawie metaanaliz, (c) praktycznymi protokołami „Etapu 3” (rewarunkowanie) oraz (d)

konsekwencjami polityczno-etycznymi (ryzyko selekcji, stygmatyzacji, nierówności, „neurodeterministycznych” interpretacji). 7

Założenia jawnie przyjęte (bo nie podano parametrów): w przykładach projektów badań zakładam zakres wieku 7–10 lat dla wczesnej arytmetyki (zgodnie z literaturą o przejściu counting→retrieval) oraz próby rzędu $N \approx 80\text{--}150$ na warunek w badaniach szkolnych, aby wiarygodnie wykrywać efekty w okolicach $g/d \approx 0,30\text{--}0,60$ (typowe dla interwencji poznawczo-dydaktycznych). 8

Teoria formalna: kompresja, generowanie, sufit, rewarunkowanie

Rdzeń teorii

Proponowana teoria (robocza nazwa): **TKGE** – *Teoria Kompresji, Generowania i Emancypacji (poznawczej)*. Jest to formalizacja, która mapuje pojęcia z dyskusji „pamięciówka vs myślenie” na mechanizmy znane z psychologii poznawczej, neuronauki i nauk o uczeniu. 9

TKGE łączy trzy poziomy opisu:

- **Poziom strategii** (poznawczy): automatyzacja vs kontrola/elaboracja. 10
- **Poziom obwodów** (neuro): pamięć deklaratywna/hipokamp-kora + obwody czołowo-ciemieniowe vs obwody szybkiego wydobywania faktów i nawykowe kontrolery. 11
- **Poziom motywacyjno-społeczny** (warunkowanie): kontekst nagród/kar i klimat celów (mastery vs performance) modulują decyzję o angażowaniu kontroli poznawczej. 12

Definicje (formalny słownik pojęć)

Poniżej definicje są „operacyjne” (tak, by dało się je mierzyć w badaniach).

Tryb kompresji / pamięciówka (K)

Strategia rozwiązywania polegająca na **bezpośrednim wydobywaniu** odpowiedzi lub gotowego wzorca z pamięci długotrwałej, z minimalnym udziałem kontroli poznawczej. W arytmetyce odpowiada temu np. automatyczne fakty mnożenia (tabliczka) lub „wyuczone procedury” uruchamiane jak skrypt. Mechanistycznie odpowiada automatyzacji opisywanej przez *instance theory* i klasyczne rozróżnienie przetwarzania automatycznego vs kontrolowanego. 13

Tryb generowania / myślenie (G)

Strategia polegająca na **konstrukcji rozwiązania** przez modelowanie zależności, rozbijanie problemu, tworzenie reprezentacji (np. diagram, relacje, równania), testowanie hipotez i kontrolę błędów; kosztowna czasowo i energetycznie, ale umożliwiającą transfer i adaptację do nowości. W neuronauce odpowiada zwiększonemu udziałowi rozległych sieci kontroli (fronto-ciemieniowych, MD) oraz – w twórczym generowaniu – współpracy sieci domysłnej i wykonawczej. 14

Sufit trudności (S)

W TKGE to taki poziom złożoności zadania x , dla którego skuteczność trybu K gwałtownie spada (np. brak pasującego wzorca), a przejście na tryb G staje się konieczne. Operacyjnie: S jest punktem, w którym **krzywa trafności/transferu** w zadaniach nowych zaczyna się rozchodzić między osobami/warunkami treningu, mimo podobnej poprawności w zadaniach rutynowych. 15

Rewarunkowanie (R) / „Etap 3”

Proces uczenia się, w którym (1) zmienia się **polityka wyboru strategii** (częściej wybieram G, gdy pojawia się nowość), oraz (2) obniża się subiektywny koszt wysiłku poznawczego poprzez trening (metapoznanie, tolerancja na błąd, praca na zadaniach generatywnych). W edukacji odpowiada projektom typu Productive Failure/PS-I oraz interwencjom, które zwiększają rozumienie i transfer, nie tylko wynik „tu i teraz”. ¹⁶

Minimalna formalizacja (intuicja „wzorem”)

Niech zadanie ma złożoność x . Dwie strategie mają:

- przewidywaną skuteczność: $p_K(x)$, $p_G(x)$
- koszt (czas/energia/wysiłek): $c_K \ll c_G$
- oraz „nagrodę społeczną”/instrumentalną r (np. punkty za szybkość).

Decyzja o wyborze strategii jest w TKGE opisana jako przypadek **alokacji kontroli**: wybieram G, gdy korzyść z lepszego rozumienia/transferu i sukcesu w nowości przewyższa koszt wysiłku (ramy Expected Value of Control) oraz gdy środowisko nie karze za wolniejsze tempo i błędy. ¹⁷

Diagram przepływu etapów uczenia (mermaid)

```
flowchart TD
    A[Etap 1: Ekspozycja i akumulacja przykładów] --> B[Etap 2: Kompresja / automatyzacja]
    B -->|zadania rutynowe| C[Wysoka płynność: szybkość + niska kontrola]
    B -->|zadania nowe / rosnąca złożoność| D[Sufit trudności: spadek transferu]
    D --> E[Etap 3: Rewarunkowanie]
    E --> F[Generowanie: modele, strategie, elastyczność]
    F -->|praktyka| B
```

Model neurokognitywny: regiony mózgu, sieci, plastyczność, koszty energii

Mapowanie trybów K i G na systemy mózgowe

Tryb K (pamięciówka / wydobywanie faktów) w arytmetyce wiąże się z przejściem od strategii proceduralnych (np. liczenie) do **pamięciowego wydobywania**; w badaniach rozwojowych wykazano, że temu przejściu towarzyszy m.in. rosnąca rola układu pamięci (hipokamp) w fazie nabywania i reorganizacja połączeń hipokamp–kora. ¹⁸

W metaanalizach neuroobrazowania strategii arytmetycznych/mentalnych obserwuje się, że problemy rozwiązywane przez **retrieval** częściej angażują obszary skroniowo-ciemiennowe (w szczególności okolice zakrętu kątownego), podczas gdy problemy proceduralne angażują szerszej sieci czołowo-ciemiennowe. ¹⁹

Tryb G (generowanie / kontrola poznawcza) odpowiada większemu udziałowi **fronto-ciemiennowych układów kontroli**, w tym systemu „multiple-demand” powiązanego z inteligencją płynną i zadaniami o dużej złożoności, oraz systemów monitorowania konfliktu (np. ACC/dACC). ²⁰

W generowaniu kreatywnym i myśleniu „modelowym” istotne są też **interakcje sieci domyślnej (DMN)** z siecią wykonawczą/kontrolną; współpraca DMN-ECN jest opisywana jako mechanizm łączenia samorządnego generowania idei z selekcją i ograniczaniem przez cele zadania. ²¹

Plastyczność: dlaczego „strategie” zostają w mózgu

Dane podłużne z fMRI u dzieci (ok. 7–9 lat) pokazują, że przejściu od liczenia do retrieval towarzyszy **wzrost zaangażowania hipokampa** i **spadek zaangażowania układów PFC-parietal**, a poprawa płynności retrieval jest przewidywana przez wzrost **funkcjonalnej łączności hipokamp-neokora**. To jest mechanizm plastyczności: praktyka nie tylko „przyspiesza”, ale reorganizuje współpracę systemów pamięci i kontroli. ²²

Jednocześnie, trening arytmetyczny może prowadzić do zmian „wydajnościowych” w aktywacji (np. redukcji aktywacji po treningu, interpretowanej jako większa efektywność). ²³

Koszt energetyczny i decyzja o angażowaniu kontroli

TKGE zakłada, że przełączanie w tryb G jest **decyzją regulowaną koszt-korzyść**, a nie tylko „cechą charakteru”. Modele Expected Value of Control opisują, że układ kontroli (z udziałem dACC) alokuje kontrolę, gdy spodziewany zysk przewyższa koszt. W praktyce edukacyjnej oznacza to: jeśli środowisko płaci (oceną, prestiżem, spokojem) za szybkość i bezbłądność, to preferuje strategie niskokosztowe; jeśli płaci za wyjaśnienie, model i transfer — zwiększa częstość uruchamiania G. ²⁴

„Kompresja” jako analog model-free, a „generowanie” jako model-based

Neurokognitywna analogia pomocna formalnie:

- **Tryb K** ~ kontrola „model-free” / nawykowa (szybka, oparta o skojarzenia),
- **Tryb G** ~ kontrola „model-based” / planistyczna (wolniejsza, oparta o wewnętrzny model). ²⁵

Co ważne: można **przesuwać równowagę** między tymi systemami — np. zaburzenie DLPFC tDCS/TMS obniża udział zachowania model-based na rzecz model-free w zadaniach decyzyjnych, co stanowi przyczynowy dowód roli kory przedczołowej w elastycznym wyborze. ²⁶

Trajektoria rozwojowa i warunkowanie edukacyjne: skąd bierze się „sufit pamięciówki”

Rozwój: od „fal nakładających się” do automatyzacji

Rozwój strategii poznawczych nie jest zwykle „skokowy”, lecz przypomina model **overlapping waves**: dzieci i dorośli naprzemiennie używają wielu strategii, a z czasem zmienia się rozkład prawdopodobieństw ich wyboru. W arytmetyce ta zmiana jest dobrze udokumentowana (liczenie → retrieval) i ma korelaty w reorganizacji hipokamp-kora. ²⁷

Kluczowa konsekwencja: sama automatyzacja (tabliczka mnożenia) jest **normalną częścią rozwoju kompetencji**, ale nie determinuje jeszcze jakości myślenia przy nowości. ²⁸

Dlaczego „pamięciówka” bywa adaptacyjna... i gdzie zaczyna ograniczać

Badania i przeglądy z dydaktyki matematyki od dawna rozróżniają „instrumentalne” (wiedzieć jak) i „relacyjne” (wiedzieć dlaczego) rozumienie; relacyjne rozumienie jest opisane jako budowa schematu/struktury pozwalającej generować wiele dróg rozwiązania (metafora „mapy miasta”). ²⁹

Współczesna literatura kognitywno-edukacyjna pokazuje jednak, że **wiedza proceduralna i konceptualna często rozwijają się iteracyjnie i dwukierunkowo**: praktyka procedur może wspierać rozumienie, ale tylko wtedy, gdy praktyka eksponuje strukturę i zachęca do zauważania relacji; analogicznie, rozumienie konceptualne wspiera budowę procedur. ³⁰

Problem TKGE lokalizuje nie w samym zapamiętywaniu, lecz w sytuacji, gdy:

- trening jest **zdominowany przez szybkość i unikanie błędu**,
- rozwiązania są „jedyną ścieżką”,
- a uczeń rzadko ćwiczy generowanie reprezentacji/strategii. ³¹

Wtedy rośnie ryzyko utrwalenia **mental set / Einstellung**: tendencji do stosowania wyuczonego schematu nawet wtedy, gdy istnieje lepsza metoda. W matematyce wykazano eksperymentalnie, że indukowanie „nastawienia” kontekstowego obniża szanse użycia skrótu oraz późniejszą elastyczność i rozumienie konceptualne (u studentów i u dzieci). ³²

Warunkowanie społeczne jako mechanizm „anty-emancypacji”

TKGE interpretuje środowisko szkolne jako system, który może:

- wzmacniać **cele wykonaniowe** (wynik, porównanie, szybkość), albo
- wzmacniać **cele mistrzostwa** (rozumienie, poprawa własna, strategia). ³³

Z perspektywy samostanowienia, konteksty autonomii sprzyjają motywacji wewnętrznej i rozwojowi, a konteksty kontrolujące zwiększają pasywność/alienację; jest to naukowy odpowiednik „emancypacji” jako warunku sprawczości uczenia się. ³⁴

W nurcie krytycznej pedagogiki, **Paulo Freire** ³⁵ opisywał „bankowy” model edukacji (depozyt informacji) jako przeciwieństwo edukacji problemowej/dialogicznej; TKGE traktuje tę intuicję jako opis środowiska, które obniża prawdopodobieństwo uruchamiania G i podnosi koszt błędu, a więc stabilizuje rutynę. ³⁶

Oś czasu rozwoju i punktów interwencji (mermaid)

```

timeline
    title Trajektoria TKGE (typowa) i okna interwencji
    7-9 lat : silny wzrost przejścia counting→retrieval; plastyczność hipokamp-  
kora
    10-12 lat : konsolidacja automatyzacji; rosną różnice w elastyczności  
strategii
    13-18 lat : rośnie znaczenie zadań abstrakcyjnych; sufit ujawnia się w  
algebrze/wnioskowaniu
    studia/dorośli : możliwy „kryzys sufitu” i rewarunkowanie przez trening  
generatywny

```

Hipotezy, predykcje i falsyfikacja: jak uczynić TKGE naukowo ryzykowną

Hipotezy testowalne (H) z minimalnymi predykcjami

H1 (strategiczna dywergencja): Intensywny trening pamięciowy (K) zwiększy płynność na zadaniach rutynowych, ale — przy kontroli czasu nauki — będzie dawał mniejszy przyrost w zadaniach transferowych i elastyczności niż trening mieszany (K+G) lub generatywny (G-dominant). Mechanizm pośredni: większa podatność na mental set i mniejsza częstość przełączania strategii. ³⁷

H2 (neuro-podpis trybów): Przy równoważnej poprawności, warunek K będzie charakteryzował się relatywnie większym „profilem retrieval” (większy udział obszarów faktów/liczb, mniejszy udział sieci czołowo-ciemieniowej) w porównaniu do G-dominant podczas zadań nowych; w rozwoju szkolnym różnice te będą modulowane przez stadium przejścia counting→retrieval i łączność hipokamp–kora. ³⁸

H3 (warunkowanie nagrodą): Nagradzanie szybkości i bezbłędności (presja wykonaniowa) obniży wybór strategii G i podniesie zachowania „model-free” (w sensie kontroli nawykowej), natomiast nagradzanie wyjaśnień i strategii (mastery/autonomia) podniesie wybór G. ³⁹

H4 (Etap 3 jest trenowalny): Interwencje „rewarunkowujące” (PS-I/Productive Failure, samowyjaśnianie, testowanie-z-odroczonego feedbackiem, przeplatanie) dadzą umiarkowane przyrosty rozumienia i transferu, typowo w zakresie $g \approx 0,3-0,6$ w zależności od wieku i wdrożenia. ⁴⁰

H5 (metapoznawcza iluzja płynności): Warunki skoncentrowane na płynności (K, „łatwość na bieżąco”) będą zwiększać rozbieżność między poczuciem opanowania a realnym uczeniem długoterminowym w porównaniu do warunków z „pożądanymi trudnościami”. ⁴¹

Kryteria falsyfikacji (co obaliłoby kluczowe elementy TKGE)

TKGE byłaby istotnie podważona, gdyby w dobrze kontrolowanych badaniach:

- 1) **Warunek pamięciowy K** dawał *równie duży lub większy* przyrost transferu i elastyczności niż K+G, przy równym czasie nauki i bez różnic w wiedzy wstępnej.
- 2) Manipulacje nagrodami/klimatem celów nie zmieniałyby wyboru strategii (brak efektu na przełączanie, brak efektu na miary model-based/model-free).
- 3) Neuro-predykcje nie różnicowałyby warunków (np. brak różnic w rekrutacji sieci czołowo-ciemieniowych/hipokamp–kora w zadaniach nowych). ⁴²

Proponowane eksperymenty falsyfikacyjne i kryteria empiryczne

Poniższe projekty są tak ułożone, by „mogły zabić” teorię, a nie tylko ją potwierdzać.

Tabela projektów badań (falsyfikacja, miary, statystyka, oczekiwane efekty)

Projekt	Populacja (założenie)	Warunki i kontrola	Kluczowe miary	Predykcja TKGE	Testy statystyczne i efekt
RCT-A: Tabliczka mnożenia a transfer	Dzieci 8–9 lat ($N \approx 300$ łącznie)	K: drill+timed; G: strategie (rozbiecia, modele tablic/siatek); K+G: mieszany. Czas ekspozycji równy; nauczyciel/klasa jako efekt losowy.	Płynność faktów (RT, błędy), transfer do zadań nowych (problemy tekstowe, wieloetapowe), „procedural flexibility” (liczba strategii, koszty przełączeń).	$K > G$ w RT faktów; $K+G \approx K$ w płynności, ale $K+G > K$ w transferze/flex. ⁴³	Modele mieszane (GLMM/LMM), kontrasty planowane; d/g dla transferu $\sim 0,30-0,50$ (bazując na efektach PF/self-explain/interleave). ⁴⁴
RCT-B: Manipulacja nagrody	Uczniowie 12–14 lat ($N \approx 200$)	Identyczne zadania; randomizacja do: „nagroda za szybkość” vs „nagroda za wyjaśnienie” vs neutral.	Wybór strategii (raport + wskaźniki behawioralne), skłonność do wysiłku (COG-ED), cele osiągnięć.	„Szybkość” obniża G i zwiększa sztywność; „wyjaśnienie” odwrotnie. ⁴⁵	ANOVA/LMM; mediacje (bootstrapping); spodz. $d \sim 0,3-0,5$ na wskaźnikach strategii. ⁴⁶
Neuro-C: fNIRS/EEG podczas arytmetyki	Dzieci 9–10 lat ($N \approx 90$)	Przed/po 8 tyg. treningu K vs K+G; kontrola poziomu faktów na starcie.	fNIRS/EEG: wskaźniki zaangażowania PFC/IPS vs obszary skroniowo-ciemiennie; RT i błędy.	K: silniejszy sygnał „retrieval-dominant” przy rutynie; K+G: większa elastyczność zaangażowania przy nowości. ⁴⁷	Analizy wielopoziomowe korekty wielokrotne; efekt w kierunku zmiany aktywacji po treningu zgodny z literaturą treningową. ⁴⁸
Long-D: naturalistycznie, klasy	Szkoły (N klas ≥ 40)	Pomiar klimatu ocen (timed tests, presja), autonomii nauczyciela; kontrola SES i wyników bazowych.	Transfer, myślenie abstrakcyjne (zadania MD/rozumowanie), lęk matematyczny, strategie.	Im więcej presji „szybko”, tym mniej G i transferu (po kontroli baz). ⁴⁹	Modele hierarchiczne; fale pomiarów; testy interakcji (presja \times WM). ⁵⁰

Projekt	Populacja (założenie)	Warunki i kontrola	Kluczowe miary	Predykcja TKGE	Testy statystyczne i efekt
Reconditioning-E: Etap 3 u dorosłych	Studenci (N≈120)	PF/PS-I + self-explain + retrieval + interleaving vs „typowe ćwiczenia”	Transfer odroczony, metapoznanie (kalibracja), elastyczność	Interwencja > kontrola w transferze (g~0,36– 0,55). ⁵¹	ANCOVA + testy efektów odroczonej; prerejestracja; raport BF + g. ⁵²

Uwaga o „wielkościach efektu”: wartości w tabeli są **oczekiwaniem a priori** zakotwiczonymi w metaanalizach: PS-I/PF (średnio $g \approx 0,36$; przy wysokiej „fidelity” $g \approx 0,37-0,58$), samowyaśnianie ($g \approx 0,55$), testowanie vs restudy ($g \approx 0,50$; w podzbiorze „high-exposure” $g \approx 0,66$), przeplatanie (ogółem $g \approx 0,42$; w zadaniach matematycznych ok. $g \approx 0,34$). ⁵¹

Interwencje i protokoły rewarunkowania: jak indukować „Etap 3” w praktyce

Zasada konstrukcyjna: „najpierw generuj, potem konsoliduj”

Najlepiej przebadane podejścia, które wprost ćwiczą przejście K→G (z zachowaniem solidnej bazy faktów), mają wspólną strukturę:

- 1) **Faza generowania / eksploracji** (uczeń próbuje, tworzy reprezentacje, popełnia sensowne błędy),
- 2) **Faza konsolidacji / instrukcji eksperckiej** (nauczyciel porządkuje, nadaje nazwy, łączy z teorią),
- 3) **Faza utrwalenia z transferem** (retrieval practice, przeplatanie, odroczone powtórki). ⁵³

To jest zgodne zarówno z wynikami o PS-I/PF, jak i z modelem iteracyjnych relacji wiedzy konceptualnej i proceduralnej. ⁵⁴

„Pakiet Etap 3” (8 tygodni) – protokół wdrożeniowy

Cel: zwiększyć częstość i jakość trybu G bez utraty biegłości podstaw (nie „anty-tabliczka”, tylko „tabliczka + emancypacja poznawcza”). ⁵⁵

Format: 3 sesje/tydzień po 30–45 min + mikro-praktyki (5–8 min) między sesjami.

Krok po kroku:

- **Tydzień 1–2 (bezpieczeństwo błędu + diagnostyka sufitu):** zadania z dwoma rozwiązaniami, nacisk na opis strategii i wykrywanie momentów „nie wiem”. Wprowadzenie metapoznawczej różnicy „uczenie vs wykonanie” (żeby nie mylić płynności z rozumieniem). ⁵⁶
- **Tydzień 3–5 (Productive Failure / PS-I):** każda nowa idea: 10–15 min problem-solving-before-instruction (indywidualnie lub w parach), potem 10 min instrukcji i „sklejania” rozwiązań uczniów z rozwiązaniem eksperckim, na końcu 10 min zadań transferowych. ⁵⁷
- **Tydzień 6–8 (utrwalenie, które nie zamyka myślenia):** testowanie-zamiast-czytania (retrieval practice) z odroczonym feedbackiem, przeplatanie typów zadań, krótkie prompt’y samowyaśniania „dlaczego to działa?”. ⁵⁸

Minimalne standardy jakości (fidelity): (a) realna nowość w fazie generowania, (b) jawne porównanie rozwiązań uczniów z rozwiązaniem poprawnym, (c) utrwalenie nastawione na transfer, nie tylko szybkość. To są elementy krytyczne w literaturze PF/PS-I. ⁵⁹

Miary postępu (metryki Etapu 3)

Zalecane jest mierzenie trzech klas wskaźników:

- **Wynik rutynowy (K-fluency):** RT+poprawność na faktach/ćwiczeniach. ⁶⁰
- **Transfer i elastyczność (G-capacity):** skuteczność na nowych problemach; różnorodność strategii; koszty przełączeń; umiejętność skrótu, gdy dostępny. ⁶¹
- **Warunkowanie i koszt wysiłku (E-cost):** kalibracja metapoznawcza (czy nie mylę płynności z uczeniem), wybór zadań trudniejszych, postawy mastery/autonomia. ⁶²

Tabela porównująca interwencje, mechanizmy i przewidywane skutki

Interwencja	Mechanizm (TKGE)	„Najlepsze okno”	Przewidywany wpływ	Typowe efekty (meta-kotwica)
PS-I / Productive Failure	podnosi G przez kontrolowane zmaganie + późniejszą konsolidację	późne podstawówki → studia (z zależnościami wieku)	↑ rozumienie i transfer, potencjalnie bez spadku biegłości bazowej przy dobrym wdrożeniu	$g \approx 0,36$ ogółem; $g \approx 0,37-0,58$ przy wysokiej wierności PF ⁶³
Samowyjaśnianie (prompty)	zwiększa elaborację i łączenie reprezentacji; obniża „płytki K”	szeroko (pod warunkiem nieprzeciążania)	↑ rozumienie, często ↑ transfer	$g \approx 0,55$ ⁶⁴
Retrieval practice / testowanie	wzmacnia ślady pamięci i dostęp w różnym kontekście; „pożądana trudność”	szeroko	↑ retencja i (często) transfer; lepsza kalibracja uczenia	$g \approx 0,50$; w podzbiórze $g \approx 0,66$ ⁶⁵
Przeplatanie (interleaving)	wymusza rozróżnianie kategorii i dobór strategii (G)	gdy są podobne typy zadań do odróżnienia	↑ uczenie indukcyjne; w matem. raczej mały-umiarkowany efekt	ogółem $g \approx 0,42$; w matem. $g \approx 0,34$ ⁶⁶
Pożądane trudności (projekt dydaktyczny)	redukuja iluzję płynności; zwiększają wysiłek „w punkt”	zależne od wiedzy wstępnej	↑ długoterminowe uczenie, ale ryzyko „undesirable difficulty” przy zbyt dużym obciążeniu	warunkowe; potrzebna zgodność z CLT i poziomem ucznia ⁶⁷

Implikacje polityczne i etyczne: emancypacja bez selekcji i bez „neuromitów”

Polityka edukacyjna: równowaga, nie ideologia „anti-rote” ani „drill-only”

Literatura o relacji wiedzy proceduralnej i konceptualnej sugeruje, że najlepsze efekty daje **projektowanie iteracji** między rozumieniem i procedurą, a nie eliminacja jednego z komponentów. Polityka „wyłącznie płynność” ryzykuje wzmacnianie mental set, a polityka „wyłącznie odkrywanie” ryzykuje przeciążenie i chaos, szczególnie u początkujących — co jest znanym punktem sporu o (minimal) guidance vs instructional guidance. ⁶⁸

W ujęciu TKGE „emancypacja” oznacza: **systemowo zwiększać wartość (nagrodę) dla G**: wyjaśnień, transferu, strategii, pytań „dlaczego” — bez karania za wolniejsze tempo, zwłaszcza w fazie uczenia. To jest spójne z SDT (autonomia) oraz z klasycznym rozróżnieniem relacyjnego vs instrumentalnego rozumienia. ⁶⁹

Etyka: ryzyka i zabezpieczenia

Ryzyko stygmatyzacji i „trackingu”: Interpretacja „ten uczeń jest pamięciówkowy, ten myślący” może prowadzić do szkodliwych, samospełniających się ścieżek selekcyjnych. TKGE wymaga raczej diagnozy *warunków i strategii*, nie etykietowania osób. ⁷⁰

Ryzyko nierówności: Interwencje Etapu 3 bywają „droższe” (czas, kompetencje nauczyciela). Jeśli trafią tylko do wybranych szkół, mogą zwiększać różnice edukacyjne. Z perspektywy etycznej kluczowe jest zapewnienie: (a) prostych protokołów wdrożeniowych, (b) treningu nauczycieli, (c) monitoringu jakości (fidelity). ⁷¹

Ryzyko presji i lęku: Presja na szybkość i bezbłądność może wchodzić w interakcje z lękiem matematycznym i pamięcią roboczą, obniżając użycie strategii zaawansowanych; dlatego polityka „timed tests jako rdzeń” może być poznawczo i etycznie problematyczna (szczególnie dla części uczniów). ⁵⁰

Ryzyko „neurodeterministyczne”: Dane neuroobrazowe pokazują korelaty i mechanizmy, ale nie powinny służyć do „biologicznego orzekania” o potencjale. Najbardziej produktywnie użycie neuronauki w TKGE to: projektowanie miar, hipotez i interwencji (plastyczność), a nie selekcja uczniów. ⁷²

Kluczowe źródła (wybór, primary/meta; autor-rok-czasopismo)

- S. Qin ⁷³ i in., 2014, *Nature Neuroscience*: podłużne fMRI 7–9 lat; reorganizacja hipokamp–kora w przejściu counting→retrieval. ²⁷
- A. Shenhav ⁷⁴, Matthew M. Botvinick ⁷⁵, Jonathan D. Cohen ⁷⁶, 2013, *Neuron*: Expected Value of Control. ⁷⁷
- N. D. Daw ⁷⁸ i in., 2011, *Neuron*: współistnienie model-based i model-free w wyborach. ⁷⁹
- P. Smittenaar ⁸⁰ i in., 2013, *Neuron*: zaburzenie DLPFC przesunęło kontrolę ku model-free (dowód przyczynowy). ²⁶
- G. D. Logan ⁸¹, 1988, *Psychological Review*: instance theory of automatization. ⁸²
- Manu Kapur ⁸³, 2014, *Cognitive Science*: Productive Failure w matematyce (mechanizmy). ⁸⁴
- Tanmay Sinha ⁸⁵ i Manu Kapur ⁸³, 2021, *Review of Educational Research*: metaanaliza PS-I vs I-PS; $g \approx 0,36$ ogółem. ⁶³

- Kiran Bisra ⁸⁶ i in., 2018, *Educational Psychology Review*: metaanaliza samowyaśniania; $g \approx 0,55$. ⁶⁴
- Christopher A. Rowland ⁸⁷, 2014, *Psychological Bulletin*: metaanaliza testowania; $g \approx 0,50$. ⁶⁵
- M. Brunmair ⁸⁸ i T. Richter ⁸⁹, 2019, metaanaliza przeplatania; ogółem $g \approx 0,42$, w matem. $g \approx 0,34$. ⁶⁶
- Richard R. Skemp ⁹⁰, 1978, *The Arithmetic Teacher*: instrumentalne vs relacyjne rozumienie (mapa vs skrypty). ²⁹
- Giyoo Hatano ⁹¹ i Kayoko Inagaki ⁹², 1986, rozróżnienie rutynowej i adaptacyjnej ekspertyzy; rola kultury nagród i błędu. ⁹³
- Richard M. Ryan ⁹⁴ i Edward L. Deci ⁹⁵, 2000, *American Psychologist*: SDT — warunki autonomii vs pasywność/alienacja. ³⁴

1 ²⁹ Relational Understanding and Instrumental Understanding

<https://teamone.msuurbanstem.org/wp-content/uploads/2014/07/Skemp-Relational-Instrumental-clean-copy-AT-1978.pdf>

2 ⁹ ¹⁰ ¹³ ⁸² ⁹⁵ Toward an Instance Theory of Automatization

https://www.psy.vanderbilt.edu/faculty/logan/1988LoganPR.pdf?utm_source=chatgpt.com

3 ⁸ ¹¹ ¹⁸ ²² ²⁷ ²⁸ ³⁸ ⁶⁰ ⁷² ⁷⁵ Hippocampal-neocortical functional reorganization underlies children's cognitive development - PMC

<https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC4286364/>

4 ¹² ¹⁷ ²⁴ ³⁹ ⁴⁵ ⁴⁶ ⁷³ ⁷⁷ ⁸¹ ⁸³ An Integrative Theory of Anterior Cingulate Cortex Function

https://www.shenhavlab.org/s/Neuron-2013-Shenhav.pdf?utm_source=chatgpt.com

5 ⁷ ¹⁶ ⁴⁰ ⁴⁴ ⁵¹ ⁵² ⁵³ ⁵⁴ ⁵⁷ ⁵⁹ ⁶³ ⁷¹ ⁸⁷ ⁹⁴ When Problem Solving Followed by Instruction Works: Evidence for Productive Failure

<https://www.research-collection.ethz.ch/bitstreams/f6c98c41-ec4b-4996-b677-97fa3c997cf9/download>

6 ³¹ ⁸⁸ ⁹³ TWO COURSES OF EXPERTISE

<https://unlockculture.tiged.org/abasl/resources/get/202431/>

HATANO%2C%20Giyoo%3B%20INAGAKI%2C%20Kayoko%20Two%20courses%20of%20expertise.pdf

14 The multiple-demand (MD) system of the primate brain

https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1364661310000057?utm_source=chatgpt.com

15 ³² ³⁵ ³⁷ ⁶¹ ⁷⁰ ⁹¹ Inducing mental set constrains procedural flexibility and conceptual understanding in mathematics | Memory & Cognition | Springer Nature Link

<https://link.springer.com/article/10.3758/s13421-016-0614-y>

19 ⁹⁰ The neural correlates of retrieval and procedural strategies in ...

https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC9783428/?utm_source=chatgpt.com

20 The multiple-demand (MD) system of the primate brain

https://web.mit.edu/9.s915/www/classes/duncan.pdf?utm_source=chatgpt.com

21 Opinion Creative Cognition and Brain Network Dynamics

https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1364661315002545?utm_source=chatgpt.com

23 ⁴⁷ ⁴⁸ ⁸⁵ Reduction but no shift in brain activation after arithmetic ...

https://www.nature.com/articles/s41598-018-20007-x?utm_source=chatgpt.com

25 ⁷⁴ ⁷⁹ ⁸⁰ Model-based influences on humans' choices and striatal ...

https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/21435563/?utm_source=chatgpt.com

26 ⁴² ⁷⁶ Disruption of Dorsolateral Prefrontal Cortex Decreases ...

https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0896627313007204?utm_source=chatgpt.com

30 43 55 68 86 uni-trier.de

<https://www.uni-trier.de/fileadmin/fb1/prof/PSY/PAE/Team/Schneider/RittleJohnsonSchneiderInPress.pdf>

33 (PDF) A meta-analysis of induced achievement goals

https://www.researchgate.net/publication/348908958_A_meta-analysis_of_induced_achievement_goals_the_moderating_effects_of_goal_standard_and_goal_framing?utm_source=chatgpt.com

34 49 69 78 Self-Determination Theory and the Facilitation of Intrinsic ...

https://selfdeterminationtheory.org/SDT/documents/2000_RyanDeci_SDT.pdf?utm_source=chatgpt.com

36 PAULO FREIRE - PEDAGOGY of the OPPRESSED

https://fsi-ebcao.princeton.edu/document/349?utm_source=chatgpt.com

41 56 62 92 Learning Versus Performance: An Integrative Review

https://bjorklab.psych.ucla.edu/wp-content/uploads/sites/13/2016/11/soderstorm_ra_learningvsperformance.pdf?utm_source=chatgpt.com

50 Math Anxiety, Working Memory, and Math Achievement in ...

https://sites.temple.edu/cognitionlearning/files/2013/09/Ramirez-et-al-2013.pdf?utm_source=chatgpt.com

58 65 courseware.epfl.ch

<https://courseware.epfl.ch/assets/courseware/v1/fdde2f0aa590bf3b1324077a6bf1540c/asset-v1%3AEPFL%2BDemo%2B2020%2Btype%40asset%2Bblock/Rowland2014-meta-analysis.pdf>

64 Inducing Self-Explanation: a Meta-Analysis | Educational Psychology Review | Springer Nature Link

<https://link.springer.com/article/10.1007/s10648-018-9434-x>

66 Microsoft Word - Brunmair&Richter(in_press)_2019_META-ANALYSIS OF INTERLEAVED LEARNING.docx

https://www.psychologie.uni-wuerzburg.de/fileadmin/06020400/2019/Brunmair_Richter_in_press__2019_META-ANALYSIS_OF_INTERLEAVED_LEARNING.pdf

67 89 Undesirable Difficulty Effects in the Learning of High-Element ...

https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC6099118/?utm_source=chatgpt.com

84 Productive failure in learning math

https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/24628487/?utm_source=chatgpt.com