<https://www.matheboard.de/archive/2495/thread.html>

## Glossar Zinsen

Beispiel mit 26% Zinsen

Zins**satz**: 0,26 (typisches Kürzel: i) Englisch: Interest Rate

Zins**fuß**: 26 (typisches Kürzel: p) Englisch: Interest Rate

Zins**faktor**: 1,26 (typisches Kürzel: q) Englisch: Interest Factor

Glossar:

{What}\_{AssetClass}\_{Scenario}\_{TimeRange}

What := {SavingsNeeded, WithdrawalRate, }

AssetClass := {Stocks. Cash, Total}

Scenario := { GoodCase, BadCase }

TimeRange := { PerMonth, PerYear, RentPhase}

SavingsNeeded\_Cash\_

SavingsNeeded\_Stocks\_

SavingsNeeded\_Total\_

Input:

Output:

SavingsNeeded = Der Vermögensbetrag der über die Rentenphase (n Jahre) gebraucht wird.

**Annahme:**

*TotalNeeded\_max* := Der Vermögensbetrag der über die Rentenphase (n Jahre) gebraucht wird um komfortabel zu leben

*TotalNeeded\_min* := Der Vermögensbetrag der über die Rentenphase (n Jahre) gebraucht minimal gebraucht wird.

**Fragestellung:**

Welchen Beträge *Total\_Cash* und *Total\_Stocks* werden am Anfang des Rentenalters benötigt um

* Jährlich den Betrag *TotalNeeded\_max / n* zur Verfügung zu haben, unter der Annahme dass sich der Aktienmarkt normal positive entwickelt
* Jährlich den Betrag *TotalNeeded\_min / n* zur Verfügung zu haben, unter der Annahme dass der Aktienmarkt um einen gegebenen Faktor zu Beginn des Renteneintritts eintritt und sich nicht mehr erholt

Und wie hoch sind die jährlichen Entnahmeraten *Rate\_Cash, Rate\_Stocks\_Max, Rate\_Stocks\_Max*?

Anmerkung:

Die Cash Rate ist immer gleich da nur der Anteil der Aktien an den konstanten oder einbrechenden Aktienmarkt anpassen muss.

Die jährliche Rate wird mit einem Faktor multipliziert der sich aus der Sparkassenformel ergibt:

Kn = K0 \* q^n – R \* (q^n -1)/(q-1)

Kn ist 0, da von Kapitalverzehr ausgegangen wird.

K0 ist das Anfangskapital, R die jährliche Entnahmerate.

Die Formal muss nach K0 aufgelöst werden so dass

K0 = R \* z

gilt.

Z ist der Faktor der bei n Jahren Laufzeit den Zinseszins beinhaltet. Angenommen n=13 und q=1.0, d.h. das Vermögen wächst garnicht, dann wäre z=n=13, d.h. man würde einfach das Anfangskapital durch die Anzahl der Jahre teilen. Je höher der Zinssatz desto niedriger der Faktor. Bei 8% Zinsen und q=1.08 wäre z bei ca 7, d.h. man kann durch den Zinseszins eine (hohe) Rate von K0/7 statt K0/13 pro Jahr abheben.

Z = -(p^n - 1) / ((p-1) \* (p^n)));

Berechnen mit sympy (<https://live.sympy.org/>)

Kn, K0, q, n = symbols('Kn K0 q n')

eq1 = Eq(K0 \* q\*\*n - (K0/n)\*(q\*\*n-1)/(q-1), Kn)

sol = solve(eq1,K0)

Damit kann man nun die Zinsfaktoren

z\_stocks\_max

z\_stocks\_min

z\_cash

vorberechnen.

K0 = R \* -(q\*\*n-1) / ( (q-1) \* (q\*\*n) )

K0 = R\_cash \* z\_cash

K0 = R\_stocks \* z\_stocks\_max

K0 = R\_cash \* z\_cash

K0 = (R\_stocks \* z\_stocks\_min) / CrashFactor

z\_stocks\_max= -( q\_stocks\_max \*\*n-1) / (( q\_stocks\_max -1)\*( q\_stocks\_max \*\*n))

z\_stocks\_min= -( q\_stocks\_min \*\*n-1) / (( q\_stocks\_min -1)\*( q\_stocks\_min \*\*n))

z\_cash = -( q\_cash \*\*n-1) / (( q\_cash -1)\*( q\_cash \*\*n))

Für die finalen Raten kann man nun ein Gleichungssystem mit 5 Gleichung und 5 Unbekannten aufstellen:

1. **//Rate\_Cash** \* z\_cash + **Rate\_Stocks\_Max** \* z\_stocks\_max = **Total\_Cas**h + **Total\_Stocks**
2. **//Rate\_Cash** \* z\_cash + **Rate\_Stocks\_Min** \* z\_stocks\_min = **Total\_Cash** + (**Total\_Stocks**\* stocks\_crashFactor\_badCase)
3. **Total\_Stocks = Rate\_Stocks\_Max** \* z\_stocks\_max
4. **Total\_Stocks** \* stocks\_crashFactor\_badCase = **Rate\_Stocks\_Min** \* z\_stocks\_min
5. **Total\_Cash** **= Rate\_Cash** \* z\_cash
6. **Rate\_Cash** + **Rate\_Stocks\_Max** = comfort\_total\_needed\_Year
7. **Rate\_Cash** + **Rate\_Stocks\_Min** = minimum\_total\_needed\_Year

Mit sympy:

Rate\_Cash, z\_cash, Rate\_Stocks\_Max, Rate\_Stocks\_Min, z\_stocks\_max, z\_stocks\_min, Total\_Cash, Total\_Stocks, stocks\_crashFactor\_badCase, comfort\_total\_needed\_Year, minimum\_total\_needed\_Year = symbols('Rate\_Cash z\_cash Rate\_Stocks\_Max Rate\_Stocks\_Min z\_stocks\_max z\_stocks\_min Total\_Cash Total\_Stocks stocks\_crashFactor\_badCase comfort\_total\_needed\_Year minimum\_total\_needed\_Year ')

//eq1=Eq(Rate\_Cash \* z\_cash + Rate\_Stocks\_Max \* z\_stocks\_max, Total\_Cash + Total\_Stocks)

//eq2=Eq(Rate\_Cash \* z\_cash + Rate\_Stocks\_Min \* z\_stocks\_min, Total\_Cash + (Total\_Stocks\* stocks\_crashFactor\_badCase))

eq1=Eq(Rate\_Stocks\_Max \* z\_stocks\_max, Total\_Stocks)

eq2=Eq(Rate\_Stocks\_Min \* z\_stocks\_min, Total\_Stocks\* stocks\_crashFactor\_badCase)

eq3=Eq(Total\_Cash, Rate\_Cash \* z\_cash)

eq4=Eq(Rate\_Cash + Rate\_Stocks\_Max, comfort\_total\_needed\_Year)

eq5=Eq(Rate\_Cash + Rate\_Stocks\_Min, minimum\_total\_needed\_Year)

sol = solve((eq1, eq2, eq3, eq4, eq5),( Rate\_Cash, Rate\_Stocks\_Min, Rate\_Stocks\_Max, Total\_Cash, Total\_Stocks))

sol

Ergebnis:

Rate\_Cash: (comfort\_total\_needed\_Year\*stocks\_crashFactor\_badCase\*z\_stocks\_max - minimum\_total\_needed\_Year\*z\_stocks\_min)/(stocks\_crashFactor\_badCase\*z\_stocks\_max - z\_stocks\_min),

Rate\_Stocks\_Max: z\_stocks\_min\*(-comfort\_total\_needed\_Year + minimum\_total\_needed\_Year)/(stocks\_crashFactor\_badCase\*z\_stocks\_max - z\_stocks\_min),

Rate\_Stocks\_Min: stocks\_crashFactor\_badCase\*z\_stocks\_max\*(-comfort\_total\_needed\_Year + minimum\_total\_needed\_Year)/(stocks\_crashFactor\_badCase\*z\_stocks\_max - z\_stocks\_min),

Total\_Cash: z\_cash\*(comfort\_total\_needed\_Year\*stocks\_crashFactor\_badCase\*z\_stocks\_max - minimum\_total\_needed\_Year\*z\_stocks\_min)/(stocks\_crashFactor\_badCase\*z\_stocks\_max - z\_stocks\_min),

Total\_Stocks: z\_stocks\_max\*z\_stocks\_min\*(-comfort\_total\_needed\_Year + minimum\_total\_needed\_Year)/(stocks\_crashFactor\_badCase\*z\_stocks\_max - z\_stocks\_min)}

# Arbeitshypothese: Steuern mitberechnen

Schmier:

K1 = K0\*q - R\*1.26

8.000 = 10.000\*1.08 - R\*1.26

8.000 = 10.800 - R\*1.26

-2800 = -R\*1.26

R = 2800 / 1.26 = 2222

Passt!!

Herleitung laut <https://de.wikipedia.org/wiki/Sparkassenformel#:~:text=Als%20Sparkassenformeln%20werden%20in%20der,(jeweils%20pro%20Periode)%20herstellen>.

S= SteuerFaktor, e.g. 1.26

Neue, etwas angepasste Sparkassenformel:

Wegen K\_n = 0 bleibt

Und jetze einfach R mit Steuersatz multiplizieren und S=1.26

Für sympy:

K0, R, S, q, n = symbols('K0 R S q n')

eq1 = (0, K0 \* q\*\*n - R \* S \* (q\*\*n - 1) / (q - 1))

sol = solve(eq1, R)

sol

ergebnis:

{R: K0\*q\*\*n \*(q - 1)/(S\*(q\*\*n - 1))}

Passt! Simulation war erfolgreich!

Jetzt nochmal wie oben:

{K0: R\*S\*q\*\*(-n)\*(q\*\*n - 1)/(q - 1)}

Mit substitution:

mit

mit

mit

Für die finalen Raten kann man nun ein Gleichungssystem mit 5 Gleichung und 5 Unbekannten aufstellen:

1. **Rate\_Stocks\_Max** \* z\_stocks\_max = **Total\_Stocks**
2. **Rate\_Stocks\_Min** \* z\_stocks\_min **= Total\_Stocks** \* stocks\_crashFactor\_badCase
3. **Rate\_Cash** \* z\_cash = **Total\_Cash**
4. **Rate\_Cash** + **Rate\_Stocks\_Max** = comfort\_total\_needed\_Year
5. **Rate\_Cash** + **Rate\_Stocks\_Min** = minimum\_total\_needed\_Year