

Évaluation du projet transversal

François ROZET

Avril 2018

Q1. Code soumis :

```
1 function [Psi,U,V] = submit(w)
2     dir = '';
3     ext = '.txt';
4     h = [0.5; 0.001; 0.01; 0.01];
5
6     path = strcat(dir, num2str(w), '-');
7     cl = dlmread(strcat(path,'cl',ext),'\t');
8     dom = dlmread(strcat(path,'dom',ext),'\t');
9     num = dlmread(strcat(path,'num',ext),'\t');
10
11     Psi = getPsi(cl, dom, num);
12     [U, V] = getU(Psi, dom, h(w));
13 end
14
15 function Psi = getPsi(cl, dom, num)
16     dim = size(num);
17     p = zeros(2,1);
18
19     for i = 2:dim(1) - 1
20         for j = 2:dim(2) - 1
21             if (dom(i, j) ~= 0)
22                 p(dom(i,j)) = p(dom(i,j)) + 1;
23             end
24         end
25     end
26
27     b = zeros(p(1) + p(2), 1);
28     [A1,A2,Av] = deal(zeros(5 * p(1) + p(2), 1));
29     iA = 1;
30
31     for i = 2:dim(1) - 1
32         for j = 2:dim(2) - 1
33             num_cent = num(i,j);
34             if (dom(i, j) ~= 0)
35                 [x, y, z] = getCoeff(num(i, j - 1), num(i, j +
36                                     1), num(i + 1, j), num(i - 1, j), num_cent,
37                                     dom(i, j), cl(i, j));
36                 b(num_cent) = z;
37                 l = length(x);
```

```

38         A1(iA:iA + 1 - 1) = ones(1, 1) * num_cent;
39         A2(iA:iA + 1 - 1) = x;
40         Av(iA:iA + 1 - 1) = y;
41         iA = iA + 1;
42     end
43 end
44 end
45
46 A = sparse(A1, A2, Av);
47 s = A\b;
48 Psi = zeros(dim);
49
50 for i = 1:dim(1)
51     for j = 1:dim(2)
52         if (dom(i, j) ~= 0)
53             Psi(i, j) = s(num(i, j));
54         else
55             Psi(i, j) = NaN;
56         end
57     end
58 end
59 end
60
61 function [U, V] = getU(mat, dom, h)
62     dim = size(mat);
63     [U, V] = deal(zeros(dim));
64
65     for i = 1:dim(1)
66         for j = 1:dim(2)
67             if (dom(i, j) ~= 0)
68                 V(i, j) = -deriv(mat(i-1, j), mat(i, j),
69                                     mat(i+1, j), dom(i-1, j), dom(i, j), dom(i+1, j),
70                                     h);
69                 U(i, j) = deriv(mat(i, j-1), mat(i, j), mat(i, j+1),
70                                     dom(i, j-1), dom(i, j), dom(i, j+1), h);
71             else
72                 V(i, j) = NaN;
73                 U(i, j) = NaN;
74             end
75         end
76     end
77
78 function [j, a, b] = getCoeff(num_left, num_right, num_down,
79                                 num_up, num_cent, type_cent, cl_cent)
80     j = [];
81     a = [];
82     b = 0;
83
84     if (type_cent == 1)
85         j = [num_left; num_right; num_down; num_up; num_cent];
86         a = ones(5, 1);
87         a(5) = -4;
88     elseif (type_cent == 2)
89         j = num_cent;

```

```

90         a = 1;
91         b = cl_cent;
92     end
93
94 end
95
96 function v = deriv(f_left, f_c, f_right, type_left, type_c,
97     type_right, h)
98     v = NaN;
99
100     if (type_c ~= 0)
101         if (type_left ~= 0)
102             if (type_right ~= 0)
103                 v = (f_right - f_left) / (2 * h);
104             else
105                 v = (f_c - f_left) / h;
106             end
107         else
108             if (type_right ~= 0)
109                 v = (f_right - f_c) / h;
110             end
111         end
112 end

```

Q2. Conservation de la masse

Q3. Vrai

Q4. Conservation de la masse et fluide incompressible

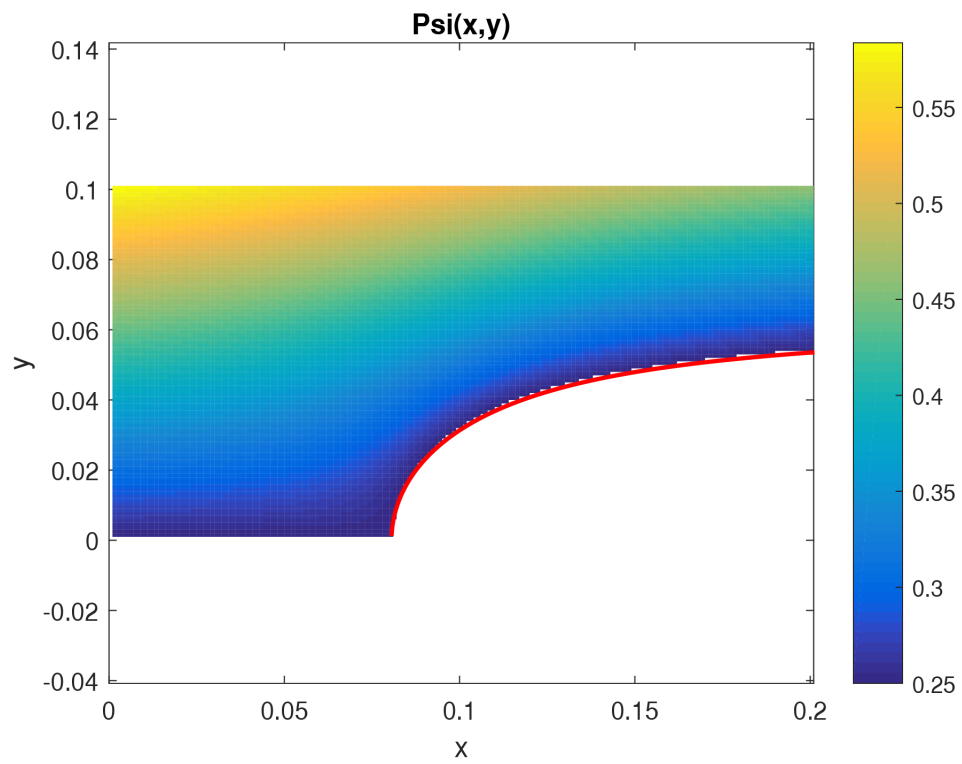
Q5. $\Delta\psi$ pour chaque noeud du domaine de calcul

Q6. Un système d'équations linéaires

Q7. Il s'agit d'une ligne de courant particulière

Q8. 0,2500 m²/s

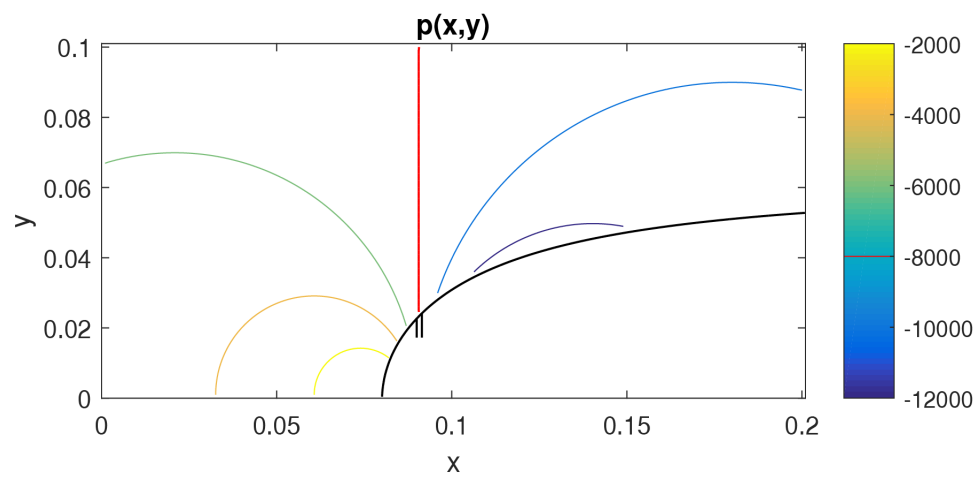
Q9.



Q10. p_∞

Q11. 10 mm

Q12.



Q13.

$$\begin{aligned}
f &= (x-a)^2 + (y-b)^2 > 0 \quad \forall (x,y) \neq (a,b) \\
u &= U_\infty + \frac{Q}{2\pi} \frac{x-a}{f} \\
v &= \frac{Q}{2\pi} \frac{y-b}{f} \\
\Rightarrow p &= C - \frac{u^2 + v^2}{2} \rho \\
&= C - \frac{\rho}{2} \left[\left(U_\infty + \frac{Q}{2\pi} \frac{x-a}{f} \right)^2 + \left(\frac{Q}{2\pi} \frac{y-b}{f} \right)^2 \right] \\
&= C - \frac{\rho}{2} \left[U_\infty^2 + 2 \frac{QU_\infty}{2\pi} \frac{x-a}{f} + \frac{Q^2}{4\pi^2} \frac{(x-a)^2}{f^2} + \frac{Q^2}{4\pi^2} \frac{(y-b)^2}{f^2} \right] \\
&= C - \frac{\rho}{2} \left[U_\infty^2 + \frac{QU_\infty}{\pi} \frac{x-a}{f} + \frac{Q^2}{4\pi^2} \frac{f}{f^2} \right] \\
&= p_\infty - \frac{\rho QU_\infty}{2\pi} \left(x-a + \frac{Q}{4\pi U_\infty} \right) \frac{1}{f}
\end{aligned}$$

Pour l'isobare $p = p_\infty$,

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\rho QU_\infty}{2\pi} \left(x-a + \frac{Q}{4\pi U_\infty} \right) \frac{1}{f} \\
\Leftrightarrow x &= a - \frac{Q}{4\pi U_\infty}
\end{aligned}$$

Ainsi, l'isobare est une droite verticale d'abscisse $a - \frac{Q}{4\pi U_\infty}$. Pour nos valeurs, cette dernière est 0,090 552 816 056 757 m et, ainsi, la distance à la source est 9,947 183 943 243 mm. La position et la forme de l'isobare correspondent aux résultats numériques trouvés précédemment.

Q14. $0 \text{ m}^2/\text{s}^1$

Q15. $1,045\,758\,122\,397\,198 \text{ m}^2/\text{s}$

Q16.

- Trainée îlot 1 : 0 N/m
- Trainée îlot 2 : 0 N/m
- Portance îlot 1 : 0 N/m
- Portance îlot 2 : 1230 N/m

Q17. Pour le premier îlot, les pressions agissant sur les faces horizontales étant sensiblement les mêmes, il est naturel que la portance soit nulle.

Au contraire, pour le second, la pression plus faible au dessus du bloc induit une portance positive dans le sens des y positifs.

1. $6,895\,525\,817\,007\,808 \times 10^{-16} \text{ m}^2/\text{s}$.

A propos de la trainée, d'après Runge-Kutta, il ne peut pas y en avoir si il n'y a pas de circulation. Etant dans ce cas, les résultats obtenus sont justifiés.

- Q18. Leurs conditions aux limites sont différentes et, dès lors, le laplacien, les vitesses et les pressions le sont aussi. Puisque que la fonction **force** travaille sur les pressions, les portances et trainées ne sont pas semblables.