

## Лабораторная работа №2 по курсу «Алгоритмика»

### Тема: Паросочетания в плоских графах

#### *Задача о трёх медведях*

В лесу живут три медведя и три медведицы в разных (естественно) берлогах. Лесное брачное бюро хочет составить из них три пары так, чтобы маршруты, связывающие пары, не пересекались, поскольку медведи ревнивы и агрессивны. Бюро собирается масштабировать свой бизнес, поэтому решение нужно обобщить на 33 пары, 333 пары. Нужен хороший алгоритм.

Формальная постановка задачи. На плоскости заданы два множества точек:  $B$  (черные) и  $W$  (белые) по  $n$  точек в каждом. Никакие три точки не лежат на одной прямой.

Правильным паросочетанием называется множество из  $n$  пар  $(b, w)$ ,  $b \in B$ ,  $w \in W$  такое, что отрезки прямых, соответствующие этим парам, не пересекаются.

1) Доказать, что всегда существует прямая, проходящая через черную и белую точки, для которой количество черных точек, попавших в одну из полуплоскостей относительно этой прямой, равно количеству белых точек в этой же полуплоскости. Опишите, как найти эту прямую за время  $O(n \log n)$ .

2) Разработать алгоритм, позволяющий в течение времени  $O(n^2 \log n)$  построить правильное паросочетание. Необязательный критерий – предпочтительным является решение, минимизирующее среднюю длину пути между точками в парах.

3) Разработать и реализовать программу вычисления и визуализации правильного паросочетания для заданных множеств черных и белых точек.

Программа должна обеспечить:

- ввод заданного массива точек, входящих в множества  $B$  и  $W$ ;
- вывод картины паросочетания;
- подсчет и вывод средней длины пути между белыми и черными точками в парах;
- оценку реального времени работы программы по каждому эксперименту.

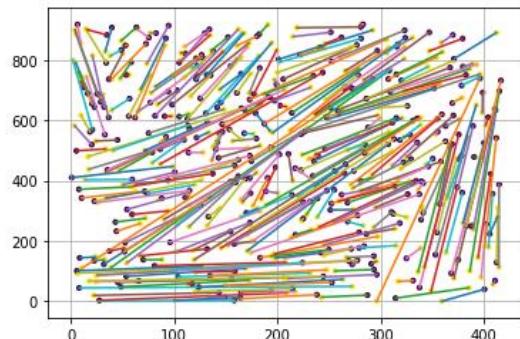
Исходные данные задаются в текстовом файле. Первая запись – число точек, далее в каждой записи одна точка: номер точки, координаты и цвет – черный 1, белый – 0.

*Пример исходных данных:*

```
6
0 335 277 1
1 344 150 1
2 635 73 1
3 510 249 0
4 275 226 0
5 483 106 0
```

Выходные данные должны быть представлены также в виде текстового файла и в виде изображения всех парных маршрутов. В текстовом файле: число пар и средняя длина ребра.

*Пример изображения парных маршрутов:*



Интерфейс программы оставляется на усмотрение автора: принимается консольное приложение или диалоговое оконное приложение.

К заданию прилагаются файлы с контрольными примерами для  $n=3, 33, 333$ .

### **Требования и указания**

Все алгоритмы, используемые в программе, должны быть написаны самостоятельно (кроме сортировки).

Рекомендуемая литература [1, 2].

### **Форма представления работы**

1. Отчет о выполнении задания представляется в электронном виде (в виде документа MS Word, PDF или HTML). Отчёт включает титульный лист (автор, название), постановку задачи, описание алгоритма, в том числе обоснование оценки сложности, инструкцию по работе с программой.

2. Программный код на языке по выбору автора.

3. При сдаче задания выполняется демонстрация работы программы (авторский показ) и авторский комментарий по разработанному алгоритму.

### **Сроки выполнения задания**

Общее время выполнения – 3 недели, начиная с 7 ноября. До 24 часов 28 ноября 2025 г. задание должно быть отправлено по электронной почте на адрес [Mest.Algorithms@mail.ru](mailto:Mest.Algorithms@mail.ru).

Тема письма «Алгоритмика\_Лаб\_2». Архив контрольных примеров не присыпать.

### **Критерии оценки**

1. Задание оценивается в 25 баллов – качество алгоритма – 15 баллов, качество отчёта – 10 баллов.
2. Критерии для оценки качества отчёта:
  - Постановка задачи (1 балл)
  - Описание данных (1 балл)
  - Описание метода решения (3 балла)
  - Описание программной реализации (2 балла)
  - Эксперименты (2 балла)
  - Выводы (1 балл)
3. Каждый просроченный день снижает оценку на 1 балл.
4. По результатам проверки проводится собеседование с автором.
5. Если установлены факты заимствования программ, работа принимается при условии успешной устной защиты, но оценка снижается на 10 баллов.
6. За оригинальность и высокое качество решения возможна премия до 10 баллов.
7. Для допуска к зачету должны быть зачтены все лабораторные работы.

### **Литература**

1. Кормен Т.Х. и др. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд., Москва, «И. Д. Вильямс», 2016. – 1328 с.
2. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: введение, Москва, «Мир». 1989. – 478 с.

*Задание выдано 6 ноября 2025 года*