

A. CƠ HỌC

Chương 1: ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

1-1. Phương trình chuyển động của một chất điểm trong hệ trục tọa độ Đề các:

$$x = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (1)$$

$$y = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (2)$$

Xác định dạng quỹ đạo của chất điểm trong các trường hợp sau:

a) $\varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi$, k là một số nguyên;

b) $\varphi_1 - \varphi_2 = (2k + 1)\pi$;

c) $\varphi_1 - \varphi_2 = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$;

d) $\varphi_1 - \varphi_2$ có giá trị bất kì.

Bài giải:

Lưu ý rằng, để biết được dạng quỹ đạo chuyển động của một chất điểm nào đó ta phải đi tìm *phương trình quỹ đạo* của nó – tức là phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa các tọa độ của vật, trong đó ta đã khử mất biến thời gian. Do đó, trong bài tập này ta có thể làm như sau.

a) Thay $\varphi_1 = \varphi_2 + 2k\pi$ vào (1) ta có:

$$x = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_2 + 2k\pi) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

$$y = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\text{Từ đó: } \frac{x}{a_1} = \frac{y}{a_2} \text{ hay } y = \frac{a_2}{a_1} x$$

$$\text{Vì } -1 \leq \cos(\omega t + \varphi_1) \leq 1 \text{ nên } -a_1 \leq x \leq a_1$$

Vậy chất điểm trong phần a) này chuyển động trên một đoạn thẳng biểu diễn bởi:

$$y = \frac{a_2}{a_1} x \quad \text{với} \quad -a_1 \leq x \leq a_1$$

b) Làm tương tự như trong phần a):

$$x = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_2 + 2k\pi + \pi) = -a_1 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Từ đó rút ra: chất điểm chuyển động trên một đoạn thẳng biểu diễn bởi:

$$y = -\frac{a_2}{a_1} x \quad \text{với} \quad -a_1 \leq x \leq a_1$$

c) Thay $\varphi_1 = \varphi_2 + (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ ta dễ dàng rút ra biểu thức:

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} = 1$$

Phương trình này biểu diễn một đường êlíp vuông, có các trục lớn và trục nhỏ nằm trên các trục tọa độ.

d) Phải khử t trong hệ phương trình (1) và (2). Muốn thế khai triển các hàm số cosin trong (1) và (2):

$$\frac{x}{a_1} = \cos \omega t \cdot \cos \varphi_1 - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_1 \quad (3)$$

$$\frac{y}{a_2} = \cos \omega t \cdot \cos \varphi_2 - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_2 \quad (4)$$

Nhân (3) với $\cos \varphi_2$ và (4) với $-\cos \varphi_1$ rồi cộng vế với vế:

$$\frac{x}{a_1} \cos \varphi_2 - \frac{y}{a_2} \cos \varphi_1 = \sin \alpha \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (5)$$

Lại nhân (3) với $\sin \varphi_2$ và (4) với $-\sin \varphi_1$ rồi cộng vế với vế:

$$\frac{x}{a_1} \sin \varphi_2 - \frac{y}{a_2} \sin \varphi_1 = \cos \alpha \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (6)$$

Bình phương (5) và (6) rồi cộng vế với vế:

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (7)$$

Phương trình (7) biểu diễn một đường êlíp.

Nhận xét: Có thể thu được các kết luận của phần a), b), c) bằng cách thay φ_1 - φ_2 bằng các giá trị tương ứng đã cho vào (7).

1-2. Một ô tô chạy từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc $v_1 = 40\text{km/giờ}$ rồi lại chạy từ tỉnh B trở về tỉnh A với vận tốc $v_2 = 30\text{km/giờ}$.

Tìm vận tốc trung bình của ô tô trên đoạn đường đi về AB, BA đó?

Bài giải:

Đặt quãng đường AB bằng s. Ta sẽ tính vận tốc trung bình theo công thức:

$$\bar{v} = \frac{\text{tổng quãng đường đi}}{\text{tổng thời gian đi hết quãng đường này}}$$

Ta được:

$$\bar{v} = \frac{s+s}{t_{\text{đi}} + t_{\text{về}}} = \frac{s+s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 9,53\text{m/s}.$$

Thay số ta được: $\bar{v} = 9,53\text{m/s}$.

1-3. Một người đứng tại M cách một con đường thẳng một khoảng $h=50\text{m}$ để chờ ô tô; khi thấy ô tô còn cách mình một đoạn $a=200\text{m}$ thì người ấy bắt đầu chạy ra đường để gặp ô tô (Hình 1-2). Biết ô tô chạy với vận tốc 36km/giờ .

Hỏi: a) Người ấy phải chạy theo hướng nào để gặp đúng ô tô? Biết rằng người chạy với vận tốc $v_2 = 10,8\text{ km/giờ}$;

b) Người phải chạy với vận tốc nhỏ nhất bằng bao nhiêu để có thể gặp được ô tô?

Bài giải:

a) Muốn gặp đúng ô tô tại B thì thời gian người chạy từ M tới B phải bằng thời gian ô tô chạy từ A tới B:

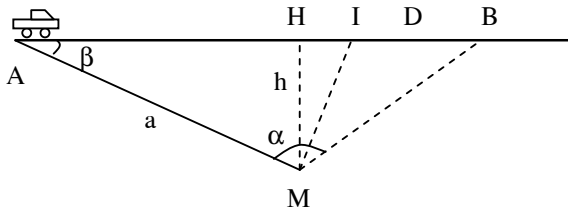
$$\frac{MB}{v_2} = \frac{AB}{v_1} \quad (1)$$

Sử dụng định lý hàm số sin trong tam giác ABM ta có:

$$\frac{MB}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \alpha}, \quad \text{với } \sin \beta = \frac{h}{a} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta rút ra:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên



Hình 1-2

$$\sin \alpha = \frac{h}{a} \cdot \frac{v_1}{v_2} = 0,833 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 56^{\circ}30' \text{ hoặc } \alpha = 123^{\circ}30'.$$

Nhận xét: để có thể đón được ô tô thì người này có thể chạy theo hướng MB mà góc $\alpha = AMB$ thoả mãn: $56^{\circ}30' \leq \alpha \leq 123^{\circ}30'$. Khi $56^{\circ}30' < \alpha < 123^{\circ}30'$ thì người này chạy đến đường phải đợi xe một lúc.

Thật vậy: giả sử người chạy đến điểm D thoả mãn điều này $\Rightarrow \sin \alpha > \frac{h}{a} \cdot \frac{v_1}{v_2}$.

$$\text{Mà: } \frac{MD}{\sin \beta} = \frac{AD}{\sin \alpha} \rightarrow AD = \sin \alpha \cdot \frac{1}{\sin \beta} \cdot MD > \left(\frac{h}{a} \cdot \frac{v_1}{v_2} \right) \cdot \left(\frac{a}{h} \right) \cdot AD = \frac{v_1}{v_2} \cdot MD.$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{v_1} > \frac{MD}{v_2} \quad (\text{tức là thời gian xe chạy đến D lớn hơn thời gian người chạy đến D}).$$

b) Để có thể gặp được ô tô với vận tốc nhỏ nhất thì rõ ràng rằng lúc mà người chạy đến đường cũng là lúc xe ô tô đi tới (người gặp đúng ô tô mà không phải chờ đợi lãng phí thời gian), vì vậy, theo phần a) giữa hướng chạy và vận tốc của người phải có quan hệ:

$$\sin \alpha = \frac{h}{a} \cdot \frac{v_1}{v_2}$$

$$\text{Vì với mọi } \alpha \text{ thì } \sin(\alpha) \leq 1 \text{ nên: } \frac{h}{a} \cdot \frac{v_1}{v_2} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad v_2 \geq \frac{h}{a} \cdot v_1$$

$$\text{Suy ra } v_{2\min} = \frac{h v_1}{a} = 2,5 \text{ m/s} = 9 \text{ km/h}.$$

Lúc này, người phải chạy theo hướng MI, với $MI \perp AM$.

1-4. Một vật được thả rơi từ một khí cầu đang bay ở độ cao 300m. Hỏi sau bao lâu vật rơi tới mặt đất, nếu:

- a) Khí cầu đang bay lên (theo hướng thẳng đứng) với vận tốc 5m/s;
- b) Khí cầu đang hạ xuống (theo phương thẳng đứng) với vận tốc 5m/s;
- c) Khí cầu đang đứng yên.

Bài giải:

Khi khí cầu chuyển động, vật ở trên khí cầu mang theo vận tốc của khí cầu. Nếu khí cầu chuyển động xuống dưới với vận tốc v_0 thì thời gian t mà vật rơi tới đất thoả mãn phương trình bậc hai của thời gian:

$$v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = h.$$

$$\text{Chọn nghiệm dương của phương trình này ta có kết quả: } t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{g}.$$

Khi khí cầu chuyển động lên trên, xuống dưới hoặc đứng yên, ta áp dụng biểu thức này với vận tốc ban đầu $v_0 = -5 \text{ m/s}$, $v_0 = 5 \text{ m/s}$; hoặc $v_0 = 0$ và có kết quả:

- a) 8,4s ;
- b) 7,3s ;
- c) 7,8s.

1-5. Một vật được thả rơi từ độ cao $H + h$ theo phương thẳng đứng DD' (D' là chân độ cao $H + h$). Cùng lúc đó một vật thứ hai được ném lên từ D' theo phương thẳng đứng với vận tốc v_0 .

- a) Hỏi vận tốc v_0 phải bằng bao nhiêu để hai vật gặp nhau ở độ cao h ?

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

- b) Tính khoảng cách x giữa hai vật trước lúc gặp nhau theo thời gian?
 c) Nếu không có vật thứ nhất thì vật thứ hai đạt độ cao lớn nhất bằng bao nhiêu?

Bài giải:

Cần nhớ lại các công thức của chuyển động rơi tự do:

a) Thời gian vật 1 rơi từ D đến điểm gặp nhau là: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ cũng

bằng thời gian vật 2 chuyển động từ D' đến G, do đó:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow v_0 = \frac{h}{t} + \frac{gt}{2} = \frac{H+h}{2H} \sqrt{2gH}$$

b) Khoảng cách giữa hai vật tại thời điểm t trước khi gặp nhau được tính theo quãng đường s và s' các vật đi được:

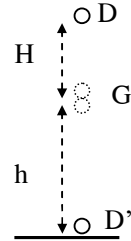
$$x = (H + h) - (s + s').$$

$$\Rightarrow x = (H + h) - \frac{1}{2} g t^2 - \left(v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \right) = (H + h) - v_0 \cdot t$$

$$= \frac{H + h}{2H} (2H - \sqrt{2gH} \cdot t)$$

c) Sử dụng công thức quan hệ v , a , s của chuyển động thẳng biến đổi đều $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s$ với vận tốc ở độ cao cực đại bằng $v = 0$, $a = -g$, $s = h_{\max}$ suy ra, nếu không có sự cản trở của vật 1, vật 2 lên đến độ cao cực đại là:

$$h_{\max} = \frac{v^2}{2g} = \frac{(H + h)^2}{4H}.$$



1-6. Thả rơi tự do một vật từ độ cao $h = 19,6$ mét. Tính:

a) Quãng đường mà vật rơi được trong 0,1 giây đầu và 0,1 giây cuối của thời gian rơi.

b) Thời gian cần thiết để vật đi hết 1m đầu và 1m cuối của độ cao h .

Bài giải:

Sử dụng công thức về quãng đường vật rơi được sau thời gian t kể từ lúc bắt đầu được thả: $s = \frac{1}{2} g t^2$ ta sẽ có một công thức quen thuộc về thời gian t để vật rơi được một

đoạn đường có độ cao h kể từ vị trí thả là: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. áp dụng công thức này ta sẽ trả lời

được các câu hỏi trong bài tập này:

a) Quãng đường mà vật rơi được trong 0,1s đầu:

$$s_1 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 0,1^2 = 0,049 \text{ m}.$$

$$\text{Tổng thời gian rơi của vật: } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19,6}{9,8}} = 2 \text{ (s)}.$$

Quãng đường vật đi được trong 0,1 s cuối cùng, được tính theo quãng đường đi được trong $2 - 0,1 = 1,9$ s đầu:

$$s_2 = h - \frac{1}{2} g (t - 0,1)^2 = 19,6 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (2 - 0,1)^2 = 1,9 \text{ (m)}.$$

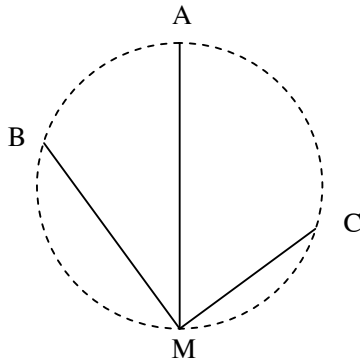
b) Tương tự như trên:

$$\text{Thời gian để vật đi được 1m đầu: } t_3 = \sqrt{\frac{2s_3}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{9,8}} = 0,45s.$$

$$\text{Thời gian để vật đi hết 1m cuối: } t_4 = t_{\text{tổng}} - t_{18,6m \text{ đầu}} = 2 - \sqrt{\frac{2 \cdot 18,6}{9,8}} = 0,05s$$

1-7. Từ ba điểm A, B, C trên một vòng tròn người ta đồng thời thả rơi ba vật. Vật thứ nhất theo phương thẳng đứng AM qua tâm vòng tròn (Hình 1-3), vật thứ hai theo dây BM, vật thứ ba theo dây CM. Hỏi vật nào tới M trước tiên, nếu bỏ qua ma sát?

Bài giải:



Hình 1-3

Quãng đường đi và gia tốc của vật thứ nhất: $s_1 = 2R$, $a_1 = g$, của vật thứ hai $s_2 = 2R \cos \angle AMB$, $a_2 = g \cos \angle AMB$, của vật thứ ba: $s_3 = 2R \cos \angle AMC$, $a_3 = g \cos \angle AMC$.

Nhận thấy, thời gian rơi đến M của các vật đều là:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{4R}{g}} = \sqrt{\frac{2s_2}{a_2}} = t_2 = t_3 = \sqrt{\frac{2s_3}{a_3}}$$

Vậy, ba vật cùng tới M một lúc.

1-8. Phải ném một vật theo phương thẳng đứng từ độ cao $h = 40m$ với vận tốc v_0 bằng bao nhiêu để nó rơi tới mặt đất:

a) Trước $\tau = 1$ giây so với trường hợp vật rơi tự do?

b) Sau $\tau = 1$ giây so với trường hợp vật rơi tự do?

Lấy $g = 10m/s^2$.

Bài giải:

Sử dụng công thức tính thời gian đến khi chạm đất của bài 5:

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{g} \text{ và công thức thời gian rơi tự do: } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ ta thấy:}$$

Để vật chạm đất sớm, muốn phải ném vật xuống dưới với vận tốc v_0 thỏa mãn phương trình:

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{g} = \tau \rightarrow \sqrt{v_0^2 + 2gh} = g\tau - (v_0 + \sqrt{2gh})$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$(g\tau)^2 - 2g\tau(v_0 + \sqrt{2gh}) + 2v_0\sqrt{2gh} = 0 \rightarrow v_0 = \frac{g\tau(2\sqrt{2gh} - g\tau)}{2(\sqrt{2gh} - g\tau)}$$

a) Để vật chạm đất sớm, áp dụng với $\tau = 1s$ ta có:

$$v_0 = \frac{10.1(2\sqrt{2.10.40} - 10.1)}{2(\sqrt{2.10.40} - 10.1)} = 12,7(m/s)$$

Vậy vật được ném thẳng đứng xuống dưới.

b) Để vật chạm đất muộn, áp dụng với $\tau = -1s$ ta có:

$$v_0 = \frac{-10.1(2\sqrt{2.10.40} + 10.1)}{2(\sqrt{2.10.40} + 10.1)} = -8,7(m/s)$$

Vậy vật được ném thẳng đứng lên trên.

1-9. Một vật chuyển động thẳng thay đổi đều đi hết quãng đường AB trong 6 giây. Vận tốc của vật khi qua A bằng 5m/s khi đi qua B bằng 15m/s. Tìm chiều dài của quãng đường AB.

Bài giải:

Cách 1:

Theo định nghĩa, gia tốc a của vật: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_B - v_A}{t} = \frac{15 - 5}{6} = \frac{5}{3}(m/s^2)$.

Từ đó có thể tính quãng đường AB theo công thức: $\overline{AB} = v_A t + \frac{1}{2}at^2$

Thay số ta được: $AB = 60m$.

Cách 2:

Lưu ý rằng, vận tốc trung bình trong chuyển động thẳng biến đổi đều có công thức rất đặc biệt, bằng: $\bar{v} = \frac{v_A + v_B}{2}$, nên đoạn AB có độ dài:

$$AB = \bar{v}.t = \frac{v_A + v_B}{2}.t = \frac{5 + 15}{2}.6 = 60(m)$$

1-10. Một xe lửa chạy giữa hai điểm (nằm trên một đường thẳng) cách nhau 1,5km. Trong nửa đoạn đường đầu, xe lửa chuyển động nhanh dần đều, trong nửa đoạn đường sau xe lửa chuyển động chậm dần đều. Vận tốc lớn nhất của xe lửa giữa hai điểm đó bằng 50km/giờ.

Biết rằng trị số tuyệt đối của các gia tốc trên hai đoạn đường bằng nhau. Tính:

a) Gia tốc của xe lửa.

b) Thời gian để xe lửa đi hết quãng đường giữa hai điểm.

Bài giải:

Vận tốc trung bình của xe lửa là $\bar{v} = 50/2 = 25km/h$.

Thời gian xe lửa đi hết 1,5km này là: $t = s/\bar{v} = 1,5/25 = 0,06h = 3,6 phút = 216s$.

Gia tốc của xe lửa: $a = \frac{v_{max}}{(t/2)} = \frac{50km/h}{1,8phút} = \frac{(50/3,6)m/s}{1,8.60s} = 0,129(m/s^2)$.

Có thể tính gia tốc của xe lửa dựa vào mối quan hệ v , a , s của chuyển động thẳng biến đổi đều: $v^2 - v_0^2 = 2.a.s \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{(50\text{km/h})^2}{1,5\text{km}} = 0,129\text{m/s}^2$.
(ở đây s là nửa quãng đường $1,5\text{km}$)

1-11. Một xe lửa bắt đầu chuyển động nhanh dần đều trên một đường thẳng ngang qua trước mặt một người quan sát đang đứng ngang với đầu toa thứ nhất. Biết rằng toa xe thứ nhất đi qua trước mặt người quan sát hết một thời gian $\tau = 6$ giây. Hỏi toa thứ n sẽ đi qua trước mặt người quan sát trong bao lâu?

Áp dụng cho trường hợp $n = 7$.

Bài giải:

Gọi l là chiều dài của mỗi toa, t_n là thời gian để n toa đầu đi qua trước mặt người quan sát. Áp dụng phương trình chuyển động thẳng thay đổi đều, ta có:

$$\text{Chiều dài của toa thứ nhất: } l = \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2}a\tau^2$$

$$\text{Chiều dài của } (n-1): (n-1)l = \frac{1}{2}at_{n-1}^2$$

$$\text{Chiều dài của } n \text{ toa đầu: } nl = \frac{1}{2}at_n^2.$$

Từ đó suy ra thời gian để toa thứ n đi qua trước mặt người quan sát:
 $\Delta t_n = t_n - t_{n-1} = \tau(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$.

Với $n=7$, ta có $\Delta t_7 = 1,18\text{s}$.

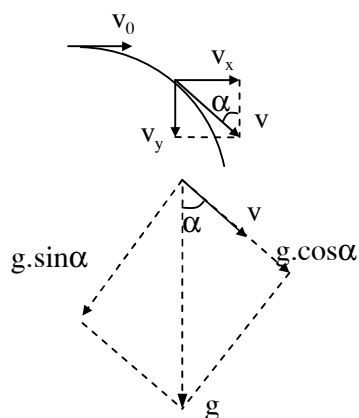
1-12. Một hòn đá được ném theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0=15\text{m/s}$. Tính gia tốc pháp tuyến và gia tốc tiếp tuyến của hòn đá sau lúc ném 1 giây.

Bài giải:

Vận tốc của vật theo phương đứng sau khi ném 1s: $v_y = gt = 9,8\text{m/s}$.

Góc α giữa vận tốc của vật và phương thẳng đứng thoả mãn: $\tan \alpha = \frac{v_x}{v_y}$. Xem hình

vẽ bên.



Từ đó, gia tốc pháp tuyến và gia tốc tiếp tuyến của vật lúc này chính là những thành phần chiếu của gia tốc g :

$$a_n = g \sin \alpha = \frac{g \cdot v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} = \frac{9,8 \cdot 15}{\sqrt{15^2 + 9,8^2}} = 8,2 (\text{m/s}^2)$$

$$a_t = g \cos \alpha = \sqrt{g^2 - a_n^2} = \sqrt{9,8^2 - 8,2^2} = 5,4 (\text{m/s}^2)$$

1-13. Người ta ném một quả bóng với vận tốc $v_0=10\text{m/s}$ theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 40^\circ$. Giả sử quả bóng được ném đi từ mặt đất. Hỏi:

- Độ cao lớn nhất mà quả bóng có thể đạt được.
- Tầm xa của quả bóng.
- Thời gian từ lúc ném bóng tới lúc bóng chạm đất.

Bài giải:

Để xác định được những đại lượng như trong bài toán đặt ra, cần lưu ý rằng, có thể coi chuyển động của vật bao gồm hai chuyển động khá độc lập: chuyển động theo phương thẳng đứng và chuyển động theo phương ngang.

Chuyển động theo phương thẳng đứng là một chuyển động thẳng biến đổi đều với gia tốc bằng g , vận tốc ban đầu bằng $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$. Chuyển động theo phương ngang là chuyển động thẳng đều với vận tốc không đổi bằng $v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$.

a) Độ cao cực đại và thời gian rơi của vật chỉ liên quan đến vận tốc ban đầu theo phương thẳng đứng v_{0y} :

$$y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} = 2,1 (\text{m})$$

c) Thời gian bay của vật: $t = 2 \cdot \frac{v_{0y}}{g} = \frac{2 \cdot v_0 \sin \alpha}{g} = 1,3 (\text{s})$

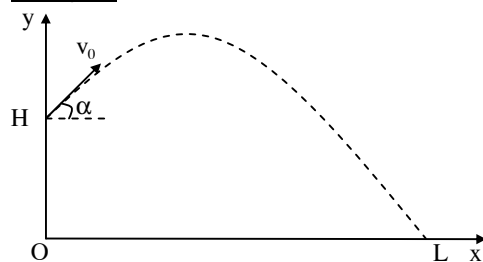
b) Công thức tầm xa của vật ném xiên:

$$L = v_x t = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = 10 \text{m}$$

1-14. Từ một đỉnh tháp cao $H = 25\text{m}$ người ta ném một hòn đá lên phía trên với vận tốc $v_0 = 15\text{m/s}$ theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$. Xác định:

- Thời gian chuyển động của hòn đá;
- Khoảng cách từ chân tháp đến chỗ rơi của hòn đá;
- Vận tốc của hòn đá lúc chạm đất.

Bài giải:



Từ đỉnh tháp viên đá còn lên cao thêm được một đoạn:

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g} = \frac{(15 \cdot \sin 30^\circ)^2}{2 \cdot 9,8} = 2,87 \text{m}$$

\Rightarrow thời gian chuyển động của hòn đá:

$$t = \frac{v_{0y}}{g} + \sqrt{\frac{2(H+h)}{g}} = \frac{7,5}{9,8} + \sqrt{\frac{2(25+2,78)}{9,8}} = 3,15(s)$$

Tầm xa:

$$L = v_0 \cos \alpha \cdot t = 15 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3,15 = 41(m)$$

Vận tốc lúc chạm đất:

$$v_y = \sqrt{2g(H+h)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot (25+2,78)} = 23,3(m/s)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_y^2 + v_x^2} = \sqrt{23,3^2 + (15 \cdot \cos 30^\circ)^2} = 26,7(m/s)$$

Ta có thể giải quyết bài toán theo cách khác bằng cách dùng phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy với O nằm tại chân tháp như hình vẽ.

Phương trình chuyển động của vật theo các trục này:

$$x = v_x t = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y = H + v_y t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = H + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Để tìm thời gian rơi, giải phương trình $y = 0$.

Để tìm tầm xa – tìm khoảng cách từ vị trí rơi tới chân tháp, ta thay t tìm được vào biểu thức của x để tính x .

Để tìm vận tốc lúc chạm đất, nhớ đến các công thức:

$$v_x = v_0 \cos \alpha = \text{const}$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - g \cdot t$$

Đáp số: a) 3,16s ; b) 41,1m ; c) 26,7m/s.

1-15. Từ một đỉnh tháp cao $H = 30m$, người ta ném một hòn đá xuống đất với vận tốc $v_0 = 10m/s$ theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$. Tìm:

a) Thời gian để hòn đá rơi tới mặt đất kể từ cú ném?

b) Khoảng cách từ chân tháp đến chỗ rơi của hòn đá?

c) Dạng quỹ đạo của hòn đá?

Bài giải:

Ta dùng phương pháp tọa độ giống như của bài 1-14.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy với O nằm tại chân tháp.

a) Phương trình chuyển động của vật theo các trục này:

$$x = v_x t = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad (1)$$

$$y = H - v_y t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = H - v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (2)$$

Để tìm thời gian rơi, giải phương trình $y=0$:

$$30 - 10 \cdot \sin 30^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 = 0 \Leftrightarrow 30 - 5t - 5t^2 = 0$$

Chọn nghiệm dương ta được thời gian rơi của hòn đá: $t=2s$.

b) Để tìm tầm xa – vị trí rơi cách chân tháp bao nhiêu, thay t tìm được để tính x .

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t = 10 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 = 10\sqrt{3}m \approx 17,3m$$

c) Để biết dạng quỹ đạo chuyển động của viên đá, ta cần tìm phương trình quỹ đạo của chuyển động này (phương trình quan hệ giữa x và y đã khử biến thời gian):

Khử thời gian trong hệ phương trình (1) và (2) bằng cách rút t từ phương trình (1) rồi thay vào (2):

$$(1) \rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\begin{aligned} (2) \rightarrow y &= H - v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = H - v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 \\ &= H - x \cdot \tan \alpha - \frac{g \cdot x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \\ &= 30 - \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{x^2}{15} \quad \left(\text{với: } 0 \leq x \leq 10\sqrt{3} \text{m} \right) \end{aligned}$$

Phương trình này chỉ ra rằng, quỹ đạo của viên đá là một cung parabol.

1-16. Hỏi phải ném một vật theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc α bằng bao nhiêu để với một vận tốc ban đầu cho trước, tầm xa của vật là cực đại.

Bài giải:

Sử dụng công thức tính tầm xa của vật được ném xiên đã lập được trong bài 1-13:

$$L = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \leq \frac{v_0^2}{g}$$

$$\Rightarrow \text{Vật sẽ đạt được tầm xa cực đại bằng } L_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \text{ khi } \sin 2\alpha = 1, \text{ hay } \alpha = 45^\circ.$$

1-17. Kỷ lục nhảy tạ ở Hà Nội là 12,67 mét. Hỏi nếu tổ chức ở Xanh Pêtec-bua thì trong điều kiện tương tự (cùng vận tốc ban đầu và góc nghiêng), kỷ lục trên sẽ là bao nhiêu?

Cho biết g (Hà Nội) = 9,727m/s²; g (Xanh Pêtec-bua) = 9,810m/s².

Bài giải:

Từ công thức tầm xa: $L = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$ ta nhận thấy, với lực đẩy không đổi (để v_0

không đổi) và góc ném không đổi (ném xa nhất khi góc ném bằng 45⁰) thì tầm xa L sẽ tỉ lệ nghịch với gia tốc trọng trường g. Do đó có thể xác định được kỉ lục nhảy tạ tại thành phố Xanh Pêtec-bua:

$$L_{\text{XP}} = \frac{g_{\text{HN}}}{g_{\text{XP}}} L_{\text{HN}} = \frac{9,727}{9,810} \cdot 12,67 = 12,56(\text{m})$$

1-18. Tìm vận tốc góc:

a) của Trái Đất quay quanh trục của nó (Trái Đất quay một vòng xung quanh trục của nó mất 24 giờ).

b) của kim giờ và kim phút đồng hồ;

c) của Mặt Trăng quay xung quanh Trái Đất (Mặt Trăng quay xung quanh Trái Đất một vòng mất 27 ngày đêm);

d) của một vệ tinh nhân tạo của Trái Đất quay trên quỹ đạo tròn với chu kỳ bằng 88 phút.

Bài giải:

Sử dụng công thức tính vận tốc góc: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ và lưu ý thay chu kỳ phải đổi đúng đối với là giây (s) ta sẽ được:

a) Vận tốc góc tự quay quanh trục của trái đất: $\omega = \frac{2\pi}{24.3600} = 7,26.10^{-5} \text{ (rad/s)}$

b) Chu kỳ quay của kim phút là 1h. Kim giờ quay hết một vòng là 12 tiếng nên vận tốc góc của kim giờ và kim phút là: $14,5 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$; $1,74 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$

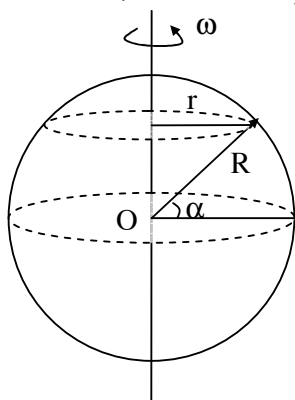
c) Cũng áp dụng công thức trên với các chu kỳ khác nhau ta có vận tốc góc của mặt trăng quanh trái đất là: $2,7 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$;

d) Của vệ tinh có chu kỳ quay là 88phút là: $1,19 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$

1-19. Tìm vận tốc dài của chuyển động quay của một điểm trên mặt đất tại Hà Nội. Biết rằng vĩ độ của Hà Nội là $\alpha = 21^\circ$.

Bài giải:

Theo bài 1-18 ta thấy vận tốc góc của trái đất trong chuyển động tự quay của nó là $\omega = 7,26.10^{-5} \text{ rad/s}$. Bán kính quỹ đạo của Hà Nội (xem hình) là r:



Hình của bài 1-19

$$r = R \cos \alpha.$$

Từ đó ta có vận tốc dài của Hà Nội là:

$$v = \omega \cdot r = \omega \cdot R \cdot \cos \alpha$$

Thay số vào ta được: $v = 430 \text{ m/s}$.

Để làm các bài tiếp theo cần chú ý: Các công thức của chuyển động quay nhanh hoặc chậm dần đều cũng giống với các công thức của chuyển động thẳng biến đổi đều với sự tương ứng: góc quay φ thay cho quãng đường s , vận tốc góc ω thay cho vận tốc dài v , gia tốc góc β thay cho gia tốc thường a – chúng chỉ chênh nhau một hằng số bằng bán kính quỹ đạo tròn.

1-20. Một vô lăng sau khi bắt đầu quay được một phút thì thu được vận tốc 700 vòng/phút. Tính gia tốc góc của vô lăng và số vòng mà vô lăng đã quay được trong phút ấy nếu chuyển động của vô lăng là nhanh dần đều.

Bài giải:

Vận tốc góc của vô lăng đạt $\omega = 700 \text{vòng/phút} = 700.2\pi/60 \text{ (rad/s)}$ sau thời gian $\tau = 1 \text{ phút} = 60 \text{s}$.

$$\text{Mà } \omega = \beta \cdot \tau \Rightarrow \beta = \frac{\omega}{\tau} = \frac{1400\pi/60}{60} = \frac{1400\pi}{3600} = 1,22 \text{ (rad/s}^2\text{)}.$$

Góc quay được sau thời gian $\tau = 1 \text{ phút}$ là:

$$\varphi = \frac{1}{2} \beta \cdot \tau^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,22 \cdot 60^2 = 700\pi \text{ (rad)}$$

Do vậy, số vòng quay được trong 1 phút là:

$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{700\pi}{2\pi} = 350 \text{ vòng}.$$

1-21. Một bánh xe quay chậm dần đều, sau một phút vận tốc của nó giảm từ 300 vòng/phút xuống 180 vòng/phút. Tìm gia tốc của bánh xe và số vòng mà bánh xe đã quay được trong phút ấy.

Bài giải:

Theo định nghĩa về gia tốc góc ta có luôn gia tốc góc trong chuyển động này:

$$\beta = \frac{\omega - \omega_0}{\tau} = \frac{180.2\pi/60 - 300.2\pi/60}{60} = -0,21 \text{ (rad/s}^2\text{)}.$$

Góc quay được dựa vào mối quan hệ tương tự với quan hệ v-a-s của chuyển động thẳng biến đổi đều ta rút ra:

$$\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\beta} = \frac{(180.2\pi/60)^2 - (300.2\pi/60)^2}{-2.0,21} = 240 \text{ (vòng)}.$$

Hoặc dựa vào công thức vận tốc góc trung bình:

$$\varphi = \frac{\omega + \omega_0}{2} \cdot \tau = \frac{180 + 300}{2} \cdot 1 = 240 \text{ (vòng)}$$

1-22. Một bánh xe có bán kính $R = 10 \text{cm}$ lúc đầu đứng yên, sau đó quay xung quanh trục của nó với gia tốc góc bằng $3,14 \text{ rad/s}^2$. Hỏi, sau giây thứ nhất:

- Vận tốc góc và vận tốc dài của một điểm trên vành bánh?
- Gia tốc pháp tuyến, gia tốc tiếp tuyến và gia tốc toàn phần của một điểm trên vành bánh?
- Góc giữa gia tốc toàn phần và bán kính của bánh xe (ứng với cùng một điểm trên vành bánh?)

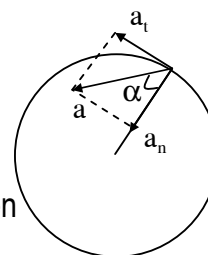
Bài giải:

a) Sau giây thứ nhất, vận tốc góc và vận tốc dài của một điểm trên vành bánh là:

$$\omega = \beta \cdot t = 3,14 \cdot 1 = 3,14 \text{ (rad/s)}$$

$$v = \omega \cdot R = 3,14 \cdot 0,1 = 0,314 \text{ (m/s)}$$

Gia tốc tiếp tuyến có giá trị không đổi và gia tốc pháp tuyến lúc này:



$$a_t = \beta.R = 3,14.0,1 = 0,314 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a_n = \omega^2.R = 3,14^2.0,1 = 0,986 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Còn gia tốc toàn phần thì bằng:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 1,03 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

c) Góc giữa gia tốc toàn phần a và bán kính là α thỏa mãn:

$$\sin \alpha = \frac{a_t}{a} = \frac{0,314}{1,03} \Rightarrow \alpha = 17^\circ 46'.$$

1-23. Chu kì quay của một bánh xe bán kính 50cm là 0,1 giây. Tìm:

a) Vận tốc dài và vận tốc góc của một điểm vành bánh;

b) Gia tốc pháp tuyến của điểm giữa một bán kính.

Bài giải:

Vận tốc dài và vận tốc góc của một điểm trên vành bánh:

$$v = \frac{\text{chiều dài của đường tròn}}{\text{thời gian chuyển động hết một vòng tròn}} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi.0,5}{0,1} = 31,4 \text{ (m/s)}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{31,4}{0,5} = 62,8 \text{ (rad/s)}$$

b) Gia tốc pháp tuyến – gia tốc hướng tâm của điểm giữa một bán kính:

$$a_n = \omega^2 r = \omega^2.R/2 = 62,8^2.0,5/2 = 986 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

1-24. Một đoàn tàu bắt đầu chạy vào một đoạn đường tròn, bán kính 1km, dài 600m, với vận tốc 54 km/giờ. Đoàn tàu chạy hết quãng đường đó trong 30 giây. Tìm vận tốc dài, gia tốc pháp tuyến, gia tốc tiếp tuyến, gia tốc toàn phần và gia tốc góc của đoàn tàu ở cuối quãng đường đó. Coi chuyển động của đoàn tàu là nhanh dần đều.

Bài giải:

Cho: $R = 1\text{km} = 1000\text{m}$, $v_0 = 54\text{km/h} = 15\text{m/s}$, $s = 600\text{m}$, $t = 30\text{s}$.

Sử dụng các công thức về chuyển động thẳng và chuyển động tròn biến đổi đều ta sẽ tính được các đại lượng cần thiết.

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a_t t^2 \Rightarrow a_t = \frac{2(s - v_0 t)}{t^2} = \frac{2(600 - 15.30)}{30^2} = \frac{1}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Vận tốc của tàu tại cuối đường vòng:

$$v = v_0 + a_t t = 15 + \frac{1}{3}.30 = 25 \text{ (m/s)} = 90 \text{ (km/h)}.$$

Gia tốc pháp tuyến – gia tốc hướng tâm của tàu:

$$a_n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = \frac{25^2}{1000} = 0,625 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Còn gia tốc toàn phần là:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{8}\right)^2} = 0,708 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Gia tốc góc của đoàn tàu:

$$\beta = \frac{a_t}{R} = \frac{1/3}{1000} \approx 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

1-25. Vận tốc của electron trong nguyên tử hydro bằng $v = 2,2 \cdot 10^8 \text{ cm/s}$. Tính vận tốc góc và gia tốc pháp tuyến của electron nếu xem quỹ đạo của nó là một vòng tròn bán kính $0,5 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$.

Bài giải:

Electron: $v = 2,2 \cdot 10^8 \text{ cm/s} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$; $R = 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Vận tốc góc và gia tốc hướng tâm – gia tốc pháp tuyến lần lượt:

$$\omega = v/R = 4,4 \cdot 10^{16} \text{ rad/s};$$

$$a_n = \omega^2 R = 9,68 \cdot 10^{22} \text{ m/s}^2$$

1-26. Một người muốn chèo thuyền qua sông có dòng nước chảy. Nếu người ấy chèo thuyền theo hướng từ vị trí A sang vị trí B ($AB \perp$ với dòng sông, hình 1-4) thì sau thời gian $t_1 = 10$ phút thuyền sẽ tới vị trí C cách B một khoảng $s = 120 \text{ m}$. Nếu người ấy chèo thuyền về phía ngược dòng thì sau thời gian $t_2 = 12,5$ phút thuyền sẽ tới đúng vị trí B.

Coi vận tốc của thuyền đối với dòng nước là không đổi. Tính:

- Bề rộng l của con sông;
- Vận tốc v của thuyền đối với dòng nước;
- Vận tốc u của dòng nước đối với bờ sông;
- Góc γ .

Bài giải:

Từ A đến C hết thời gian $t_1 = 10$ phút, A đến B hết thời gian $t_2 = 12,5$ phút, đoạn BC có độ dài: $s = BC = 120 \text{ m}$.

Đây là bài toán tổng hợp vận tốc. Thuyền tham gia đồng thời hai chuyển động: cùng với dòng nước với vận tốc \vec{u} và chuyển động so với dòng nước (do người chèo) với vận tốc \vec{v} . Chuyển động tổng hợp chính là chuyển động của thuyền đối với bờ sông với vận tốc $\vec{V} = \vec{v} + \vec{u}$.

Trường hợp thứ nhất của bài toán ứng với hình 1-4a, trường hợp thứ hai ứng với hình 1-4b.

Theo các hình vẽ, ta có các phương trình sau:

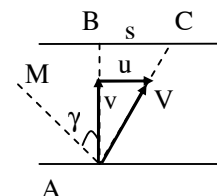
$$s = u \cdot t_1; l = v \cdot t_1; l = (v \cdot \cos \gamma) \cdot t_2; u = v \cdot \sin \gamma;$$

$$\Rightarrow u = \frac{s}{t_1} = \frac{120}{600} = 0,2 \text{ (m/s)}.$$

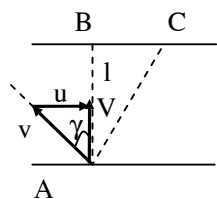
$$l = v \cdot t_1 = v \cdot \cos \gamma \cdot t_2 \rightarrow \cos \gamma = \frac{t_1}{t_2} = \frac{10}{12,5} = \frac{4}{5} \rightarrow \gamma = 36^\circ 53'$$

$$\Rightarrow \sin \gamma = \frac{3}{5} = \frac{u}{v} \rightarrow v = \frac{u}{\sin \gamma} = \frac{0,2}{3/5} = \frac{1}{3} = 0,33 \text{ (m/s)}.$$

$$\text{Chiều rộng của dòng sông: } l = v \cdot t_1 = 0,33 \cdot (10 \cdot 60) = 200 \text{ m}.$$



Hình 1-4a



Hình 1-4b

1-27. Người ta chèo một con thuyền qua sông theo hướng vuông góc với bờ sông với vận tốc 7,2km/h. Nước chảy đã mang con thuyền về phía xuôi dòng một khoảng 150m. Tìm:

- Vận tốc của dòng nước đối với bờ sông;
- Thời gian cần để thuyền qua được sông. Cho biết chiều rộng của sông bằng 0,5km.

Bài giải:

Bề rộng của dòng sông: $l = 0,5\text{km} = 500\text{m}$. $s = 150\text{m}$, $V = 7,2\text{km/h} = 2\text{m/s}$.

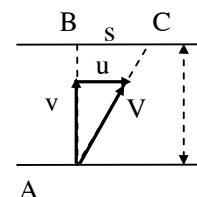
Từ hình vẽ ta thấy:

$$\frac{u}{v} = \frac{s}{l} \rightarrow u = \frac{s}{l} \cdot v = \frac{150}{500} \cdot 2 = 0,60 \text{ (m/s)}.$$

Thời gian của một chuyến sang sông:

$$t = \frac{AC}{V} = \frac{AB}{v} = \frac{l}{v} = \frac{500}{2} = 250 \text{ (s)}.$$

Đáp số: a) $u = 0,60\text{m/s}$; b) $t = 250\text{s}$.



Hình của bài 1-27

1-28. Một máy bay bay từ vị trí A tới vị trí B. AB nằm theo hướng Tây Đông và cách nhau một khoảng 300km. Xác định thời gian bay nếu:

- Không có gió;
- Có gió thổi theo hướng Nam Bắc;
- Có gió thổi theo hướng Tây Đông.

Cho biết vận tốc của gió bằng: $v_1 = 20\text{m/s}$, vận tốc của máy bay đối với không khí $v_2 = 600\text{km/h}$.

Bài giải:

$AB = 300\text{km}$, gió: $v_1 = 20\text{m/s} = 72\text{km/h}$, $v_2 = 600\text{km/h}$.

a) Thời gian máy bay bay trực tiếp từ A đến B: $t = \frac{l}{v_2} = \frac{300}{600} = 0,5 \text{ (h)} = 30 \text{ (phút)}.$

b) Tương tự bài 1-26, ta thấy máy bay muốn tới vị trí B, nó phải bay chệch về phía nam một góc α so với phương AB. Ta có:

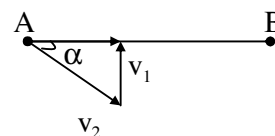
$$V = \sqrt{v_2^2 - v_1^2} = \sqrt{600^2 - 72^2} = 596 \text{ (km/h)}.$$

Thời gian máy bay bay từ A đến B là:

$$t = \frac{s}{V} = \frac{300}{596} = 0,503 \text{ (h)} = 30,2 \text{ phút}.$$

c) Gió xuôi chiều từ Tây sang Đông. Thời gian máy bay cần dùng là:

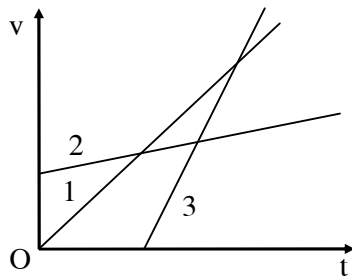
$$t = \frac{s}{v_2 + v_1} = \frac{300}{600 + 72} = 0,446 \text{ (h)} = 26,8 \text{ phút}.$$



Hình của bài 1-28

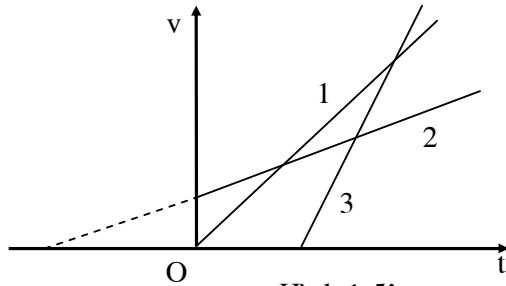
1-29. Hình 1-5 mô tả chuyển động của ba chất điểm.

- Cho biết tính chất của các chuyển động đó.
- Ý nghĩa của các giao điểm giữa các đồ thị và các trục tọa độ.
- So sánh vận tốc của ba chất điểm.



Hình 1-5

Bài giải:

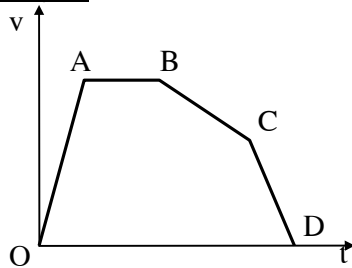


Hình 1-5'

- a) Nhìn vào đồ thị ta thấy cả ba chuyển động này đều là chuyển động nhanh dần đều.
- b) Giao điểm của các đồ thị với trục thời gian cho ta biết các thời điểm xuất phát của các chuyển động.
- c) Ba chuyển động, nhìn chung là về cùng một hướng. Vận tốc của mỗi vật từng lúc nhanh chậm khác nhau. Đồ thị vận tốc càng dốc thì gia tốc của vật càng lớn (gia tốc a cho biết hệ số góc của đường thẳng). Từ các đồ thị, ta có thể so sánh gia tốc của các vật: $a_3 > a_1 > a_2$.

1-30. Hình 1-6 cho đồ thị vận tốc của một chất điểm chuyển động. Hãy cho biết trạng thái chuyển động của chất điểm trên mỗi đoạn OA, AB, BC, CD.

Bài giải:



Hình 1-6

- Đoạn OA: vật xuất phát tại thời điểm $t = 0$ rồi chuyển động nhanh dần đều với gia tốc khá lớn.
- Đồ thị đoạn AB cho biết vật chuyển sang chuyển động đều.
- Đồ thị đoạn BC biểu hiện vật chuyển động chậm dần đều.
- Đồ thị đoạn CD: vật tiếp tục chuyển động chậm dần đều nhưng với gia tốc lớn hơn khi chuyển động trong giai đoạn BC. Vật dừng lại tại cuối giai đoạn này.

Chương 2

ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

2-1. Một xe có khối lượng 20000kg, chuyển động chậm dần đều dưới tác dụng của một lực bằng 6000N, vận tốc ban đầu của xe bằng 15m/s. Hỏi:

- Gia tốc của xe;
- Sau bao lâu xe dừng lại;
- Đoạn đường xe đã chạy được kể từ lúc hãm cho đến khi xe dừng hẳn.

Bài giải:

a) Gia tốc của xe được tính theo định luật II Newton:

$$a = F/m = -6000/20000 = -0,3 \text{ m/s}^2.$$

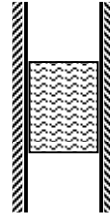
b) Thời gian kể từ lúc hãm đến khi dừng lại:

$$t = \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{0 - 15}{-0,3} = 50 \text{ (s)}.$$

c) Quãng đường kể từ lúc hãm đến khi dừng lại:

$$s = v_0 \cdot t + a \cdot t^2 / 2 = \dots = 375 \text{ m}.$$

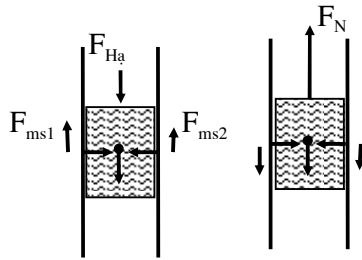
2-2. Một thanh gỗ nặng 49N bị kẹp giữa hai mặt phẳng thẳng đứng (hình 2-4). Lực ép thẳng góc trên mỗi mặt của thanh là 147N. Hỏi lực nhỏ nhất cần để nâng hoặc hạ thanh gỗ? Hệ số ma sát giữa thanh gỗ và mặt ép $k = 0,2$.



Hình 2-4

Bài giải:

Lực nâng = 107,8N ; lực hạ = 9,8N



Hình 2-4a

Hình 2-4b

Khi muốn hạ thanh gỗ xuống cần một lực nhấn F_{Ha} hướng xuống, lực ma sát trên hai mặt của thanh gỗ hướng lên trên (Hình 2-4a), còn khi muốn nâng thanh gỗ lên trên thì các lực ma sát lại hướng xuống dưới (Hình 2-4b).

Từ các hình vẽ này ta thấy, các lực dùng để hạ (F_{Ha}) và nâng F_N thanh gỗ phải có các giá trị nhỏ nhất:

$$F_{Ha} = F_{ms1} + F_{ms2} - P = 2 \times k \cdot N - P = 2 \cdot 0,2 \cdot 147 - 49 = 9,8 \text{ (N)}$$

$$F_N = F_{ms1} + F_{ms2} + P = 2 \times k \cdot N + P = 2 \cdot 0,2 \cdot 147 + 49 = 107,8 \text{ (N)}$$

2-3. Hỏi phải tác dụng một lực bằng bao nhiêu lên một toa tàu đang đứng yên để nó chuyển động nhanh dần đều và sau thời gian 30 giây nó đi được 11m. Cho biết lực ma sát của toa tàu bằng 5% trọng lượng của toa tàu.

Bài giải:

Gọi F là lực tác dụng lên toa tàu. Xét theo phương ngang, lực gây ra gia tốc của toa tàu, theo định luật Niuton 2, bằng: $F - f_{ms} = ma$

Trong đó: m là khối lượng và $a = \frac{2s}{t^2}$ là gia tốc của toa tàu.

Từ đó suy ra: $F = f_{ms} + ma = 5\%mg + \frac{2.s.m}{t^2}$.

Thay số: $s = 11 \text{ m}$, $t = 30 \text{ s}$, $m = 15,6 \text{ tấn} = 15600 \text{ kg}$ ta được: $F \approx 8200 \text{ N}$.
(Trong phần đề bài cho thiếu khối lượng của toa tàu bằng $m = 15,6 \text{ tấn}$).

2-4. Một người di chuyển một chiếc xe với vận tốc không đổi. Lúc đầu người ấy kéo xe về phía trước, sau đó người ấy đẩy xe về phía sau. Trong cả hai trường hợp, cang xe hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc α . Hỏi trong trường hợp nào người ấy phải đặt lên xe một lực lớn hơn? Biết rằng trọng lượng của xe là P , hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là k .

Bài giải:

Viết phương trình định luật II Newton cho các lực tác dụng vào xe. Thành phần lực tổng hợp chiếu theo phương thẳng đứng và nằm ngang đều bằng 0 - không có chuyển động theo phương thẳng đứng, chuyển động theo phương ngang thì đều - không có gia tốc theo phương ngang nên:

Trường hợp kéo xe về phía trước (hình 2-1'a): lực nén vuông góc của xe lên mặt đường là:

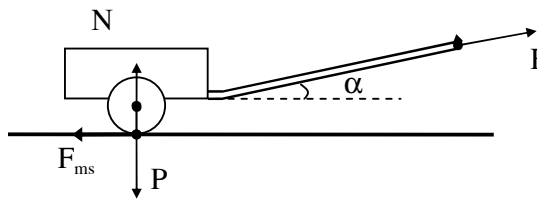
$$N + F \cdot \sin \alpha - P = 0 \Rightarrow N = P - F \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Và: } F \cdot \cos \alpha - F_{ms} = 0 \Rightarrow F \cdot \cos \alpha = F_{ms}$$

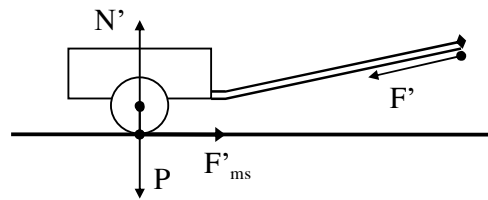
Mà, lực ma sát tác dụng lên xe:

$$F_{ms} = kN = k(P - F \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow F \cos \alpha = k(P - F \sin \alpha) \quad F = \frac{kP}{\cos \alpha + k \sin \alpha}$$



Hình 2-1'a



Hình 2-1'b

Trường hợp đẩy xe về phía sau (hình 2-1'b)

Bằng cách phân tích tương tự, ta tính được lực ma sát đặt lên xe trong trường hợp này là:

$$F_{ms} = kN' = k(P + F \sin \alpha)$$

Và lực F' cần đặt lên cang xe:

$$F' = \frac{kP}{\cos \alpha - k \sin \alpha}$$

Rõ ràng $F' > F$. Như vậy trong trường hợp đẩy xe về phía sau người ta phải dùng một lực lớn hơn.

2-5. Một vật có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được đặt trên một mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng bằng $k = 0,2$. Tìm gia tốc của vật trên mặt phẳng nghiêng.

Bài giải:

Ta phân tích các lực tác dụng vào vật gồm 3 lực: P thẳng đứng, N vuông góc với mặt nghiêng và F_{ms} nằm trên mặt nghiêng.

Phương trình định luật II Newton cho vật:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m \cdot \vec{a}$$

Chiếu phương trình này theo phương vuông góc với mặt phẳng nghiêng (phương Oy) và phương song song với mặt phẳng nghiêng (phương Ox) ta được:

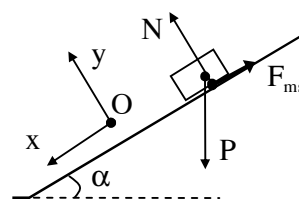
$$\begin{cases} -P \cos \alpha + N = 0 \\ P \sin \alpha - F_{ms} = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = P \cos \alpha \\ a = \frac{P \sin \alpha - F_{ms}}{m} \end{cases}$$

Mà $F_{ms} = k \cdot N$ nên:

$$a = \frac{P \sin \alpha - kP \cos \alpha}{m} = \frac{mg \sin \alpha - kmg \cos \alpha}{m} = g(\sin \alpha - k \cos \alpha).$$

Thay $\alpha = 30^\circ$, $k = 0,2$, $g = 9,8$ ta tính được $a = 3,24 \text{ m/s}^2$.

Nhận xét: từ công thức trên ta thấy, gia tốc của vật trượt trên mặt phẳng nghiêng không phụ thuộc vào khối lượng của vật đó.



Hình của bài 2-5

2-6. Một vật trượt xuống trên một mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng nằm ngang góc $\alpha = 45^\circ$. Khi trượt được quãng đường $s = 36,4 \text{ cm}$, vật thu được vận tốc $v = 2 \text{ m/s}$. Xác định hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

Bài giải:

Áp dụng công thức gia tốc của vật trong bài 2-5 ta có :

$$a = g(\sin \alpha - k \cos \alpha) \Rightarrow k = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} = \tan \alpha - \frac{a}{g \cos \alpha}.$$

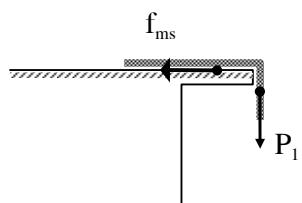
Sử dụng kiến thức của chương I về mối quan hệ v-a-s ta có gia tốc của vật trượt này là: $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{v^2 - 0^2}{2s} = \frac{v^2}{2s}.$

$$\Rightarrow k = \tan \alpha - \frac{v^2}{2gs \cos \alpha}$$

Thay các thông số đã cho: $\alpha = 45^\circ$, $v = 2 \text{ m/s}$, $s = 36,4 \text{ cm} = 0,364 \text{ m}$ ta được: $k \approx 0,2$.

2-7. Một sợi dây thừng được đặt trên mặt bàn sao cho một phần của nó buông thõng xuống đất. Sợi dây bắt đầu trượt trên mặt bàn khi chiều dài của phần buông thõng bằng 25% chiều dài của dây. Xác định hệ số ma sát k giữa sợi dây và mặt bàn.

Bài giải:



Hình của bài 2-7

Gọi P là trọng lượng của cả dây, P_1 là trọng lượng của phần buồng thông. Theo đầu bài, chiều dài phần buồng thông bằng 25% chiều dài dây $\Rightarrow P_1 = 25\%P$.

Xét theo phương chuyển động của sợi dây, dây chịu tác dụng của hai lực: P_1 và f_{ms} . Muốn dây bắt đầu trượt phải có $P_1 = f_{ms} \Rightarrow f_{ms} = 25\%P$.

Mà, $f_{ms} = k \cdot N = k \cdot (75\%P)$.

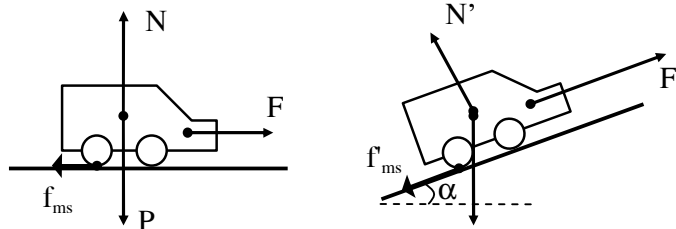
$$\text{Từ đó: } 25\%P = k \cdot (75\%P) \Rightarrow k = \frac{25}{75} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

2-8. 1) Một ô tô khối lượng một tấn chuyển động trên một đường bằng, hệ số ma sát giữa bánh ô tô và mặt đường là 0,1. Tính lực kéo của động cơ ô tô trong trường hợp:

- Ô tô chuyển động đều;
 - Ô tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc bằng 2m/s^2 ;
- 2) Cũng câu hỏi trên nhưng cho trường hợp ô tô chuyển động đều và:
- Lên dốc có độ dốc 4%;
 - Xuống dốc đó.
- Hệ số ma sát bằng 0,1 trong suốt thời gian chuyển động.

Bài giải:

Tổng hợp lực tác dụng lên ô tô gồm: lực kéo \vec{F} của động cơ ô tô, trọng lực \vec{P} , phản lực pháp tuyến \vec{N} của mặt đường và lực ma sát của mặt đường \vec{f}_{ms} .



Hình của bài 2-8

Phương trình định luật II Newton cho ô tô là: $\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_{ms} = m \vec{a}$

Chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe. Chiếu phương trình này lên phương chuyển động ta được:

1) Khi xe chuyển động trên đường nằm ngang:

$$F - f_{ms} = ma \Rightarrow F = ma + f_{ms} = ma + kmg$$

Thay số: $m = 1\text{ tấn} = 1000\text{kg}$; $k = 0,1$; $g = 9,8\text{m/s}^2$; và:

a) Khi chuyển động đều, $a = 0 \Rightarrow F = 980\text{N}$.

b) Khi chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = 2\text{m/s}^2 \Rightarrow F = 2980\text{N}$.

2) Khi xe chuyển động trên đường dốc:

a) Ô tô lên dốc

$$F - f_{ms} - P \sin \alpha = ma \Rightarrow F = ma + f_{ms} + P \sin \alpha = ma + kmg \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

Trong đó, $\sin \alpha = 0,04$ là độ dốc của dốc $\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - 0,04^2} \approx 1,0$

$$\Rightarrow F = 1000 \times 0 + 0,1 \cdot 1000 \cdot 9,8 \cdot 1 + 1000 \cdot 9,8 \cdot 0,04 = 1372(\text{N})$$

b) Ô tô xuống dốc: $F = P(k \cos \alpha - \sin \alpha)$.

$$F - f_{ms} + P \sin \alpha = ma \Rightarrow F = ma + f_{ms} - P \sin \alpha = ma + kmg \cos \alpha - mg \sin \alpha$$

Thay số:

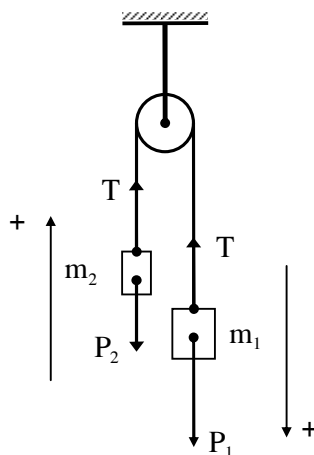
$$F = 1000 \times 0 + 0,1 \cdot 1000 \cdot 9,8 \cdot 1 - 1000 \cdot 9,8 \cdot 0,04 = 588(\text{N})$$

2-9. Một sợi dây được vắt qua một ròng rọc có khối lượng không đáng kể, hai đầu buộc hai vật có khối lượng m_1 và m_2 ($m_1 > m_2$). Xác định gia tốc của hai vật và sức căng của dây. Coi ma sát không đáng kể.

Áp dụng bằng số: $m_1 = 2m_2 = 1\text{kg}$.

Bài giải:

Do sợi dây không co giãn, ròng rọc không khối lượng, không ma sát nên sợi dây luôn căng với lực căng dây T ; hai vật sẽ chuyển động với cùng một gia tốc a . Vì $m_1 > m_2$ nên m_1 sinh ra một lực kéo lớn hơn của m_2 làm cho m_1 chuyển động xuống dưới còn m_2 bị kéo lên trên.



Hình của bài 2-9

Chọn chiều dương của các trục tọa độ cho từng vật hợp với chiều chuyển động của mỗi vật (hình vẽ). Phương trình định luật II Newton cho từng vật xét trên phương chuyển động:

$$\begin{cases} m_1 : & P_1 - T = m_1 a \\ m_2 : & T - P_2 = m_2 a \end{cases}$$

Cộng vế theo vế của hai phương trình trên ta thu được:

$$P_1 - P_2 = (m_1 + m_2) a \Rightarrow a = \frac{P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = 3,27 \text{ m/s}^2$$

Xem phương trình định luật II Newton cho vật P_1 ta có: $P_1 - T = m_1 a$.

$$\Rightarrow T = P_1 - m_1 a = m_1 g - m_1 \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

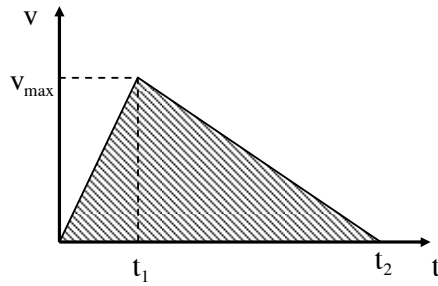
Từ đó tính được: $T = 6,55\text{N}$

2-10. Một tàu điện, sau khi xuất phát, chuyển động với gia tốc không đổi $\gamma = 0,5\text{m/s}^2$. 12 giây sau khi bắt đầu chuyển động, người ta tắt động cơ của tàu điện và tàu chuyển động chậm dần đều cho tới khi dừng hẳn. Trên toàn bộ quãng đường hệ số ma sát bằng $k = 0,01$. Tìm:

- Vận tốc lớn nhất của tàu;
- Thời gian toàn bộ kể từ lúc tàu xuất phát cho tới khi tàu dừng hẳn;
- Gia tốc của tàu trong chuyển động chậm dần đều;
- Quãng đường toàn bộ mà tàu đã đi được.

Bài giải:

Tàu chuyển động theo hai giai đoạn:
 Giai đoạn 1: chuyển động với gia tốc $a_1 = 0,5 \text{ m/s}^2$ trong thời gian $t_1 = 12 \text{ s}$.
 Giai đoạn 2: chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a_2 = k \cdot g = 0,01 \cdot 9,8 = 0,098 \text{ m/s}^2$ dưới tác dụng cản của lực ma sát trong thời gian Δt .



Có thể vẽ đồ thị vận tốc của tàu theo thời gian như trên hình.

a) Vận tốc lớn nhất của tàu:

$$v_{\max} = a_1 t_1 = 0,5 \cdot 12 = 6 (\text{m/s}) = 21,6 (\text{km/h})$$

b) Tàu chuyển động chậm dần trong thời gian:

$$\Delta t = \frac{v_{\max}}{a_2} = \frac{6}{0,098} = 61,2 (\text{s})$$

Tổng thời gian chuyển động của tàu (kể từ lúc xuất phát đến lúc dừng lại):

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 12 + 61,2 = 73,2 (\text{s}).$$

c) Gia tốc của tàu khi chuyển động chậm dần đều là $a_2 = 0,098 \text{ m/s}^2$.

d) Quãng đường tàu đã đi được bằng “diện tích” của hình tam giác được gạch chéo:

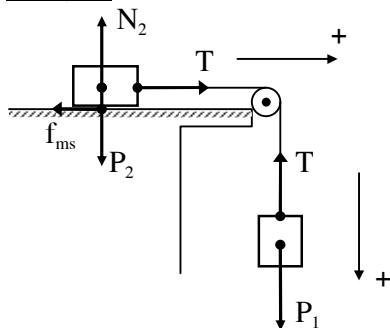
$$s = \frac{1}{2} v_{\max} \cdot t_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 73,2 = 219,6 (\text{m})$$

2-11. Một bản gỗ A được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang. Bản A được nối với một bản gỗ B khác bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc cố định (như hình vẽ 2-5). Khối lượng của ròng rọc và của dây coi như không đáng kể.

a) Tính lực căng của dây nếu cho $m_A = 200 \text{ g}$; $m_B = 300 \text{ g}$, hệ số ma sát giữa bản A và mặt phẳng nằm ngang $k = 0,25$.

b) Nếu thay đổi vị trí của A và B thì lực căng của dây sẽ bằng bao nhiêu? Xem hệ số ma sát vẫn như cũ.

Bài giải:



Hình 2-5

Xét hệ hai vật có khối lượng m_1 , m_2 được nối với nhau như trên hình 2-5. Các lực tác dụng vào các vật đã được chỉ rõ trên hình vẽ.

Có thể viết phương trình định luật II Newton cho các vật này xét trên phương chuyển động của chúng (được chỉ ra bằng các mũi tên có dấu “+” bên cạnh):

$$\begin{cases} m_1 : & P_1 - T = m_1 a & (1) \\ m_2 : & T - f_{ms} = m_2 a & (2) \end{cases}$$

Trong đó, $f_{ms} = k.N_2 = k.P_2$.

Cộng vế theo vế của hai phương trình (1) và (2) trên ta thu được:

$$P_1 - f_{ms} = (m_1 + m_2) a \Rightarrow a = \frac{P_1 - f_{ms}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g - k.m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - k.m_2}{m_1 + m_2} g$$

Từ phương trình (1) suy ra:

$$\Rightarrow T = P_1 - m_1 a = m_1 g - m_1 \cdot \frac{m_1 - k.m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{(1+k)m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

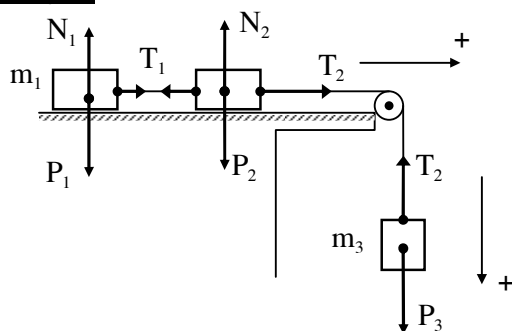
Nhận xét: biểu thức kết quả về lực căng dây trên cho thấy, nếu đổi vai trò của m_1 và m_2 cho nhau thì lực căng dây không đổi. Vậy, lực căng dây không phụ thuộc vào việc đặt m_1 trên mặt bàn và m_2 được treo bên dưới hay là ngược lại. Do đó, trong cả câu a) và câu b) thì kết quả về lực căng dây đều như nhau bằng:

$$T = \frac{(1+k)m_A m_B}{m_A + m_B} g = \frac{(1+0,25)0,2.0,3}{0,2+0,3} \times 9,8 = 1,47(N)$$

(Thay số: $k = 0,25$; $m_A = 200g = 0,2 \text{ kg}$; $m_B = 300g = 0,3 \text{ kg}$)

2-12. Hai vật có khối lượng $m_1 = 1\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây và được đặt trên mặt bàn nằm ngang. Dùng một sợi dây khác vắt qua một ròng rọc, một đầu dây buộc vào m_2 và đầu kia buộc vào một vật thứ ba có khối lượng $m_3 = 3\text{kg}$ (hình 2-6). Coi ma sát không đáng kể. Tính lực căng của hai sợi dây.

Bài giải:



Hình 2-6

Trọng lực P_3 là thành phần lực duy nhất theo phương chuyển động của hệ và làm các vật chuyển động với cùng một gia tốc a . Ta có:

$$a = \frac{m_3 g}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Xét riêng vật m_1 ta có:

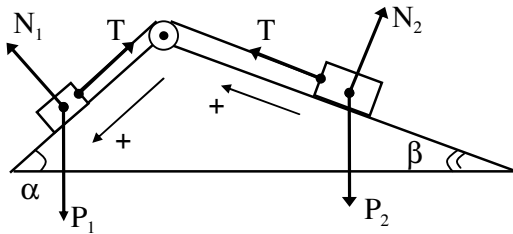
$$T_1 = m_1 a = \frac{m_1 m_3 g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1.3.9,8}{1+2+3} = 4,9(N)$$

Xét riêng vật m_3 ta có: $m_3 g - T_2 = m_3 a \Rightarrow T_2 = m_3 (g - a)$

$$\Rightarrow T_2 = m_3 g - \frac{m_3 g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(m_1 + m_2)m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g = \frac{(1+2) \cdot 3}{1+2+3} \cdot 9,8 = 14,7(N).$$

2-13. Ở đỉnh của hai mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng nằm ngang các góc $\alpha = 30^\circ$ và $\beta = 45^\circ$ (hình 2-7), có gắn một ròng rọc khối lượng không đáng kể. Dùng một sợi dây vắt qua ròng rọc, hai đầu dây nối với hai vật A và B đặt trên các mặt phẳng nghiêng. Khối lượng của các vật A và B đều bằng 1kg. Bỏ qua tất cả các lực ma sát. Tìm gia tốc của hệ và lực căng của dây.

Bài giải:



Hình 2-7

Trong bài toán này, ta lại xét chuyển động của hệ vật theo phương của các mặt nghiêng. Do sợi dây nối hai vật không bị co giãn nên hai vật sẽ chuyển động với cùng một gia tốc a . Chọn chiều dương cho các chuyển động như hình vẽ (hình 2-). Các lực tác dụng vào các vật đã được chỉ ra trên hình.

Phương trình định luật II Newton được chiếu lên phương chuyển động của các vật:

$$\begin{cases} m_1 : & P_1 \sin \alpha - T = m_1 a \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} m_2 : & T - P_2 \sin \beta = m_2 a \end{cases} \quad (2)$$

Cộng vế theo vế của hai phương trình trên ta thu được:

$$P_1 \sin \alpha - P_2 \sin \beta = (m_1 + m_2) a$$

$$\Rightarrow a = \frac{P_1 \sin \alpha - P_2 \sin \beta}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \sin \alpha - m_2 \sin \beta}{m_1 + m_2} g$$

Từ phương trình (1) suy ra:

$$T = P_1 \sin \alpha - m_1 a = m_1 g \sin \alpha - m_1 \cdot \frac{m_1 \sin \alpha - m_2 \sin \beta}{m_1 + m_2} g$$

$$= \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot g (\sin \beta + \sin \alpha)}{m_1 + m_2}$$

Thay các giá trị đầu bài đã cho (m_1 thay bằng m_A , m_2 thay bằng m_B) vào các biểu thức của gia tốc và lực căng dây ta thu được: $a = -1,02 \text{ m/s}^2$; $T = 5,9 \text{ N}$.

Kết quả này chứng tỏ rằng, hệ chuyển động ngược với chiều dương đã chọn với gia tốc có độ lớn bằng $1,02 \text{ m/s}^2$.

Lưu ý: trong bài toán trên, ta có thể đoán nhận ra ngay rằng vật B sẽ trượt xuống còn vật A bị kéo lên. Do đó, trong bài toán này ta có thể chọn chiều dương cho các chuyển động theo chiều ngược lại so với chiều đã chọn trong lời giải trên. Tuy nhiên, tôi muốn thiết lập một công thức tổng quát cho hệ vật như vậy, qua đó cũng để các bạn thấy cách xử lý khi gặp kết quả gia tốc không phù hợp chiều dương đã chọn.

Câu kết luận cuối cùng trong lời giải trên chỉ được áp dụng trong trường hợp hệ không có ma sát. Khi hệ không có ma sát, các lực tác dụng vào mỗi vật không phụ thuộc

vào chiều chuyển động của các vật cũng như việc chọn chiều dương của trục tọa độ. Khi hệ có ma sát, rõ ràng chiều của lực ma sát phụ thuộc vào chiều chuyển động của các vật, do đó không thể giả sử tùy ý các chiều chuyển động của các vật được. Trong trường hợp ta đã giả thiết nhằm chiều chuyển động dẫn đến kết quả gia tốc của các vật bị âm thì buộc phải giả thiết lại chiều chuyển động và giải lại bài toán. Tất nhiên không ai đại gì mà giả thiết đúng vào trường hợp nhằm này để phải ghi lời giải hai lần. Ta có thể tránh được điều này bằng cách đoán nhận (sau khi đã làm nhiều bài toán và đúc rút được nhiều kinh nghiệm - thực ra sự đoán nhận này vẫn phải dựa trên sự nhạy bén để so sánh một cách định tính các thành phần lực đóng vai trò lực kéo và lực cản) hoặc bằng cách kiểm tra trước (tính nháp và so sánh các thành phần lực đóng vai trò lực kéo, lực giữ và lực cản) hoặc giả thiết và giải bài toán trước ở ngoài nháp.

2-14. Một đoàn tàu gồm một đầu máy, một toa 10 tấn, và một toa 5 tấn, nối với nhau theo thứ tự trên bằng những lò xo giống nhau. Biết rằng khi chịu tác dụng một lực bằng 500N thì lò xo giãn 1cm. Bỏ qua ma sát. Tính độ giãn của lò xo trong hai trường hợp:

a) Đoàn tàu bắt đầu chuyển bánh, lực kéo của đầu máy không đổi và sau 10 giây vận tốc của đoàn tàu đạt tới 1m/s;

b) Đoàn tàu lên dốc có độ nghiêng 5% với vận tốc không đổi.

Bài giải:

Độ giãn x của lò xo tuân theo định luật Húc: $F = kx$.

Từ đó xác định được hệ số đàn hồi:

$$k = \frac{F}{x} = \frac{500\text{N}}{1\text{cm}} = 5 \cdot 10^4 \text{ N/m}.$$

a) Lực căng của lò xo thứ nhất đóng vai trò lực kéo cả hai toa tàu chuyển động. Từ định luật II Newton ta

có: $T_1 = (m_1 + m_2)a$, với $a = \frac{v}{t}$. Suy ra độ giãn của lò xo thứ nhất:

$$x_1 = \frac{T_1}{k} = \frac{(m_1 + m_2)v}{k \cdot t} = \frac{(10 + 5) \cdot 10^3 \cdot 1}{5 \cdot 10^4 \cdot 10} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3\text{cm}$$

Lực căng của lò xo thứ hai: $T_2 = m_2 a \Rightarrow$ độ giãn của lò xo thứ hai:

$$x_1 = \frac{T_2}{k} = \frac{m_2 v}{k \cdot t} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 1}{5 \cdot 10^4 \cdot 10} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1\text{cm}$$

b) Khi đoàn tàu chuyển động đều lên dốc. Các lực lò xo phải cân bằng với các thành phần của trọng lực kéo xuống. Cụ thể:

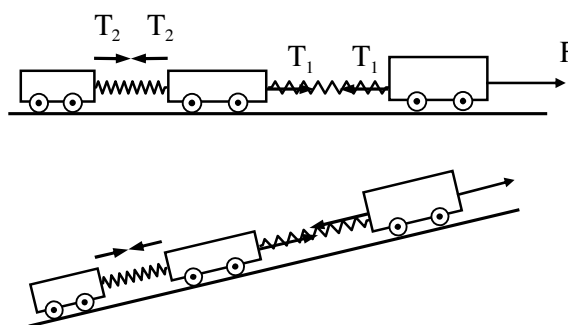
$$T_1 = (m_1 + m_2)g \cdot \sin \alpha$$

$$T_2 = m_2 g \cdot \sin \alpha$$

Trong đó, dốc có độ nghiêng là 5%, tức là $\sin \alpha = 0,05$. \Rightarrow độ giãn của các lò xo:

$$x_1 = \frac{T_1}{k} = \frac{(m_1 + m_2)g \sin \alpha}{k} = \frac{(10 + 5) \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,05}{5 \cdot 10^4} = 0,147\text{m} = 14,7\text{cm}$$

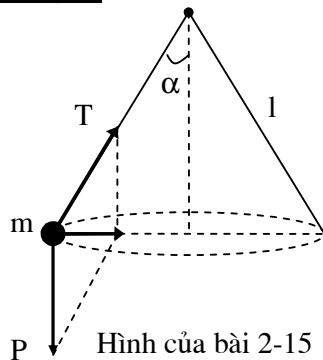
$$x_2 = \frac{T_2}{k} = \frac{m_2 g \sin \alpha}{k} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,05}{5 \cdot 10^4} = 0,049\text{m} = 4,9\text{cm}$$



Hình của bài 2-14

2-15. Một vật có khối lượng $m = 200\text{g}$, được treo ở đầu một sợi dây dài $l = 40\text{cm}$; vật quay trong mặt phẳng nằm ngang với vận tốc không đổi sao cho sợi dây vạch một mặt nón. Giả sử khi đó dây tạo với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 36^\circ$. Tìm vận tốc góc của vật và lực căng của dây.

Bài giải:



Vật chuyển động vạch ra một vòng tròn có bán kính $R = l \cdot \sin \alpha$.

Lực tác dụng lên vật gồm trọng lực \vec{P} và lực căng \vec{T} (hình vẽ). Tổng hợp các lực này làm thành lực hướng tâm gây ra chuyển động tròn đều của vật:

$$\vec{F}_{ht} = \vec{P} + \vec{T} \quad (1)$$

Từ hình 2- ta thấy:

$$T = \frac{P}{\cos \alpha} = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{0,2 \cdot 9,8}{\cos 36^\circ} = 2,45\text{N}$$

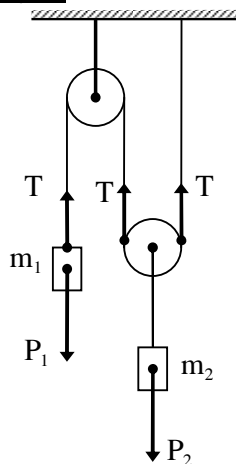
$$F_{ht} = P \cdot \tan \alpha = m \cdot g \cdot \tan \alpha. \quad \text{Mà} \quad F_{ht} = m \cdot R \omega^2 = m \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot \omega^2.$$

$$\Rightarrow F_{ht} = mg \cdot \tan \alpha = ml \sin \alpha \cdot \omega^2.$$

$$\text{Do đó: } \omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}} = 5,6 \text{ rad/s}$$

2-16. Xác định gia tốc của vật m_1 trong hình 2-8. Bỏ qua ma sát, khối lượng của ròng rọc và dây. Áp dụng cho trường hợp $m_1 = m_2$.

Bài giải:



Hình 2-8

Chú ý rằng sức căng của dây tại mọi điểm đều bằng nhau, bằng T . Từ hình vẽ 2-8, nếu xét riêng vật m_1 , ta có:

$$P_1 - T = m_1 a_1 \quad (1)$$

Nếu xét riêng vật m_2 , ta có:

$$2T - P_2 = m_2 a_2 \quad (2)$$

Sử dụng tính chất của ròng rọc cố định và ròng rọc động ta thấy rằng, quãng đường đi của m_1 gấp hai lần quãng đường đi của vật m_2 , từ đó kéo theo:

$$a_1 = 2a_2 \quad (3)$$

Nhân hai vế của (1) với 2 rồi cộng vế theo vế với (2) suy ra:

$$a_1 = 2a_2 = \frac{2(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2}.$$

$$\text{Nếu } m_1 = m_2 \text{ thì } a_1 = 2a_2 = \frac{2g}{5} = 3,92(\text{m/s}^2).$$

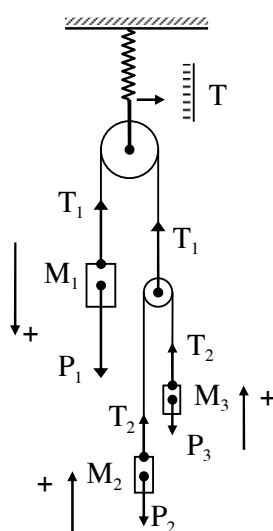
Nhận xét: thay giá trị của a_1 vào (1) ta có thể tìm được lực căng của các dây:

$$T = P_1 - m_1 a_1 = m_1 g - m_1 \frac{2(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2} = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}$$

2-17. Qua một ròng rọc A khối lượng không đáng kể, người ta luồn một sợi dây, một đầu buộc vào quả nặng M_1 , đầu kia buộc vào một ròng rọc B khối lượng không đáng kể. Qua B lại vắt một sợi dây khác. Hai đầu dây nối với hai quả nặng M_2 và M_3 . Ròng rọc A với toàn bộ các trọng vật được treo vào một lực kế lò xo (hình 2-9).

Xác định gia tốc của quả nặng M_3 và số chỉ T trên lực kế, nếu $M_2 \neq M_3$, $M_1 > M_2 + M_3$.

Bài giải:



Hình 2-9

Chọn chiều dương cho các chuyển động của các vật như hình 2-9. Từ mối quan hệ về đường đi của các ròng động và cố định ta thấy mối quan hệ gia tốc của các vật:

$$2a_1 = a_2 + a_3 \quad (*)$$

Do các ròng rọc có khối lượng và lực ma sát ở các ổ trục có thể bỏ qua nên ta có:

$$T = 2T_1; \quad T_1 = 2T_2 \quad (1)$$

Xét theo phương chuyển động của các vật, phương trình định luật II Newton:

$$M_1 a_1 = M_1 g - T_1 \quad (2)$$

$$M_2 a_2 = T_2 - M_2 g \quad (3)$$

$$M_3 a_3 = T_2 - M_3 g \quad (4)$$

Thực hiện các phép biến đổi:

$$(2) + 2.(3) \rightarrow M_1 a_1 + 2M_2 a_2 = (M_1 - 2M_2)g \rightarrow a_2 = \frac{(M_1 - 2M_2)g - M_1 a_1}{2M_2}$$

$$(2) + 2.(4) \rightarrow M_1 a_1 + 2M_3 a_3 = (M_1 - 2M_3)g \rightarrow a_3 = \frac{(M_1 - 2M_3)g - M_1 a_1}{2M_3}$$

Thay a_2, a_3 vào (*):

$$\Rightarrow 2a_1 = \frac{(M_1 - 2M_2)g - M_1 a_1}{2M_2} + \frac{(M_1 - 2M_3)g - M_1 a_1}{2M_3}$$

Nhân cả hai vế của phương trình với $2.M_2 M_3$:

$$4M_2 M_3 a_1 = M_1 M_3 g - 2M_2 M_3 g - M_1 M_3 a_1 + M_1 M_2 g - 2M_2 M_3 g - M_1 M_2 a_1$$

$$(M_1 M_2 + M_1 M_3 + 4M_2 M_3) a_1 = (M_1 M_2 + M_2 M_3 - 4M_2 M_3)g$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{(M_1 M_2 + M_1 M_3 - 4M_2 M_3)g}{M_1 M_2 + M_1 M_3 + 4M_2 M_3}$$

Sử dụng kết quả này vào biểu thức của a_3 ta được:

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{(M_1 - 2M_3)g - M_1 \frac{(M_1 M_2 + M_1 M_3 - 4M_2 M_3)g}{M_1 M_2 + M_1 M_3 + 4M_2 M_3}}{2M_3} \\ &= \frac{(M_1 - 2M_3)(M_1 M_2 + M_1 M_3 + 4M_2 M_3)g - M_1 (M_1 M_2 + M_1 M_3 - 4M_2 M_3)g}{2M_3 (M_1 M_2 + M_1 M_3 + 4M_2 M_3)} \\ &= \frac{3M_1 M_2 - M_1 M_3 - 4M_2 M_3}{M_1 M_2 + M_1 M_3 + 4M_2 M_3} \cdot g \end{aligned}$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow T_1 = M_1 g - M_1 a_1 = \frac{8M_1 M_2 M_3 g}{M_1 M_2 + M_1 M_3 + 4M_2 M_3}$$

Suy ra số chỉ của lực kế:

$$T = 2T_1 = \frac{16M_1 M_2 M_3 g}{M_1 M_2 + M_1 M_3 + 4M_2 M_3}$$

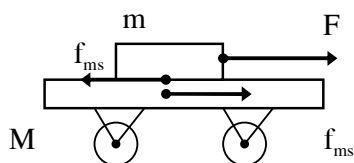
2-18. Một chiếc xe khối lượng 20kg có thể chuyển động không ma sát trên một mặt phẳng nằm ngang. Trên xe có đặt một hòn đá khối lượng 2kg (hình 2-10), hệ số ma sát giữa hòn đá và xe là 0,25. Lần thứ nhất người ta tác dụng lên hòn đá một lực bằng 2N, lần thứ 2 - bằng 20N. Lực có phương nằm ngang và hướng dọc theo xe. Xác định:

a) Lực ma sát giữa hòn đá và xe;

b) Gia tốc của hòn đá và xe trong hai trường hợp trên.

Bài giải:

Lực ma sát nghỉ cực đại giữ hòn đá và xe $(f_{ms})_{\max} = kmg = 0,25.2.9,8 = 4,9N$.



Hình 2-10

- *Trường hợp thứ nhất:* $F = 2\text{N}$. Do đó: $F < f_{ms}$ hòn đá không thể trượt trên xe. Trong trường hợp này hòn đá và xe hợp thành một vật duy nhất chuyển động với cùng gia tốc a . Ta có:

$$a = \frac{F}{M + m} = \frac{2}{20 + 2} = 0,09\text{m/s}^2$$

Gọi f_{ms} là lực ma sát giữa xe và hòn đá (hình 2-10). Xét riêng xe ta có:

$$f_{ms} = M.a = \frac{MF}{M + m} = 1,8\text{N}$$

- *Trường hợp thứ hai:* $F' = 20\text{N}$

Trong trường hợp này $F' > (f_{ms})_{\max}$. Hòn đá trượt trên xe \Rightarrow lực ma sát giữa xe và hòn đá đúng bằng lực ma sát lớn nhất $f_{ms} = kmg = 4,9\text{N}$.

Gọi a_1 là gia tốc của hòn đá, a_2 là gia tốc của xe.

Nếu xét riêng hòn đá, ta có:

$$F' - f_{ms} = ma_1 \quad (3)$$

Nếu xét riêng xe ta có :

$$F_{ms} = Ma_2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra:

$$a_1 = \frac{F' - f_{ms}}{m} = 7,5\text{m/s}^2$$

$$a_2 = \frac{f_{ms}}{M} = 0,25\text{m/s}^2$$

2-19. Người ta kéo một khúc gỗ trọng lượng P với vận tốc không đổi bằng một sợi dây dài l . Khoảng cách từ đầu dây tới mặt đất bằng h (hình 2-11)

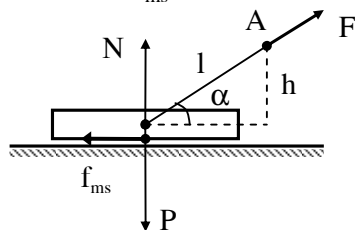
a) Tìm hệ số ma sát giữa khúc gỗ và mặt đất (dây được buộc vào trọng tâm của khúc gỗ);

b) Nếu dây buộc vào đầu khúc gỗ thì độ lớn của lực ma sát có thay đổi không?

Bài giải:

a) Gọi \vec{F} là lực kéo gỗ, α góc hợp bởi dây kéo và mặt đất. Vì khúc gỗ chuyển động đều nên:

$$F \cos \alpha - f_{ms} = 0 \quad (1)$$



Hình 2-11

Từ (1) suy ra: $f_{ms} = F \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$

Lực nén vuông góc lên mặt đường:

$$N = P - F \sin \alpha = P - F \frac{h}{l}$$

Do đó hệ số ma sát: $k = \frac{f_{ms}}{N} = \frac{F\sqrt{l^2 - h^2}}{Pl - Fh}$

b) Sự thay đổi điểm đặt của lực \vec{F} làm thay đổi điểm đặt của áp lực N giữa tấm gỗ và mặt sàn nhưng không làm thay đổi độ lớn của lực này. Do đó lực ma sát vẫn giữ giá trị cũ.

2-20. Viết phương trình chuyển động của một viên đạn bay ngang trong không khí, nếu kể đến lực cản của không khí. Cho biết lực cản của không khí tỷ lệ với vận tốc của viên đạn, hệ số tỷ lệ là k , khối lượng của viên đạn bằng m .

Bài giải:

Lực cản của không khí lên viên đạn: $f_c = -kv$, k là hệ số tỉ lệ.

Theo định luật Newton thứ hai:

$$-kv = m \frac{dv}{dt}$$

hay $\frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} dt$ (1)

Tích phân hai vế của (1) ta được:

$$v = C e^{-\frac{k}{m}t} \quad (2)$$

C là hằng số tích phân. Lúc $t = 0$; $v = v_0$ từ (2) suy ra $C = v_0$.

Phương trình (2) trở thành: $v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$ (3)

Gọi x là quãng đường mà viên đạn đi được theo phương ngang ta có:

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-\frac{k}{m}t} \quad (4)$$

Suy ra: $x = \frac{-mv_0}{k} e^{-\frac{k}{m}t} + B$ (5)

B là hằng số tích phân. Từ điều kiện $t = 0$, $x = 0$, suy ra: $B = \frac{mv_0}{k}$

Thay B và (5) ta được: $x = \frac{mv_0}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$

2-21. Viết phương trình chuyển động của một vật rơi nếu kể đến lực cản của không khí, biết rằng lực cản tỷ lệ với vận tốc của vật rơi.

Bài giải:

Lực tổng hợp đặt lên vật rơi: $F = mg - kv$

Theo định luật Newton thứ hai: $mg - kv = m \frac{dv}{dt}$.

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v = -\frac{k}{m} \left(v - \frac{mg}{k} \right) \quad (1)$$

Đặt $u = v - \frac{mg}{k}$. Phương trình (1) trở thành:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{k}{m}u \rightarrow \frac{du}{u} = -\frac{k}{m}dt \quad (2)$$

Lấy tích phân hai vế của (2)

$$\Rightarrow u = Ce^{-\frac{k}{m}t} = v - \frac{mg}{k} \rightarrow v = \frac{mg}{k} + Ce^{-\frac{k}{m}t} \quad (C \text{ là hằng số tích phân}).$$

$$\text{Tại thời điểm } t = 0, v = 0 \Rightarrow C = -\frac{mg}{k}$$

$$\Rightarrow v = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

Quãng đường mà vật rơi được đến thời điểm t (phương trình chuyển động):

$$x = \int_0^t v \cdot dt = \int_0^t \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right) \cdot dt = \frac{mg}{k} \cdot t + \frac{m^2 g}{k^2} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1 \right).$$

2-22. Tính lực đẩy trung bình của hơi thuốc súng lên đầu đạn ở trong nòng một súng bộ binh, biết rằng đầu đạn có khối lượng $m = 10g$, thời gian chuyển động của đạn trong nòng là $\Delta t = 0,001$ giây, vận tốc của viên đạn ở đầu nòng là $v = 865m/s$.

Bài giải:

Gia tốc trung bình của viên đạn trong nòng súng:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - 0}{\Delta t} = \frac{v}{\Delta t}.$$

Lực đẩy trung bình của thuốc súng lên viên đạn:

$$\bar{F} = m \cdot \bar{a} = \frac{mv}{\Delta t} = 8650N$$

2-23. Một toa xe khối lượng 20 tấn chuyển động với vận tốc ban đầu $v = 54km/h$. Xác định lực trung bình tác dụng lên xe, nếu toa xe dừng lại sau thời gian: a) 1 phút 40 giây; b) 10 giây ; c) 1 giây.

Bài giải:

Làm tương tự bài 2-22 nhưng ở đây là lực hãm. Ta vẫn có công thức:

$$\bar{F} = m \cdot |\bar{a}| = \frac{m\Delta v}{\Delta t}$$

Thay số: $m = 20 \text{ tấn} = 20 \cdot 10^3 kg$; $v = 54km/h = 15m/s$; $\Delta v = |0 - v| = 15m/s$ và các khoảng thời gian tương ứng (đổi theo đơn vị giây) ta sẽ có được các kết quả như trên.

2-24. Một viên đạn khối lượng 10g chuyển động với vận tốc $v_0 = 200m/s$ đập vào một tấm gỗ và xuyên sâu vào tấm gỗ một đoạn l . Biết thời gian chuyển động của viên đạn trong tấm gỗ bằng $t = 4 \cdot 10^{-4}$ giây. Xác định lực cản trung bình của tấm gỗ lên viên đạn và độ xuyên l của viên đạn.

Bài giải:

Gia tốc trung bình của viên đạn khi xuyên vào gỗ:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

$$|\bar{a}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{|0 - v_0|}{t - 0} = \frac{v_0}{t}.$$

Lực cản trung bình của tấm gỗ lên viên đạn:

$$\bar{F} = m \cdot |\bar{a}| = \frac{mv_0}{t} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 200}{4 \cdot 10^{-4}} = 5000 \text{ (N)}$$

Độ xuyên sâu của viên đạn:

$$l = \frac{v_0^2}{2|\bar{a}|} = \frac{v_0^2}{2 \frac{v_0}{t}} = \frac{1}{2} v_0 t = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ (m)} = 4 \text{ cm}.$$

2-25. Một phân tử có khối lượng $m = 4,56 \cdot 10^{-23} \text{ g}$ chuyển động với vận tốc $v = 60 \text{ m/s}$ va chạm đàn hồi vào thành bình với góc nghiêng $\alpha = 60^\circ$. Tính xung lượng của lực va chạm của phân tử lên thành bình.

Bài giải:

Sử dụng định luật II Newton dạng 2 ta được xung lượng của phân tử tác dụng lên thành bình là:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P} = m \cdot \Delta \vec{v} = m(2 \cdot v \cdot \cos \alpha) = 4,56 \cdot 10^{-26} \cdot 2 \cdot 60 \cdot \cos 60^\circ = 2,74 \cdot 10^{-24} \text{ (N.s)}$$

2-26. Một xe khối lượng 15 tấn chuyển động chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng $0,49 \text{ m/s}^2$. Biết vận tốc ban đầu của xe là $v_0 = 27 \text{ km/h}$. Hỏi: a) Lực hãm tác dụng lên xe; b) Sau bao lâu xe dừng lại.

Bài giải:

a. Lực hãm tác dụng lên xe

$$F = ma = 15 \cdot 10^3 \cdot 0,49 = 7350 \text{ (N)}$$

Có chiều ngược chiều chuyển động

b. Thời gian xe dừng lại là t

$$v = v_0 - at = 0 \rightarrow t = \frac{v_0}{a}$$

$$t = \frac{27/3,6}{0,49} \approx 15,3 \text{ (s)}$$

2-27. Trong mặt phẳng đứng chọn hệ trục tọa độ Oxy với Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng.

Một chất điểm được ném từ điểm có tọa độ $(2, 0)$ (đơn vị mét) theo phương thẳng đứng lên trên với vận tốc của 10 m/s . Tính độ biến thiên mômen động lượng của chất điểm đối với gốc O trong khoảng thời gian từ lúc ném lên đến lúc rơi xuống đúng vị trí ban đầu. Cho khối lượng chất điểm $m = 1 \text{ kg}$.

Bài giải:

Lúc ném

$$\vec{L} = \vec{L}_1 = \vec{r} \times \vec{p}_1$$

Lúc vật trở lại điểm ném

$$\vec{L} = \vec{L}_2 = \vec{r} \times \vec{p}_2 = -\vec{r} \times \vec{p}_1 \quad (\vec{p}_2 = -\vec{p}_1)$$

Độ biến thiên momen động lượng

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = -2\vec{r} \times m\vec{v}$$

Xét về độ lớn

$$\Delta L = 2.m.v.x = 2.1.10.2 = 40(\text{kg.m}^2/\text{s})$$

2-28. . Chất điểm khối lượng m được ném lên từ một điểm O trên mặt đất, với vận tốc ban đầu v_0 theo hướng nghiêng góc α với mặt phẳng ngang. Xác định momen động lượng của chất điểm đối với O tại thời điểm vận tốc chuyển động của chất điểm nằm ngang.

Bài giải:

Momen động lượng tại điểm cao nhất

$$L = m.v_x.y_{\max} = m.v_0 \cos \alpha . \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$L = \frac{mv_0^3 \sin^2 \alpha . \cos \alpha}{2g}$$

2.31. Chất điểm khối lượng m được ném lên từ một điểm O trên mặt đất với vận tốc đầu v_0 theo hướng nghiêng góc α với mặt phẳng ngang. Xác định tại thời điểm t và đối với O .

a) mômen ngoại lực tác dụng lên chất điểm;

b) mômen động lượng của chất điểm.

Bỏ qua sức cản không khí.

Bài giải:

a. Ngoại lực là trọng lực, momen của trọng lực

$$M_{\vec{p}/O} = mgx = mgv_0 \cos \alpha . t \quad (x \text{ là toạ độ theo phương ngang của vật})$$

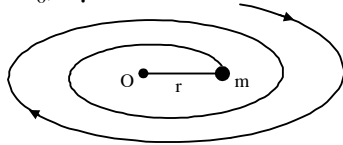
b. Momen động lượng $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$$\rightarrow L = m \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = m(xv_y - yv_x)$$

$$L = m \left| v_0 \cos \alpha . t . (v_0 \sin \alpha - gt) - \left(v_0 \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 \right) v_0 \cos \alpha \right|$$

$$L = \frac{1}{2} . m . g . v_0 . \cos \alpha . t^2$$

2-30. Trên một mặt phẳng nằm ngang nhẵn (hình 2-12) có 1 chất điểm khối lượng m chuyển động buộc vào 1 sợi dây không co giãn, đầu kia của dây được kéo qua 1 lỗ nhỏ O với vận tốc không đổi. Tính sức căng của dây theo khoảng cách r giữa chất điểm và O biết rằng khi $r = r_0$, vận tốc của chất điểm là ω_0 .



Hình 2-12

Bài giải:

Bảo toàn momen động lượng ta có

$$mvr = mv_0 r_0 \rightarrow \omega = \omega_0 \frac{r_0^2}{r^2}$$

Lực căng T của sợi dây

$$T = m\omega^2 r = m\omega_0^2 \frac{r_0^4}{r^3}$$

2-31. Một người khối lượng 50kg đứng trong thang máy đang đi xuống nhanh dần đều với gia tốc bằng $4,9\text{m/s}^2$. Hỏi người có cảm giác thế nào và trọng lượng biểu kiến của người đó trong thang máy?

Đáp số: Người có cảm giác “mất” một phần trọng lượng. Trọng lượng biểu kiến bằng 145N

Bài giải:

Định luật II Newton áp dụng cho người trong thang máy

$$\vec{N} + m_n \vec{g} = m_n \vec{a} \rightarrow \vec{N} = m_n (\vec{a} - \vec{g})$$

m_n, \vec{N} là khối lượng của người và phản lực mà sàn tác dụng lên người (với độ lớn bằng trọng lượng của người)

Thang máy đi xuống nhanh dần đều, \vec{a} hướng xuống, nên

$$N = m(g - a) < mg$$

Vậy người cảm thấy nhẹ hơn và trọng lượng biểu kiến của người trong thang máy

$$P' = N = m(g - a)$$

$$P' = 50.(9,8 - 4,9) \approx 245(\text{N})$$

2-32. Trong một thang máy người ta treo ba chiếc lò xo, ở đầu các lò xo có treo ba vật khối lượng lần lượt bằng 1kg, 2kg và 3kg. Tính lực căng của các lò xo:

a) Lúc thang máy đứng yên; b) Lúc thang máy rơi tự do.

Bài giải:

a. Lực căng của các lò xo lần lượt

$$T_1 = m_1 g = 9,8\text{N},$$

$$T_2 = m_2 g = 19,6\text{N},$$

$$T_3 = m_3 g = 29,4\text{N}$$

b. Lực căng của các lò xo trong trường hợp rơi tự do

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{g} \rightarrow \vec{T} = \vec{0}$$

$$\text{Hay } T_1 = T_2 = T_3 = 0$$

2-33. Một thang máy được treo ở đầu một dây cáp đang chuyển động lên phía trên. Lúc đầu thang máy chuyển động nhanh dần đều sau đó chuyển động đều và trước khi dừng lại chuyển động chậm dần đều. Hỏi trong quá trình trên, lực căng của dây cáp thay đổi như thế nào? Cảm giác của người trên thang máy ra sao?

Bài giải:

Trường hợp thứ nhất người cảm thấy “nặng” hơn;

Trường hợp thứ hai - bình thường

Trường hợp thứ ba - “nhẹ” hơn.

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

Định luật II Newton áp dụng cho khoang chứa người trong thang máy

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a} \rightarrow \vec{T} = m(\vec{a} - \vec{g})$$

Khi thang máy chuyển động nhanh dần đều lên phía trên, \vec{a} hướng lên do đó

$$T = T_1 = m(g + a) \quad (1)$$

Khi thang máy chuyển động đều

$$T = T_2 = mg$$

Khi thang máy chuyển động chậm dần đều lên phía trên, \vec{a} hướng xuống do đó

$$T = T_3 = m(g - a)$$

Vậy nên lực căng dây cáp theo thứ tự giảm dần

Định luật II Newton áp dụng cho người trong thang máy

$$\vec{N} + m_n\vec{g} = m_n\vec{a} \rightarrow \vec{N} = m_n(\vec{a} - \vec{g})$$

m_n, \vec{N} là khối lượng của người và phản lực mà sàn tác dụng lên người (với độ lớn bằng trọng lượng của người)

Giống như phương trình (1), trọng lượng của người theo thứ tự trên sẽ giảm dần, hay người trong thang máy theo thứ tự sẽ cảm thấy : "nặng hơn", "bình thường", và "nhẹ hơn".

2-34. Trên một đĩa nằm ngang đang quay, người ta đặt một vật có khối lượng $m = 1\text{kg}$ cách trục quay $r = 50\text{cm}$. Hệ số ma sát giữa vật và đĩa bằng $k = 0,25$. Hỏi:

a) Lực ma sát phải có độ lớn bằng bao nhiêu để vật được giữ trên đĩa nếu đĩa quay với vận tốc $n = 12$ vòng/phút;

b) Với vận tốc góc nào thì vật bắt đầu trượt khỏi đĩa?

Bài giải:

Các lực tác dụng vào vật bao gồm trọng lực của vật, phản lực của đĩa lên nó (trực đối với trọng lực) và lực ma sát. Phương trình định luật Newton

$$F_{ms} = ma_{ht} = m\omega^2 r = 4m\pi^2 f^2 r$$

a. Để không trượt thì

$$F_{ms} \geq 4m\pi^2 f^2 r$$

$$F_{ms} \geq 4.1.3,14^2 \cdot \left(\frac{12}{60}\right)^2 \cdot 0,5 = 0,789(\text{N})$$

b. Do $F_{ms} \leq kN = kmg$, nên để vật bắt đầu trượt khỏi đĩa thì theo (1), ta có

$$m\omega^2 r \geq kmg \rightarrow \omega \geq \sqrt{\frac{kg}{r}}$$

Vật bắt đầu trượt khi

$$\omega = \sqrt{\frac{0,25.9,8}{0,5}} \approx 2,2(\text{rad/s})$$

2-35. Xác định lực nén phi công vào ghế máy bay ở các điểm cao nhất và thấp nhất của vòng nhào lộn nếu khối lượng của phi công bằng 75kg , bán kính của vòng nhào lộn bằng 200m , và vận tốc của máy bay trong vòng nhào lộn luôn luôn không đổi và bằng 360km/h .

Bài giải:

Định luật II Newton áp dụng cho phi công

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a} \quad (1)$$

\vec{N} là phản lực mà ghế tác dụng lên phi công (bằng và ngược chiều với lực nén của phi công lên ghế).

Tại điểm cao nhất của vòng nhào lộn, theo phương hướng tâm, (1) được viết thành:

$$mg + N_1 = m \frac{v^2}{R} \rightarrow N = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right)$$

$$N_1 = 75 \left(\frac{(100)^2}{200} - 9,8 \right) = 3015(\text{N})$$

Tương tự tại điểm thấp nhất của vòng nhào lộn:

$$-mg + N_2 = m \frac{v^2}{R} \rightarrow N_2 = m \left(\frac{v^2}{R} + g \right)$$

$$N_2 = 75 \left(\frac{(100)^2}{200} + 9,8 \right) = 4485(\text{N})$$

2-36. Một máy bay phản lực bay với vận tốc 900km/h. Giả thiết phi công có thể chịu được sự tăng trọng lượng lên 5 lần. Tìm bán kính nhỏ nhất của vòng lượn mà máy bay có thể đạt được.

Bài giải:

Hợp lực tác dụng vào phi công theo phương hướng tâm là F_{ht} . Định luật II Newton

$$F_{ht} = \frac{mv^2}{R}$$

Trong máy bay (hệ quy chiếu phi quán tính) phi công chịu tác dụng của trọng lực và lực hướng tâm

$$m\vec{g} + \vec{F}_{ht} = m\vec{a}$$

Theo đề bài:

$$\left| \vec{g} + \frac{\vec{F}_{ht}}{m} \right| \leq 5g \rightarrow \frac{v^2}{R} \leq 4g$$

$$\rightarrow R \geq \frac{v^2}{4g} = \frac{(250)^2}{4 \cdot 9,8} \approx 1600(\text{m})$$

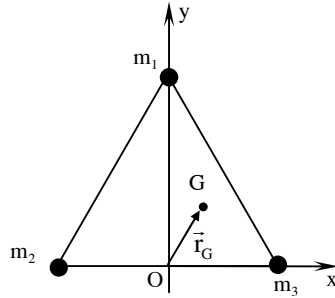
Chương 3
ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM
ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

3-1. Tại ba đỉnh của một tam giác đều cạnh a có đặt ba chất điểm, khối lượng lần lượt bằng m_1, m_2, m_3 . Xác định khối tâm của hệ ba chất điểm đó.

Áp dụng cho trường hợp: $m_2 = m_3 = m; m_1 = 2m$.

Bài giải:

Chọn hệ toạ độ như hình vẽ. Toạ độ của các chất điểm: $m_1(0; \sqrt{3}a/2)$; $m_2(-a/2; 0)$; $m_3(a/2; 0)$. Do đó:



$$\vec{r}_G = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

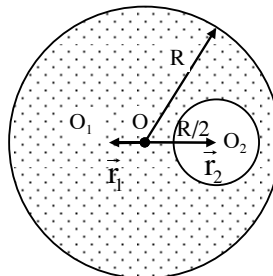
$$\Rightarrow x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_3 - m_2}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot \frac{a}{2}$$

$$y_G = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{\sqrt{3} m_1 \cdot a}{2(m_1 + m_2 + m_3)}$$

Với $m_2 = m_3 = m, m_1 = 2m$: $x_G = 0, y_G = \frac{\sqrt{3}a}{4}$; tức G nằm tại điểm chính giữa của đường phân giác ứng với góc đỉnh đặt chất điểm khối lượng $2m$.

3-2. Trên một đĩa tròn đồng chất bán kính R có khoét một lỗ tròn nhỏ bán kính r ; tâm của lỗ khoét nằm cách tâm của đĩa một đoạn bằng $R/2$. Xác định vị trí khối tâm của đĩa trên.

Bài giải:



Hình của bài 3-2

Có thể coi đĩa tròn ban đầu là một hệ gồm một đĩa tròn nhỏ (phần bị khoét), bán kính r , có khối tâm nằm tại O_2 , lắp với phần đĩa còn lại sau khi lớn bị khoét (phần được tô bằng các dấu chấm), có trọng tâm nằm tại O_1 . Hiển nhiên là hệ này có trọng tâm rơi vào đúng tâm O của đĩa ban đầu.

Xét hệ quy chiếu có gốc tọa độ nằm tại tâm đĩa tròn. Gọi các vector vị trí khối tâm của đĩa chưa khoét lỗ, đĩa đã khoét lỗ và phần đĩa bị khoét ra lần lượt là $\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}$. Trong đó: $\vec{c} = 0, |\vec{b}| = R/2$.

Ta có: $M\vec{c} = m_1\vec{a} + m_2\vec{b}$

$\Rightarrow \rho \cdot \pi R^2 \cdot 0 = \rho(\pi R^2 - \pi r^2)\vec{a} + \rho \pi r^2 \cdot \vec{b}$ (trong đó ρ là mật độ khối lượng của đĩa).

$\Rightarrow \vec{a} = -\frac{r^2}{R^2 - r^2} \vec{b} = -\frac{r^2}{(R^2 - r^2)} \cdot \vec{b} \cdot \frac{1}{b} = -\frac{Rr^2}{2(R^2 - r^2)} \cdot \frac{\vec{b}}{b}$

Vậy, khối tâm của đĩa đã bị khoét nằm cách tâm O về phía đối diện với lỗ khoét một đoạn:

$$x = |\vec{b}| = \frac{Rr^2}{2(R^2 - r^2)}$$

3-3. Có một bệ súng khối lượng 10 tấn có thể chuyển động không ma sát trên đường ray. Trên bệ súng có gắn một khẩu đại bác khối lượng 5 tấn. Giả sử khẩu đại bác nhả đạn theo phương đường ray. Viên đạn có khối lượng 100kg và có vận tốc đầu nòng là 500m/s. Xác định vận tốc của bệ súng ngay sau khi bắn, biết rằng:

- Lúc đầu bệ súng đứng yên;
- Trước khi bắn, bệ súng chuyển động với vận tốc 18km/h theo chiều bắn;
- Trước khi bắn, bệ súng chuyển động với vận tốc 18km/h ngược chiều bắn.

Bài giải:

Gọi khối lượng súng và viên đạn lần lượt là M và m , vận tốc của bệ súng trước và sau khi bắn, của viên đạn bắn ra khỏi nòng lần lượt là v , v' và v_0 . Xét viên đạn bắn ngược chiều chuyển động ban đầu.

Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$(M + m)v = Mv' + m(v' - v_0)$$

$$\Rightarrow (M + m)v' = (M + m)v + mv_0$$

$$\Rightarrow v' = v + \frac{m}{M + m} v_0$$

a) Bệ súng đứng yên: $v = 0, v_0 = 500$ (m/s)

$$v' = 0 + \frac{100}{15 \cdot 10^3 + 100} \cdot 500 \approx 3,31 \text{ (m/s)}$$

Bệ súng chuyển động ngược chiều bắn với vận tốc 3,31 (m/s).

b) Bệ súng chuyển động theo chiều bắn: $v = 8 \text{ (km/h)} = 5 \text{ (m/s)}, v_0 = -500 \text{ (m/s)}$

$$v' = 5 - 3,31 = 1,69 \text{ (m/s)}$$

Bệ súng chuyển động cùng chiều bắn với vận tốc 1,69 (m/s).

c) Bệ súng chuyển động ngược chiều bắn: $v = 5 \text{ (m/s)}, v_0 = 500 \text{ (m/s)}$

$$v' = 5 + 3,31 = 8,31 \text{ (m/s)}$$

Bệ súng chuyển động ngược chiều bắn với vận tốc 8,31 (m/s).

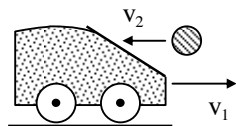
Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

3-4. Một xe chở đầy cát chuyển động không ma sát với vận tốc $v_1 = 1\text{m/s}$ trên mặt đường nằm ngang (hình 3-3). Toàn bộ xe cát có khối lượng $M=10\text{kg}$. Một quả cầu khối lượng $m = 2\text{kg}$ bay theo chiều ngược lại với vận tốc nằm ngang $v_2 = 7\text{m/s}$.

Sau khi gặp xe, quả cầu nằm ngập trong cát. Hỏi sau đó xe chuyển động theo chiều nào, với vận tốc bằng bao nhiêu?

Bài giải:

Theo định luật bảo toàn động lượng:



Hình 3-3

$$Mv_1 - mv_2 = (M + m)v$$

$$\Rightarrow v = \frac{Mv_1 - mv_2}{M + m} = \frac{10.1 - 2.7}{10 + 2} \approx -0,33(\text{m/s})$$

(Chiều dương của vận tốc là chiều chuyển động ban đầu của xe)

Vậy, xe chuyển động với vận tốc $0,33 \text{ (m/s)}$ ngược với chiều chuyển động ban đầu của xe.

3-5. Một khẩu đại bác không có bộ phận chống giật, nhả đạn dưới một góc $\alpha = 45^\circ$ so với mặt phẳng nằm ngang. Viên đạn có khối lượng $m = 10\text{kg}$ và có vận tốc ban đầu $v_0 = 200\text{m/s}$. Đại bác có khối lượng $M = 500\text{kg}$. Hỏi vận tốc giật của súng nếu bỏ qua ma sát?

Bài giải:

Gọi vận tốc giật của súng là v . Do bỏ qua ma sát nên hệ bảo toàn động lượng theo phương ngang:

$$Mv + mv_0 \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow v = -\frac{mv_0 \cos \alpha}{M} = -\frac{10. \cos 45^\circ}{500} \approx -2,82(\text{m/s})$$

3-6. Một hoả tiễn lúc đầu đứng yên, sau đó phụt khí đều đặn ra phía sau với vận tốc không đổi $u = 300\text{m/s}$ đối với hoả tiễn. Trong mỗi giây, lượng khí phụt ra bằng $\mu = 90\text{g}$. Khối lượng tổng cộng ban đầu của hoả tiễn bằng $M_0=270\text{g}$. Hỏi:

- Sau bao lâu hoả tiễn đạt tới vận tốc $v = 40\text{m/s}$;
- Khi khối lượng tổng cộng của hoả tiễn là 90g thì vận tốc của hoả tiễn là bao nhiêu?

Bỏ qua sức cản của không khí và lực hút của Trái Đất.

Bài giải:

Xét tại thời điểm t , khối lượng còn lại của hoả tiễn là M , vận tốc là v . Sau một khoảng thời gian nhỏ dt hoả tiễn phóng thêm một khối lượng dM , đạt vận tốc là $v+dv$, phần khí phụt ra có vận tốc là $(v-u)$.

Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$M.v = (M - dM)(v + dv) + dM.(v - u)$$

$$\Rightarrow M.dv - dM.u = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{u} = \frac{dM}{M} \Rightarrow \int_0^v \frac{dv}{u} = \int_{M_0}^M \frac{dM}{M}$$

$$\Rightarrow \frac{v}{u} = \ln \frac{M_0}{M} = \ln \frac{M_0}{M_0 - \mu t}$$

\Rightarrow Vận tốc của hoả tiễn tại thời điểm t tuân theo biểu thức:

$$v = u \ln \frac{M_0}{M} = u \ln \left(\frac{M_0}{M_0 - \mu t} \right) \quad (*)$$

a) Thời điểm t vận tốc hoả tiễn đạt vận tốc $v = 40$ m/s. Từ biểu thức (*) suy ra:

$$\exp\left(\frac{v}{u}\right) = \frac{M_0}{M_0 - \mu t} \Rightarrow t = \left[1 - \exp\left(-\frac{v}{u}\right) \right] \frac{M_0}{\mu}$$

$$\Rightarrow t = \left(1 - \exp\left(-\frac{40}{300}\right) \right) \cdot \frac{270}{90} \approx 0,375(s)$$

b) Vận tốc của hoả tiễn khi khối lượng còn $M = 90$ g:

$$v = v_0 \ln \frac{M_0}{M} = 300 \cdot \ln \frac{270}{90} \approx 330(m/s)$$

3-7. Tìm mômen động lượng của Trái Đất đối với trục quay riêng của nó. Xem Trái Đất là một hình cầu đặc, đồng chất có bán kính $R = 6400$ km, có khối lượng riêng trung bình $\rho = 5,5$ g/cm³.

Bài giải:

Mômen động lượng của một quả cầu đặc đồng chất quanh một đường kính là:

$$\begin{aligned} L = I\omega &= \left(\frac{2}{5} MR^2 \right) \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{4\pi}{5T} \cdot \rho \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 \cdot R^2 \\ &= \frac{16\pi^2}{15} \frac{\rho R^5}{T} = \frac{16\pi^2}{15} \cdot \frac{5500 \cdot (6,4 \cdot 10^6)^5}{24.3600} \approx 7,2 \cdot 10^{33} (kg \cdot m^2 / s) \end{aligned}$$

3-8. Một đĩa tròn đồng chất khối lượng $m = 0,3$ kg, có bán kính $R = 0,4$ m, đang quay với vận tốc góc $\omega = 1500$ vòng/phút. Tác dụng lên đĩa một mômen hãm; đĩa quay chậm dần và sau thời gian $\Delta t = 20$ giây thì dừng lại. Tìm mômen hãm đó.

Bài giải:

Đối với hệ chuyển động quay quanh trục cố định với mômen lực không đổi, vận tốc góc của hệ biến đổi đều theo thời gian với gia tốc góc β :

$$\beta = \frac{M}{I} = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\Rightarrow M = \frac{\Delta L}{t} = \frac{I(\omega - \omega_0)}{t} = -\frac{mR^2 \omega_0}{2t} = -\frac{0,3 \cdot 0,4^2 \cdot \frac{1500 \cdot 2\pi}{60}}{2 \cdot 20} \approx -0,19(N \cdot m)$$

3-9. Một trụ đặc, đồng chất khối lượng $m = 100$ kg, bán kính $R = 0,5$ m đang quay xung quanh trục của nó. Tác dụng lên trụ một lực hãm $F = 243,4$ N, tiếp tuyến với mặt trụ

và vuông góc với trục quay. Sau thời gian $\Delta t = 31,4$ giây, trụ dừng lại. Tính vận tốc góc của trụ lúc bắt đầu tác dụng lực hãm.

Bài giải:

Khi tác dụng lực hãm F lên trụ đặc, ta tạo ra một mômen lực hãm lại chuyển động quay của trụ:

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{M}{I} \\ \Rightarrow \omega_0 &= \omega - \frac{Mt}{I} = -\frac{FRt}{mR^2/2} = -\frac{2Ft}{mR} \\ &= -\frac{2 \cdot (-243,4) \cdot 31,4}{100 \cdot 0,5} \approx 300 (\text{rad/s})\end{aligned}$$

3-10. Một trụ rỗng có khối lượng 50kg, đường kính 1m, đang quay với vận tốc 800 vòng/phút. Tác dụng vào trụ một lực hãm tiếp tuyến với mặt trụ và vuông góc với trục quay. Sau 2 phút 37 giây, trụ dừng lại. Tìm:

a) Mômen hãm; b) Lực hãm tiếp tuyến.

Bài giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}M &= \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{I(\omega - \omega_0)}{\Delta t} = -\frac{mR^2\omega}{t} = -\frac{50 \cdot 0,5^2 \cdot \frac{800 \cdot 2\pi}{60}}{157} \approx -6,67 (N.m) \\ F &= \frac{M}{R} = -\frac{mR\omega}{t} = -\frac{6,67}{0,5} = -13,34 (N)\end{aligned}$$

3-11. Một thanh đồng chất chiều dài $l = 0,50\text{m}$ có thể quay tự do xung quanh một trục nằm ngang đi qua một đầu của thanh. Một viên đạn khối lượng $m = 0,01\text{kg}$ bay theo phương nằm ngang với vận tốc $v = 400\text{m/s}$ tới xuyên vào đầu kia của thanh và mắc vào thanh. Tìm vận tốc góc của thanh ngay sau khi viên đạn đập vào thanh. Biết rằng mômen quán tính của thanh đối với trục quay bằng 5kgm^2 .

Bài giải:

Áp dụng định luật bảo toàn mômen động lượng cho hệ thanh – viên đạn:

$$\begin{aligned}mvl &= I'\omega = (I + ml^2)\omega \\ \Rightarrow \omega &= \frac{mvl}{I + ml^2} = \frac{0,01 \cdot 400 \cdot 0,5}{5 + 0,01 \cdot 0,5^2} \approx 0,4 (\text{rad/s})\end{aligned}$$

3-12. Một đĩa tròn đồng chất khối lượng $m_1 = 100\text{kg}$ quay với vận tốc góc $\omega_1 = 10$ vòng/phút. Một người khối lượng $m_2 = 60\text{kg}$ đứng ở mép đĩa. Hỏi vận tốc góc của đĩa khi người đi vào đứng ở tâm của đĩa. Coi người như một chất điểm.

Bài giải:

áp dụng định luật bảo toàn mômen động lượng cho hệ người – đĩa:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \omega_1 = \frac{0,5.m_1 R^2 + m_2 R^2}{0,5.m_1 R^2} \omega_1 = \frac{m_1 + 2m_2}{m_1} \omega_1$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{100 + 2.60}{100} . 10 = 22 \text{ (vòng/phút)}$$

3-13. Xác định mômen quán tính của một thanh đồng chất dài một khối lượng m đối với các trục sau đây:

- Trục đi qua điểm giữa của thanh và tạo với thanh một góc α nào đó;
- Trục song song với thanh và cách thanh một đoạn d ;
- Trục vuông góc với thanh và cách điểm giữa thanh một đoạn d .

Bài giải:

a) Ta so sánh trường hợp này với trường hợp trục quay đi qua điểm giữa thanh và vuông góc với thanh. Ta thấy trong hai trường hợp, tại các điểm như nhau trên thanh, khoảng cách từ điểm đó đến trục quay gấp nhau một số lần không đổi là $\sin \alpha$ lần:

$$r = r_1 . \sin \alpha$$

$$\Rightarrow dm . r^2 = dm . r_1^2 \sin^2 \alpha$$

$$\Rightarrow \int r^2 dm = \sin^2 \alpha . \int r_1^2 . dm$$

$$\Rightarrow I = I_1 . \sin^2 \alpha = \frac{1}{12} ml^2 \sin^2 \alpha$$

b) Xét trục quay trùng với thanh, tại mọi điểm trên thanh, khoảng cách từ điểm đó đến trục quay luôn bằng không, nên mômen quán tính của thanh đối với trục quay trùng với thanh là bằng 0. Sử dụng định lý Huyghen-Steiner:

$$I = 0 + md^2 = md^2$$

c) Sử dụng định lý Huyghen-Steiner:

$$I = \frac{1}{12} ml^2 + md^2$$

3-14. Một đĩa bằng đồng (khối lượng riêng $\rho = 8,9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) có bề dày $b = 4.10^{-3} \text{ m}$, bán kính $R = 5.10^{-2} \text{ m}$. Đĩa bị khoét thủng hai lỗ tròn bán kính $R/2$ như hình 3-4. Tìm mômen quán tính của đĩa đã bị khoét đối với trục vuông góc với đĩa và đi qua tâm O của đĩa.

Bài giải:

Gọi I_0 là mômen quán tính của đĩa chưa bị khoét với trục quay Δ đi qua tâm và vuông góc với đĩa; I_1 và I_2 là mômen quán tính của các phần bị khoét đi đối với trục quay đi qua tâm phần bị khoét và vuông góc với đĩa. Ta thấy:

$$I_0 = \frac{MR^2}{2} = \frac{\rho . b . \pi R^2 . R^2}{2} = \frac{\pi \rho b R^4}{2}$$

$$\text{Tương tự: } I_1 = I_2 = \frac{m}{2} \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \frac{\rho . b . \frac{\pi . R^2}{4} . R^2}{8} = \frac{\pi \rho b R^4}{32}$$

Theo định lý Steiner – Huyghen, mômen quán tính của phần bị khoét đi với trục quay Δ là:

$$I'_1 = I'_2 = \frac{\pi \rho b R^4}{32} + \rho b \frac{\pi R^2}{4} \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3\pi \rho b R^4}{32}$$

Mômen quán tính I_k của đĩa đã bị khoét đối với trục Δ là:

$$\begin{aligned} I_k &= I_0 - I'_1 - I'_2 = \frac{\pi \rho b R^4}{2} - 2 \cdot \frac{3\pi \rho b R^4}{32} \\ &= \frac{5\pi \rho b R^4}{16} = \frac{5\pi \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05^4}{16} \approx 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ (kg.m}^2\text{)} \end{aligned}$$

3-15. Tìm mômen quán tính của Trái Đất đối với trục quay của nó nếu lấy bán kính của Trái Đất là $R = 6400\text{km}$ và khối lượng riêng trung bình của Trái Đất bằng $\rho = 5,5 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^3$.

Bài giải:

Trái Đất có hình cầu nên mômen quán tính của Trái Đất đối với trục quay của nó là:

$$\begin{aligned} I &= \frac{2}{5} m R^2 = \frac{2}{5} \rho \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 \cdot R^2 = \frac{8\pi \rho R^5}{15} \\ &= \frac{8\pi}{15} \cdot 5,5 \cdot 10^3 \cdot (6,4 \cdot 10^6)^5 \approx 9,9 \cdot 10^{37} \text{ (kg.m}^2\text{)} \end{aligned}$$

3-16. Tác dụng lên một bánh xe bán kính $R = 0,5\text{m}$ và có mômen quán tính $I = 20\text{kg.m}^2$, một lực tiếp tuyến với vành bánh $F_t = 100\text{N}$. Tìm:

- Gia tốc của bánh xe;
- Vận tốc dài của một điểm trên vành bánh sau khi tác dụng lực 10 giây biết rằng lúc đầu bánh xe đứng yên.

Bài giải:

Gia tốc góc của bánh xe là:

$$\beta = \frac{M}{I} = \frac{F_t R}{I} = \frac{100 \cdot 0,5}{20} = 2,5 \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

Vận tốc của một điểm trên vành bánh xe sau $t = 10\text{s}$ là:

$$v = \omega R = (\beta t) R = 2,5 \cdot 10 \cdot 0,5 = 12,5 \text{ (m/s)}$$

3-17. Một bánh xe bán kính $R = 50\text{cm}$ đang quay dưới tác dụng của mômen lực $M = 980\text{Nm}$. Hỏi phải cho mỗi má phanh tác dụng lên vành bánh một lực bằng bao nhiêu để bánh xe quay chậm dần với gia tốc góc $\beta = -2,5\text{rad/s}^2$. Biết hệ số ma sát $k = 0,25$, mômen quán tính của bánh xe đối với trục quay $I = 50\text{kg.m}^2$ (hình 3.5).

Bài giải:

Gọi lực mà mỗi má phanh tác dụng lên vành bánh xe là F . Lực ma sát gây hãm xe sẽ có phương tiếp tuyến với bánh xe và có tổng độ lớn bằng $2kF$ (do hai má phanh tạo ra). Ta có:

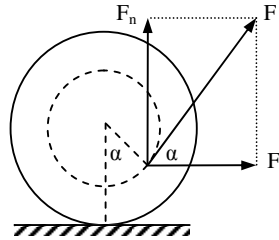
$$\begin{aligned} \beta &= \frac{M - M_{ms}}{I} = \frac{M - 2kFR}{I} \\ \Rightarrow F &= \frac{M - I\beta}{2kR} = \frac{980 - 50 \cdot (-2,5)}{2 \cdot 0,25 \cdot 0,5} = 4420 \text{ (N)} \end{aligned}$$

3-18. Một cuộn chỉ có khối lượng m được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang (hình 3-6). Mômen quán tính của cuộn chỉ đối với trục của nó bằng I . Người ta kéo cuộn chỉ bằng một lực \vec{F} . Hỏi:

a) Góc α giữa lực \vec{F} và mặt phẳng nằm ngang phải bằng bao nhiêu để cuộn chỉ chuyển động có gia tốc về phía lực kéo;

b) Lực \vec{F} phải có độ lớn bằng bao nhiêu để cuộn chỉ không trượt? Cho hệ số ma sát giữa cuộn chỉ và mặt phẳng bằng k .

Bài giải:



a) Muốn cho cuộn chỉ có gia tốc về phía lực kéo, cuộn chỉ phải quay theo chiều kim đồng hồ. Khi đó:

$$\begin{aligned} & F \cos \alpha (R - r \cos \alpha) - F \sin \alpha \cdot r \sin \alpha > 0 \\ \Rightarrow & FR \cos \alpha - Fr > 0 \\ \Rightarrow & \cos \alpha > \frac{r}{R} \end{aligned}$$

b) Ta có hệ phương trình:

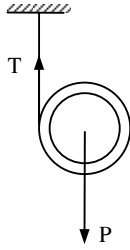
$$\begin{cases} F \cos \alpha - F_{ms} = m\gamma = mR\beta \\ mg - N - F \sin \alpha = 0 \\ FR \cos \alpha - Fr = (I + mR^2)\beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N = mg - F \sin \alpha \\ F_{ms} = F \cos \alpha - mR \frac{F(R \cos \alpha - r)}{I + mR^2} = F \frac{I \cos \alpha + mRr}{I + mR^2} \end{cases}$$

Để cuộn chỉ không trượt ta cần có:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} N \geq 0 \\ |F_{ms}| \leq kN \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} F \leq \frac{mg}{\sin \alpha} \\ F \frac{|I \cos \alpha - mRr|}{I + mR^2} \leq k(mg - F \sin \alpha) \end{cases} \\ \Rightarrow & F \leq \frac{kmg(I + mR^2)}{I(\cos \alpha + k \sin \alpha) + mR(r + kR \sin \alpha)} \end{aligned}$$

3.19- Trên một trụ rỗng khối lượng $m = 1\text{kg}$, người ta cuộn một sợi dây không giãn có khối lượng và đường kính nhỏ không đáng kể. Đầu tự do của dây được gắn trên một giá cố định (hình 3-7). Để trụ rơi dưới tác dụng của trọng lượng. Tìm gia tốc của trụ và sức căng của dây treo.

Bài giải:

Trụ vừa quay vừa rơi. Gọi T là sức căng dây. Thiết lập các phương trình lực và mômen lực, ta có:

$$mg - T = m\gamma$$

$$TR = I\beta = mR^2\beta$$

Mặt khác, từ mối liên hệ giữa vận tốc dài và vận tốc góc, ta có:

$$v = \omega R \Rightarrow \gamma = \beta R$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} mg - T = m\gamma \\ T = mR\beta = m\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m\gamma = mg \\ T = m\gamma \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma = \frac{g}{2} = \frac{9,8}{2} = 4,9 (\text{m/s}^2) \\ T = \frac{mg}{2} = \frac{1.9,8}{2} = 4,9 (\text{N}) \end{cases}$$

3-20. Hai vật có khối lượng lần lượt bằng m_1 và m_2 ($m_1 > m_2$), được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc (khối lượng của ròng rọc bằng m) (hình 3-8). Tìm:

a) Gia tốc của các vật;

b) Sức căng T_1 và T_2 của các dây treo. Coi ròng rọc là một đĩa tròn; ma sát không đáng kể. Áp dụng bằng số: $m_1 = 2\text{kg}$, $m_2 = 1\text{kg}$; $m = 1\text{kg}$.

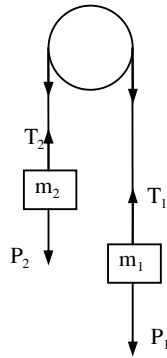
Bài giải:

Thiết lập các phương trình lực và mômen lực:

$$m_1g - T_1 = m_1\gamma_1$$

$$T_2 - m_2g = m_2\gamma_2$$

$$(T_1 - T_2)R = I\beta = \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{\gamma_3}{R}$$



Để thấy $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} T_1 = m_1(g - \gamma) \\ T_2 = m_2(g + \gamma) \\ T_1 - T_2 = \frac{m}{2}\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = m_1(g - \gamma) \\ T_2 = m_2(g + \gamma) \\ \frac{m}{2}\gamma = (m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)\gamma \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_1 = m_1(g - \gamma) \\ T_2 = m_2(g + \gamma) \\ (2m_1 + 2m_2 + m)\gamma = 2(m_1 - m_2)g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = \frac{m_1(4m_2 + m)g}{2m_1 + 2m_2 + m} \\ T_2 = \frac{m_2(4m_1 + m)g}{2m_1 + 2m_2 + m} \\ \gamma = \frac{2(m_1 - m_2)g}{2m_1 + 2m_2 + m} \end{cases}$$

3-21. Một hệ gồm một trụ đặc đồng chất khối lượng $M = 2,54\text{kg}$ và một vật nặng khối lượng $m = 0,5\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc (hình 3-9). Bỏ qua khối lượng của dây, của ròng rọc và khung gắn với trụ. Tìm gia tốc của vật nặng và sức căng của dây.

Bài giải:

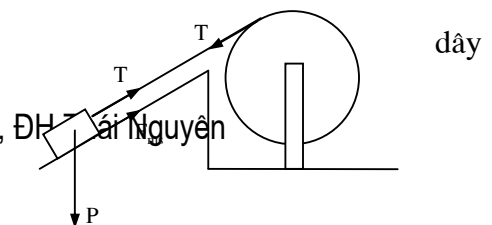
Gọi T là sức căng dây, từ các phương trình lực và mômen lực, ta có hệ sau:

$$\begin{cases} mg - T = m\gamma \\ TR = I\beta = \left(\frac{MR^2}{2} + MR^2\right)\frac{\gamma}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg - T = m\gamma \\ T = \frac{3}{2}M\gamma \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mg = \left(m + \frac{3}{2}M\right)\gamma \\ T = \frac{3}{2}M\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = \frac{mg}{m + \frac{3}{2}M} = \frac{0,5 \cdot 9,8}{0,5 + 1,5 \cdot 2,54} \approx 1,14(\text{m/s}^2) \\ T = \frac{3}{2}M\gamma = 1,5 \cdot 2,54 \cdot 1,14 \approx 4,33(\text{N}) \end{cases}$$

3-22. Một vật A khối lượng m trượt trên mặt phẳng nghiêng và làm quay một bánh xe có bán kính R (hình 3-10). Mômen quán tính của bánh xe đối với trục quay bằng I . Khối lượng của không đáng kể. Tìm gia tốc góc của bánh xe?

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Sài Gòn



Bài giải:

Gọi T là sức căng dây, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} TR = I\beta \\ T - mg \sin \alpha + kmg \sin \alpha = m\gamma = mR\beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{R}\beta - mR\beta = mg \sin \alpha - kmg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{mgR(\sin \alpha - k \cos \alpha)}{I - mR^2}$$

Với k là hệ số ma sát của mặt phẳng nghiêng:

+ Nếu $k > \tan \alpha$, hệ ở trạng thái cân bằng: $\beta = 0$.

$$+ \text{ Nếu } k = 0 \text{ thì } \beta = \frac{mgR \sin \alpha}{I - mR^2}.$$

3-23. Một thanh có chiều dài $l = 1\text{m}$ quay xung quanh một trục nằm ngang đi qua một đầu của thanh. Lúc đầu, thanh ở vị trí nằm ngang, sau đó được thả ra (hình 3-11). Tìm gia tốc góc của thanh lúc bắt đầu thả rơi và lúc thanh đi qua vị trí thẳng đứng.

Bài giải:

Mômen lực do trọng lực gây ra quanh trục quay khi thanh nghiêng một góc α so với phương thẳng đứng là:

$$M = F(l/2) \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Vậy: } \beta = \frac{M}{I} = \frac{mgl \sin \alpha}{2 \cdot \left(\frac{1}{12} ml^2 + m \frac{l^2}{4} \right)} = \frac{3g \sin \alpha}{2l}$$

$$+ \text{ Tại vị trí ban đầu: } \alpha = 90^\circ: \beta = \frac{3g}{2l} = \frac{3 \cdot 9,8}{2 \cdot 1} = 14,7 (m/s^2)$$

$$+ \text{ Tại vị trí thanh đi qua vị trí thẳng đứng: } \alpha = 0: \beta = 0.$$

3-24. Một đĩa tròn đồng chất bán kính R , khối lượng m có thể quay xung quanh 1 trục nằm ngang vuông góc với đĩa và cách tâm đĩa một đoạn $R/2$. Đĩa bắt đầu quay từ vị trí tương ứng với vị trí cao nhất của tâm đĩa với vận tốc đầu bằng 0. Xác định mômen động lượng của đĩa đối với trục quay khi đĩa đi qua vị trí thấp nhất.

Bài giải:

Mômen quán tính của đĩa đối với trục quay là:

$$I = \frac{1}{2} mR^2 + m \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \frac{3mR^2}{4}$$

áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$mgR = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I}$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{2mgRI} = \sqrt{\frac{6m^2 g R^3}{4}} = mR \sqrt{\frac{3}{2} g R}$$

3-25. Một hệ chất điểm có tổng động lượng bằng \vec{K} và mômen động lượng \vec{L} đối với một điểm O. Xác định mômen động lượng của hệ đối với điểm O' biết $\vec{OO'} = \vec{r_0}$. Trong trường hợp nào mômen động lượng của h không phụ thuộc điểm O?

Bài giải:

Mômen động lượng của hệ đối với O' là:

$$\begin{aligned}\vec{L}_{O'} &= \sum_i \vec{r}_{O'i} \wedge m_i \vec{v}_i = \sum_i (\vec{r}_{Oi} + \vec{r}_{OO'}) \wedge m_i \vec{v}_i \\ &= \sum_i \vec{r}_{Oi} \wedge m_i \vec{v}_i + \sum_i \vec{r}_0 \wedge m_i \vec{v}_i \\ &= \sum_i \vec{r}_{Oi} \wedge m_i \vec{v}_i + \vec{r}_0 \wedge \left(\sum_i m_i \vec{v}_i \right) \\ &= \vec{L}_O + \vec{r}_0 \wedge \vec{K}\end{aligned}$$

Mômen động lượng của hệ không phụ thuộc vào điểm O hay:

$$\vec{L}_{O'} = \vec{L}_O \Leftrightarrow \vec{r}_0 \wedge \vec{K} = 0 \Leftrightarrow \vec{K} = 0$$

3-26. Chứng minh rằng mômen động lượng \vec{L} của 1 hệ chất điểm đối với 1 điểm O gắn liền với 1 hệ qui chiếu K có thể cho bởi: $\vec{L} = \vec{L}_O + \vec{r}_0 \wedge \vec{P}$, trong đó \vec{L}_O là mômen động lượng đối với khối tâm, \vec{r}_0 là vectơ bán kính của khối tâm đối với điểm O trong hệ K, \vec{P} là tổng động lượng của hệ.

Bài giải:

Tương tự bài 3-25, thay O bằng trọng tâm G, và O' bằng điểm O trong hệ K, ta có:

$$\vec{L} = \vec{L}_O + \vec{r}_O \wedge \vec{P}$$

Chương 4 NĂNG LƯỢNG

4-1. Hỏi động cơ máy bay phải có công suất bằng bao nhiêu, biết rằng máy bay có khối lượng $m = 3000\text{kg}$, khi bay lên cao 1km phải mất một phút. Bỏ qua sức cản của không khí.

Bài giải:

Muốn bay lên cao, máy bay phải tốn công để thắng công cản của trọng lực $A = mg\Delta h$. Từ đó suy ra công suất của máy bay

$$P = \frac{A}{\Delta t} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t}$$

Thay $m = 3000\text{kg}$, $h = 1\text{km} = 1000\text{m}$, $\Delta t = 1 \text{ phút} = 60\text{s}$ và g vào biểu thức trên ta tính được $P = 490\text{kW}$.

4-2. Tính công cần thiết để kéo một lò xo giãn ra 20cm , biết rằng lực kéo tỷ lệ với độ giãn của lò xo và muốn lò xo giãn 1cm phải cần một lực 30N .

Bài giải:

Hệ số đàn hồi của lò xo bằng: $k = 30\text{N}/1\text{cm} = 3000\text{N/m}$

Công của lực kéo:

$$A = \int_0^{\Delta x} F \cdot dx = \int_0^{\Delta x} (k \cdot x) \cdot dx = \frac{k(\Delta x)^2}{2},$$

Với $k = 3000\text{N/m}$; $\Delta x = 20\text{cm} = 0,2\text{m}$ thì $A = 60\text{J}$.

4-3. Một ô tô khối lượng một tấn, khi tắt máy chuyển động xuống dốc thì có vận tốc không đổi $v = 54\text{km/h}$. Độ nghiêng của dốc là 4% . Hỏi động cơ ô tô phải có công suất bao nhiêu để nó lên được dốc trên cùng với vận tốc 54km/h .

Bài giải:

Vì khi tắt máy xuống dốc, ô tô có vận tốc không đổi nên phải có điều kiện:

$$f_{ms} = mg \sin \alpha.$$

Để xe chuyển động đều lên dốc thì lực kéo F_k của động cơ ô tô phải bằng:

$$F_k = f_{ms} + mg \cdot \sin \alpha = 2 \cdot mg \cdot \sin \alpha$$

Công suất của động cơ ô tô khi lên dốc với vận tốc v được tính theo công thức:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F_k \cdot S}{t} = F_k \cdot v = (2 \cdot mg \cdot \sin \alpha) \cdot v \quad (1)$$
$$= 2 \cdot 1000 \cdot 9,8 \cdot 0,04 \cdot 15 \approx 11,8\text{kW}$$

4-4. Một ô tô khối lượng 2 tấn , leo lên dốc có độ nghiêng 4% . Hệ số ma sát là $0,08$.
Tìm:

- a) Công thực hiện bởi động cơ ô tô trên quãng đường dài 3km ;
- b) Công suất của động cơ ô tô, biết rằng thời gian đi hết quãng đường trên mất 4 phút .

Bài giải:

Lực kéo của động cơ phải cân bằng với thành phần $mg \cdot \sin \alpha$ của trọng lực và lực ma sát:

$$F_k = mg \cdot \sin \alpha + f_{ms} = mg \cdot \sin \alpha + k \cdot mg \cos \alpha \approx mg \cdot \sin \alpha + k \cdot mg.$$

Công kéo của động cơ trên quãng đường dài 3km :

$$A = F_k \cdot S = mg \cdot (\sin \alpha + k) \cdot S = 2000 \cdot 9,8 \cdot (0,04 + 0,08) \cdot 3000 = 7,06 \cdot 10^6 \text{ (J)}.$$

Công suất của động cơ:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{7,06 \cdot 10^6}{4,60} = 2,94 \cdot 10^4 \text{ W} = 29,4 \text{ kW}$$

4-5. Một đoàn tàu khối lượng 50 tấn chuyển động trên đường ray nằm ngang với vận tốc không đổi bằng 36km/h. Công suất của đầu máy là 220,8kW. Tìm hệ số ma sát giữa tàu và đường ray.

Bài giải:

Khi chuyển động đều trên đường ray nằm ngang, lực kéo của đầu tàu phải cân bằng với lực ma sát: $F_k = f_{ms} = k \cdot mg$.

Công suất của đầu máy có thể xác định theo công thức:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F_k \cdot S}{t} = F_k \cdot v = k \cdot mg \cdot v$$

$$\Rightarrow k = \frac{P}{mgv} = \frac{220,8 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 10} = 0,045$$

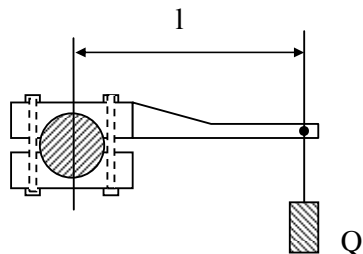
4-6. Người ta thường xác định công suất của động cơ bằng một thiết bị như hình vẽ 4-4.

Thiết bị gồm hai hàm kẹp, kẹp chặt vào trục động cơ. Một hàm kẹp được gắn với tay đòn, cuối tay đòn có treo trọng vật Q. Trọng vật được chọn sao cho nó cân bằng với lực ma sát và giữa tay đòn nằm ngang. Xác định công suất của động cơ nếu số vòng quay của trục là $n = 60$ vòng/phút, chiều dài cánh tay đòn kể từ tâm của trục $l = 1\text{m}$, trọng lượng của vật bằng $Q = 490\text{N}$. Trọng lượng của cánh tay đòn không đáng kể.

Bài giải:

Gọi f_{ms} là mực ma sát giữa các hàm kẹp và trục của động cơ. Ta có điều kiện cân bằng:

$$f_{ms} \cdot r = Q \cdot l \Rightarrow f_{ms} = \frac{Ql}{r}$$



Công suất của động cơ $P = f_{ms} \cdot v = \frac{Ql}{r} \cdot [(2\pi \cdot n) \cdot r] = 2\pi Qnl$, $n = 1$ là số vòng quay trong 1 giây.

$$\Rightarrow P = 2\pi \cdot 490 \cdot 1 \cdot 1 = 3,08 \cdot 10^3 \text{ W}$$

4-7. Một động cơ truyền công suất $P = 15\text{kW}$ cho một puli nhờ dây cuaroa AB (hình 4-5). Bán kính puli $r = 25\text{cm}$, vận tốc quay của puli $n = 120$ vòng/phút. Lực căng của nhánh trên A của dây cuaroa lớn gấp đôi lực căng của nhánh dưới B. Tìm lực căng đó biết rằng hai nhánh dây cuaroa song song với nhau.

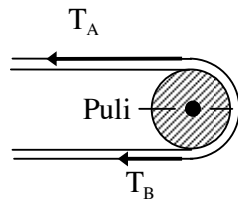
Bài giải:

Công suất truyền cho puli:

$$P = F \cdot v = [(T_A - T_B) \cdot r] \cdot 2\pi \cdot n$$

Từ điều kiện $T_A = 2T_B$ suy ra $T_A = 2.T_B = \frac{P}{\pi.r.n}$.

Thay số: $T_A = 2T_B = \frac{15.10^3}{\pi.0,25.2} = 9556(N)$



4-8. Một chiếc xe khối lượng 20000kg chuyển động chậm dần đều dưới tác dụng của lực ma sát bằng 6000N. Sau một thời gian xe dừng lại. Vận tốc ban đầu của xe là 54km/h. Tính:

- Công của lực ma sát;
- Quãng đường mà xe đã đi được kể từ lúc có lực ma sát tác dụng cho tới khi xe dừng hẳn.

Bài giải:

Dựa theo định lý động năng, công cản của lực ma sát làm giảm động năng của xe từ giá trị ban đầu về 0, do đó, công này có độ lớn chính bằng động năng ban đầu của xe:

$$A_{ms} = |\Delta E_K| = \frac{1}{2} m.v^2 = \frac{1}{2} . 20000 . 15^2 = 2,25 . 10^6 \text{ J} .$$

Quãng đường mà xe đi được kể từ lúc hãm xe đến khi xe dừng hẳn:

$$S = \frac{A_{ms}}{f_{ms}} = \frac{2,25.10^6}{6000} = 375(m)$$

4-9. Tính công cần thiết để cho một đoàn tàu khối lượng $m = 8.10^5 \text{ kg}$:

- Tăng tốc từ $v_1 = 36 \text{ km/h}$ đến $v_2 = 54 \text{ km/h}$ hệ thống
- Dừng lại nếu vận tốc ban đầu là 72 km/h .

Bài giải:

Ta sẽ áp dụng định lý động năng: độ biến thiên động năng của một vật bằng công do ngoại lực tác dụng vào vật do đó:

- Công làm xe tăng vận tốc từ $v_1 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$ đến $v_2 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$:

$$A = \Delta E_K = \frac{1}{2} m.v_2^2 - \frac{1}{2} m.v_1^2 = \frac{1}{2} . 8.10^5 . 15^2 - \frac{1}{2} . 8.10^5 . 10^2 = 5.10^7 \text{ J}$$

- Công làm xe giảm vận tốc từ $v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ đến $v = 0 \text{ m/s}$:

$$A = \Delta E_K = \frac{1}{2} m.v^2 - \frac{1}{2} m.v_0^2 = 0 - \frac{1}{2} . 8.10^5 . 20^2 = -1,6.10^8 \text{ J}$$

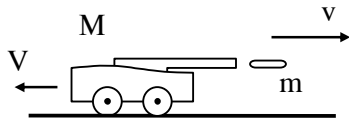
Công này là công cản (công âm).

4-10. Một khẩu pháo khối lượng $M = 450 \text{ kg}$ nả đạn theo phương nằm ngang. Đạn pháo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$, vận tốc đầu nòng $v = 450 \text{ m/s}$. Khi bắn, bộ pháo giật về phía sau một đoạn $s = 45 \text{ cm}$. Tìm lực hãm trung bình tác dụng lên pháo.

Bài giải:

Gọi V là vận tốc giật lùi của khẩu pháo. Dựa vào định luật bảo toàn động lượng áp dụng cho phương ngang ta có:

$$M.\vec{V} + m.\vec{v} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{V} = -\frac{m}{M}.\vec{v}$$



Lực hãm khẩu pháo sinh công làm giảm động năng của khẩu pháo:

$$\Rightarrow F_{hãm} \cdot S = \frac{1}{2} M \cdot V^2$$

Từ đó:

$$F_{hãm} = \frac{M \cdot V^2}{2 \cdot S} = \frac{m^2 \cdot v^2}{2 \cdot s \cdot M}$$

$$= \frac{5^2 \cdot 450^2}{2 \cdot 0,45 \cdot 450} = 12500(N)$$

4-11. Một viên đạn khối lượng $m = 10\text{kg}$ đang bay với vận tốc $v = 100\text{m/s}$ thì gặp một bản gỗ dày và cắm sâu vào bản gỗ một đoạn $s = 4\text{cm}$. Tìm:

- Lực cản trung bình của bản gỗ lên viên đạn;
- Vận tốc viên đạn sau khi ra khỏi bản gỗ chỉ dày $d = 2\text{cm}$.

Bài giải:

a) Ta vẫn sử dụng định lý về động năng để có được phương trình:

$$\bar{F}_c \cdot s = \frac{m \cdot 0^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \rightarrow \bar{F}_c = -\frac{mv_0^2}{2s} = -\frac{10 \cdot 100^2}{2 \cdot 0,04} = -1250(N)$$

b) Viên đạn có khả năng xuyên sâu vào bản gỗ 4cm mới dừng lại. Nếu bản gỗ chỉ dày 2cm thì sau khi xuyên qua bản gỗ, viên đạn vẫn còn tiếp tục chuyển động với vận tốc $v' < v$. Theo định lý về động năng:

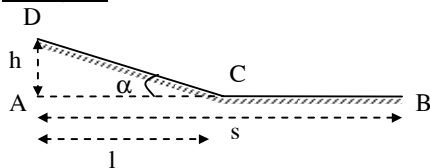
$$A' = \frac{mv'^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \bar{F}_c d,$$

$$\text{suy ra: } v' = \sqrt{\frac{2\bar{F}_c d}{m} + v_0^2} = \sqrt{\frac{2(-1250) \cdot 0,02}{10} + 100^2} \approx 71\text{m/s}.$$

4-12. Một xe chuyên động từ đỉnh một dốc phẳng DC có độ cao h (hình 4-6) và dừng hẳn lại sau khi đã đi được đoạn nằm ngang CB. Cho $AB = s$; $AC = l$; hệ số ma sát giữa xe và mặt đường trên các đoạn DC và CB bằng nhau.

Tính hệ số ma sát và gia tốc của xe trên các đoạn đường DC và BC.

Bài giải:



- Tại đỉnh mặt phẳng nghiêng xe có thế năng $W_t = mgh$. Chính thế năng này đã dùng để thắng công A_1 và A_2 của lực ma sát trên các đoạn đường DC và CB. Do đó $W_t = A_1 + A_2$, trong đó công của lực ma sát trên các đoạn DC và CB là:

$$A_1 = k \cdot (mg \cdot \cos\alpha) \cdot DC = kmg \cdot l;$$

$$A_2 = kmg (s - l).$$

Từ đó ta suy ra: $mgh = kmg l + kmg(s-1) = kmg s \Rightarrow k = \frac{h}{s}$.

- Phân tích lực và áp dụng định luật Niuton thứ hai, ta được các phương trình:

$$mgsin\alpha - (f_{ms})_{DC} = m.a_{DC}, \quad (1)$$

$$- kmg = m.a_{CB} \quad (2)$$

Từ (1) suy ra:

$$mgsin\alpha - k.(mg.cos\alpha) = m.a_{DC}$$

$$\Rightarrow a_{CD} = g(sin\alpha - k cos\alpha) = g \cdot \left(\frac{h}{\sqrt{l^2 + h^2}} - \frac{h}{s} \cdot \frac{1}{\sqrt{l^2 + h^2}} \right)$$

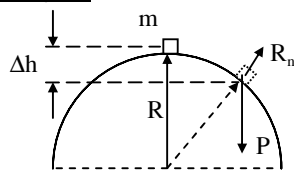
$$= \frac{gh}{\sqrt{l^2 + h^2}} \left(1 - \frac{1}{s} \right) > 0$$

$$\text{Còn từ (2)} \Rightarrow a_{CB} = -kg = -\frac{h}{s} \cdot g < 0$$

$$\text{Đáp số: } k = \frac{h}{s}; \quad a_{DC} = \frac{gh}{\sqrt{h^2 + l^2}} \left(1 - \frac{1}{s} \right); \quad a_{CB} = -kg = -\frac{h}{s} \cdot g.$$

4-13. Một vật khối lượng m trượt không ma sát từ đỉnh một mặt cầu xuống dưới (hình 4-7). Hỏi từ khoảng cách Δh nào (tính từ đỉnh mặt cầu) vật bắt đầu rơi khỏi mặt cầu. Cho bán kính mặt cầu $R = 90\text{cm}$.

Bài giải:



Hình 4-7

Trong quá trình vật trượt trên mặt cầu, vật chịu tác dụng của hai lực: trọng lực P của vật và phản lực R_n của mặt cầu. Tổng hợp hai lực này tạo ra hai thành phần: thành phần pháp tuyến đóng vai trò lực hướng tâm trong chuyển động tròn của vật, thành phần tiếp tuyến gây ra chuyển động trượt nhanh dần cho vật.

Xét thành phần pháp tuyến:

$$P_n - R_n = m.a_{ht} = \frac{m.v^2}{R} \Rightarrow R_n = P_n - \frac{m.v^2}{R} = mg \cos \alpha - \frac{m.v^2}{R}$$

Mặt khác, theo định luật bảo toàn cơ năng: độ giảm thế năng của vật bằng độ tăng động năng của vật.

$$mg\Delta h = \frac{1}{2} mv^2.$$

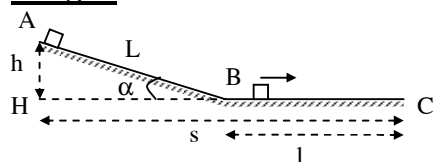
$$\Rightarrow R_n = mg \cos \alpha - \frac{2mg\Delta h}{R} = mg \frac{R - \Delta h}{R} - \frac{2mg\Delta h}{R} = mg \left(1 - \frac{3\Delta h}{R} \right)$$

Vật chỉ có thể được gọi là bám trên mặt cầu nếu nó còn áp lên mặt cầu một lực (bằng phản lực R_n của mặt cầu), tức là $R_n \geq 0$. Sự rời khỏi mặt cầu bắt đầu xảy ra khi $R_n = 0$. Hay:

$$R_n = mg \left(1 - \frac{3\Delta h}{R} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta h = \frac{R}{3} = 30\text{cm}.$$

4-14. Một vật khối lượng $m = 1\text{kg}$ trượt trên một mặt phẳng nghiêng hợp với mặt nằm ngang một góc α sao cho $\sin\alpha = 0,1$. Sau khi trượt hết mặt phẳng nghiêng, vật còn tiếp tục chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang một đoạn $l = 10\text{m}$ mới dừng lại. Hệ số ma sát trong suốt quá trình chuyển động $k = 0,05$. Tìm vận tốc của vật ở cuối mặt phẳng nghiêng. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$.

Bài giải:



Do tác dụng của lực ma sát $f_{ms} = -kmg$, vật trượt trên đoạn mặt phẳng ngang BC với gia tốc $a = -k.g$. Gọi v là vận tốc của vật ở cuối mặt phẳng nghiêng, theo định lý động năng ta có:

$$f_{ms}.l = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow kmg.l = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2kgl} = \sqrt{2.0,05.10.10} \approx 3,16(\text{m/s})$$

4-15. Từ một đỉnh tháp cao $h = 20\text{m}$, người ta ném một hòn đá khối lượng 50g theo phương nghiêng với mặt phẳng nằm ngang, với vận tốc ban đầu $v_0 = 18\text{m/s}$. Khi rơi tới mặt đất hòn đá có vận tốc $v = 24\text{m/s}$. Tính công của lực cản của không khí lên hòn đá.

Bài giải:

Chọn mốc tính thế năng nằm tại mặt đất. Thời điểm đầu tiên hòn đá có cơ năng:

$$W_t = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh$$

Thời điểm hòn đá chạm mặt đất nó có cơ năng:

$$W_t' = \frac{1}{2}mv^2$$

Rõ ràng cơ năng lúc sau của hòn đá bằng cơ năng ban đầu của hòn đá cộng thêm công sinh ra của ngoại lực, do đó:

$$W' = W + A_C \Rightarrow A_C = W' - W$$

$$\Rightarrow A_C = \frac{m}{2}(v^2 - v_0^2) - mgh$$

$$= \frac{0,05}{2}(24^2 - 18^2) - 0,05.9.8.20 = -3,5(\text{J})$$

4-16. Một vật khối lượng $m = 10\text{kg}$ trượt từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng cao 20m xuống. Khi tới chân dốc vật có vận tốc 15m/s . Tính công của ma sát.

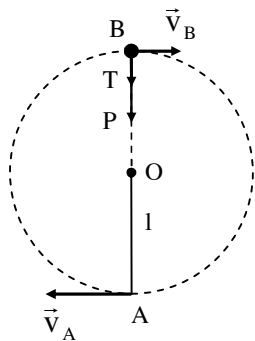
Bài giải:

Công sinh ra bởi lực ma sát bằng độ biến thiên cơ năng của vật:

$$A_C = W_{sau} - W_{trước} = \frac{1}{2}mv^2 - mgh = \frac{1}{2}.10.15^2 - 10.9.8.20 = -835(\text{J})$$

4-17. Ở đầu một sợi dây OA, dài $l = 30\text{cm}$ có treo một vật nặng (hình 4-8). Hỏi tại điểm thấp nhất A phải truyền cho vật một vận tốc bé nhất bằng bao nhiêu để vật có thể quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng.

Bài giải:



Tại A vật được truyền một động năng $\frac{1}{2}mv_A^2$. Sau đó vật bắt đầu chuyển động tròn lên phía trên. Thế năng của vật tăng dần, động năng (do đó vận tốc) của vật giảm dần (hình 4-8).

Muốn vật chuyển động tròn trong mặt phẳng thẳng đứng, vận tốc v_B của vật tại điểm cao nhất B phải đủ lớn để làm cho sợi dây luôn bị căng ($T \geq 0$).

Vì tại B vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ và lực căng \vec{T} (đều hướng theo phương thẳng đứng) tạo ra lực hướng tâm trong chuyển động tròn của vật, nên:

$$F_{ht} = \frac{mv_B^2}{l} = mg + T.$$

Vậy vận tốc nhỏ nhất tại B để vật có thể quay tròn:

$$v_{Bmin} = \sqrt{gl}. \quad (1)$$

Mặt khác, theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$(\Delta W_d)_{AB} = -(\Delta W_t)_{AB},$$

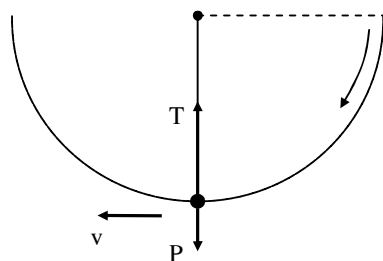
$$\text{suy ra: } v_A^2 = v_B^2 + 4gl.$$

Vậy vận tốc nhỏ nhất cần truyền cho vật tại A để nó quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng:

$$(v_A)_{min}^2 = (v_B)_{min}^2 + 4gl, \quad \Rightarrow v_{Amin} = \sqrt{5gl} = 3,8m/s$$

4-18. Một con lắc đơn trọng lượng P được kéo ra khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha = 90^\circ$, sau đó con lắc được thả rơi. Chứng minh rằng sức căng của dây treo bằng 3P khi con lắc đi qua vị trí cân bằng.

Bài giải:



Khi qua vị trí cân bằng, hợp lực giữa sức căng của dây và trọng lực của con lắc tạo ra lực hướng tâm của chuyển động này.

$$T - P = m.a_{ht} = \frac{mv^2}{l} \Rightarrow T = \frac{mv^2}{l} + mg$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgl$$

Từ đó suy ra sức căng T:

$$T = \frac{2mgl}{l} + mg = 3mg = 3P$$

4-19. Một quả cầu khối lượng $m = 0,1\text{kg}$ được gắn ở đầu một thanh nhẹ dài $l = 1,27\text{m}$ khối lượng không đáng kể. Hệ quay trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh đầu kia của thanh. Tại điểm cao nhất quả cầu có vận tốc $v_0 = 4,13\text{m/s}$.

a) Tìm sự phụ thuộc của thế năng và động năng của quả cầu theo góc α hợp bởi thanh và phương thẳng đứng. Chọn gốc tính thế năng tại vị trí thấp nhất của quả cầu.

b) Xác định lực tác dụng T của quả cầu lên thanh theo góc α . Tìm T tại các vị trí thấp nhất và cao nhất của quả cầu.

Bài giải:

Chọn mốc tính thế năng tại vị trí thấp nhất A của quả cầu. Khi quả cầu ở điểm C, thanh hợp với phương thẳng đứng một góc α thì:

a) thế năng và động năng của quả cầu là:

$$W_t = mgh_C = mgl \cdot (1 - \cos\alpha);$$

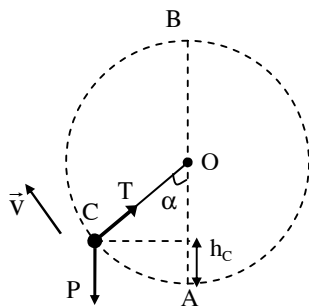
$$W_d = \frac{1}{2}mv^2$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$W_t + W_d = (W_t)_0 + (W_d)_0.$$

$$\text{Hay: } mgl(1 - \cos\alpha) + \frac{1}{2}mv^2 = mg \cdot (2l) + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gl(1 + \cos\alpha) + v_0^2}; \quad W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgl(1 + \cos\alpha)$$



b) lực hướng tâm của vật được quyết định bởi trọng lực P và lực T của thanh:

$$F_{ht} = \frac{mv^2}{l} = T - mg \cos\alpha$$

$$\rightarrow T = \frac{mv^2}{l} + mg \cos\alpha = \frac{mv_0^2}{l} + 2mg(1 + \cos\alpha) + mg \cos\alpha$$

$$\Rightarrow T = m \left(\frac{v_0^2}{l} + 3g \cos \alpha + 2g \right)$$

$$\text{Tại điểm thấp nhất, } \alpha = 0 \Rightarrow T = m \left(\frac{v_0^2}{l} + 5g \right) = 0,1 \cdot \left(\frac{4,13^2}{1,27} + 5 \cdot 9,8 \right) = 6,24(\text{N})$$

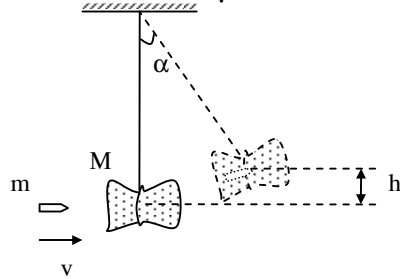
$$\text{Tại điểm cao nhất, } \alpha = 180^\circ, \Rightarrow T = m \left(\frac{v_0^2}{l} - g \right) = 0,1 \cdot \left(\frac{4,13^2}{1,27} - 9,8 \right) = 0,363(\text{N}).$$

Cả hai vị trí, vật đều kéo căng thanh.

4-20. Để đo vận tốc của viên đạn người ta dùng con lắc thử đạn. Đó là một bì cát treo ở đầu một sợi dây (hình 4-9). Khi viên đạn xuyên vào bì cát, nó bị mắc tại đó và bì cát được nâng lên một độ cao h nào đó. Tìm vận tốc của đạn lúc đó sắp xuyên vào bì cát. Biết khối lượng của viên đạn là m , khối lượng của bì cát là M .

Bài giải:

Đây là bài toán va chạm mềm. Muốn giải nó, ta áp dụng định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng. Gọi v và V lần lượt là vận tốc của đạn trước khi xuyên vào bì cát và vận tốc của bì cát sau khi có đạn xuyên vào.



Định luật bảo toàn động lượng cho:

$$mv = (M + m) V. \quad (1)$$

Định luật bảo toàn cơ năng cho:

$$(m + M) \frac{V^2}{2} = (m + M) gh. \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{2gh} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra: } v = \frac{m + M}{m} \cdot V = \frac{m + M}{m} \cdot \sqrt{2gh}.$$

Đo m , M , h sẽ tính được vận tốc v của viên đạn.

4-21. Một ống thủy tinh khối lượng M trong có đựng vài giọt ête được đậy bằng một cái nút khối lượng m . Ống thủy tinh được gắn ở đầu một thanh cứng dài l trọng lượng không đáng kể (hình 4-10). Khi hơi nóng ống thủy tinh, ête bốc hơi, nút bị bật ra dưới áp suất của hơi ête. Hỏi vận tốc bật bé nhất của nút phải bằng bao nhiêu để ống thủy tinh có thể quay được cả vòng xung quanh điểm treo O .

Bài giải:

Gọi v , V lần lượt là vận tốc của cái nút và vận tốc của ống thủy tinh.

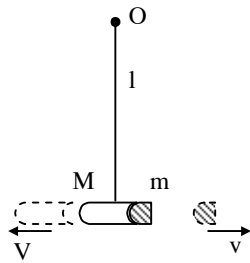
Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có:

$$M \cdot V = m \cdot v$$

Theo kết quả của bài 4-17 thì, để ống thủy tinh có thể chuyển động tròn quanh điểm treo O thì vận tốc V của nó tại điểm thấp nhất này phải thỏa mãn điều kiện:

$$V \geq \sqrt{5gl}$$

$$\Rightarrow v = \frac{M.V}{m} \geq \frac{M\sqrt{5gl}}{m}$$

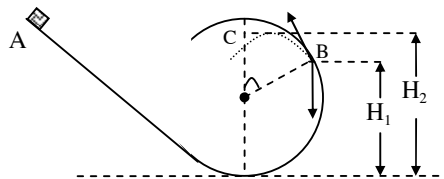


4-22. Một hòn bi khối lượng m chuyển động không ma sát trên một đường rãnh có dạng như hình vẽ 4-11. Hòn bi được thả không có vận tốc ban đầu từ độ cao $h = 2R$, kích thước của bi nhỏ không đáng kể. Hỏi:

- Ở độ cao nào hòn bi rời khỏi đường rãnh?
- Độ cao lớn nhất mà hòn bi sẽ đạt được sau khi rời khỏi đường rãnh?

Bài giải:

a) Xem bài tập 4-13, 4-18: hòn bi rời khỏi đường rãnh khi lực nén hòn bi lên rãnh bằng không. Từ điều kiện trên suy ra:



Hình 4-22

$$mg \cdot \cos \alpha = \frac{mv_0^2}{R} \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho quá trình AB (B là điểm hòn bi rời đường rãnh) ta có: $H_1 = \frac{5}{3}R$ (hình 4-3').

b) Vận tốc của hòn bi tại B được suy ra từ (1):

$v_0 = \sqrt{\frac{2Rg}{3}}$. Sau khi rời đường rãnh, bi chuyển động theo một parabol đỉnh C. Vận

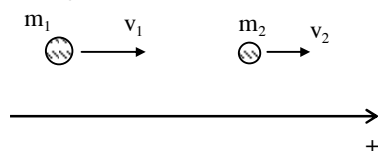
tốc nằm ngang ở C: $(v_x)_c = v_0 \cos \alpha$, vận tốc thẳng đứng $(v_y)_c = v_0 \sin \alpha - gt$. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho quá trình AC, ta suy ra:

$$H_2 = \frac{50}{27}R.$$

4-23. Một quả cầu khối lượng 2kg, chuyển động với vận tốc 3m/s, va chạm xuyên tâm với một quả cầu thứ hai khối lượng 3kg đang chuyển động cùng chiều với quả cầu thứ nhất với vận tốc 1m/s. Tìm vận tốc của các quả cầu sau va chạm nếu:

- Va chạm là hoàn toàn đàn hồi.
- Va chạm là không đàn hồi (mềm).

Bài giải:



a) Va chạm đàn hồi:

Va chạm giữa hai vật tuân theo định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn động năng. Ta có các phương trình bảo toàn:

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2)$$

Chuyển tất cả các số hạng liên quan đến m_1 về một vế, liên quan đến m_2 sang vế còn lại trong hai phương trình trên:

$$m_1 (v_1' - v_1) = m_2 (v_2 - v_2') \quad (3)$$

$$m_1 (v_1'^2 - v_1^2) = m_2 (v_2^2 - v_2'^2) \quad (4)$$

Do sau va chạm, các vật thay đổi vận tốc nên có thể lấy (4) chia vế cho vế với (3) ta được:

$$v_1' + v_1 = v_2' + v_2 \quad (5)$$

Nhân hai vế của (5) với m_2 rồi cộng vế theo vế với (3) ta được:

$$\begin{aligned} m_2 (v_1' + v_1) + m_1 (v_1' - v_1) &= 2m_2 v_2 \\ \rightarrow v_1' &= \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2} \end{aligned} \quad (6)$$

Làm tương tự (hoặc trao đổi vai trò của các chỉ số 1 và 2) ta rút ra:

$$v_2' = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1) v_2}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

Áp dụng với $m_1 = 2\text{kg}$, $m_2 = 3\text{kg}$, $v_1 = 3\text{m/s}$, $v_2 = 1\text{m/s}$ vào (6) và (7) ta tính ra được: $v_1' = 0,6\text{m/s}$; $v_2' = 2,6\text{m/s}$.

b) Va chạm mềm:

Sau va chạm, hai vật sẽ có cùng một vận tốc v : $v_1' = v_2' = v$.

Va chạm này tuân theo định luật bảo toàn động lượng:

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{hay} \quad (m_1 + m_2) v = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

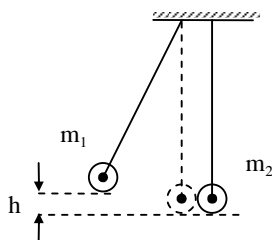
$$\Rightarrow v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Thay các giá trị khối lượng và vận tốc đã cho ta được: $v_1' = v_2' = v = 1,8\text{m/s}$.

4-24. Hai quả cầu được treo ở đầu hai sợi dây song song dài bằng nhau. Hai đầu kia của các sợi dây được buộc vào một cái giá sao cho các quả cầu tiếp xúc với nhau và tâm của chúng cùng nằm trên một đường nằm ngang (hình 4-12). Khối lượng của quả cầu lần lượt bằng 200g và 100g. Quả cầu thứ nhất được nâng lên độ cao $h = 4,5\text{cm}$ và thả xuống. Hỏi sau va chạm, các quả cầu được nâng lên độ cao bao nhiêu nếu:

a) Va chạm là hoàn toàn đàn hồi; b) Va chạm là mềm.

Bài giải:



Trong bài này ta sẽ vận dụng cả định luật bảo toàn cơ năng cho một con lắc đơn như trong bài 4-18, 4-20 và bài toán về va chạm xuyên tâm như trong bài 4-23.

Ngay trước khi quả cầu 1 chạm vào quả cầu 2 nó có vận tốc là: $v_1 = \sqrt{2gh}$

Sau va chạm, các quả cầu có vận tốc là v_1' ; v_2' và chúng sẽ lên các độ cao h_1 và h_2 tương ứng bằng: $h_1 = \frac{v_1'^2}{2g}$; $h_2 = \frac{v_2'^2}{2g}$.

a) Nếu va chạm giữa hai vật là đàn hồi, áp dụng công thức của bài 4-23 với $m_1 = 200g = 2m_2$; $v_2 = 0$ thì: $v_1' = \frac{1}{3}v_1$; $v_2' = \frac{4}{3}v_1$. Từ đó ta được:

$$h_1 = \frac{v_1'^2}{2g} = \frac{1}{9} \frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{9}h = \frac{1}{9} \cdot 4,5 = 0,5(\text{cm}); \quad h_2 = \frac{v_2'^2}{2g} = \frac{16}{9} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \frac{16}{9}h = 8(\text{cm}).$$

b) Nếu va chạm giữa hai vật là mềm: $v_1' = v_2' = 2v_1/3$.

$$\Rightarrow h_1 = h_2 = \frac{v_1'^2}{2g} = \frac{4}{9} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \frac{4}{9}h = 2(\text{cm}).$$

4-25. Một vật chuyển động khối lượng m_1 tới va chạm vào vật thứ hai đang đứng yên, khối lượng m_2 . Coi va chạm là xuyên tâm và hoàn toàn đàn hồi. Hỏi số phần trăm động năng ban đầu của vật thứ nhất đã truyền cho vật thứ hai sau va chạm?

Áp dụng cho các trường hợp a) $m_1 = m_2$; b) $m_1 = 9m_2$.

Bài giải:

Áp dụng các công thức va chạm đàn hồi có được trong bài 2-23 với $v_1 \neq 0$; $v_2 = 0$ ta tính được vận tốc của quả cầu thứ 2 sau va chạm:

$$v_2' = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

Từ đó suy ra tỷ số phần trăm động năng mà vật 1 đã truyền cho vật 2:

$$\eta = \frac{W'_{d_2}}{W_{d_1}} = \frac{m_2 v_2'^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \frac{4m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Khi $m_1 = m_2$ thì $\eta = 100\%$.

Khi $m_1 = 9m_2$ thì $\eta = 36\%$

4-26. Một đĩa đồng chất nặng 20N, lăn không trượt trên một mặt phẳng nằm ngang với vận tốc $v = 4\text{m/s}$. Tìm động năng của đĩa.

Bài giải:

Đĩa đồng chất có mô men quán tính: $I = \frac{1}{2}m.R^2$ (với R là bán kính của đĩa).

Khi đĩa lăn không trượt trên sàn nằm ngang, ta có điều kiện: $v = R\omega$.

Động năng của đĩa bao gồm động năng tịnh tiến và động năng quay:

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m.R^2\right).\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}m.R^2\omega^2 = \frac{3}{4}mv^2$$

4-27. Tính công cần thiết để làm cho một vô lăng hình vành tròn đường kính 1m, khối lượng 500kg, đang đứng yên quay tới vận tốc 120 vòng/phút.

Bài giải:

Mô men quán tính của vô lăng hình vành tròn: $I = m.R^2$.

Vận tốc quay của vô lăng là $120 \text{ vòng/phút} = (120 \cdot 2\pi \text{ radian}) / (60 \text{ giây}) = 4\pi \text{ (rad/s)}$.

Công để làm vô lăng quay chính bằng độ tăng động năng (quay) của vô lăng:

$$A = \Delta W_d = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} m \cdot d^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{8} \cdot 500 \cdot 1^2 \cdot (4\pi)^2 = 10000 \text{ (J)} = 10 \text{ kJ}$$

4-28. Một quả cầu đặc đồng chất có khối lượng $m = 1 \text{ kg}$, lăn không trượt với vận tốc $v_1 = 10 \text{ m/s}$ đến đập vào thành tường rồi bật ra với vận tốc $v_2 = 8 \text{ m/s}$. Tính nhiệt lượng toả ra trong va chạm đó.

Bài giải:

Sau va chạm động năng của vật giảm. Độ giảm động năng này toả ra dưới dạng nhiệt $Q = -\Delta W_d$. Khi tính toán cần chú ý rằng quả cầu vừa có động năng tịnh tiến vừa có động năng quay. Động năng quay của quả cầu đặc, đồng chất, lăn không trượt:

$$W_{dq} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} m R^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{5} m R^2 \omega^2 = \frac{1}{5} m v^2$$

$$\text{Do đó: } w_d = w_{dq} + w_{dt} = \frac{1}{5} m v^2 + \frac{m v^2}{2} = \frac{7}{10} m v^2.$$

Vậy, nhiệt lượng toả ra do va chạm:

$$Q = -\Delta W_d = -\frac{7}{10} m (v_2^2 - v_1^2) = -\frac{7}{10} \cdot 1 \cdot (8^2 - 10^2) = 25,2 \text{ (J)}$$

4-29. Một cột đồng chất có chiều cao $h = 5 \text{ m}$, đang ở vị trí thẳng đứng thì bị đổ xuống. Xác định:

a) Vận tốc dài của đỉnh cột khi nó chạm đất;

b) Vị trí của điểm M trên cột sao cho khi M chạm đất thì vận tốc của nó đúng bằng vận tốc chạm đất của một vật thả rơi tự do từ vị trí M.

Bài giải:

a) Ở vị trí thẳng đứng, cột có thế năng $w_t = \frac{mgh}{2}$. Khi đổ tới mặt đất thì thế năng

này biến thành động năng quay của cột ở vị trí chạm đất $W_d = \frac{1}{2} I \omega^2$, trong đó I là mômen

quán tính của cột đối với trục qua gốc của cột: $I = \frac{mh^2}{3}$, ω là vận tốc góc của cột lúc chạm đất.

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{mgh}{2} \Rightarrow \frac{mh^2}{3} \omega^2 = mgh \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{h}}$$

Từ đó suy ra vận tốc dài của đỉnh cột lúc chạm đất $v = h\omega = \sqrt{3gh} = \sqrt{3 \cdot 10 \cdot 5} = 12,2 \text{ m/s}$.

b) Gọi x là độ cao của điểm M khi cột ở vị trí thẳng đứng. Áp dụng công thức tính vận tốc của vật rơi tự do, ta có vận tốc của điểm M khi chạm đất: $v_M = \sqrt{2gx}$.

Theo điều kiện của đầu bài:

$$x\omega = \sqrt{2gx} \Rightarrow x \cdot \sqrt{\frac{3g}{h}} = \sqrt{2gx} \Rightarrow x = \frac{2}{3} h = 10/3 = 3,33 \text{ m}.$$

4-30. Từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng cao $h = 0,5 \text{ m}$, người ta cho các vật đồng chất có hình dạng khác nhau lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng đó. Tìm vận tốc dài của các vật ở cuối mặt phẳng nghiêng nếu:

a) Vật có dạng một quả cầu đặc;

b) Vật là một đĩa tròn;

c) Vật là một vành tròn.

(Giả sử vận tốc ban đầu của các vật đều bằng không).

Bài giải:

Giả sử rằng có một vật đặc lặn không trượt, không vận tốc đầu từ đỉnh của mặt phẳng nghiêng có chiều cao h . Mô men quán tính của vật có thể viết bằng: $I = k.m.R^2$, trong đó k là một hằng số phụ thuộc vào cấu tạo của vật. Khi vật lặn không trượt với vận tốc dài v thì vật có động năng quay:

$$W_{dq} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} k m R^2 \omega^2 = \frac{1}{2} k m v^2.$$

Động năng toàn phần của vật:

$$W_d = W_{dq} + W_{dt} = \frac{1}{2} k m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (k+1) m v^2.$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng, động năng của vật ở chân mặt phẳng nghiêng bằng độ giảm thế năng mgh của vật:

$$\frac{1}{2} (k+1) m v^2 = mgh \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gh}{k+1}}.$$

Áp dụng kết quả tổng quát này với $h=0,5m$, cho các vật có dạng:

a) một quả cầu đặc: $k = 2/5$.

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{2/5+1}} = \sqrt{\frac{10gh}{7}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 9,8 \cdot 0,5}{7}} = 2,65(m/s)$$

b) một đĩa đặc: $k = 1/2$.

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1/2+1}} = \sqrt{\frac{4gh}{3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 9,8 \cdot 0,5}{3}} = 2,56(m/s)$$

c) một quả cầu đặc: $k = 1$.

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+1}} = \sqrt{gh} = \sqrt{9,8 \cdot 0,5} = 2,21(m/s)$$

4-31. Có hai hình trụ: một bằng nhôm (đặc), một bằng chì (rỗng) cùng được thả từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng. Chúng có cùng bán kính $R = 6cm$ và cùng khối lượng $m = 0,5kg$. Mặt các hình trụ được quét sơn giống nhau. Hỏi:

a) Vận tốc tịnh tiến của các hình trụ ở cuối mặt phẳng nghiêng có khác nhau không?

b) Mômen quán tính của mỗi hình trụ;

c) Sau bao lâu các trụ lặn không trượt tới chân mặt phẳng nghiêng? Cho biết độ cao của đỉnh mặt phẳng nghiêng $h = 0,5m$, góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$, khối lượng riêng của nhôm $\rho_1 = 2600kg/m^3$ và của chì $\rho_2 = 11300kg/cm^3$.

Bài giải:

a) Dựa vào kết quả của bài 4-30 ta thấy, các vật càng đặc (hệ số mô men quán tính nhỏ) thì vận tốc dài của chúng tại chân mặt nghiêng càng lớn. Do đó, trong bài toán này, ta có thể kết luận rằng, khối trụ đặc bằng nhôm sẽ lặn nhanh hơn khối trụ bằng chì.

b) Như ta đã biết, mô men quán tính của các khối trụ nhôm và chì được xác định bằng các công thức tương ứng: $I_1 = \frac{mR^2}{2}$, $I_2 = m \frac{R^2 + R_1^2}{2}$, trong đó R_1 là bán kính trong của trụ chì.

Vì khối lượng của các trụ bằng nhau nên: $\rho_1 L \pi R^2 = \rho_2 L \pi (R^2 - R_1^2)$, trong đó L là chiều dài của các hình trụ, ρ_1 và ρ_2 là khối lượng riêng của nhôm và của chì.

$$\Rightarrow \rho_2 R_1^2 = (\rho_2 - \rho_1) R^2 \Rightarrow R_1^2 = \frac{(\rho_2 - \rho_1) R^2}{\rho_2}$$

$$\text{Từ đó tính được: } I_2 = m \frac{R^2 + R_1^2}{2} = \frac{2\rho_2 - \rho_1}{2\rho_2} \cdot m R^2, \quad (k = \frac{2\rho_2 - \rho_1}{2\rho_2}).$$

$$\text{Vận tốc của trụ nhôm khi lăn tới chân dốc (theo bài 4-30): } v_{Al} = \sqrt{\frac{2gh}{1/2+1}} = \sqrt{\frac{4gh}{3}}.$$

Vận tốc của trụ chì khi lăn tới chân dốc:

$$v_{Pb} = \sqrt{\frac{2gh}{k+1}} = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\rho_2 - \rho_1}{2\rho_2} + 1}} = \sqrt{\frac{4\rho_2 \cdot gh}{4\rho_2 - \rho_1}} < \sqrt{\frac{4gh}{3}} = v_{Al} \quad (\text{vì } \rho_1 < \rho_2)$$

c) Dựa vào kết quả về vận tốc của vật lăn không trượt trong bài 4-30:

$$\frac{1}{2}(k+1)mv^2 = mgh$$

Ta đạo hàm theo thời gian hai vế của phương trình này được:

$$(k+1)mv \cdot v' = mgh' \Rightarrow (k+1)mv \cdot v' = mg(v \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow a = v' = \frac{g \sin \alpha}{k+1}$$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{\sqrt{(2gh)/(k+1)}}{g \sin \alpha / (k+1)} = \sqrt{\frac{2h \cdot (k+1)}{g \sin^2 \alpha}}$$

Trong đó, $h = 0,5\text{m}$, $\alpha = 30^\circ$,

- Áp dụng cho khối trụ nhôm, $k = 1/2$:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5 \cdot (1/2 + 1)}{9,8 \cdot \sin^2 30^\circ}} = 0,78(\text{s})$$

- Áp dụng cho khối trụ chì, $k = \frac{2\rho_2 - \rho_1}{2\rho_2} = \frac{2 \cdot 11300 - 2600}{2 \cdot 11300} = \frac{100}{113}$:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5 \cdot (100/113 + 1)}{9,8 \cdot \sin^2 30^\circ}} = 0,88(\text{s})$$

4-32. Một người ngồi trên ghế Giucôpxki và cầm trong tay hai quả tạ, mỗi quả có khối lượng 10kg. Khoảng cách từ mỗi quả tới trục quay là 0,75m. Ghế quay với vận tốc $\omega_1 = 1$ vòng/s. Hỏi công do người thực hiện và vận tốc của ghế nếu người đó co tay lại để khoảng cách từ mỗi quả tạ đến trục quay chỉ còn là 0,20m, cho biết mômen quán tính của người và ghế đối với trục quay là $I_0 = 2,5\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

Bài giải:

Mô men quán tính của hệ người và các quả tạ lúc ban đầu và lúc sau:

$$I_1 = I_0 + 2 \cdot m \cdot d_1^2 = 2,5 + 2 \cdot 10 \cdot 0,75^2 = 13,75(\text{kgm}^2)$$

$$I_2 = I_0 + 2 \cdot m \cdot d_2^2 = 2,5 + 2 \cdot 10 \cdot 0,2^2 = 3,30(\text{kgm}^2)$$

Khi hệ quay quanh trục thì có động năng và mômen động lượng là:

$$L_1 = I_1 \omega_1$$

$$W_{d1} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 13,75 \cdot (2\pi)^2 = 275(\text{J}).$$

Do mômen động lượng được bảo toàn nên vận tốc góc quay của hệ sau khi người co tay lại thỏa mãn biểu thức:

$$I_2 \omega_2 = L_2 = L_1 = I_1 \omega_1 \Rightarrow \omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \omega_1 = \frac{13,75}{3,3} \cdot 2\pi = 8,33\pi (\text{rad/s})$$

Theo định lý về động năng, động tác co tay của người đã cần tốn một công bằng:

$$\begin{aligned} A = \Delta W_d = W_{d2} - W_{d1} &= \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3,3 \cdot (8,33\pi)^2 - \frac{1}{2} \cdot 13,75 \cdot (2\pi)^2 = 871 (\text{J}) \end{aligned}$$

Chương 5 TRƯỜNG HẤP DẪN

5-1. Tìm lực hút của Mặt Trời lên một vật có khối lượng $m = 1\text{g}$ nằm trên mặt Trái Đất, biết rằng khối lượng của Mặt Trời $M = 1,97 \cdot 10^{30}\text{kg}$ và khoảng cách trung bình từ mặt đất đến tâm Mặt Trời là $r = 149 \cdot 10^6\text{km}$.

Bài giải:

Áp dụng công thức của định luật vạn vật hấp dẫn:

$$F = G \frac{mM}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{10^{-3} \cdot 1,97 \cdot 10^{30}}{(149 \cdot 10^9)^2} \approx 5,9 \cdot 10^{-6} (N)$$

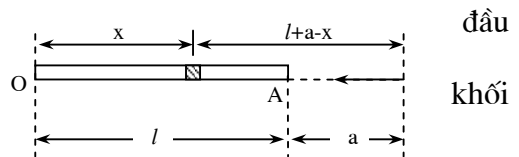
5-2. Khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trăng là 384000km . Khối lượng của Trái Đất là $5,96 \cdot 10^{27}\text{g}$ và của Mặt Trăng là $7,35 \cdot 10^{25}\text{g}$. Xác định vị trí của điểm tại đó lực hút của Mặt Trăng và Trái Đất lên một chất điểm cân bằng nhau.

Bài giải:

Gọi khoảng cách từ điểm tại đó lực hút của Mặt Trăng và Trái Đất cân bằng nhau đến tâm Trái Đất là x (rõ ràng $x < l$). Ta có:

$$\begin{aligned} F_E &= F_M \quad \Rightarrow G \frac{M_E m}{x^2} = G \frac{M_M m}{(l-x)^2} \\ \Rightarrow M_E (l-x)^2 &= M_M x^2 \\ \Rightarrow l-x &= \sqrt{\frac{M_M}{M_E}} x \\ \Rightarrow x &= \frac{l}{1 + \sqrt{M_M / M_E}} = \frac{384000}{1 + \sqrt{7,35 \cdot 10^{25} / (5,96 \cdot 10^{27})}} \approx 345600 (km) \end{aligned}$$

5-3. Một quả cầu khối lượng m_1 đặt cách một thanh đồng chất một đoạn thẳng a trên phương kéo dài của thanh. Thanh có chiều dài l , lượng m^2 . Tìm lực hút của thanh lên quả cầu.



Bài giải:

Chia thanh thành những đoạn dx rất nhỏ, khi đó lực hút của nó lên khối lượng m_1 là:

$$dF = -G \frac{m_1 \cdot dm}{(l+a-x)^2} = G \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot dx}{l(l+a-x)^2}$$

Lực hút tổng cộng của thanh lên quả cầu là:

$$\begin{aligned} F &= \int dF = -\frac{Gm_1 m_2}{l} \int_0^l \frac{dx}{(l+a-x)^2} = \frac{Gm_1 m_2}{l} \left[\frac{1}{l+a-x} \right]_0^l \\ &= \frac{Gm_1 m_2}{l} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{l+a} \right) = \frac{Gm_1 m_2}{a(l+a)} \end{aligned}$$

5-4. Hai quả cầu có cùng bán kính khối lượng riêng lần lượt bằng p_1 và p_2 được đặt trong một môi trường lỏng có khối lượng riêng là p_0 . Hỏi trong điều kiện nào:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

- a) Hai quả cầu hút nhau;
b) Hai quả cầu đẩy nhau.

Cho biết kích thước của môi trường lỏng rất lớn so với kích thước của các quả cầu và $\rho_1 > \rho_2$.

Bài giải:

Xét quả cầu thứ nhất:

+ Lực hấp dẫn giữa hai quả cầu là:

$$F_1 = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{G}{r^2} \cdot \rho_1 \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 \cdot \rho_2 \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 = k \frac{\rho_1 \rho_2}{r^2} \quad (\text{với } k = \frac{16\pi^2 G R^6}{9})$$

+ Do kích thước của môi trường lớn hơn của các quả cầu rất nhiều nên khi không có quả cầu thứ hai, lực hấp dẫn của môi trường lên quả thứ nhất theo các phương khác nhau tự triệt tiêu lẫn nhau. Nếu ta bớt đi một phần chất lỏng, thì phần còn lại sẽ tác dụng lực hấp dẫn cùng độ lớn nhưng ngược chiều với lực hấp dẫn do phần mất đi gây ra. ở đây, phần mất đi là phần chất lỏng bị chiếm bởi quả cầu thứ hai. Tương tự ở trên ta cũng có:

$$F_2 = k \frac{\rho_1 \rho_0}{r^2}$$

+ Nếu chọn chiều của F_1 là chiều dương, tổng hợp lực tác dụng lên quả cầu 1 bằng:

$$F = F_1 - F_2 = k \frac{\rho_1}{r^2} (\rho_2 - \rho_0)$$

Gia tốc tác dụng lên quả cầu 1 là:

$$a = \frac{F}{m_1} = \frac{k \rho_1 (\rho_2 - \rho_0)}{r^2} \cdot \frac{3}{4\pi \rho_1 R^3} = K \frac{\rho_2 - \rho_0}{r^2} \quad (\text{với } K = \frac{4\pi G R^3}{3})$$

+ Tương tự, nếu chọn chiều hướng về phía quả cầu 1 làm chiều dương, lực tổng hợp tác dụng lên quả cầu 2 là:

$$F' = k \frac{\rho_2}{r^2} (\rho_1 - \rho_0)$$

$$\Rightarrow a' = K \frac{\rho_1 - \rho_0}{r^2}$$

Gia tốc tương đối giữa chúng

$$a_0 = a + a' = K \frac{\rho_1 + \rho_2 - 2\rho_0}{r^2}$$

a) Hai quả cầu chuyển động lại gần nhau:

$$a + a' > 0 \Leftrightarrow \rho_1 + \rho_2 - 2\rho_0 > 0 \Leftrightarrow \rho_0 < \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

b) Hai quả cầu chuyển động ra xa nhau:

$$a + a' < 0 \Leftrightarrow \rho_1 + \rho_2 - 2\rho_0 < 0 \Leftrightarrow \rho_0 > \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

5-5. Trong một quả cầu bằng chì bán kính R người ta khoét một lỗ hình cầu. Mặt của lỗ tiếp xúc với mặt của quả cầu chì và đi qua tâm của nó. Khối lượng quả cầu chì trước khi khoét lỗ bằng M. Trên phương nối các tâm của quả cầu và lỗ, người ta đặt một hòn bi nhỏ khối lượng m cách tâm quả cầu một đoạn d (hình 5-2). Tìm lực hấp dẫn mà quả cầu chì (đã khoét lỗ) tác dụng lên hòn bi.

Bài giải:

Lực hấp dẫn của quả cầu chì đã khoét lỗ đúng bằng hiệu của lực hấp dẫn gây ra bởi quả cầu chì chưa khoét lỗ và phần chì bị khoét đi.

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

Lực hấp dẫn của quả cầu chì chưa khoét lỗ lên hòn bi:

$$F_1 = G \frac{Mm}{d^2}$$

Lực hấp dẫn của phần chì bị khoét đi lên hòn bi:

$$F_2 = G \frac{M'm}{r^2} = G \cdot \frac{m \cdot \rho \cdot \frac{4\pi}{3} \left(\frac{R}{2}\right)^3}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} = G \frac{m}{8 \left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \cdot \rho \frac{4\pi}{3} R^3 = G \frac{Mm}{2(2d - R)^2}$$

Vậy, lực hấp dẫn của quả cầu chì đã khoét lỗ lên hòn bi:

$$F = F_1 - F_2 = GMm \left[\frac{1}{d^2} - \frac{1}{2(2d - R)^2} \right] = GMm \frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{2(2d - R)^2}$$

5-6. Tìm vận tốc dài của Trái Đất quay quanh Mặt Trời, biết rằng khối lượng của Mặt Trời là $M = 2.10^{30}\text{kg}$ và khoảng cách trung bình giữa Trái Đất và Mặt Trời $d = 1,5.10^8\text{km}$.

Bài giải:

Lực hướng tâm trong chuyển động của Trái Đất quanh Mặt Trời chính là lực hấp dẫn:

$$\begin{aligned} F_{hd} &= F_{ht} \\ \Rightarrow G \frac{M_E M_S}{d^2} &= M_E \frac{v^2}{d} \\ \Rightarrow v &= \sqrt{\frac{GM_S}{d}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{1,5 \cdot 10^{11}}} \approx 3 \cdot 10^4 (\text{m/s}) = 30 (\text{km/s}) \end{aligned}$$

5-7. Tìm vận tốc dài của một vệ tinh nhân tạo của Trái Đất biết rằng quỹ đạo của vệ tinh là tròn. Vệ tinh ở độ cao trung bình $h = 1000\text{km}$. Coi vệ tinh chỉ chịu ảnh hưởng lực hút của Trái Đất và ở độ cao trên, lực cản của không khí không đáng kể. Cho bán kính của Trái Đất $R = 6370\text{km}$.

Bài giải:

Lập luận tương tự như bài 5-6 cho chuyển động của vệ tinh nhân tạo quanh Trái Đất, ta có:

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{d}} = \sqrt{\frac{GM_E}{R+h}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,96 \cdot 10^{24}}{10^6 + 6,37 \cdot 10^6}} \approx 7,344 \cdot 10^3 (\text{m/s}) = 7,34 (\text{km/s})$$

5-8. Hai hành tinh quay xung quanh Mặt Trời với các quỹ đạo coi gần đúng là những vòng tròn bán kính lần lượt bằng $R_1 = 150.10^6\text{km}$, (Trái Đất) và $R_2 = 108.10^6\text{km}$ (Sao kim). Tìm tỷ số vận tốc dài của các hành tinh đó.

Bài giải:

Sử dụng cách lập luận và tính toán như bài 5-6, ta có:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_S}{d_1}}; \quad v_2 = \sqrt{\frac{GM_S}{d_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{GM_s}{d_1}} \cdot \sqrt{\frac{d_2}{GM_s}} = \sqrt{\frac{d_2}{d_1}} = \sqrt{\frac{108.10^6}{150.10^6}} \approx 0,85$$

5-9. Khối lượng Mặt Trăng nhỏ hơn khối lượng Trái Đất 81 lần, đường kính Mặt Trăng bằng 3/11 đường kính Trái Đất. Hỏi một người trên mặt đất nặng 600 niuton lên Mặt Trăng sẽ nặng bao nhiêu.

Bài giải:

Theo định luật vạn vật hấp dẫn:

$$P = G \frac{M_E m}{R_E^2}$$

$$P' = G \frac{M_M m}{R_M^2} = G \frac{k_1 M_E m}{(k_2 R_E)^2} = \frac{k_1}{k_2^2} G \frac{M_E m}{R_E^2} = \frac{k_1}{k_2^2} P$$

$$\Rightarrow P' = \frac{1/81}{(3/11)^2} \cdot 600 \approx 100(N)$$

5-10. Để có thể truyền hình bằng vô tuyến điện (vô tuyến truyền hình) đi khắp mọi nơi trên mặt đất người ta phóng lên các vệ tinh “cố định” (đứng trên mặt đất thấy vệ tinh không chuyển động đối với mặt đất). Muốn vậy phải cho các vệ tinh này chuyển động trong mặt phẳng xích đạo từ Tây sang Đông với vận tốc góc bằng vận tốc của Trái Đất quay xung quanh trục của nó.

Hãy tính vận tốc dài và độ cao của vệ tinh đó. Biết chu kì của Trái Đất quay xung quanh trục của nó là $T = 23$ giờ 56 phút 4 giây. Bán kính xích đạo Trái Đất là $R = 6378\text{km}$.

Bài giải:

Gọi khoảng cách từ vệ tinh đến tâm Trái Đất là d , vận tốc dài của vệ tinh là:

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{d}} \Rightarrow T = \frac{2\pi d}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{d^3}{GM_E}}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM_E}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(86164)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,96 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}} \approx 42,126 \cdot 10^6 (m) = 42126 (km)$$

Vậy, vận tốc dài và độ cao của vệ tinh là:

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{d}} = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM_E}{T}} = \sqrt[3]{\frac{2\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,96 \cdot 10^{24}}{86164}} \approx 3,07 \cdot 10^3 (m/s)$$

$$h = d - R = 42126 - 6378 = 35748 (km)$$

5-11. Tìm vận tốc vũ trụ cấp II đối với Mặt Trăng (nghĩa là vận tốc của một tên lửa phóng từ bề mặt Mặt Trăng cần phải có để nó có thể thoát khỏi sức hút của Mặt Trăng).

Bài giải:

Gia tốc trọng trường trên bề mặt Mặt Trăng:

$$g_M = G \frac{M_M}{R_M^2}$$

Vận tốc vũ trụ cấp hai được tính theo công thức:

$$v_M = \sqrt{2g_M R_M} = \sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{2.6,67.10^{-11}.7,35.10^{22}}{(3/11).6,37.10^6}} \approx 2,38.10^3 (m/s)$$

5-12. Nhờ một tên lửa, vệ tinh nhân tạo đầu tiên của Trái Đất được mang lên độ cao 500km.

- a) Tìm gia tốc trọng trường ở độ cao đó;
 b) Phải phóng vệ tinh tới vận tốc bằng bao nhiêu theo phương vuông góc với bán kính của Trái Đất để quỹ đạo của nó quanh Trái Đất là một đường tròn. Khi đó chu kỳ quay của vệ tinh quanh Trái Đất bằng bao nhiêu?

Lấy bán kính của Trái Đất bằng 6500km, gia tốc trọng trường trên bề mặt của Trái Đất bằng $9,8m/s^2$. Bỏ qua sức cản của không khí.

Bài giải:

- a) Gia tốc trọng trường được tính theo công thức:

$$g = G \frac{M}{r^2} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 \cdot G \frac{M}{R^2} = g_0 \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = 9,8 \cdot \left(\frac{6500}{6500+500}\right)^2 \approx 8,45 (m/s^2)$$

- b) Để quỹ đạo vệ tinh là đường tròn, lực hấp dẫn đúng bằng lực hướng tâm:

$$F_{hd} = F_{ht}$$

$$\Rightarrow G \frac{M_E m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_E}{R+h}} = \sqrt{\frac{GM_E}{R^2} \cdot \frac{R^2}{R+h}}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{R+h}} = \sqrt{\frac{9,8.6500^2.10^6}{7000.10^3}} \approx 7,69.10^3 (m/s) = 7,69 (km/s)$$

Chu kỳ quay của vệ tinh là:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0 R^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{7^3.10^{18}}{9,8.6,5^2.10^{12}}} \approx 5720(s) \approx 1h35'$$

5-13. Mọi vật trên mặt đất đều chịu sức hút của Mặt Trời. Về ban đêm (Mặt Trời ở “dưới chân”) lực đó cộng thêm với lực hút của Trái Đất, ban ngày (Mặt Trời ở trên “đỉnh đầu”) lực đó trừ bớt đi lực hút của Trái Đất. Vì vậy, ban đêm mọi vật đều phải nặng hơn ban ngày, điều đó có đúng không? Tại sao?

Bài giải:

Không đúng, vì Mặt Trời hút cả Trái Đất lẫn vật trên bề mặt Trái Đất.

Chương 6

CƠ HỌC TƯƠNG ĐỐI TÍNH

6-1. Vật chuyển động phải có vận tốc bao nhiêu để kích thước của nó theo phương chuyển động giảm đi 2 lần.

Bài giải:

Để kích thước vật theo phương chuyển động giảm đi 2 lần, ta cần có:

$$\begin{aligned}\frac{l}{l_0} &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = k = 0,5 \\ \Rightarrow v^2 &= c^2(1 - k^2) \\ \Rightarrow v &= c\sqrt{1 - k^2} = 3.10^8 \cdot \sqrt{1 - 0,5^2} \approx 2,6.10^8 (\text{m/s})\end{aligned}$$

6-2. Một đĩa tròn bán kính R chuyển động thẳng đều với vận tốc v theo phương song song với mặt đĩa. Hỏi trong hệ quy chiếu gắn với Trái Đất, đĩa có hình dạng gì?

Bài giải:

Đĩa tròn khi chuyển động thẳng đều với vận tốc v theo phương song song với mặt đĩa sẽ bị méo đi thành hình elip. Kích thước theo phương chuyển động bị co lại trong khi kích thước theo phương vuông góc được giữ nguyên. Gọi phương trình đường biên của đĩa trong hệ quy chiếu gắn với nó là:

$$\begin{aligned}x'^2 + y'^2 &= R^2 \\ \text{Mặt khác: } x &= x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \quad y = y'\end{aligned}$$

Vậy, phương trình đường biên trong hệ quy chiếu gắn với Trái Đất:

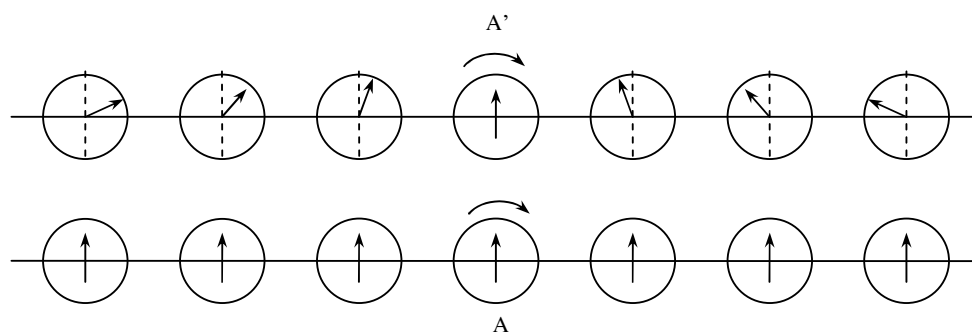
$$\frac{x^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} + y^2 = R^2$$

Đây là phương trình của đường elip.

6-3. Có hai nhóm đồng hồ giống nhau (đồng bộ) chuyển động đối với nhau như hình vẽ 6-1. Lấy gốc tính thời gian là lúc đồng hồ A' đi qua đối diện đồng hồ A. Hỏi đối với người quan sát đứng yên so với nhóm đồng hồ A các kim đồng hồ chỉ tại thời điểm đó như thế nào? Về vị trí các kim, của tất cả các đồng hồ.

Bài giải:

Vị trí các kim đồng hồ do tính tương đối của sự đồng thời như sau:



Hình 6-1

6-4. Hạt mêzôn trong các tia vũ trụ chuyển động với vận tốc bằng 0,95 lần vận tốc ánh sáng. Hỏi khoảng thời gian theo đồng hồ người quan sát đứng trên Trái Đất ứng với khoảng “thời gian sống” một giây của hạt mêzôn.

Bài giải:

Sử dụng công thức về thời gian:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,95^2}} \approx 3,2(s)$$

6-5. Khối lượng của hạt α tăng thêm bao nhiêu nếu tăng vận tốc của nó từ 0 đến 0,9 lần vận tốc ánh sáng.

Bài giải:

Nếu tăng vận tốc, khối lượng hạt cũng tăng lên:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$\Rightarrow \Delta m = m - m_0 = m_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right) = 4,1,67.10^{-27} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,9^2}} - 1 \right)$$

$$\approx 8,6.10^{-27} (kg)$$

6-6. Khối lượng của êlectron chuyển động bằng hai lần khối lượng nghỉ của nó. Tìm động năng của êlectron trên.

Bài giải:

Động năng của electron bằng hiệu năng lượng toàn phần lúc chuyển động và lúc đứng yên:

$$W = \Delta m \cdot c^2 = (2m_0 - m_0)c^2 = m_0 c^2$$

$$= 9,1.10^{-31} \cdot 9.10^{16} \approx 8,2.10^{-14} (J)$$

6-7. Khi phân chia một hạt nhân uran ${}_{92}\text{U}^{235}$ năng lượng giải phóng ra khoảng 200 MeV. Tìm độ thay đổi khối lượng khi phân chia 1kmol uran.

Bài giải:

Năng lượng giải phóng ra tỉ lệ thuận với độ hụt khối:

$$\begin{aligned} E &= \Delta mc^2 \\ \Rightarrow \Delta m &= \frac{E}{c^2} = \frac{E_0 \cdot N}{c^2} = \frac{200.1,6 \cdot 10^{-13} \cdot 6,025 \cdot 10^{26}}{9 \cdot 10^{16}} \approx 0,214 (\text{kg/kmol}) \end{aligned}$$

6-8. Tìm vận tốc của hạt mêzôn nếu năng lượng toàn phần của hạt mêzôn đó bằng 10 lần năng lượng nghỉ của nó.

Bài giải:

Năng lượng toàn phần của hạt mêzôn bằng k lần năng lượng nghỉ:

$$\begin{aligned} W &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = k m_0 c^2 \\ \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{k^2} \Rightarrow v^2 = c^2 \left(1 - \frac{1}{k^2} \right) \\ \Rightarrow v &= c \sqrt{1 - \frac{1}{k^2}} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \frac{1}{10^2}} \approx 2,985 \cdot 10^8 (\text{m/s}) \end{aligned}$$

6-9. a) Mỗi phút Mặt Trời bức xạ một năng lượng bằng $6,5 \cdot 10^{21} \text{ kWh}$. Nếu coi bức xạ của Mặt Trời là không đổi thì thời gian để khối lượng của nó giảm đi một nửa là bao nhiêu?

b) Giải thích tại sao thực tế khối lượng Mặt Trời lại không đổi.

Bài giải:

a) Sự thay đổi khối lượng phụ thuộc vào sự thay đổi năng lượng:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta mc^2 \\ \Rightarrow t &= \frac{\Delta E}{P} = \frac{\Delta mc^2}{P} = \frac{0,5 \cdot 1,97 \cdot 10^{30} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{6,5 \cdot 10^{21} \cdot 3,6 \cdot 10^6} \approx 3,79 \cdot 10^{18} (\text{s}) \\ \Rightarrow t &\approx 1,2 \cdot 10^{11} (\text{năm}) \end{aligned}$$

b) Mặt Trời vừa mất năng lượng vừa nhận năng lượng từ bên ngoài. Nếu phần năng lượng nhận vào bằng phần mất đi, năng lượng Mặt Trời không đổi, nên khối lượng Mặt Trời không đổi.

6-10. Xác định “thời gian sống” τ của hạt mêzôn μ có năng lượng $W = 10^9 \text{ eV}$ (trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm); thời gian sống của hạt mêzôn nghỉ là $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, khối lượng của hạt mêzôn μ là $m = 206,7 m_e$ (m_e là khối lượng của electron).

Bài giải:

“Thời gian sống” của hạt mêzôn trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm được xác định theo công thức:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_v \tau_0}{m} = \frac{m_v c^2}{m c^2} \tau_0 = \frac{W \tau_0}{m c^2} = \frac{10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,2 \cdot 10^{-6}}{206,7 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}} \approx 2,1 \cdot 10^{-5} (\text{s})$$

Chương 7
CƠ HỌC CHẤT LƯU

7-1. Tìm vận tốc chảy của dòng khí CO₂ trong ống dẫn biết rằng cứ nửa giờ khối lượng khí chảy qua một tiết diện ngang của ống bằng 0,51kg. Khối lượng riêng của khí bằng 7,5kg/m³. Đường kính của ống bằng 2cm. Coi khí là chất lỏng lý tưởng.

Bài giải:

Gọi khối lượng khí chảy qua tiết diện ngang của ống trong một đơn vị thời gian là μ . Ta có:

$$\mu = \frac{m}{t} = \frac{\rho \cdot V}{t} = \frac{\rho \cdot S l}{t} = \rho S v$$
$$\Rightarrow v = \frac{\mu}{\rho S} = \frac{0,51}{1800} \cdot \frac{1}{7,5 \cdot \pi \left(\frac{2 \cdot 10^{-2}}{2} \right)^2} \approx 0,12 (\text{m/s})$$

7-2. Ở đáy một hình trụ có một lỗ thủng đường kính $d = 1\text{cm}$. Đường kính của bình $D = 0,5\text{m}$. Tìm sự phụ thuộc của vận tốc hạ mực nước ở trong bình vào độ cao h của mực nước. Áp dụng bằng số cho trường hợp $h = 0,2\text{m}$.

Bài giải:

Gọi S_1 và S_2 là tiết diện ngang của bình và lỗ thủng; v_1 và v_2 là vận tốc chảy của nước tại sát mặt nước và chảy qua lỗ thủng. Khi đó, theo phương trình Bernoulli:

$$v_1^2 + 2gh = v_2^2$$

Mặt khác, do tính liên tục của dòng chảy:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 v_1^2 = v_1^2 + 2gh$$

$$\Rightarrow v_1^2 \left(1 + \frac{D^4}{d^4} \right) = 2gh$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1 + (D/d)^4}} \approx \sqrt{\frac{2gh}{(D/d)^4}} = \frac{d^2}{D^2} \sqrt{2gh} \quad (\text{do } d \ll D)$$

Khi $h = 0,2\text{m}$, vận tốc hạ mực nước là:

$$v_1 = \left(\frac{0,01}{0,5} \right)^2 \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,2} \approx 7,92 \cdot 10^{-4} (\text{m/s})$$

7-3. Trên bàn có đặt một bình nước, thành bình có một lỗ nhỏ nằm cách đáy bình một đoạn h_1 và cách mực nước một đoạn h_2 . Mực nước trong bình được giữ không đổi. Hỏi tia nước rơi xuống mặt bàn cách lỗ một đoạn L bằng bao nhiêu (theo phương nằm ngang)? Giải bài toán trong hai trường hợp:

a) $h_1 = 25\text{cm}$ và $h_2 = 16\text{cm}$;

b) $h_1 = 16\text{cm}$ và $h_2 = 25\text{cm}$.

Bài giải:

Vận tốc của tia nước khi qua lỗ:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

$$v_0 = \sqrt{2gh_2}$$

Sau khi ra khỏi lỗ, các phân tử nước chuyển động như một vật ném ngang với vận tốc ban đầu bằng v_0 .

Thời gian từ khi ra khỏi lỗ cho đến khi chạm đất là:

$$t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

Tầm xa của tia nước là:

$$L = v_0 t = \sqrt{2gh_2} \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2\sqrt{h_1 h_2}$$

$$a) \quad h_1 = 25\text{cm}, h_2 = 16\text{cm}: \quad L = 2\sqrt{25 \cdot 16} = 40(\text{cm})$$

$$b) \quad h_1 = 16\text{cm}, h_2 = 25\text{cm}: \quad L = 2\sqrt{16 \cdot 25} = 40(\text{cm})$$

7-4. Người ta đặt một bình nước có thành thẳng đứng trên một mặt bàn nằm ngang. Trên thành bình có dùi hai lỗ nhỏ. Các lỗ cùng nằm trên một đường thẳng đứng. Giả sử tiết diện của bình rất rộng so với tiết diện của các lỗ sao cho mức nước trong bình coi như không đổi.

a) Chứng minh rằng vận tốc của các tia nước trên mặt bàn bằng nhau.

b) Chứng minh rằng muốn cho hai tia nước rơi xuống cùng một điểm trên mặt bàn thì khoảng cách từ một lỗ đến mức nước trong bình phải bằng khoảng cách từ lỗ kia đến mặt bàn.

c) Muốn cho tia nước phụt ra xa nhất thì phải đục lỗ tại vị trí nào?

Bài giải:

Xét lỗ ở vị trí cách mặt bàn một khoảng h_1 và mặt thoáng của nước là h_2 .

Vận tốc của tia nước khi ra khỏi lỗ là: $v_0 = \sqrt{2gh_2}$

a) Sử dụng định luật bảo toàn năng lượng cho phần nước sau khi ra khỏi bình:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_1 = mgh_2 + mgh_1$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2g(h_1 + h_2)} = \sqrt{2gH}$$

Với H là độ cao của mức nước so với mặt bàn.

Rõ ràng rằng vận tốc của tia nước tại mặt bàn không phụ thuộc vào vị trí đục lỗ.

b) Từ kết quả bài 7-3, ta có:

$$L = 2\sqrt{h_1 h_2} = 2\sqrt{h(H-h)}$$

$$L' = 2\sqrt{h'(H-h')}$$

Để hai tia nước rơi vào cùng một điểm:

$$L = L'$$

$$\Rightarrow h(H-h) = h'(H-h')$$

$$\Rightarrow H(h-h') - (h^2 - h'^2) = 0$$

$$\Rightarrow (h-h')(H-h-h') = 0$$

Do $h \neq h' \Rightarrow H = h + h'$ hay $h = H - h'$

c) Sử dụng bất đẳng thức Côsi:

$$L = 2\sqrt{h(H-h)} \leq H$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $h = H - h$ hay $h = \frac{H}{2}$.

7-5. Giữa đáy một gầu nước hình trụ bị thủng một lỗ nhỏ. Mức nước ở trong gầu cách đáy gầu $H = 30\text{cm}$. Hỏi nước chảy qua lỗ với vận tốc bằng bao nhiêu trong các trường hợp sau:

- Gầu nước đứng yên;
- Gầu được nâng lên đều;
- Gầu chuyển động với gia tốc $1,2\text{m/s}^2$ lên trên rồi xuống dưới.
- Gầu chuyển động theo phương nằm ngang với gia tốc $1,2\text{m/s}^2$.

Bài giải:

Vận tốc nước chảy ra khỏi gầu phụ thuộc vào áp suất ép lên đáy gầu. Khi gầu chuyển động với gia tốc hướng lên trên hoặc xuống dưới thì sẽ xuất hiện áp suất phụ ép lên đáy gầu. Ta có:

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_0 + \rho gh + \frac{ma}{S} = P_0 + \rho gh + \rho ah$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2(g+a)h}$$

(chiều dương của a hướng theo phương trọng lực)

* Nếu gầu đứng yên hoặc được nâng lên đều:

$$a = 0 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,3} \approx 2,42(\text{m/s})$$

* Nếu gầu chuyển động với gia tốc $a = 1,2 \text{ m/s}^2$ hướng lên trên :

$$v = \sqrt{2(g+a)h} = \sqrt{2 \cdot (9,8 + 1,2) \cdot 0,3} \approx 2,57(\text{m/s})$$

và khi gia tốc hướng xuống dưới:

$$v = \sqrt{2(g-a)h} = \sqrt{2 \cdot (9,8 - 1,2) \cdot 0,3} \approx 2,27(\text{m/s})$$

* Nếu gầu chuyển động với gia tốc $a = 1,2\text{m/s}^2$ theo phương ngang, áp suất phụ chỉ xuất hiện trên thành gầu nên không có tác dụng làm thay đổi vận tốc nước chảy ra so với khi gầu chuyển động đều.

$$v = \sqrt{2gh} \approx 2,42(\text{m/s})$$

7-6. Một bình hình trụ cao h , diện tích đáy S chứa đầy nước. Ở đáy bình có một lỗ diện tích S_1 . Hỏi:

- Sau bao lâu nước ở trong bình chảy ra hết?
- Độ cao mực nước phụ thuộc thời gian như thế nào khi mở lỗ. Bỏ qua độ nhớt của nước.

Bài giải:

Sử dụng biểu thức của vận tốc nước hạ mức nước đã tính ở bài 7-2, ta có:

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + (S/S_1)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dt} = -\sqrt{\frac{2gh}{1 + (S/S_1)^2}} \Rightarrow \frac{dh}{\sqrt{h}} = -\sqrt{\frac{2g}{1 + (S/S_1)^2}} dt$$

$$\Rightarrow \int_{h_0}^h \frac{dh'}{\sqrt{h'}} = -\int_0^t \sqrt{\frac{2g}{1 + (S/S_1)^2}} dt \Rightarrow 2(\sqrt{h} - \sqrt{h_0}) = -\sqrt{\frac{2g}{1 + (S/S_1)^2}} t$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{4} \left(2\sqrt{h_0} - \sqrt{\frac{2g}{1 + (S/S_1)^2}} t \right)^2$$

Thời gian để nước trong bình chảy hết là:

$$\tau = \sqrt{\frac{2h_0[1 + (S/S_1)^2]}{g}}$$

* Nếu $S \gg S_1$ thì ta có:

$$\tau = \frac{S}{S_1} \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

$$h = \left(\sqrt{h_0} - \frac{S_1}{S} \sqrt{\frac{g}{2}} t \right)^2$$

7-7. Trong 1 giây người ta rót được 0,2 lít nước vào bình. Hỏi ở đáy bình phải có một lỗ đường kính bằng bao nhiêu để mức nước trong bình không đổi và có độ cao bằng 1m (kể từ lỗ).

Bài giải:

Để mức nước trong bình không đổi, lượng nước đổ vào phải bằng lượng nước chảy ra:

$$dV_1 = dV_2$$

$$\Rightarrow k \cdot dt = v S dt = S \sqrt{2gh} \cdot dt$$

$$\Rightarrow S = \frac{k}{\sqrt{2gh}} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1}} \approx 4,52 \cdot 10^{-5} (\text{m}^2)$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4,52 \cdot 10^{-5}}{\pi}} \approx 7,6 \cdot 10^{-3} (\text{m})$$

7-8. Người ta dịch chuyển một ống cong dọc theo một máng chứa đầy nước với vận tốc $v = 8,3 \text{ m/s}$ (hình 7-2). Hỏi độ cao mức nước dâng lên trong ống.

Bài giải:

áp dụng định luật Bernoulli:

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 = P_0 + \rho g h_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 = P_0 + \rho g (h + h_0)$$

$$\Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{8,3^2}{2 \cdot 9,8} \approx 3,54 (\text{m})$$

7-9. Người ta thổi không khí qua một ống AB (hình 7-3). Cứ mỗi phút có 15 lít không khí chảy qua ống. Diện tích tiết diện của phần to A bằng 2 cm^2 , của phần nhỏ B và của phần ống abc bằng $0,5 \text{ cm}^2$. Tìm hiệu mức nước Δh trong ống abc. Biết khối lượng riêng của không khí bằng $1,32 \text{ kg/m}^3$.

Bài giải:

Người ta thổi không khí qua một ống AB (hình 7-3). Cứ mỗi phút có 15 lít không khí chảy qua ống. Diện tích tiết diện của phần to A bằng 2cm^2 , của phần nhỏ B và của phần ống abc bằng $0,5\text{cm}^2$. Tìm hiệu mức nước Δh trong ống abc. Biết khối lượng riêng của không khí bằng $1,32\text{kg/m}^3$.

Gọi ρ_1, ρ_2 lần lượt là khối lượng riêng của không khí và nước; S_1, S_2 là các diện tích tiết diện ống ($S_1 > S_2$), V là thể tích khí được thổi qua ống trong 1 giây.

áp dụng định luật Bernoulli:

$$\begin{aligned}
 P + \frac{1}{2}\rho_1 v_1^2 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 &= P + \frac{1}{2}\rho_1 v_2^2 + \rho_1 g h'_1 + \rho_2 g h'_2 \\
 \Rightarrow \frac{1}{2}\rho_1 \left(\frac{V^2}{S_1^2} - \frac{V^2}{S_2^2} \right) - \rho_1 g \Delta h + \rho_2 g \Delta h &= 0 \\
 \Rightarrow \Delta h &= \frac{\rho_1 V^2}{2(\rho_2 - \rho_1)g} \left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right) \\
 &= \frac{1,32 \cdot 0,015^2}{2(1000 - 1,32) \cdot 9,8} \left(\frac{1}{0,25 \cdot 10^{-4}} - \frac{1}{4 \cdot 10^{-4}} \right) \approx 5,7 \cdot 10^{-4} (\text{m}) = 0,57 (\text{mm})
 \end{aligned}$$

7-10. Trên bề mặt một phiến đá phẳng và nằm ngang người ta đặt một bình có khoét hai lỗ nhỏ ở hai phía đối nhau (hình 7-4). Diện tích các lỗ bằng nhau và bằng $S = 1000\text{mm}^2$. Một lỗ khoét sát đáy bình, lỗ kia khoét ở độ cao $h = 50\text{cm}$. Bình chứa nước tới độ cao $H = 100\text{cm}$. Tìm gia tốc của bình ngay sau khi mở các lỗ. Bỏ qua ma sát giữa đá và bình. Khối lượng của bình nhỏ không đáng kể. Biết diện tích tiết diện ngang của bình $S_1 = 0,5\text{m}^2$.

Bài giải:

Xung lực tác dụng lên bình ngay khi mở các lỗ là:

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{dp}{dt} = \frac{dm_1 \cdot v_1 - dm_2 \cdot v_2}{dt} = \frac{\rho v_1^2 S dt - \rho v_2^2 S dt}{dt} \\
 &= \rho S (2gh_1 - 2gh_2) = 2\rho g h S \\
 \Rightarrow \gamma &= \frac{F}{M} = \frac{2\rho g h S}{\rho H S_1} = \frac{2Sgh}{S_1 H} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8 \cdot 0,5}{0,5 \cdot 1} = 1,96 \cdot 10^{-2} (\text{m/s}^2)
 \end{aligned}$$

7-11. Một bình hình trụ thành thẳng đứng quay xung quanh trục của nó (trục z) với vận tốc góc ω . Bình chứa đầy chất lỏng.

- Xác định dạng của mặt chất lỏng trong bình.
- Giả sử áp suất tại tâm đáy bình bằng p_0 , tìm áp suất chất lỏng lên các điểm khác của đáy bình. Khối lượng riêng của chất lỏng là ρ_0 .
- Giả sử chất lỏng trong bình là nước. Tìm hiệu áp suất Δp của nước lên mặt bên của bình tại điểm sát đáy bình khi bình quay với vận tốc góc $\omega = 12,6\text{rad/s}$ và khi bình đứng yên. Bán kính của bình là $R = 0,5\text{m}$.

Bài giải:

a) Khi bình quay, mỗi phần tử bề mặt chất lỏng khối lượng m cách trục một đoạn r chịu tác dụng tổng hợp của hai lực:

- + lực quán tính li tâm $m r \omega^2$.
- + trọng lực $m g$.

Mặt chất lỏng bị nghiêng đi và nằm cân bằng khi nó thẳng góc với tổng hợp lực.
Độ nghiêng được xác định bởi góc α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

Ta lại có: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{dz}{dr} \Rightarrow dz = \frac{\omega^2 r}{g} dr$

$$\Rightarrow z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

Vậy, dạng mặt chất lỏng là một parabolôit tròn xoay quanh trục z.

b) áp suất tại một điểm trên đáy bình ứng với bán kính r là:

$$P = \rho g z = \rho g \left(z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \right) = P_0 + \frac{\rho \omega^2 r^2}{2}$$

c) Chia chất lỏng thành các mặt trụ có độ dày dr rất nhỏ:

$$dV = 2\pi r \cdot dr \cdot z \Rightarrow V = \int dV = \int_0^R 2\pi r \cdot \left(z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \right) dr$$

$$\Rightarrow V = \left[\pi z_0 r^2 + \frac{\pi \omega^2}{4g} r^4 \right]_0^R = \pi R^2 \left(z_0 + \frac{\omega^2 R^2}{4g} \right)$$

Khi bình không quay, áp suất tại đáy bình là:

$$P_1 = \rho g h = \rho g \frac{V}{\pi R^2} = \rho g \left(z_0 + \frac{\omega^2 R^2}{4g} \right)$$

Vậy, hiệu áp suất của nước lên mặt bên tại sát đáy bình khi cho bình quay và khi bình đứng yên là:

$$\begin{aligned} \Delta P = P_2 - P_1 &= \rho g \left(z_0 + \frac{\omega^2 R^2}{2g} \right) - \rho g \left(z_0 + \frac{\omega^2 R^2}{4g} \right) = \frac{\rho \omega^2 R^2}{4} \\ &= \frac{1000 \cdot 12,6^2 \cdot 0,5^2}{4} \approx 10^4 (N/m^2) \end{aligned}$$

7-12. Một ống dẫn có đoạn cong 90° trong có nước chảy (hình 7-5). Xác định lực tác dụng của thành ống lên nước tại chỗ uốn cong nếu tiết diện của ống là đều và có diện tích bằng $S = 4\text{cm}^2$, lưu lượng nước chảy qua ống là $Q = 24$ lít/phút.

Bài giải:

Ta có:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm}{dt} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

Do $v_1 = v_2 = \frac{Q}{S}$, $\frac{dm}{dt} = \rho Q$ và $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$ nên:

$$F = \sqrt{2} \frac{\rho Q^2}{S} = \sqrt{2} \cdot \frac{1000 \cdot \left(\frac{24 \cdot 10^{-3}}{60} \right)^2}{4 \cdot 10^{-4}} \approx 0,564 (N)$$

Vectơ lực hợp với phương ngang một góc 45^0 và hướng về phía lõm của ống con

PHẦN B. NHIỆT HỌC

CHƯƠNG: MỞ ĐẦU

- 0-1. Có 40g khí O_2 chiếm thể tích 3l ở áp suất 10at.
a. Tính nhiệt độ của khí
b. Cho khối khí giãn nở đẳng áp tới thể tích 4l. Hỏi nhiệt độ của khối khí sau khi giãn nở.

Giải

- a. Phương trình Mendeleev – Crapayron

$$pV = m/\mu RT$$

$$\text{Nhiệt độ khối khí } T_1 = \mu p_1 V_1 / R = 292,5K.$$

- b. Quá trình đẳng áp: $V/T = \text{const}$

$$\text{Nhiệt độ khối khí } T_2 = T_1 V_2 / V_1 = 390K$$

- 0-2. Có 10g khí H_2 ở áp suất 8,2at đựng trong một bình thể tích 20l.
a. Tính nhiệt độ của khối khí
b. Hơ nóng đẳng tích khối khí này đến áp suất của nó bằng 9at. Tính nhiệt độ của khối khí sau khi hơ nóng

Giải

- a. Nhiệt độ khối khí $T_1 = \mu p_1 V_1 / R = 388K.$

- b. Quá trình đẳng tích: $p/T = \text{const}$

$$\text{Nhiệt độ khối khí } T_2 = T_1 p_2 / p_1 = 425K \text{ (lấy } 1at = 9,81Pa)$$

- 0-3. Có 10g khí đựng trong một bình, áp suất $10^7 Pa$. Người ta lấy bình ra một lượng khí cho tới khi áp suất của khí còn lại trong bình bằng $2,5 \cdot 10^6 Pa$. Coi nhiệt độ khí không đổi. Tìm lượng khí đã lấy ra

Giải

Phương trình Mendeleev – Crapayron cho khối khí trước và sau khi lấy khí

$$p_1 V = m_1 / \mu RT, \quad p_2 V = m_2 / \mu RT,$$

$$\frac{p_1}{m_1} = \frac{p_2}{m_2} = \frac{p_1 - p_2}{m_1 - m_2}$$

Khối lượng khí đã lấy:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) m_1 = 7,5kg$$

- 0-4. Có 12g khí chiếm thể tích 4l ở $7^\circ C$. Sau khi hơ nóng đẳng áp, khối lượng riêng của nó bằng $6 \cdot 10^{-4} g/cm^3$. Tìm nhiệt độ của khối khí sau khi hơ nóng.

Giải

Trước khi hơi nóng

$$pV = m/\mu RT_1 \quad (1)$$

Sau khi hơi nóng $pV = m/\mu RT_2$

$$p = \rho RT_2/\mu \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1)/(2)} \quad T_2 = \frac{m}{\rho V} T_1 = \frac{m}{\rho V} (t_1 + 273) = 1400\text{K}$$

0-5. Có 10 g khí Oxy ở nhiệt độ 10°C , áp suất 3at. Sau khi hơi nóng đẳng áp, khối khí chiếm thể tích 10l. Tìm:

- Thể tích khối khí trước khi giãn nở.
- Nhiệt độ khối khí sau khi giãn nở.
- Khối lượng riêng khối khí trước khi giãn nở.
- Khối lượng riêng khối khí sau khi giãn nở.

Giải

- Thể tích khí trước khi giãn nở: $V_1 = \mu p / RT_1 \approx 2,4\ell$
- Nhiệt độ khí sau khi giãn nở: $T_2 = T_1 V_2 / V_1 \approx 1170\text{K}$
- Khối lượng riêng của khí trước khi giãn nở: $\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = 4,14\text{kg/m}^3$
- Khối lượng riêng của khí sau khi giãn nở: $\rho_2 = \frac{m_1}{V_2} = 1\text{kg/m}^3$

0-6. Một bình chứa một khí nén ở 27°C và áp suất 40at. Tìm áp suất của khí khi đã có một khối lượng khí thoát ra khỏi bình và nhiệt độ hạ xuống tới 12°C .

Giải

Phương trình Mendeleev – Crapayron

$$\left. \begin{aligned} p_1 V &= \frac{m}{\mu} RT \\ p_2 V &= \frac{m/2}{\mu} R(T - \Delta T) \end{aligned} \right\} \rightarrow p_2 = \frac{T - \Delta T}{2T} p_1 \approx 19\text{at}$$

0-7. Một khí cầu có thể tích 300m^3 . Người ta bơm vào khí cầu khí hydro ở 20°C dưới áp suất 750mmHg. Nếu mỗi giây bơm được 25g thì sau bao lâu thì bơm xong?

Giải

Khối lượng khí cần bơm

$$m = \frac{\mu PV}{RT}$$

Thời gian cần bơm

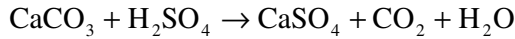
$$t = \frac{m}{\Delta m} = \frac{\mu p V}{\Delta m RT}$$

Thay số $p=750\text{mmHg}=1,05\text{Pa}$, $T=273+20=293\text{K}$, $V=300\text{m}^3$,
 $R=8,31\text{J/molK}$, $\mu=2\text{g}$, $\Delta m=25\text{g}$. Nhận được $t\approx 990\text{s}$

- 0-8. Cho tác dụng H_2SO_4 với đá vôi thu được 1320cm^3 khí CO_2 ở nhiệt độ 22°C và 1000mmHg . Hỏi lượng đá vôi đã tham gia phản ứng.

Giải

Phản ứng



Số mol CO_2 sinh ra bằng số mol của CaCO_3 tham gia phản ứng. Khối lượng của CaCO_3 tham gia phản ứng:

$$m = n_{\text{CaCO}_3} \cdot M_{\text{CaCO}_3} = n_{\text{CO}_2} \cdot 100 = \frac{pV}{RT} 100$$

Thay số $p=1000\text{mmHg}=1,33 \cdot 10^5 \text{Pa}$, $V=1,32 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$
 $m \approx 7,18\text{g}$

- 0-9. Có hai bình cầu được nối với nhau bằng một ống có khóa, chứa cùng một chất khí. áp suất ở bình thứ nhất bằng $2 \cdot 10^5 \text{Pa}$, ở bình thứ hai là 10^6Pa . Mở khóa nhẹ nhàng để hai bình thông nhau sao cho nhiệt độ khí không đổi. Khi đã cân bằng, áp suất ở hai bình là $4 \cdot 10^5 \text{Pa}$. Tìm thể tích của bình cầu thứ hai, biết thể tích của bình thứ nhất là 15l .

Giải

Tổng số mol khí trước và sau khi mở khóa không đổi (và nhiệt độ cũng không đổi) nên:

$$\frac{p_1 V_1}{RT} + \frac{p_2 V_2}{RT} = \frac{p(V_1 + V_2)}{RT}$$

Vậy, thể tích của bình cầu thứ hai.

$$\rightarrow V_2 = \frac{p - p_1}{p_2 - p} V_1 = 5\text{dm}^3$$

- 0-10. Có hai bình chứa hai thứ khí khác nhau thông với nhau bằng một ống thủy tinh có khóa. Thể tích của bình thứ nhất là 2lít , của bình thứ hai là 3lít . Lúc đầu ta đóng khóa, áp suất ở hai bình lần lượt là 1at và 3at . Sau đó mở khóa nhẹ nhàng để hai bình thông nhau sao cho nhiệt độ vẫn không thay đổi. Tính áp suất của chất khí trong hai bình khi thông nhau.

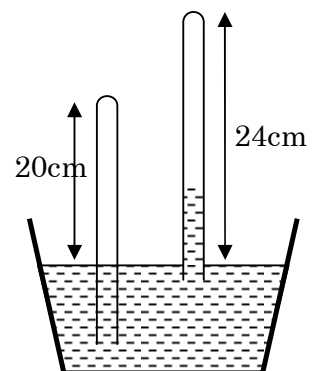
Giải

Tương tự bài tập 0-9, ta có:

$$\frac{p_1 V_1}{RT} + \frac{p_2 V_2}{RT} = \frac{p(V_1 + V_2)}{RT}$$

$$\rightarrow p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} = 1,6\text{at}$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên



Hình 0.1

- 0-11. Một ống thủy tinh tiết diện đều, một đầu kín một đầu hở. Lúc đầu người ta nhúng đầu hở vào một chậu nước sao cho nước trong và ngoài ống bằng nhau, chiều cao còn lại của ống bằng 20cm. Sau đó người ta rút ống lên một đoạn 4cm (hình 0-1). Hỏi mức nước ở trong ống dâng lên bao nhiêu, biết rằng nhiệt độ xung quanh không đổi và áp suất khí quyển là 760mmHg.

Giải

Gọi độ cao cột nước trong ống là x

Áp suất trong ống sau khi nâng lên

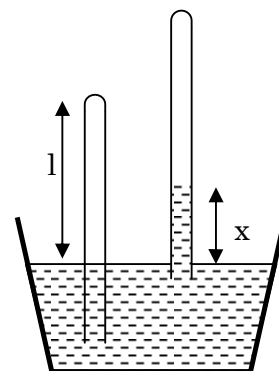
$$p = (p_0 - x)(\text{cmHg})$$

Định luật Boyle - Mariôt cho khối khí bị giam

$$p_0 l = p(l + 4 - x) = (p_0 - x)(l + 4 - x)$$

Thay số: $p_0 = 760\text{mmHg} = 1033\text{cmHg}$, $l = 20\text{cm}$

$$x^2 - 1057x + 4132 = 0 \rightarrow x = 3,95\text{cm}; (x = 1053\text{cm} > l+4 \text{ loại})$$



Hình B.1

- 0-12. Trong ống phong vũ biểu có một ít không khí, do đó ở điều kiện bình thường nó lại chỉ áp suất là 750mmHg. Tìm khối lượng riêng của không khí ở trong ống

Giải

Áp suất khí bên trong phong vũ biểu

$$p' = p_0 - p = 10\text{mmHg} = 1360\text{Pa}$$

Khối lượng riêng của khí

$$\rho = \frac{\mu(p_0 - p)}{RT_0} = \frac{29.1360}{8,31.273} \approx 17\text{g/m}^3$$

- 0-13. Có 8g khí ôxy hỗn hợp với 22g khí cacbonic (CO_2). Xác định khối lượng của 1 kilômol hỗn hợp đó.

Giải

Khối lượng của 1 mol hỗn hợp

$$\bar{\mu} = \frac{m}{n}(\text{g/mol}) = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}}(\text{kg/kmol}) = \frac{8 + 22}{8/32 + 22/44} = 40\text{kg/kmol}$$

- 0-14. Một hỗn hợp khí có 2,8kg Nitơ và 3,2kg Ôxy ở nhiệt độ 17°C và áp suất 4.10^5N/m^2 . Tìm thể tích của hỗn hợp đó.

Giải

Thể tích hỗn hợp

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)RT}{p} = \frac{\left(\frac{2800}{28} + \frac{3200}{32}\right) \cdot 8,31 \cdot (273 + 17)}{4 \cdot 10^5} \approx 1,2 \text{ m}^3$$

0-15. Khí nổ là một hỗn hợp gồm một phần khối lượng hydro và tám phần khối lượng Oxy. Hãy xác định khối lượng riêng của khí nổ đó ở điều kiện thường.

Giải

Theo bài 13, khối lượng mol của chất nổ

$$\bar{\mu} = \frac{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} = \frac{1 + m_2/m_1}{1 + \mu_2/\mu_1} \stackrel{m_2/m_1=8}{=} \frac{1+8}{1/2+8/32} = 12 \text{ g/mol}$$

Khối lượng riêng của hỗn hợp

$$\rho = \frac{\bar{\mu} p_0}{RT_0} = \frac{12 \cdot 1,01 \cdot 10^5}{8,31 \cdot 273} \approx 534 \text{ g/m}^3$$

CHƯƠNG 8: NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

8-1. 160g khí oxy được nung nóng từ nhiệt độ 50°C đến 60°C. Tìm nhiệt lượng mà khí nhận được và độ biến thiên nội năng của khối khí trong hai quá trình

a. Đẳng tích; b. Đẳng áp

Giải:

a. Quá trình đẳng tích

$$\Delta Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{5}{2} R \Delta T = \frac{160}{32} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot (60 - 50) \approx 1040 \text{ J} \approx 250 \text{ cal}$$

b. Quá trình đẳng áp

Độ biến thiên nội năng

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T = 250 \text{ cal}$$

Nhiệt lượng khí nhận vào

$$\Delta Q = \Delta U + A = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T + p \Delta V = \frac{m}{\mu} (C_v + R) \Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{7}{2} R \Delta T$$

Thay số

$$\Delta Q = \frac{160}{32} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,31 \cdot (60 - 50) \approx 1454 \text{ J} \approx 350 \text{ cal}$$

8-2. Tìm nhiệt dung riêng (gam) đẳng tích của một chất khí đa nguyên tử, biết rằng khối lượng riêng của khí đó ở điều kiện chuẩn là $\rho = 7,95 \cdot 10^{-4} \text{ kg/cm}^3$.

Giải

Với khí đa nguyên tử, nhiệt dung riêng mol đẳng tích $C_v = 3R$ (J/molK)

Ở điều kiện tiêu chuẩn

$$p_o V_o = \frac{m}{\mu} RT_o \rightarrow \mu = \frac{\rho RT_o}{p_o}$$

Nhiệt dung riêng gam đẳng tích

$$c_v = \frac{C_v}{\mu} = \frac{p_o C_v}{\rho RT} = \frac{3p_o}{\rho T} \approx 1400 \text{ J/kgK}$$

- 8-3. Tìm nhiệt dung riêng (gam) đẳng áp của một chất khí, biết rằng khối lượng của một kilômol khí đó là $\mu = 30 \text{ kg/kmol}$. Hệ số Poátxông (chỉ số đoạn nhiệt) $\gamma = 1,4$.

Giải:

Nhiệt dung riêng mol đẳng áp:

$$C_p = C_v + R$$

Với $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

Nhiệt dung riêng gam đẳng áp:

$$c_p = \frac{C_p}{\mu} = \frac{\gamma R}{\mu(\gamma - 1)} = \frac{1,4 \cdot 8,31}{30 \cdot 10^{-3} \cdot (1,4 - 1)} = 969,5 \text{ J/kgK}$$

- 8-4. Một bình kín chứa 14g khí Nitơ ở áp suất 1at và nhiệt độ 27°C . Sau khi hơi nóng, áp suất trong bình lên tới 5at. Hỏi:
- Nhiệt độ của khí sau khi hơi nóng?
 - Thể tích của bình?
 - Độ tăng nội năng của khí?

Giải:

- a. Quá trình đẳng tích, nhiệt độ khối khí sau khi hơi nóng là T_2

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 1500 \text{ K}$$

- b. Thể tích bình

$$V = \frac{mRT_1}{\mu p_1} = 12,72 \text{ l}$$

- c. Độ tăng nội năng của khối khí :

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{5}{2} R \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) T_1 = 12,46 \text{ kJ}$$

(N_2 là khí lưỡng nguyên tử $i=5$, $C_v = 5R/2$)

- 8-5. Nén đẳng tích 3l không khí ở áp suất 1at. Tìm nhiệt tỏa ra biết rằng thể tích cuối cùng bằng 1/10 thể tích ban đầu.

Giải

Nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học, nhiệt lượng mà khối khí nhận được

$$\Delta Q = A' + \Delta U$$

Quá trình đẳng nhiệt nên $\Delta U = nC_V \Delta T = 0$

Nhiệt lượng mà khối khí nhận được

$$\Delta Q = A' = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} pV \frac{dV}{V} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta Q = 9,81 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \ln \frac{1}{10} \approx -676 J$$

Dấu “-” chỉ ra rằng quá trình thực sự tỏa nhiệt.

- 8-6. Một bình kín thể tích 2l, đựng 12g khí nitơ ở nhiệt độ 10°C. Sau khi hơi nóng, áp suất trung bình lên tới 10⁴mmHg. Tìm nhiệt lượng mà khối khí đã nhận được, biết bình giãn nở kém.

Giải

Bình giãn nở kém, thể tích của bình không đổi, quá trình là đẳng tích.

$$A = 0$$

Nguyên lý I nhiệt động lực học

$$\Delta Q = A + \Delta U = \Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_2 - T_1)$$

$$\Delta Q = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right) = \frac{i}{2} \left(p_2 V - \frac{m}{\mu} RT_1 \right)$$

(N₂ là khí lưỡng nguyên tử i=5, C_V = 5R/2)

Thay số p₂=10⁴mmHg=1,33.10⁶Pa, V=2.10⁻³m³, T₁=283K.

$$\Delta Q = 4,1 kJ$$

- 8-7. Hơi nóng 16 gam khí Ôxy trong một bình khí giãn nở kém ở nhiệt độ 37°C, từ áp suất 10⁵ N/m² lên tới 3.10⁵N/m². Tìm:
- Nhiệt độ của khối khí sau khi hơi nóng;
 - Nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí.

Giải:

- a. Bình kín, giãn nở kém, quá trình đẳng tích, nhiệt độ khối khí sau khi hơi nóng là T₂

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \frac{3 \cdot 10^5}{10^5} (273 + 37) = 930 K$$

- b. Nhiệt lượng đã cung cấp cho khí bằng nhiệt lượng mà khí nhận được trong quá trình đẳng tích trên

$$\Delta Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} C_v R (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right)$$

$$\Delta Q = \frac{16}{32} \cdot 5 \cdot 8,31 \cdot (273 + 37) \left(\frac{3 \cdot 10^5}{10^5} - 1 \right) \approx 6,4 \text{ kJ}$$

- 8-8. Sau khi nhận được nhiệt lượng $Q=150\text{cal}$, nhiệt độ của $m=40,3\text{g}$ khí Oxi tăng từ $t_1=16^\circ\text{C}$ tới $t_2=40^\circ\text{C}$. Hỏi quá trình hơi nóng đó được tiến hành trong điều kiện nào?

Giải

Nhiệt lượng mà khí nhận được

$$Q = \frac{m}{\mu} C_x \Delta T \rightarrow C_x = \frac{\mu Q}{m(t_2 - t_1)}$$

$$C_x = \frac{32 \cdot 150 \cdot 4,18}{40,3 \cdot (40 - 16)} = 20,77 \text{ J/molK}$$

Nhiệt dung riêng mol đẳng tích của Oxi:

$$C_v = \frac{iR}{2} = \frac{5 \cdot 8,31}{2} = 20,77 \text{ J/molK} = C_x$$

Như vậy $C_x = C_v$, quá trình là đẳng tích.

- 8-9. $6,5\text{g}$ hydro ở nhiệt độ 27°C , nhận nhiệt lượng giãn nở gấp đôi, trong điều kiện áp suất không đổi. Tính
- Công mà khí sinh ra.
 - Độ biến thiên nội năng của khối khí.
 - Nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí.

Giải:

- a. Công sinh ra

$$A = p(V_2 - V_1) = p(2V_1 - V_1) = \frac{m}{\mu} R T_1$$

$$A = \frac{6,5}{2} \cdot 8,31 \cdot (273 + 27) \approx 8,1 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- b. Độ biến thiên nội năng của khối khí:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_2 - \frac{m}{\mu} R T_1 \right) = \frac{i}{2} (2pV_1 - pV_1) = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R T_1$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{6,5}{2} \cdot 8,31 \cdot (273 + 27) \approx 20,2 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- c. Nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí chính xác bằng nhiệt lượng mà khí nhận được. Theo nguyên lý I

$$\Delta Q = A + \Delta U = 8,1 \cdot 10^3 + 20,2 \cdot 10^3 = 28,3 \cdot 10^3 \text{ J}$$

(Đối với nguyên tử hydro (lượng nguyên tử) số bậc tự do nguyên tử $i=5$)

- 8-10. 10g khí oxy ở 10°C , áp suất 3.10^5Pa . Sau khi hơi nóng đẳng áp, thể tích khí tăng đến 10l. Tìm:
- Nhiệt lượng mà khối khí nhận được
 - Nội năng của khối khí trước và sau khi hơi nóng

Giải

- a. Theo nguyên lý I, nhiệt lượng mà khối khí nhận được trong quá trình đẳng áp

$$Q = A + \Delta U = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = \frac{i+2}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right) = \frac{i+2}{2} \left(pV_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right)$$

$$Q = \frac{5+2}{2} \left(3.10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - \frac{10}{32} \cdot 8,31 \cdot (273+10) \right) \approx 7,9.10^3 \text{ J}$$

- b. Nội năng của khối khí trước khi hơi nóng

$$U_1 = \frac{m}{\mu} C_v T_1 = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT_1$$

$$U_1 = \frac{10}{32} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot (273+10) \approx 1,8.10^3 \text{ J}$$

Nội năng của khối khí sau khi hơi nóng

$$U_2 = \frac{m}{\mu} C_v T_2 = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT_2 = \frac{i}{2} pV_2$$

$$U_2 = \frac{5}{2} \cdot 3.10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 7,5.10^3 \text{ J}$$

(Đối với nguyên tử oxy (lượng nguyên tử) số bậc tự do nguyên tử $i=5$)

- 8-11. Một thủy lôi chuyển động trong nước nhờ không khí nén trong bình chứa của thủy lôi phụt ra phía sau. Tính công do khí sinh ra. Biết rằng thể tích của bình chứa là 5lít, áp suất của không khí nén từ áp suất 100atm giảm tới 1atm.

Giải

Khí phụt ra phía sau là môi trường nước rất lớn và có nhiệt độ coi như không đổi. Do đó quá trình giãn nở khí của thủy lôi trong nước coi là quá trình đẳng nhiệt (gần đúng là thuận nghịch).

$$\text{Công do khí sinh ra: } A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = 1,9,81.10^4 \cdot 5.10^{-3} \ln 100 \approx 2,26.10^3 \text{ J}.$$

- 8-12. 2 kmol khí cacbonic được hơi nóng đẳng áp cho đến khi nhiệt độ tăng thêm 50°C . Tìm
- Độ biến thiên nội năng của khối khí
 - Công do khí giãn nở sinh ra
 - Nhiệt lượng truyền cho khí

Giải

a. Độ biến thiên nội năng của khối khí

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T = 2.10^3 \frac{6.8,31}{2} .50 \approx 2500 \text{kJ}$$

(khí CO₂ là khí đa nguyên tử (chính xác là 3) nên số bậc tự do của phân tử là 6)

b. Công do khí giãn nở sinh ra

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$$

$$A = 2.10^3 .8,31.50 \approx 830 \text{kJ}$$

c. Nhiệt lượng truyền cho khí bằng nhiệt lượng mà khí nhận được

$$Q = \Delta U + A = 2500 + 830 = 3330 \text{kJ}$$

8-13. 7 gam khí cacbonic được hơ nóng cho tới khi nhiệt độ tăng thêm 10°C trong điều kiện giãn nở tự do. Tìm công do khí sinh ra và độ biến thiên nội năng của nó.

Giải

Giãn nở tự do có nghĩa là đẳng áp (giãn nở trong khí quyển, áp suất bằng áp suất khí quyển)

Công do khí sinh ra khi giãn nở

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$$

$$A = \frac{7}{44} .8,31.10 \approx 13,2 \text{J}$$

Độ biến thiên nội năng của khối khí

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T = \frac{7}{44} . \frac{6.8,31}{2} .10 \approx 39,7 \text{J}$$

(khí CO₂ là khí đa nguyên tử (chính xác là 3) nên số bậc tự do của phân tử là 6)

8-14. 10g khí oxy ở áp suất 3at và nhiệt độ 10°C được hơ nóng đẳng áp và giãn nở tới thể tích 10l. Tìm:

- Nhiệt lượng cung cấp cho khối khí.
- Độ biến thiên nội năng của khối khí.
- Công do khí sinh ra khi giãn nở.

Giải.

a. Nhiệt lượng cung cấp cho khí bằng nhiệt lượng mà khí nhận vào

$$Q = A + \Delta U = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = \frac{i+2}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right) = \frac{i+2}{2} \left(pV_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right)$$

$$Q = \frac{5+2}{2} \left(3.9,81.10^4 .10.10^{-3} - \frac{10}{32} .8,31.(273+10) \right) = 7,8.10^3 \text{J}$$

b. Độ biến thiên nội năng

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{C_v}{C_p} C_p (T_2 - T_1) = \frac{i}{i+2} Q = 5,5.10^3 \text{J}$$

c. Công do khí sinh ra khi giãn nở

$$A = Q - \Delta U = 2,3 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- 8-15. Một chất khí đựng trong một xilanh đặt thẳng đứng có pittông khối lượng không đáng kể di động được. Hỏi cần phải thực hiện một công bằng bao nhiêu để nâng pittông lên cao thêm một khoảng $h_1 = 10 \text{ cm}$ nếu chiều cao ban đầu của cột không khí là $h_0 = 15 \text{ cm}$, áp suất khí quyển là $p_0 = 1 \text{ at}$, diện tích mặt pittông $S = 10 \text{ cm}^2$. Nhiệt độ của khí coi là không đổi trong suốt quá trình.

Giải:

Công do khí sinh ra

$$A_0 = p_0 V_0 \ln \frac{V_1}{V_0} = p_0 V_0 \ln \frac{h_0 + h_1}{h_0}$$

Hay, khi biến đổi khí nhận vào một công :

$$-A_0 = p_0 V_0 \ln \left(\frac{h_0}{h_0 + h_1} \right)$$

Công của áp suất khí quyển : $A_k = p_0 S h_1$

Công cần thực hiện bao gồm công truyền cho khí và công thắng khí quyển

$$A' = A_k - A = p_0 S \left(h_1 - h_0 \ln \left(1 + \frac{h_1}{h_0} \right) \right)$$

$$A' = 1,9 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \left(10 \cdot 10^{-2} - 15 \cdot 10^{-2} \cdot \ln \left(1 + \frac{10}{15} \right) \right) \approx 2,3 \text{ J}$$

- 8-16. 2 m^3 khí giãn nở đẳng nhiệt từ áp suất $p = 5 \text{ at}$ đến áp suất 4 at . Tính công do khí sinh ra và nhiệt lượng cung cấp cho khí trong quá trình giãn nở.

Giải

Theo nguyên lý I

$$Q = A + \Delta U$$

$$\Delta U = 0$$

$$Q = A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$Q = A = 2,5 \cdot 9,81 \cdot 10^4 \cdot \ln \frac{5}{4} = 2,2 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- 8-17. Một khối khí N_2 ở áp suất $p_1 = 1 \text{ at}$ có thể tích $V_1 = 10 \text{ l}$ được giãn nở tới thể tích gấp đôi. Tìm áp suất cuối cùng và công do khí sinh ra nếu giãn nở đó là:

- Đẳng áp.
- Đẳng nhiệt
- Đoạn nhiệt

Giải

a. Quá trình đẳng áp

Áp suất cuối $p_2 = p_1 = 1 \text{at}$.

Công do khí sinh ra

$$A = p_1 \Delta V = 1,9,81 \cdot 10^4 \cdot (2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - 10 \cdot 10^{-3}) \approx 980 \text{J}$$

b. Quá trình đẳng nhiệt

Áp suất cuối p_2 :

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow p_2 = \frac{V_1}{V_2} p_1 = 0,5 \text{at}$$

Công do khí sinh ra

$$A = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 1,9,81 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot \ln 2 = 680 \text{J}$$

c. Quá trình đoạn nhiệt

+ Áp suất

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma$$

Đối với N_2 ,

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{2} = 1,4$$

Nên

$$p_2 = 1/2^{1,4} = 0,38 \text{at}$$

+ Công do khí sinh ra

$$Q = A + \Delta U \rightarrow A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v (T_1 - T_2) = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_1 - \frac{m}{\mu} R T_2 \right)$$

$$A = \frac{i}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{i}{2} \left(p_1 V_1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma V_2 \right) = \frac{i}{2} p_1 V_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$$A = \frac{5}{2} 9,81 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} (1 - 2^{-0,4}) \approx 590 \text{J}$$

8-18. Nén 10g khí oxy từ điều kiện tiêu chuẩn tới thể tích 4l. Tìm:

- Áp suất và nhiệt độ của khối khí sau mỗi quá trình nén đẳng nhiệt và đoạn nhiệt
- Công cần thiết để nén khí trong mỗi trường hợp. Từ đó, suy ra nên nén theo cách nào thì lợi hơn.

Giải

Thể tích khí ban đầu

$$V_1 = \frac{10}{32} \cdot 22,4 = 7 \text{l}$$

a. Quá trình nén đẳng nhiệt:

- Áp suất cuối quá trình là p_2 :

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2}$$

$$p_2 = 10^5 \cdot \frac{7}{4} \approx 1,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Hoặc có thể tính nhờ phương trình trạng thái:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} RT_1 \rightarrow p_2 = \frac{mRT_1}{\mu V_2}$$

$$p_2 = \frac{10,8,31,273}{32,4 \cdot 10^{-3}} \approx 1,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

- Nhiệt độ khí không đổi $T_2 = T_1 = 273\text{K}$
- Công nén khí bằng và ngược dấu với công khí sinh ra

$$A_2 = -A = -p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -\frac{m}{\mu} RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$A_1 = -\frac{10}{32} \cdot 8,31,273 \cdot \ln\frac{4}{7} \approx 397 \text{ J}$$

b.

- Áp suất p_2 :

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 10^5 \left(\frac{7}{4}\right)^{1,4} = 2,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

- Nhiệt độ T_2

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 273 \left(\frac{7}{4}\right)^{1,4-1} \approx 341\text{K}$$

- Công nén khí bằng và ngược dấu với công khí sinh ra

$$A_2 = -\frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) = -\frac{10^5 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{1,4-1} \left(1 - \left(\frac{7}{4}\right)^{1,4-1}\right) \approx 439 \text{ J} > A_1$$

Vậy nén đẳng nhiệt thì tốt hơn

8-19. Người ta muốn nén 10 lít không khí đến thể tích 2 lít. Hỏi nên nén đẳng nhiệt hay nén đoạn nhiệt?

Giải

Công nén khí theo quá trình đẳng nhiệt (bằng và ngược dấu với công mà khí sinh ra):

$$A_1 = -p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad (1)$$

Tương tự, đối với quá trình đoạn nhiệt:

$$\Delta Q = A + \Delta U = 0 \rightarrow A = -\Delta U$$

Công nén khí trong trường hợp này, tương tự như đã làm với bài 8.17 ta có:

$$A_2 = -A = \Delta U = -\frac{i}{2} p_1 V_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) \quad (2)$$

Từ (1) và (2)

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{i}{2} \cdot \frac{(V_1/V_2)^{\gamma-1} - 1}{\ln(V_1/V_2)} = \frac{5}{2} \cdot \frac{(10/2)^{1,4-1} - 1}{\ln(10/2)} \approx 1,4 > 1$$

Vậy nén theo quá trình đẳng nhiệt tốn ít công hơn, do đó lợi hơn.

- 8-20. Giãn đoạn nhiệt một khối không khí sao cho thể tích của nó tăng gấp đôi. Hãy tính nhiệt độ khối không khí đó ở cuối quá trình, biết rằng lúc đó nó có nhiệt độ 0°C .

Giải

Phương trình cho quá trình đoạn nhiệt

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow (p_1 V_1) V_1^{\gamma-1} = (p_2 V_2) V_2^{\gamma-1} \rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 273 \left(\frac{1}{2} \right)^{1,4-1} \approx 207\text{K}$$

- 8-21. 7,2 lít khí oxy được nén đoạn nhiệt đến thể tích 1 lít, lúc đó áp suất của khí nén là 16at. Hỏi áp suất ban đầu?

Giải

Phương trình (xem phụ lục) cho quá trình đoạn nhiệt

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 16 \cdot \left(\frac{1}{7,2} \right)^{1,4} \approx 1\text{at}$$

- 8-22. 1kg không khí ở nhiệt độ 30°C và áp suất 1,5at được giãn đoạn nhiệt đến áp suất 1at. Hỏi:
- Thể tích không khí tăng lên bao nhiêu lần?
 - Nhiệt độ không khí sau khi giãn?
 - Công do không khí sinh ra khi giãn nở?

Giải

- a. Từ phương trình

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/\gamma} = \left(\frac{1,5}{1} \right)^{1/1,4} \approx 1,33$$

Thể tích tăng khoảng 1,33 lần

- b. Phương trình cho quá trình đoạn nhiệt

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow T_1^\gamma p_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma p_2^{1-\gamma} \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_2 = (273 + 30) \left(\frac{1,5}{1} \right)^{\frac{1-1,4}{1,4}} \approx 270\text{K}$$

- c. Công do khí sinh ra

$$A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_1 - T_2)$$

Đối với không khí $\mu=29\text{g/mol}$, bậc tự do của phân tử $i=5$

$$A = \frac{10^3}{29} \cdot \frac{5,8,31}{2} \cdot (303 - 270) \approx 2,4 \cdot 10^4 \text{ J}$$

8-23. Chứng minh rằng đối với một khí lý tưởng xác định có phương trình:

$$pV = \frac{2}{i} U$$

U là nội năng của khối khí ấy, i là bậc tự do.

Giải

Nội năng khí lý tưởng

$$U = \frac{i}{2} nRT$$

Phương trình Mendeleev – Crapayron

$$pV = nRT$$

Do đó

$$pV = \frac{2}{i} U$$

8-24. Một kilômol khí N_2 ($\mu=28\text{kg/kmol}$) ở điều kiện tiêu chuẩn giãn đoạn nhiệt sao cho thể tích của nó tăng lên 5 lần. Tìm:

- Công do khí thực hiện.
- Độ biến thiên nội năng của khối khí.

Giải

a. Nhiệt độ khí sau khi nén là T_2 :

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 273 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{1,4-1} \approx 143,4 \text{ K}$$

Công do khí thực hiện

$$A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_1 - T_2)$$

$$A = 10^3 \cdot \frac{5,8,31}{2} (273 - 143,4) \approx 2,7 \cdot 10^6 \text{ J}$$

b. Độ biến thiên nội năng của khối khí bằng và ngược dấu với công do khí sinh ra

$$\Delta U = -A = -2,7 \cdot 10^6 \text{ J}$$

8-25. Không khí trong xilanh của một động cơ đốt trong được nén đoạn nhiệt từ áp suất 1at đến áp suất 35at. Tính nhiệt độ của nó ở cuối quá trình nén biết rằng nhiệt độ ban đầu của nó là 40°C

Giải

Phương trình cho quá trình đoạn nhiệt

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow T_1^\gamma p_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma p_2^{1-\gamma} \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_2 = (273 + 40) \left(\frac{1}{35} \right)^{\frac{1-1,4}{1,4}} \approx 865\text{K} = 592^\circ\text{C}$$

- 8-26. Một khối khí giãn nở đoạn nhiệt, thể tích của nó tăng gấp đôi, nhưng nhiệt độ tuyệt đối của nó giảm đi 1,32 lần. Tìm số bậc tự do của phân tử khí đó.

Giải

Từ phương trình

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \rightarrow \gamma - 1 = \frac{\ln(T_2/T_1)}{\ln(V_1/V_2)}$$

$$\xrightarrow{\gamma-1=2/i} i = \frac{2 \ln(V_1/V_2)}{\ln(T_2/T_1)} = \frac{2 \cdot \ln(1/2)}{\ln(1/1,32)} = 5$$

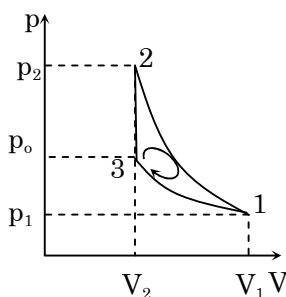
Số bậc tự do khí là 5.

- 8-27. Một chất khí lưỡng nguyên tử có thể tích $V_1 = 0,5\text{l}$, áp suất $p_1 = 0,5\text{atm}$ bị nén đoạn nhiệt tới thể tích V_2 và áp suất p_2 . Sau đó người ta giữ nguyên thể tích V_2 và làm lạnh nó tới nhiệt độ ban đầu. Khi đó áp suất của khí là $p_o = 1\text{atm}$

- Vẽ đồ thị của quá trình đó.
- Tìm thể tích V_2 và áp suất p_2

Giải

- Đồ thị của quá trình:



- Quá trình 3 – 1 đẳng nhiệt nên :

$$p_o V_3 = p_1 V_1 \rightarrow V_3 = \frac{p_1}{p_o} V_1 = 0,25\text{l} = V_2$$

Quá trình 1 – 2 đoạn nhiệt nên:

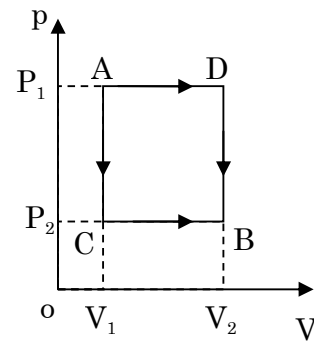
$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow p_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma p_1 = \left(\frac{p_o}{p_1} \right)^\gamma p_1$$

$$p_2 = 2^{1,4} \cdot 0,5 \approx 1,32\text{at}$$

(Khí lưỡng nguyên tử $i=5$ nên

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1,4)$$

8-28. Khi nén đoạn nhiệt 1kmol khí lưỡng nguyên tử, người ta đã tốn công 146kJ. Hỏi nhiệt độ của khí tăng lên bao nhiêu?



Hình 8-1

Giải

Khí nhận một công $A=146\text{kJ}$ (sinh công $-A=-146\text{J}$), độ tăng nội năng khí bằng công nhận vào của khí

$$\Delta U = A = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T$$

$$\rightarrow \Delta T = \frac{2A}{iRm/\mu} = \frac{2 \cdot 146 \cdot 10^3}{5 \cdot 8,31 \cdot 10^3} \approx 7\text{K}$$

Nhiệt độ khí tăng 7°C .

8-29. Một lượng khí oxy chiếm thể tích $V_1=3\text{l}$ ở nhiệt độ 27°C và áp suất $p_1=8,2 \cdot 10^5\text{Pa}$. Ở trạng thái thứ hai, khí có các thông số $V_2=4,5\text{l}$ và $p_2=6 \cdot 10^5\text{Pa}$ (hình 8.1). Tìm nhiệt lượng mà khí sinh ra khi giãn nở, và độ biến thiên nội năng của khối khí. Giải bài toán trong trường hợp biến đổi khối khí từ trạng thái 1 tới trạng thái 2 theo hai con đường:

- ACB
- ADB

Giải

a. Quá trình ACB

- AC đẳng tích:

$$Q_{AC} = \Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_C - T_A) = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_C - \frac{m}{\mu} RT_A \right)$$

$$Q_{AC} = \frac{i}{2} (p_2 - p_1) V_1 = \frac{5}{2} (6 \cdot 10^5 - 8,2 \cdot 10^5) 3 \cdot 10^{-3} = -1650\text{J}$$

- Quá trình CB đẳng áp: $C_p = C_v + R$

$$Q_{CB} = \frac{m}{\mu} (C_v + R) (T_B - T_C) = \frac{i+2}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_B - \frac{m}{\mu} RT_C \right)$$

$$Q_{CB} = \frac{i+2}{2} p_2 (V_2 - V_1) = \frac{5+2}{2} 6 \cdot 10^5 (4,5 - 3) 10^{-3} = 3150\text{J}$$

- Cả quá trình

$$Q_{ACB} = Q_{AC} + Q_{CB} = -1650 + 3150 = 1500\text{J}$$

Quá trình ACB khí nhận lượng nhiệt $Q_{ACB} = 1500\text{J}$

Độ biến thiên nội năng:

$$\Delta U_{AB} = \frac{m}{\mu} C_V (T_B - T_A) = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$\Delta U_{AB} = \frac{5}{2} (6.10^5 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} - 8,2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}) = 600J$$

Công khí thực hiện trong quá trình biến đổi:

$$A_{ACB} = A_{CB} = p_2 (V_2 - V_1)$$

$$A_{ACB} = 6.10^5 \cdot (4,5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}) = 900J$$

b. Quá trình ADB

Nhiệt

- Quá trình AD đẳng áp

$$Q_{AD} = \frac{m}{\mu} (C_V + R) (T_D - T_A) = \frac{i+2}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_D - \frac{m}{\mu} R T_A \right)$$

$$Q_{AD} = \frac{i+2}{2} p_1 (V_2 - V_1) = \frac{5+2}{2} 8,2 \cdot 10^5 (4,5 - 3) 10^{-3} = 4305J$$

- DB đẳng tích:

$$Q_{DB} = \Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_B - T_D) = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_A - \frac{m}{\mu} R T_C \right)$$

$$Q_{DB} = \frac{i}{2} (p_2 - p_1) V_2 = \frac{5}{2} (6.10^5 - 8,2 \cdot 10^5) 4,5 \cdot 10^{-3} = -2475J$$

- Cả quá trình

$$Q_{ADB} = Q_{AC} + Q_{CB} = 4305 - 2475 = 1830J$$

Độ biến thiên nội năng:

$$\Delta U_{AB} = \frac{m}{\mu} C_V (T_B - T_A) = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

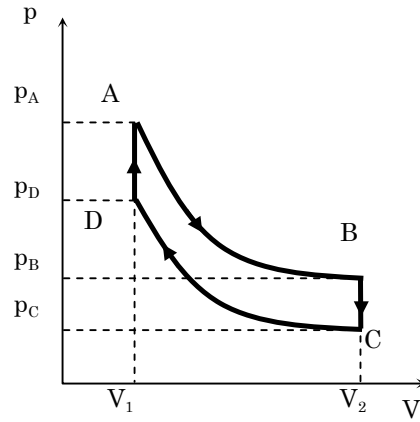
$$\Delta U_{AB} = \frac{5}{2} (6.10^5 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} - 8,2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}) = 600J$$

Công khí thực hiện trong quá trình:

$$A_{ADB} = A_{AD} = p_1 (V_2 - V_1)$$

$$A_{ADB} = 8,2 \cdot 10^5 \cdot (4,5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}) = 1230J$$

8-30. Một kmol khí (khối lượng mol μ) thực hiện một chu trình ABCD như hình dưới, trong đó AB, CD là hai quá trình đẳng nhiệt, ứng với nhiệt độ T_1 và T_2 , BC và DA là hai quá trình đẳng tích ứng với hai thể tích V_2 và V_1 .



- Chứng minh rằng $\frac{p_A}{p_B} = \frac{p_D}{p_C}$
- Tính công và nhiệt trong cả chu trình.

Giải:

- Áp dụng liên tiếp các phương trình của các quá trình đẳng nhiệt:

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} = \frac{p_D}{p_C} \quad (\text{đpcm})$$

- Công của chu trình bằng công trên các quá trình AB và CD, các quá trình còn lại công bằng không.

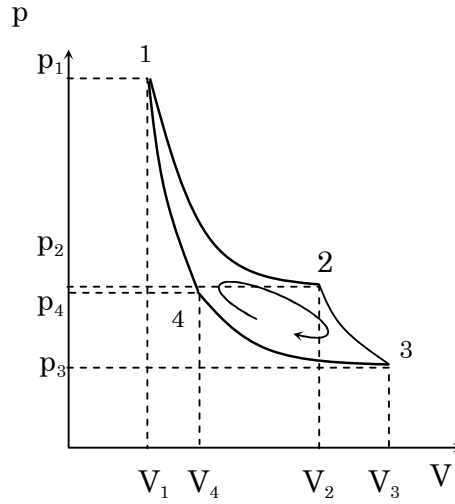
$$A = A_{AB} + A_{CD} = p_A V_A \ln \frac{V_2}{V_1} + p_D V_D \ln \frac{V_1}{V_2} \quad \overset{pV = \frac{m}{\mu} RT}{=} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Nhiệt khí nhận trong cả chu trình¹:

$$Q = A = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

- 8-31. Một khối khí thực hiện một chu trình như hình vẽ dưới, trong đó 1-2 và 3-4 là hai quá trình đẳng nhiệt ứng với các nhiệt độ T_1 và T_2 , 2-3 và 3-4 là các quá trình đoạn nhiệt. Cho $V_1 = 2l, V_2 = 5l, V_3 = 8l, p_1 = 7atm$. Tìm:

¹ Trong một chu trình kín $\Delta U = 0$, do đó $Q = A + \Delta U = A$



- p_2, p_3, p_4, V_4, T_2
- Công khí thực hiện trong từng quá trình và trong toàn chu trình.
- Nhiệt mà khối khí nhận được hay tỏa ra trong từng quá trình đẳng nhiệt.

Giải:

- $p_2 = \frac{V_1}{V_2} p_1 = 2,7 atm$, coi không khí là khí lưỡng nguyên tử: $i=5$, ta có:

$$p_3 = \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma} p_2 = 1,45 atm$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{1-\gamma} = 331 K; p_4 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 3,6 atm$$

$$V_4 = \frac{p_3}{p_4} V_3 = 3,2 l$$

- Công thực hiện trên từng quá trình:

$$A_{12} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 1300 J$$

$$A_{23} = \frac{p_2 V_2}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 620 J$$

$$A_{34} = p_2 V_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -1070 J$$

$$A_{41} = \frac{p_2 V_2}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = -620 J$$

Công khí thực hiện trong cả chu trình:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = 230 J$$

- Nhiệt mà khí nhận trong từng quá trình đoạn nhiệt:

$$Q_{12} = A_{12} = 1300J, \text{ khí nhận nhiệt.}$$

$$Q_{34} = A_{34} = -1070J, \text{ khí nhả nhiệt.}$$

- 8-32. Trong một bình có 20g N₂ và 32g oxy. Tìm độ biến thiên nội năng của hỗn hợp khí đó khi làm lạnh nó xuống 28°C.

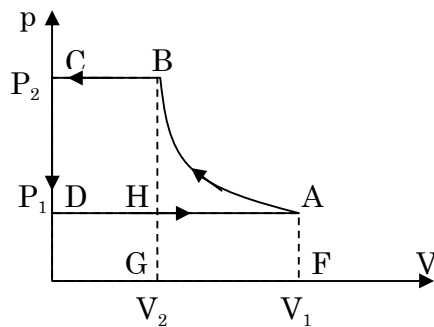
Giải

Độ giảm nội năng

$$\Delta U = \frac{m_O}{\mu_O} \frac{iR}{2} \Delta T + \frac{m_N}{\mu_N} \frac{iR}{2} \Delta T$$

$$\Delta U = \left(\frac{32}{32} + \frac{20}{28} \right) \frac{5,8,31}{2} (273 + 28) \approx 10000J$$

- 8-33. Giản đồ công tác theo lý thuyết của một máy nén được vẽ trên hình 8 – 4. (giản đồ thực nghiệm có các góc tròn hơn). Đoạn AB ứng với quá trình nén đẳng nhiệt không khí, BC quá trình đẩy không khí vào bình chứa (áp suất không đổi); CD – giảm đột ngột áp suất trong xilanh của máy nén khi đóng van thoát và mở van nạp; DA – cho không khí vào ở áp suất 1at. Hãy chứng minh rằng công của máy nén sau một chu trình bằng công đối với quá trình đẳng nhiệt và được biểu diễn bằng diện tích ABGF.



Hình 8-4

Giải

Công A của máy nén bằng công khí nhận được và bằng diện tích ABCD

$$A = dt(ABCD) = dt(ABHA) + dt(BCDHB)$$

$$dt(BCDHB) = (p_2 - p_1)V_2 = p_1 V_1 - p_1 V_2 = p_1 (V_1 - V_2) = dt(AFGH)$$

$$\rightarrow A = dt(ABHA) + dt(AFGH) = dt(ABGF) \text{ (đpcm)}$$

- 8-34. Vẽ các đồ thị của những quá trình đẳng tích, đẳng áp, đẳng nhiệt vào đoạn nhiệt của giản đồ

a. T,p

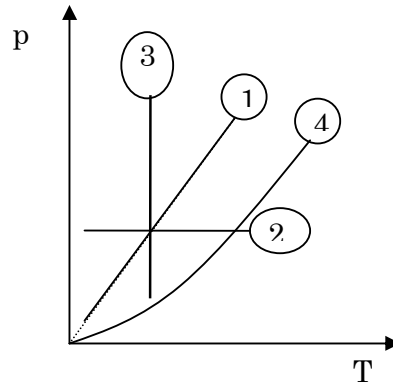
c. T,U

b. T,V

d. V,U

Giải

a. Giảm đồ T,p



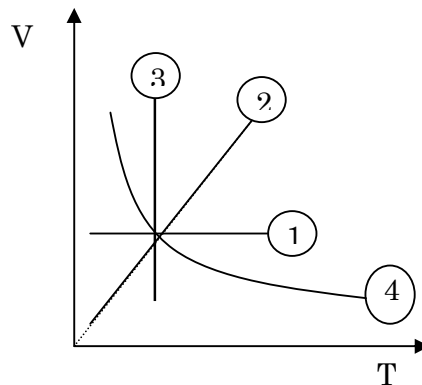
- Quá trình đẳng tích : $p/T = \text{const}$, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng qua gốc tọa độ (đường 1)
- Quá trình đẳng áp: áp suất không đổi, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng song song với OT (đường 2)
- Quá trình đẳng nhiệt: nhiệt độ không đổi, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng song song với Op.
- Quá trình đoạn nhiệt. Sự phụ thuộc p vào T cho bởi phương trình

$$p = \text{const} \cdot T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$(\text{vì do } pV^\gamma = c_1 (= \text{const}) \rightarrow c_1 = \frac{(pV)^\gamma}{p^{\gamma-1}} = (nR)^\gamma \frac{T^\gamma}{p^{\gamma-1}} \rightarrow p = \text{const} \cdot T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}})$$

Phương trình này có đồ thị (4) là một đường cong đi qua gốc tọa độ

b. Giảm đồ T,V



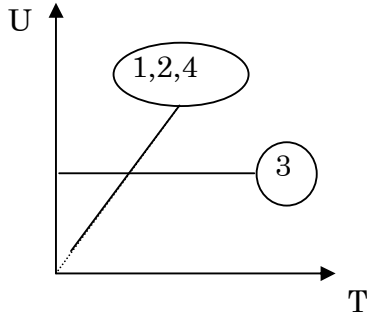
- Quá trình đẳng tích: thể tích không đổi, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng song song với OT (đường 1)
- Quá trình đẳng áp : $V/T = \text{const}$, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng qua gốc tọa độ (đường 2)
- Quá trình đẳng nhiệt: $T = \text{const}$, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng song song với OV.
- Quá trình đoạn nhiệt. Sự phụ thuộc V vào T cho bởi phương trình

$$V = \text{const} \cdot T^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

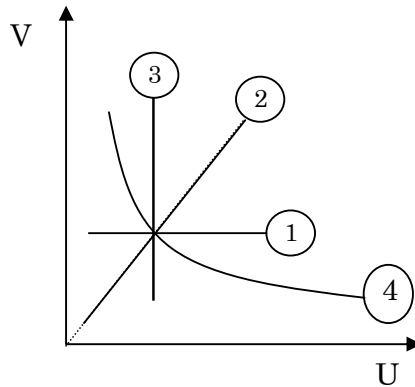
$$(\text{vì do } pV^\gamma = c (= \text{const}) \rightarrow c = (pV)V^{\gamma-1} = (nR)TV^{\gamma-1} \rightarrow V = \text{const.} T^{-\frac{1}{\gamma-1}}, \gamma > 1)$$

Phương trình này có đồ thị (4) là một đường cong dạng hypecbol tiệm cận với hai trục tọa độ (đường 4).

- c. Trong một quá trình bất kỳ : $U = \frac{m}{\mu}RT$, các quá trình đẳng tích, đẳng áp, đoạn nhiệt đường biểu diễn là đường thẳng qua gốc tọa độ (đường 1,2,4), quá trình đẳng nhiệt được cho bởi đường nằm ngang (đường 3).



- d. Giả sử đồ U,V (U khác T một hằng số $\frac{m}{\mu}C_v$, do đó ta chỉ cần kéo dài thêm một tỉ số $\frac{m}{\mu}C_v$ đối với trục T ở đồ thị T,V sẽ nhận được đồ thị U,V)



CHƯƠNG 9: NGUYÊN LÝ THỨ HAI CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

- 9-1.** Một máy hơi nước có công suất 14,7kW, tiêu thụ 8,1kg than trong một giờ. Năng suất tỏa nhiệt của than là 7800kcal/kg. Nhiệt độ của nguồn nóng 200°C, nhiệt độ của nguồn lạnh là 58°C. Tìm hiệu suất thực tế của máy. So sánh hiệu suất đó với hiệu suất lý tưởng của máy nhiệt làm việc theo chu trình Cárnot với những nguồn nhiệt kể trên.

Giải

Hiệu suất thực tế của máy

$$h = \frac{Q_{\text{coich}}}{Q_{\text{toanphan}}} 100\% = \frac{14,7.3600}{8,1.7800.4,18} 100\% \approx 20\%$$

Hiệu suất lý tưởng theo chu trình Cárnot

$$h_{\text{lt}} = \frac{T_n - T_l}{T_n} 100\% = \frac{200 - 58}{200 + 273} 100\% \approx 30\%$$

Hay

$$h = \frac{2}{3} h_{\text{lt}}$$

- 9-2.** Các ngoại lực trong máy làm lạnh lý tưởng thực hiện một công bằng bao nhiêu để lấy đi một nhiệt lượng 10^5J từ buồng làm lạnh, nếu nhiệt độ của buồng là 263K, còn nhiệt độ của nước làm lạnh là 285K.

Giải

Hệ số làm lạnh của động cơ

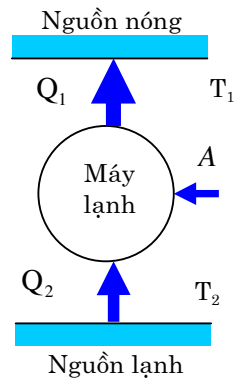
$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A}$$

Nếu máy chạy theo chu trình Cárnot ngược thì:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

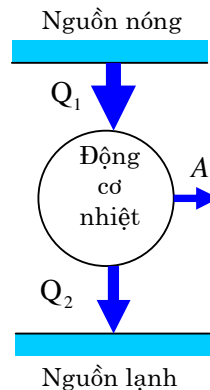
Suy ra

$$\rightarrow A = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) Q_2 = \left(\frac{285}{263} - 1 \right) 10^5 \approx 8365(\text{J})$$



- 9-3.** Một động cơ nhiệt lý tưởng chạy theo chu trình Căcnô, nhả cho nguồn lạnh 80% nhiệt lượng mà nó thu được của nguồn nóng. Nhiệt lượng thu được trong một chu trình là 1,5kcal. Tìm:
- Hiệu suất động cơ.
 - Công mà động cơ sinh ra trong một chu trình

Giải



- a. Hiệu suất của động cơ

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\% = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right) 100\% = (1 - 0,8) 100\% = 20\%$$

- c. Công mà động cơ sinh ra trong một chu trình

$$A = \eta Q_1 = 0,2 \cdot 1,5 = 0,3 \text{ kcal} = 12,54 \text{ kJ}$$

- 9-4.** Một động cơ nhiệt làm việc theo chu trình Căcnô, sau mỗi chu trình sinh một công $A = 7,35 \cdot 10^4 \text{ J}$. Nhiệt độ của nguồn nóng là 100°C , nhiệt độ của nguồn lạnh là 0°C . Tìm:

- Hiệu suất động cơ.
- Nhiệt lượng nhận được của nguồn nóng sau một chu trình.
- Nhiệt lượng nhả cho nguồn lạnh sau một chu trình.

Giải

- a. Hiệu suất của động cơ

$$\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) 100\% = \left(1 - \frac{273}{100 + 273}\right) 100\% \approx 26,8\%$$

- b. Nhiệt lượng nhận được của nguồn nóng sau một chu trình
 $Q_1 = A / \eta = 7,35 \cdot 10^4 / 0,268 \approx 27,42 \cdot 10^4 \text{ (J)}$
- c. Nhiệt lượng nhả cho nguồn lạnh sau một chu trình.
 $Q_2 = Q_1 - A = 27,42 \cdot 10^4 - 7,35 \cdot 10^4 = 20,07 \cdot 10^4 \text{ (J)}$

9-5. Nhiệt độ của hơi nước từ lò hơi vào máy hơi nước là $t_1 = 227^\circ\text{C}$, nhiệt độ của bình ngưng là $t_2 = 27^\circ\text{C}$. Hơi khi tốn một nhiệt lượng $Q = 1 \text{ kcal}$ thì thu được một công cực đại theo lý thuyết bằng bao nhiêu?

Giải

Công cực đại theo lý thuyết thu được khi động cơ làm việc theo chu trình Cárnot thuận nghịch với hiệu suất lý tưởng

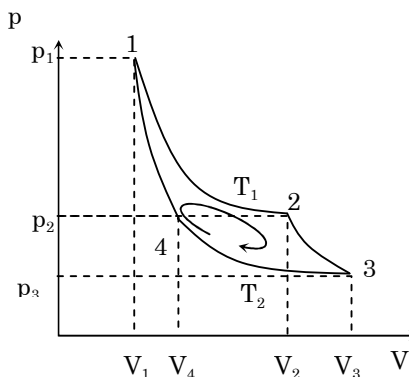
$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Mặt khác

$$\eta = \frac{A}{Q} \rightarrow A = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q = \left(1 - \frac{27 + 273}{227 + 273}\right) 1 = 0,4 \text{ (kcal)} = 1,672 \text{ (kJ)}$$

9-6. Một chu trình Cárnot thực hiện giữa hai máy điều nhiệt nhiệt độ $t_1 = 400^\circ\text{C}$, $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Thời gian để thực hiện chu trình đó là $\tau = 1 \text{ s}$. Tìm công suất (sinh công) làm việc của động cơ theo chu trình ấy, biết tác nhân là 2kg không khí, áp suất cuối quá trình giãn đẳng nhiệt bằng áp suất ở đầu quá trình nén đoạn nhiệt. Cho không khí có $\mu = 29 \text{ kg/kmol}$.

Giải



Nhiệt lượng nhận được của động cơ trong một chu trình là nhiệt nhận được trong quá trình 1-2 (hình vẽ)

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Quá trình 4-1 đoạn nhiệt nên

$$p_1 V_1^\gamma = p_4 V_4^\gamma \rightarrow p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_4^{1-\gamma} T_4^\gamma$$

Theo giả thiết $p_2=p_4$, $T_4=T_2$

$$\rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Do đó

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_1 \ln \frac{T_1}{T_2}$$

Công sinh ra trong một chu trình

$$A = \eta Q_1 \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \frac{T_1 - T_2}{T_1} Q_1 = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} R (T_1 - T_2) \ln \frac{T_1}{T_2}$$

$$A = \frac{2000}{29} \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 8,31 \cdot (400 - 20) \cdot \ln \left(\frac{400 + 273}{20 + 273} \right) \approx 634 \text{ (kJ)}$$

Công suất của động cơ

$$P = \frac{A}{\tau} = 634 \text{ (kW)}$$

9-7. Một máy làm lạnh làm việc theo chu trình Cacbô nghịch, tiêu thụ công suất 36800W. Nhiệt độ của nguồn lạnh là -10°C , nhiệt độ nguồn nóng là 17°C . Tính:

- Hệ số làm lạnh của máy.
- Nhiệt lượng lấy được của nguồn lạnh trong 1s.
- Nhiệt lượng nhả cho nguồn nóng trong 1 giây.

Giải

- Hệ số làm lạnh của máy

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{-10 + 273}{17 - (-10)} = 9,74$$

- Nhiệt lượng lấy được của nguồn lạnh trong 1s

$$Q'_2 = \varepsilon A = \varepsilon P t = 9,74 \cdot 36800 \cdot 1 \approx 3,6 \cdot 10^5 \text{ (J)} \approx 86000 \text{ cal}$$

- Nhiệt lượng nhả cho nguồn nóng trong 1 giây

$$Q_1 = A + Q'_2 = (\varepsilon + 1) P t = (9,74 + 1) 36800 \cdot 1 \approx 4 \cdot 10^5 \text{ J} \approx 9,5 \cdot 10^4 \text{ cal}$$

9-8. Khi thực hiện chu trình Cacbô, khí sinh công 8600J và nhả nhiệt 2,5kcal cho nguồn lạnh. Tính hiệu suất của chu trình.

Giải

Hiệu suất của chu trình

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\% = \frac{A}{A + Q_2} 100\% = \frac{8600}{8600 + 2,5 \cdot 10^3 \cdot 4,18} 100\% \approx 45\%$$

9-9. Khi thực hiện chu trình Cacbô, khí nhận được nhiệt lượng 10kcal từ nguồn nóng và thực hiện công 15kJ . Nhiệt độ của nguồn nóng là 100°C . Tính nhiệt độ của nguồn lạnh

Giải

Hiệu suất của chu trình Các nô

$$1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{A}{Q} \rightarrow T_2 = \left(1 - \frac{A}{Q}\right) T_1 = \left(1 - \frac{15 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 \cdot 4,18}\right) (273 + 100) = 239K$$

9-10. Một máy nhiệt lý tưởng, chạy theo chu trình Các nô, có nguồn nóng ở nhiệt độ $117^\circ C$ và nguồn lạnh ở nhiệt độ $27^\circ C$. Máy nhận của nguồn nóng là 63000 cal/s . Tính:

- Hiệu suất của máy.
- Nhiệt lượng nhả cho nguồn lạnh trong một giây.
- Công suất của máy.

Giải

a. Hiệu suất của máy là hiệu suất của chu trình Các nô

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{27 + 273}{117 + 273} \approx 23\%$$

b. Nhiệt lượng nhả cho nguồn lạnh trong một giây là Q_2

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \rightarrow Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1 = \frac{27 + 273}{117 + 273} 63000 \approx 48000 \text{ cal/s}$$

c. Công suất máy là P bằng công máy sinh ra trong một giây

$$P = \frac{A}{\tau} = \frac{Q_1 - Q_2}{\tau} = \frac{63000 - 48000}{1} 4,18 \approx 63 \text{ kW}$$

9-11. Một máy làm lạnh lý tưởng, chạy theo chu trình Các nô ngược lấy nhiệt từ nguồn lạnh $0^\circ C$ nhả cho bình nước sôi ở $100^\circ C$. Tính lượng nước cần làm đông ở nguồn lạnh để có thể biến 1 kg nước thành hơi ở bình sôi. Cho biết nhiệt nóng chảy riêng của nước đá là $\lambda = 3,35 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, và nhiệt hóa hơi riêng của nước là $L = 2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

Giải

Có thể hình dung máy lạnh này như sơ đồ đã nêu ở phần tóm tắt lý thuyết.

Nhiệt nhận từ nguồn lạnh Q_2 , nhả ra nguồn nóng là Q_1 :

$$\frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \rightarrow Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1 \quad (1)$$

Nhiệt lượng cần làm bay hơi nước:

$$Q_1 = Lm \quad (2)$$

Khối lượng nước cần làm nóng chảy là m' :

$$Q_2 = \lambda m' \quad (3)$$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$$m' = \frac{L}{\lambda} \frac{T_2}{T_1} m = \frac{2,26 \cdot 10^6}{3,35 \cdot 10^5} \cdot \frac{273}{373} \cdot 1 \approx 4,93 \text{ kg}$$

- 9-12.** Một kmol khí lý tưởng thực hiện một chu trình gồm 2 quá trình đẳng tích và hai quá trình đẳng áp. Khi đó thể tích của khí thay đổi từ $V_1=25\text{m}^3$ đến $V_2=50\text{m}^3$ và áp suất từ $p_1=1\text{at}$ đến $p_2=2\text{at}$. Hỏi công thực hiện bởi chu trình này nhỏ hơn bao nhiêu lần công thực hiện bởi chu trình Cárnot có các đường đẳng nhiệt ứng với nhiệt độ lớn nhất và nhỏ nhất của chu trình nói trên, nếu khi giãn đẳng nhiệt thể tích tăng lên gấp đôi?

Giải

Công thực hiện trong cả chu trình: $A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$

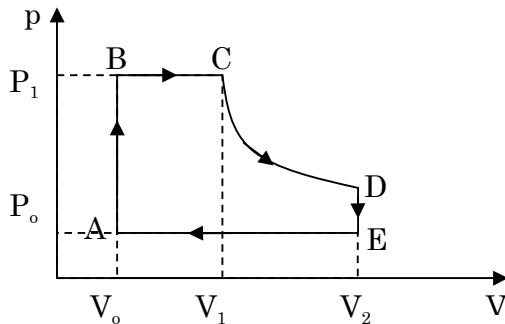
Trong chu trình Cárnot, nhiệt độ nguồn nóng ứng với điểm (V_2, p_2) , nguồn lạnh với (V_1, p_1) . Trong một chu trình tác nhân nhận nhiệt $p_2 V_2 \ln \frac{V'_2}{V'_1}$ với hiệu suất:

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{p_2 V_2}$$

Công khí sinh ra trong một chu trình:

$$\begin{aligned} A' &= \eta Q_1 = (p_2 V_2 - p_1 V_1) \ln \frac{V'_2}{V'_1} \\ \rightarrow \frac{A'}{A} &= \frac{(p_2 V_2 - p_1 V_1) \ln \frac{V'_2}{V'_1}}{(p_1 - p_2)(V_2 - V_1)} = 2,1 \end{aligned}$$

- 9-13.** Một máy hơi nước làm việc theo chu trình như hình vẽ 9-1



Hình 9-1

- Thoạt tiên hơi nước từ nồi hơi vào xilanh, áp suất hơi nước tăng từ p_0 tới p_1 , thể tích không đổi và bằng V_0 (nhánh AB).
- Hơi nước tiếp tục đi vào, pittông chuyển động từ trái sang phải (nhánh BC) với áp suất hơi không đổi là p_1 và thể tích tăng lên V_1 .
- Xilanh đóng van lại, pittông chuyển động tiếp tục sang phải khi đó xảy ra quá trình giãn đoạn nhiệt (Nhánh CD);
- Khi đến vị trí cuối cùng bên phải, thì hơi nước trong xilanh đi vào nguồn lạnh, khi đó áp suất hơi giảm xuống p_0 , còn thể tích không đổi bằng V_2 , (nhánh DE).

- e. Pittông chuyển động ngược lại, đẩy hơi nước còn lại trong xilanh ra ngoài, khi đó áp suất không đổi bằng p_o , thể tích giảm từ V_2 tới V_o (nhánh EA).

Hãy tính công mà máy nhiệt sinh ra mỗi chu trình, nếu $V_o=0,5l$; $V_1=1,5l$; $V_2=3l$; $p_o=1at$; $p_1=12at$ và hệ số đoạn nhiệt là $\gamma=1,33$.

Giải

Công khí thực hiện trên từng quá trình riêng biệt:

+ Quá trình A-B và D-E đẳng tích, khí không sinh công

$$A_{AB} = A_{DE} = 0$$

+ Quá trình BC, khí giãn nở đẳng áp, sinh công

$$A_{BC} = p_1(V_1 - V_o) = 12.9,8.10^4(1,5 - 0,5).10^{-3} = 1176(J)$$

+ Quá trình CD khí giãn nở đoạn nhiệt, theo công thức (P.6) phần phụ lục, công sinh ra trong quá trình giãn nở đoạn nhiệt:

$$A_{CD} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right) = \frac{12.9,8.10^4 . 1,5.10^{-3}}{1,33 - 1} \left(1 - \left(\frac{1,5}{3} \right)^{1,33 - 1} \right) \approx 1093(J)$$

+ Quá trình EA khí biến đổi đẳng áp, công thực hiện

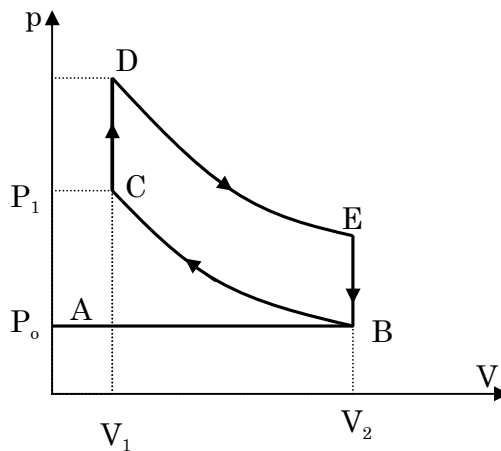
$$A_{EA} = p_o(V_o - V_2) = 9,8.10^4(0,5 - 3).10^{-3} \approx -245(J)$$

Công mà máy nhiệt sinh ra trong mỗi chu trình làm việc chính bằng công thực hiện bởi khí

$$A = A_{AB} + A_{BC} + A_{CD} + A_{DE} + A_{EA} = 0 + 1176 + 1093 + 0 - 245 = 2024(J)$$

9-14. Hình vẽ 9-2 trình bày giản đồ lý thuyết của động cơ đốt trong bốn kỳ.

- Trong quá trình đầu tiên, hỗn hợp cháy được nạp vào xilanh, khi đó $p_o = \text{const}$ và thể tích tăng từ V_2 tới V_1 . (nhánh AB);
- Trong quá trình thứ hai (nhánh BC), hỗn hợp cháy được nén đoạn nhiệt từ thể tích V_1 tới V_2 . Khi đó nhiệt độ tăng từ T_o đến T_1 và áp suất từ p_o đến p_1 ;



Hình 9-2

- c. Tiếp theo là quá trình đốt cháy nhanh hỗn hợp cháy bằng tia lửa điện; khi đó áp suất tăng từ p_1 tới p_2 , thể tích không đổi và bằng V_2 (nhánh CD), nhiệt độ tăng tới T_2 ;
- d. Tiếp theo là quá trình giãn đoạn nhiệt từ thể tích V_2 tới V_1 (nhánh DE), nhiệt độ giảm xuống T_3 ;
- e. ở cuối cùng của pittông (điểm E), van mở, khí thoát ra ngoài, áp suất giảm nhanh tới p_o , thể tích không đổi và bằng V_1 . (nhánh EB).
- f. Cuối cùng là quá trình nén đẳng áp ở áp suất p_o (nhánh BA).

Hãy tính hiệu suất của chu trình nếu hệ số nén $\varepsilon = V_1/V_2 = 5$ và hệ số đoạn nhiệt là $\gamma = 1,33$.

Giải

Nhiệt tác nhân nhận trong cả chu trình chính bằng nhiệt tác nhân nhận trong quá trình CD:

$$Q_1 = Q_{cd} = nC_v(T_D - T_C)$$

Trên EB tác nhân tỏa nhiệt (nhiệt nhận vào sẽ có dấu âm):

$$Q_2 = nC_v(T_B - T_E)$$

Hiệu suất của động cơ:

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{T_B - T_E}{T_D - T_C} = 1 + \frac{nR(T_B - T_E)}{nR(T_D - T_C)} = 1 + \frac{p_o V_1 - p_4 V_1}{p_2 V_2 - p_1 V_2} = 1 + \frac{V_1}{V_2} \frac{p_o - p_4}{p_2 - p_1} \quad (1)$$

Mặt khác:

$$\begin{aligned} p_1 V_2^\gamma &= p_o V_1^\gamma; \quad p_2 V_2^\gamma = p_4 V_1^\gamma \rightarrow (p_2 - p_1) V_2^\gamma = (p_4 - p_o) V_1^\gamma \\ \rightarrow \frac{p_o - p_4}{p_2 - p_1} &= - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = -\varepsilon^{-\gamma} \end{aligned} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1):

$$\eta = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} = 1 - 5^{1-1,33} = 41,2\%$$

9-15. Tìm hiệu suất của động cơ đốt trong, cho biết hệ số đoạn nhiệt là 1,33 và hệ số nén bằng:

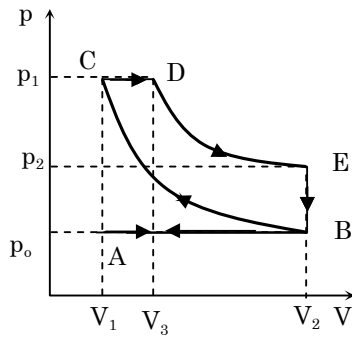
- a. $V_1/V_2 = 4$; b. $V_1/V_2 = 6$; c. $V_1/V_2 = 8$;

Giải

Theo bài 9-14 ta tính được lần lượt cho các quá trình cụ thể

- a. $\eta = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} = 1 - 4^{1-1,33} = 36,7\%$
- b. $\eta = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} = 1 - 6^{1-1,33} = 44,6\%$
- c. $\eta = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} = 1 - 8^{1-1,33} = 49,6\%$

9-16. Chu trình của động cơ diezen bốn kỳ được trình bày trên hình 9-3



Hình 9-3

- Nhánh AB ứng với quá trình nạp không khí, áp suất $p_0 = 1 \text{at}$;
 - Nhánh BC – không khí được nén đoạn nhiệt tới áp suất p_1 .
 - ở cuối kỳ nén, nhiên liệu được phun vào xilanh, nhiên liệu cháy trong không khí nóng, khi đó pittông chuyển động sang phải, đầu tiên là đẳng áp (nhánh CD), sau đó là đoạn nhiệt (nhánh DE);
 - Ở cuối quá trình đoạn nhiệt, van thoát mở, áp suất giảm xuống p_0 (nhánh EB);
 - Nhánh BA ứng với quá trình đẩy khí ra khỏi xilanh.
- Tình hiệu suất của động cơ diezen.

Giải

Trong một chu trình, tác nhân chỉ nhận nhiệt trên quá trình CD:

$$Q_1 = Q_{CD} = nC_p(T_D - T_C)$$

Nhả nhiệt:

$$Q_2 = Q_{EB} = nC_v(T_B - T_E)$$

Hiệu suất :

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{T_B - T_E}{T_D - T_C} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{p_0 V_2 - p_2 V_2}{p_1 V_3 - p_1 V_1} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{V_2}{V_1} \frac{p_0 / p_1 - p_2 / p_1}{V_3 / V_1 - 1}$$

$$\eta = 1 + \frac{\epsilon}{\gamma} \frac{p_1 - p_2}{\beta - 1} \quad (1)$$

Trong đó $\epsilon = V_2 / V_1$

Mặt khác

$$p_0 V_2^\gamma = p_1 V_1^\gamma \rightarrow \frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = \epsilon^{-\gamma};$$

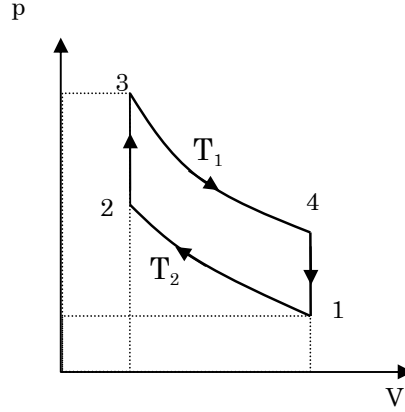
$$p_2 V_2^\gamma = p_1 V_3^\gamma \rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^\gamma = \left(\frac{V_3}{V_1} \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = \beta^\gamma \epsilon^{-\gamma} \quad (2)$$

$$\text{Với } \beta = \frac{V_3}{V_1}$$

Thay (2) vào (3) và biến đổi ta nhận được:

$$\eta = 1 - \frac{\beta^\gamma - 1}{\gamma \epsilon^{\gamma-1} (\beta - 1)}$$

9-17. Một máy hơi nước chạy theo chu trình stilin gồm hai quá trình đẳng nhiệt và hai quá trình đẳng tích như hình 9-4. Tính hiệu suất của chu trình đó. So sánh hiệu suất đó với hiệu suất chu trình Cárnot có cùng nhiệt độ của nguồn nóng và nguồn lạnh.



Hình 9.4

Giải

Nhiệt tác nhận nhận được trong một chu trình làm việc bao gồm quá trình 2 – 3 và 3 – 4

$$Q_{23} = nC_v(T_1 - T_2)$$

$$Q_{34} = A_{34} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Công tác nhân sinh ra (bằng công động cơ sinh ra) trong một chu trình làm việc

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) + 0 + nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + 0 = nR(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Hiệu suất của động cơ

$$\eta = \frac{A}{Q_{23} + Q_{34}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{C_v}{R} \frac{(T_1 - T_2)}{\ln(V_2/V_1)}} < \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \eta_{\text{Carnot}}$$

Vậy động cơ làm việc theo chu trình Stilin có hiệu suất nhỏ hơn khi làm việc theo chu trình Carnot.

9-18. Tính độ biến thiên entropi khi hơi nóng đẳng áp 6,5g hiđrô, thể tích khí tăng gấp đôi.

Giải

Độ biến thiên entropy trong quá trình đẳng áp

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{nC_p dT}{T}$$

Cả quá trình entropy biến thiên một lượng

$$\Delta S = \int dS = nC_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Mặt khác, quá trình đẳng áp nên

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = 2$$

Với Hidrô $i=5$

$$S = \frac{6,5}{2} \cdot \frac{5+2}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln(2) = 65,52 \text{ (J/K)}$$

9-19. Tính độ tăng entropi khi biến đổi 1g nước ở 0°C thành hơi ở 100°C .

Giải

Độ biến thiên entropy khi nước được làm nóng tới 100°C

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{mC_d T}{T} \rightarrow \Delta S_1 = \int dS = mC \int \frac{dT}{T} = mC \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S_1 = 10^{-3} \cdot 4180 \cdot \ln \left(\frac{100 + 273}{0 + 273} \right) = 1,3$$

Độ biến thiên entropy trong quá trình nước hóa hơi ở 100°C

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T_2} = \frac{Lm}{T_2} = \frac{2,26 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}}{373} \approx 6,1$$

Độ biến thiên entropy trong cả quá trình

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \approx 7,4 \text{ (J/K)}$$

9-20. Tính độ biến thiên entropi khi giãn đẳng nhiệt 10,5g khí Nitơ từ thể tích 2l tới thể tích 5l.

Giải

Ta có

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{10,5}{28} \cdot 8,31 \cdot \ln(5/2) \approx 2,9 \text{ (J/K)}$$

9-21. 10g ôxy được hơ nóng từ $t_1=50^\circ\text{C}$ tới $t_2=150^\circ\text{C}$. Tính độ biến thiên entropi nếu quá trình hơ nóng là:

- a. Đẳng tích; b. đẳng áp.

Giải

a. Quá trình đẳng tích

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{\delta A + dU}{T} = \frac{m}{\mu} C_v \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S = \frac{10}{32} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{150 + 273}{50 + 273} \right) \approx 1,7 \text{ (J/K)}$$

b. Đẳng áp

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} C_p \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S = \frac{10}{32} \frac{5+2}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{150+273}{50+273} \right) \approx 2,4 (\text{J/K})$$

9-22. Tính độ biến thiên entropi khi biến đổi 6g khí hydro từ thể tích 20lít, áp suất 1,5at đến thể tích 60lít, áp suất 1at.

Giải

Vì độ biến thiên entropy chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và cuối nên ta có thể chọn cho khí một cách biến đổi bất kỳ mà không ảnh hưởng tới kết quả. Chẳng hạn, cho khí biến đổi đẳng tích tới áp suất 1at, sau đó giãn đẳng áp tới thể tích 60l.

+ Với quá trình thứ nhất (quá trình đẳng tích):

$$\Delta S_1 = \int \frac{\delta Q}{T} = n C_v \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{m}{\mu} C_v \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

+ Với quá trình thứ hai (quá trình đẳng áp):

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T} = n C_p \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{m}{\mu} C_p \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Độ biến thiên entropy của cả quá trình

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{m}{\mu} \left(C_p \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + C_v \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \right)$$

$$\Delta S = \frac{6}{2} \left(\frac{5+2}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{60}{20} \right) + \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{1}{1,5} \right) \right) \approx 71 (\text{J/K})$$

9-23. Một kilômol khí lưỡng nguyên tử được hơ nóng, nhiệt độ tuyệt đối của nó được tăng lên 1,5 lần. Tính độ biến thiên entropi nếu quá trình hơ nóng là:

- a. Đẳng tích; b. Đẳng áp

Giải

a. Quá trình đẳng tích

$$\Delta S_1 = \int \frac{\delta Q}{T} = n C_v \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S_1 = 10^3 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln(1,5) \approx 8,4 \cdot 10^3 (\text{J/K})$$

b. Quá trình đẳng áp

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T} = n C_p \int \frac{dT}{T} = n C_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = n \frac{i+2}{2} R \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S_2 = 10^3 \cdot \frac{5+2}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln(1,5) \approx 11,8 \cdot 10^3 (\text{J/K})$$

- 9-24.** 22g khí nitơ được hơi nóng, nhiệt độ tuyệt đối của nó tăng gấp 2,1 lần và entropi tăng lên 4,19cal/K. Xét xem quá trình hơi nóng là đẳng tích hay đẳng áp?

Giải

Giả sử nhiệt dung của quá trình biến đổi là C, khi đó

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = nC \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\rightarrow C = \frac{\mu \Delta S}{m \ln(T_2 / T_1)} = \frac{28.4,19}{22. \ln(2,1)} \approx 7(\text{cal} / \text{K}) \approx 29(\text{J} / \text{K})$$

Đối với Nitơ

$$C_v = \frac{iR}{2} \approx 21(\text{J} / \text{mol}); C_p = \frac{(i+2)R}{2} \approx 29(\text{J} / \text{mol})$$

Vậy quá trình hơi nóng là quá trình đẳng áp

- 9-25.** Độ biến thiên entropi trên đoạn giữa hai quá trình đoạn nhiệt trong chu trình Cárnot bằng 1kcal/độ. Hiệu nhiệt độ giữa hai đường đẳng nhiệt là 100°C. Hỏi nhiệt lượng đã chuyển hóa thành công trong chu trình này

Giải

Gọi nhiệt độ của hai đường đẳng nhiệt là T_1 và T_2 ($T_1 > T_2$)

Công thực hiện trong chu trình bằng hiệu của nhiệt nhận vào thực sự và nhiệt tỏa ra thực sự trong một chu trình (chính bằng tổng nhiệt lượng *nhận vào* trong cả chu trình)

$$A = Q_1 + Q_2$$

Trong chu trình Cárnot

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1 - Q_2}{T_1 - T_2} = \frac{A}{T_1 - T_2}$$

Trong quá trình đẳng nhiệt (giữa hai quá trình đoạn nhiệt), độ biến thiên entropy là

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

Nên

$$A = (T_1 - T_2) \Delta S = 100(\text{kcal}) = 418(\text{kJ})$$

- 9-26.** Bỏ 100g nước đá ở 0°C vào 400g nước ở 30°C trong một bình có vỏ cách nhiệt lý tưởng. Tính độ biến thiên entropi của hệ trong quá trình trao đổi nhiệt. Từ đó suy ra rằng nhiệt chỉ truyền từ vật nóng sang vật lạnh. Cho biết nhiệt nóng chảy riêng của nước đá ở 0°C là $\lambda = 80\text{kcal/kg}$; nhiệt dung riêng của nước là 1kcal/kgđộ.

Giải

Nhiệt độ cân bằng T của hệ sau khi trao đổi nhiệt xác định từ phương trình cân bằng nhiệt

$$\lambda m_1 + c m_1 (t - t_1) = c m_2 (t_2 - t) \rightarrow t = \frac{c(m_2 t_2 + m_1 t_1) - \lambda m_1}{c(m_1 + m_2)}$$

$$t = \frac{1(400.30 + 100.0) - 80.100}{1(100 + 400)} = 8(^{\circ}\text{C}) = 281(\text{K})$$

Đối với nước đá, độ tăng entropy bao gồm độ tăng do nóng chảy và độ tăng do tăng nhiệt độ

$$\Delta S_1 = \int_1 \frac{\delta Q}{T} + \int_2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{\Delta Q}{T_1} + c m_1 \int_{T_1}^T \frac{dT}{T} = \frac{\lambda m_1}{T_1} + c m_1 \ln\left(\frac{T}{T_1}\right)$$

Với T = 281(K) là nhiệt độ cân bằng của hệ.

Đối với nước bị lạnh đi, entropy sẽ giảm, độ biến thiên khi này là

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T} = c m_2 \int_{T_2}^T \frac{dT}{T} = c m_2 \ln\left(\frac{T}{T_1}\right)$$

Độ biến thiên entropy của hệ là

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{\lambda m_1}{T_1} + c m_1 \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + c m_2 \ln\left(\frac{T}{T_2}\right)$$

$$\Delta S = \frac{80.0,1}{(0 + 273)} + 1.0,1 \cdot \ln\left(\frac{281}{0 + 273}\right) + 1.0,4 \cdot \ln\left(\frac{281}{30 + 273}\right) \approx 0,002(\text{kcal/K})$$

Ta thấy $\Delta S > 0$, điều đó chứng tỏ nhiệt chỉ có thể truyền từ vật nóng sang vật lạnh

* Để chứng minh nhiệt chỉ có thể truyền từ vật nóng sang vật lạnh ta có thể làm như sau: Xét hệ hai vật cô lập, năng lượng của hệ bảo toàn (nếu quá trình ta xét chỉ liên quan đến sự truyền nhiệt thì nhiệt được bảo toàn)

$$Q = Q_1 + Q_2 = \text{const} \rightarrow \delta Q_1 = -\delta Q_2$$

Trong đó δQ_1 , δQ_2 là độ biến thiên nhiệt lượng của vật 1 và 2.

Độ biến thiên entropy

$$dS = dS_1 + dS_2 = \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2}$$

Theo (*) ta có

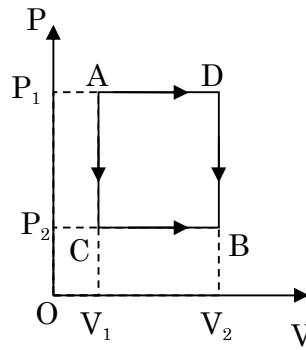
$$dS = \delta Q_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \frac{(T_2 - T_1) \delta Q_1}{T_1 T_2} > 0 \rightarrow (T_2 - T_1) \delta Q_1 > 0$$

Nếu $T_2 > T_1$ thì $\delta Q_1 > 0$ tức là vật 1 nhận nhiệt hay nhiệt truyền từ vật 2 sang vật 1

Nếu $T_2 < T_1$ thì $\delta Q_1 < 0$ tức là vật 1 tỏa nhiệt hay nhiệt truyền từ vật 1 sang vật 2

Vậy nhiệt chỉ có thể truyền từ vật nóng sang vật lạnh

9-27. Tính độ biến thiên entropi của một chất khí lý tưởng khi trạng thái của nó thay đổi từ A tới B (hình 9-5) theo:



Hình 9-5

a. Đường ACB

b. Đường ADB

Cho biết: $V_1=3\text{l}$; $p_1=8,31.10^5\text{N/m}^2$; $V_2=4,5\text{l}$; $t_1=27^\circ\text{C}$, $p_2=6.10^5\text{N/m}^2$

Giải

Độ biến thiên entropy không phụ thuộc vào quá trình biến đổi như thế nào, mà chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và trạng thái cuối, nên:

$$\Delta S = \Delta S_{AC} + \Delta S_{CB} = nC_v \int_A^C \frac{dT}{T} + nC_p \int_C^B \frac{dT}{T} = nC_v \ln\left(\frac{T_C}{T_A}\right) + nC_p \ln\left(\frac{T_B}{T_C}\right)$$

A - C và C - B đẳng áp nên

$$\frac{T_C}{T_A} = \frac{p_2}{p_1}; \quad \frac{T_B}{T_C} = \frac{V_2}{V_1}$$

Do đó

$$\Delta S = n \frac{i}{2} R \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + n \frac{i+2}{2} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left(\frac{i}{2} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + \frac{i+2}{2} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \right)$$

$$\Delta S = \frac{8,31.10^5.3.10^{-3}}{(27+273)} \left(\frac{6}{2} \ln\left(\frac{6.10^5}{8,31.10^5}\right) + \frac{6+2}{2} \ln\left(\frac{4,5}{3}\right) \right) \approx 5,4(\text{J/K})$$

9-28. Có hai bình khí, bình thứ nhất có thể tích $V_1=2\text{l}$ chứa khí Nitơ ở áp suất $p_1=1\text{at}$, bình thứ hai có thể tích $V_2=3\text{l}$ chứa khí CO ở áp suất $p_2=5\text{at}$. Cho hai bình thông với nhau và đặt chúng trong một vỏ cách nhiệt lý tưởng. Tính độ biến thiên entropy của hệ khi hai khí trộn lẫn vào nhau, biết nhiệt độ ban đầu trong hai bình bằng nhau và bằng 27°C .

Giải

Khi giãn nở vào nhau các chất khí không sinh công, nhiệt lại bị cách nên quá trình đạt được trạng thái cuối cùng có nhiệt độ không đổi (lưu ý, đây không phải là quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch). Entropy thay đổi một lượng (tính bằng con đường đẳng nhiệt)

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \int_1 \frac{\delta Q}{T} + \int_2 \frac{\delta Q}{T}$$

Quá trình đẳng nhiệt

$$Q = A = pV \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = \frac{p_1 V_1}{T} \ln \left(\frac{V_1 + V_2}{V_1} \right) + \frac{p_2 V_2}{T} \ln \left(\frac{V_1 + V_2}{V_2} \right)$$

$$\Delta S = \frac{9,8 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{273 + 27} \ln \left(\frac{2 + 3}{2} \right) + \frac{5,98 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{273 + 27} \ln \left(\frac{2 + 3}{3} \right) \approx 3,1 (\text{J/K})$$

9-29. 200g sắt ở 100°C được bỏ vào một nhiệt lượng kế chứa 300g nước ở 12°C. Entropy của hệ này thay đổi như thế nào khi cân bằng nhiệt?

Giải

Sau khi trao đổi nhiệt hệ sẽ cân bằng ở nhiệt độ t°C. Phương trình cân bằng nhiệt

$$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t - t_2) \rightarrow t = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

$$t = \frac{460 \cdot 0,2 \cdot 100 + 4180 \cdot 0,3 \cdot 12}{460 \cdot 0,2 + 4180 \cdot 0,3} \approx 18 (\text{°C})$$

Độ biến thiên entropy của hệ bao gồm sự giảm entropy của miếng sắt và sự tăng entropy của khối nước

$$\Delta S = c_1 m_1 \int \frac{dT}{T} + c_2 m_2 \int \frac{dT}{T} = c_1 m_1 \ln \left(\frac{T}{T_1} \right) + c_2 m_2 \ln \left(\frac{T}{T_2} \right)$$

$$\Delta S = 460 \cdot 0,2 \cdot \ln \left(\frac{18 + 273}{100 + 273} \right) + 4180 \cdot 0,3 \cdot \ln \left(\frac{18 + 273}{12 + 273} \right) \approx 3,3 (\text{J/K})$$

Vậy sau khi cân bằng nhiệt entropy của hệ tăng lên một lượng 3,3(J/K)

CHƯƠNG 10: CHẤT KHÍ

- 10-1.** Có 10g khí He chiếm thể tích 100cm^3 ở áp suất 10^8N/m^2 . Tìm nhiệt độ của khí trong hai trường hợp
- Coi khí He là lý tưởng
 - Coi khí He là khí thực

Giải

- a. Khí He lý tưởng, nhiệt độ được xác định từ phương trình Mendeleev – Crapayron

$$T = \frac{pV}{(m/\mu)R} = \frac{10^8 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{(10/4) \cdot 8,31} \approx 481(\text{K})$$

- b. Khí He khí thực, nhiệt độ được xác định từ phương trình Van de Walls

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT \rightarrow T = \frac{1}{R} \left(\frac{\mu p}{m} + \frac{m}{\mu} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right)$$

$$T = \frac{1}{8,31} \left(\frac{4 \cdot 10^8}{10} + \frac{10}{4} \frac{4,1 \cdot 10^{-4}}{(100 \cdot 10^{-6})^2}\right) \left(100 \cdot 10^{-6} - \frac{10}{4} 2,3 \cdot 10^{-5}\right) \approx 205\text{K}$$

Đối với He

$$a = 4,121 \cdot 10^{-4} \text{Jm}^3 / \text{kmol}^2; b = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{m}^3 / \text{kmol}$$

- 10-2.** Trong một bình thể tích 10lít chứa 0,25kg khí nitơ ở nhiệt độ 27°C .
- Tìm tỉ số giữa nội áp và áp suất do khí tác dụng lên thành bình
 - Tìm tỉ số giữa cộng tích và thể tích của bình

Giải

Các hằng số Van de Walls của khí Nitơ ²

$$a = 0,141 \text{Jm}^3 / \text{mol}^2; b = 3,92 \cdot 10^{-5} \text{m}^3 / \text{mol}$$

Phương trình Van de Walls

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

- a. Tỉ số giữa nội áp và áp suất do khí tác dụng lên thành bình

$$\text{Nội áp } p' = \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2}$$

Chia hai vế của (1) cho p' ta có:

$$\left(\frac{p}{p'} + 1\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{\mu V^2 RT}{am} \rightarrow \frac{p}{p'} = \frac{RV^2 T}{\frac{m}{\mu} a \left(V - \frac{m}{\mu} b\right)} \rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{ma}{\mu RV^2 T} \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) \quad (2)$$

$$\frac{p'}{p} = \frac{250 \cdot 0,141}{28 \cdot 8,31 \cdot 0,01^2 \cdot 300} \left(0,01 - \frac{250}{28} \cdot 3,92 \cdot 10^{-5}\right) \approx 4,9\%$$

² N.I.Kosin, M.G. Sirkevich, Sổ tay vật lý cơ sở, NXB công nhân kỹ thuật Hà Nội 1980, trang 106.

b. Tỷ số giữa cộng tích và thể tích của bình
Cộng tích

$$V' = \frac{m}{\mu} b$$

Tỷ số

$$\frac{V'}{V} = \frac{mb}{\mu V} = \frac{250.3,92.10^{-5}}{28.0,01} = 3,5\%$$

10-3. Tìm áp suất của khí cacbonic ở 3°C nếu biết khối lượng riêng của nó ở nhiệt độ đó là 550kg/m³.

Giải

Phương trình Van de Walls

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT \rightarrow \left(p + \frac{\rho^2 a}{\mu^2} \right) \left(1 - \frac{\rho}{\mu} b \right) = \frac{\rho}{\mu} RT$$

$$\rightarrow p = \frac{RT}{(\mu / \rho - b)} - \frac{\rho^2 a}{\mu^2}$$

Thay số

$$p = \frac{8,31.(273+3)}{(0,028/550 - 3,92.10^{-5})} - \left(\frac{550}{0,028} \right)^2 .0,141 \approx 1,4.10^8 (\text{Pa})$$

10-4. Thể tích của 4g khí oxy tăng từ 1 đến 5 dm³. Xem khí oxy là thực. Tìm công của nội lực trong quá trình giãn nở đó.

Giải

Nội áp

$$p' = \left(\frac{m}{\mu} \right)^2 \frac{a}{V^2}$$

Công của nội lực

$$A' = \int p' dV = \left(\frac{m}{\mu} \right)^2 \int_{V_1}^{V_2} \frac{a dV}{V^2} = a \left(\frac{m}{\mu} \right)^2 \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$

$$A' = 0,138 \left(\frac{4}{32} \right)^2 \left(\frac{1}{0,001} - \frac{1}{0,005} \right) \approx 1,7 (\text{J})$$

10-5. Tính nội áp của khí cacbonic lúc khối lượng riêng của nó là 550kg/m³. Cho biết đối với khí cacbonic có: T_k=304K và p_k=7,4.10⁶N/m²

Giải

Nội áp của khí Cacbonic

$$p' = \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} = \frac{\rho^2}{\mu^2} \frac{27RT_k^2}{64p_k}$$

Nhưng do

$$a = \frac{27RT_k^2}{64p_k}$$

Nên

$$p' = \left(\frac{550}{0,044} \right)^2 \frac{27,8,31.304^2}{64.7,4.10^6} \approx 6,8.10^6 (\text{Pa})$$

10-6. Tính khối lượng nước cần cho vào một cái bình thể tích 30cm³ để khi đun nóng tới trạng thái tới hạn nó chiếm toàn bộ thể tích của bình.

Giải

Gọi khối lượng nước cần cho vào bình là m. Khi đun nóng tới trạng thái tới hạn, thể tích của bình là thể tích tới hạn, nên

$$V = V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b \rightarrow m = \frac{\mu V}{3b}$$

Hằng số Van de Walls của nước $b=30,5.10^{-6}\text{m}^3/\text{mol}$, ta tính được $m=5,9\text{g}$

10-7. Xác định khối lượng riêng của hơi nước ở điểm tới hạn theo giá trị cộng tích $b=0,03\text{m}^3/\text{kmol}$.

Giải

Cộng tích

$$V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b \rightarrow \rho_k = \frac{m}{V_k} = \frac{\mu}{3b} = \frac{0,018}{3,0,03.10^{-3}} = 200 (\text{kg} / \text{m}^3)$$

10-8. Đối với khí cacbonic : $a=3,64.10^5\text{Jm}^3/\text{kmol}^2$, $b=0,043\text{m}^3/\text{kmol}$. Hỏi:

- 1g cacbonic lỏng có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?
- Áp suất hơi bão hòa lớn nhất là bao nhiêu?
- CO₂ lỏng có nhiệt độ cao nhất là bao nhiêu?
- Cần phải nén khí CO₂ với áp suất bằng bao nhiêu để thành CO₂ lỏng ở nhiệt độ 31°C và 50°C.

Giải

- Thể tích lớn nhất của cacbonic lỏng ứng với trạng thái tới hạn (suy ra từ các đường đẳng nhiệt Van de Walls)

$$V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{3bm}{\mu} = \frac{3,0,043.10^{-3}}{44.10^{-3}} \approx 2,93.10^{-3} \text{m}^3 / \text{kg}$$

$$(b=0,043\text{m}^3/\text{kmol} = 0,043.10^{-3}\text{m}^3/\text{mol})$$

- Áp suất hơi bão hòa cực đại ứng với điểm ba (suy ra từ các đường đẳng nhiệt Van de Walls)

$$p_k = \frac{a}{27b^2} = \frac{0,364}{27(0,043.10^{-3})^2} \approx 7,4.10^6 \text{ (Pa)}$$

$$(a=3,64.10^5 \text{ Jm}^3/\text{kmol}^2=0,364 \text{ Jm}^3/\text{mol})$$

c. Nhiệt độ cao nhất mà nitơ còn ở thể lỏng ứng với nhiệt độ điểm ba

$$T_k = \frac{8a}{27Rb} = \frac{8.0,364}{27.8,31.0,043.10^{-3}} \approx 304\text{K} = 31^\circ \text{ (C)} (!)$$

d. Cácbonic lỏng ở 31°C cần nén tới áp suất bằng áp suất tới hạn

$$p_k = 7,4.10^6 \text{ (Pa)}$$

Đó cũng là nhiệt độ lớn nhất mà cácbonic ở thể lỏng ở mọi áp suất. Với nhiệt độ 51°C là không thể thực hiện hoá lỏng với bất cứ áp suất nào

10-9. Để nghiên cứu trạng thái tới hạn nhà vật lý học Nga A. Vênariuyt dùng một cái hộp trong đó có đựng một ống chứa ete được hàn kín. Hơ nóng hộp để quan sát trạng thái tới hạn.

- ở 20°C , ete nước phải chiếm một thể tích bằng bao nhiêu phần trăm thể tích của ống để khi đến nhiệt độ tới hạn, ống chứa đầy ete ở trạng thái tới hạn? Biết rằng khối lượng 1 kmol ete là 74kg/kmol , khối lượng riêng của ete ở 20°C bằng 714kg/m^3 . Đối với ete $T_k=193^\circ\text{C}$, $p_k=35,9.10^5\text{N/m}^2$;
- Nếu thể tích của ống lớn hay nhỏ hơn thể tích ete tới hạn thì sẽ xảy ra hiện tượng gì khi nhiệt độ nâng lên?

Giải

- Gọi thể tích và khối lượng ete đổ vào ống là V và m , thể tích của nó ở trạng thái tới hạn là V_k (do đó cũng là thể tích của ống). Ta có

$$V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b = \frac{m}{\mu} 3b \frac{RT_k}{8p_k}$$

$$V = \frac{m}{\rho} \rightarrow \frac{V}{V_k} = \frac{8\mu p_k}{3\rho RT_k} = \frac{8.0,074.34,9.10^5}{3.714.8,31.(273+193)} \approx 25\%$$

- Khi thể tích của ống nhỏ hơn thể tích V_k thì chưa đun ete lên tới trạng thái tới hạn ete đã chiếm đầy ống.
- Khi thể tích của ống lớn hơn thể tích V_k thì chưa đun ete lên tới trạng thái tới hạn ete đã bay hơi hết.

CHƯƠNG 11: CHẤT LỎNG

- 11-1.** Xác định công cần thiết để biến một giọt nước 1g thành sương mù (nghĩa là để tách giọt nước đó thành những giọt nhỏ) đường kính 0,2μm. Diện tích bề mặt của giọt nước lúc đầu coi như không đáng kể so với tổng diện tích bề mặt của giọt sương mù.

Giải

Khối lượng của một giọt sương mù

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 \text{ (r là bán kính giọt sương)}$$

Số giọt sương được tạo thành từ giọt nước

$$N = \frac{M}{m} = \frac{3M}{4\pi\rho r^3}$$

Diện tích bề mặt của một giọt $s = 4\pi r^2$, vậy diện tích bề mặt tổng cộng

$$S = sN = \frac{3M}{\rho r} = \frac{6M}{\rho d} \text{ (d=2r là đường kính giọt sương)}$$

Công cần thiết để biến giọt thành sương mù tối thiểu bằng năng lượng mặt ngoài

$$A = \sigma S = \frac{6\sigma M}{\rho d}$$

$$A = \frac{6 \cdot 0,073 \cdot 0,001}{1000 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 2,19 \text{ (J)}$$

- 11-2.** Hai giọt thủy ngân với bán kính mỗi giọt là 1mm nhập lại thành một giọt lớn. Hỏi nhiệt độ của giọt thủy ngân tăng lên bao nhiêu? Cho biết thủy ngân có suất căng mặt ngoài $\sigma = 0,5 \text{ N/m}$, khối lượng riêng $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, nhiệt dung riêng $c = 138 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$.

Giải

Gọi bán kính của giọt nhỏ là r, của giọt lớn được tạo thành là R. Ta có:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho = 2 \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \rightarrow R = r\sqrt[3]{2}$$

Nhập làm một, diện tích mặt ngoài của giọt lớn sẽ nhỏ hơn tổng diện tích mặt ngoài của hai giọt nhỏ, năng lượng bề mặt sẽ giảm. Độ giảm năng lượng bề mặt này sẽ bằng nhiệt lượng của giọt lớn nhận được.

$$(2 \cdot 4\pi r^2 - 4\pi R^2) \sigma = mc\Delta t; \quad m = 2 \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

Do đó

$$\Delta t = \left(1 - \frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right) \frac{3\sigma}{c\rho r} = \left(1 - \frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right) \frac{3 \cdot 0,5}{138 \cdot 13,6 \cdot 0,001} \approx 1,65 \cdot 10^{-4} (^\circ\text{C})$$

- 11-3.** Tính công cần thực hiện để thổi một bong bóng xà phòng đạt đến bán kính $r=7\text{cm}$. Suất căng mặt ngoài của nước xà phòng là $\sigma=4.10^{-2}\text{N/m}$. áp suất khí quyển $p_0=1,01.10^5\text{N/m}^2$.

Giải

Ta coi nhiệt độ của khí trong quá trình thổi là không đổi (quá trình đẳng nhiệt). Công cần thổi bong bóng bằng công tạo ra mặt ngoài (bằng năng lượng mặt ngoài) A_1 , và công nén đẳng nhiệt A_2 của một lượng khí đúng bằng lượng khí trong bong bóng ở cuối quá trình từ khí quyển vào.

$$A_1 = 2 \cdot \sigma \cdot 4\pi r^2 = 8\sigma\pi r^2$$

$$A_2 = pV \ln \frac{p}{p_0}$$

p_0 là áp suất khí quyển, p là áp suất khí trong bong bóng

Để tính p , ta chú ý màng xà phòng gồm hai mặt phân cách, mỗi mặt phân cách (mặt khum) sẽ gây ra áp suất phụ “ép” vào tâm với giá trị tính theo công thức Laplace

$p_p = 2\sigma/r$. áp suất phụ tổng cộng do màng xà phòng gây ra cho khí bên trong bao gồm áp suất do mặt cong phía ngoài và mặt cong phía trong (với bán kính xấp xỉ bán kính mặt cong ngoài) và áp suất khí quyển cộng lại:

$$p = \frac{4\sigma}{r} + p_0$$

Do đó

$$A_2 = \left(p_0 + \frac{4\sigma}{r} \right) \frac{4}{3} \pi r^3 \ln \left(\frac{p_0 + 4\sigma/r}{p_0} \right) = \frac{4}{3} \pi r^3 p_0 \left(1 + \frac{4\sigma}{p_0 r} \right) \ln \left(1 + \frac{4\sigma}{p_0 r} \right)$$

Vì do $x = \frac{4\sigma}{p_0 r} \ll 1$ nên $(1+x) \ln(1+x) \approx (1+x)x \approx x$ nên ta có

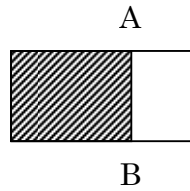
$$A_2 \approx \frac{16\sigma\pi r^2}{3}$$

Vậy công tổng cộng

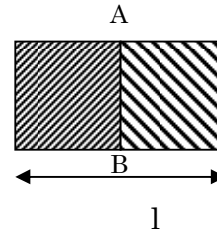
$$A = A_1 + A_2 = 8\sigma\pi r^2 + \frac{16\sigma\pi r^2}{3} = \frac{40\sigma\pi r^2}{3}$$

$$A = \frac{40 \cdot 0,043 \cdot 14,007^2}{3} \approx 8,2 \cdot 10^{-2} (\text{J})$$

- 11-4.** Một cái khung làm bằng những đoạn dây kim loại cứng. Đoạn dây AB linh động, dài $l=15\text{cm}$. Khung được phủ một màng xà phòng có suất căng mặt ngoài $\sigma=0,045\text{N/m}$ (h 11-3). Tính công cần thực hiện để kéo AB ra một đoạn $\Delta x=4\text{cm}$.



Hình 11-3



Hình 11-4

Giải

Lực tối thiểu kéo AB bằng lực căng mặt ngoài tác dụng lên AB, công của lực này (cũng chính bằng năng lượng mặt ngoài đã được tăng lên do tăng diện tích bề mặt màng)

$$A = F_s = \sigma \Delta x = 0,045 \cdot 0,15 \cdot 0,04 = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ (J)}$$

- 11-5.** Có một khung hình chữ nhật chiều dài $l=10\text{cm}$. Đoạn dây AB linh động chia khung đó thành hai khung nhỏ hình vuông (h 11-4). Hỏi đoạn AB sẽ dịch chuyển về phía nào và dịch chuyển một đoạn bằng bao nhiêu nếu hai khung hình vuông đó được phủ bằng hai màng chất lỏng khác nhau có suất căng mặt ngoài tương ứng là: $\sigma_1 = 0,06\text{N/m}$ và $\sigma_2 = 0,04\text{N/m}$.

Giải

Xét về mặt năng lượng, năng lượng mặt ngoài của hệ ban đầu là $(\sigma_1 + \sigma_2)S$ (S là diện tích nửa hình chữ nhật). Hệ cân bằng ở vị trí sao cho năng lượng mặt ngoài của hệ hai màng xà phòng là nhỏ nhất, có nghĩa là dây AB sẽ chuyển động về phía làm màng xà phòng có suất căng mặt ngoài lớn hơn. Kết quả là dây AB sẽ chuyển động đến tận cùng bên phía màng có sức căng mặt ngoài lớn hơn

- 11-6.** Để xác định lực căng mặt ngoài của rượu người ta làm như sau: cho rượu trong một cái bình chảy nhỏ giọt ra ngoài theo một ống nhỏ thẳng đứng có đường kính $d=2\text{mm}$. Thời gian giọt này rơi theo giọt kia là $\tau=2$ giây. Người ta thấy rằng sau thời gian $\Delta t=780$ giây thì có $\Delta m=10$ gam rượu chảy ra. Tính suất căng mặt ngoài của rượu. Coi chỗ thắt của giọt rượu khi nó bắt đầu rơi có đường kính bằng đường kính của ống nhỏ giọt.

Giải:

Khối lượng của một giọt rượu

$$m = \frac{\tau \Delta m}{\Delta t} \quad (1)$$

Giọt (bắt đầu) nhỏ xuống khi:

$$\pi \sigma d = mg \stackrel{(1)}{=} \frac{\tau \Delta mg}{\Delta t} \rightarrow \sigma = \frac{\tau \Delta mg}{\pi d \Delta t}$$

Thay số $\sigma = \frac{2.10.10^{-3}.9,8}{3,14.2.10^{-3}.780} \approx 0,04 \text{ N/m}$

11-7. Một sợi dây bạc đường kính $d=1\text{mm}$, được treo thẳng đứng. Khi làm nóng chảy được 12 giọt bạc thì sợi dây bạc ngắn đi một đoạn $h=20,5\text{cm}$. Xác định suất căng của mặt ngoài bạc ở thể lỏng? Cho biết khối lượng riêng của bạc ở thể lỏng là $\rho=9300\text{kg/m}^3$ và xem rằng chỗ thắt của giọt bạc khi nó bắt đầu rơi có đường kính bằng đường kính của sợi dây bạc.

Giải

Khối lượng của bạc đã hoá lỏng $M = \rho \frac{\pi d^2}{4} h$

Khối lượng của một giọt bạc lỏng

$$m = \frac{M}{k} = \frac{\rho \pi d^2 h}{4k} \quad (1)$$

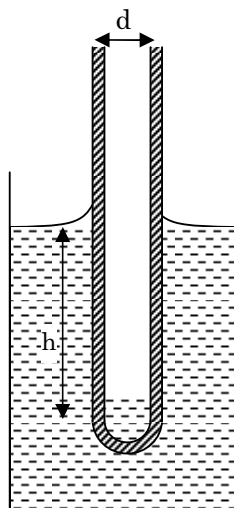
Giọt (bắt đầu) nhỏ xuống khi:

$$\pi \sigma d = mg \stackrel{(1)}{=} \frac{\rho \pi d^2 h}{4k} g \rightarrow \sigma = \frac{\rho g d h}{4k}$$

Thay số

$$\sigma = \frac{\rho g d h}{4k} = \frac{9300.9,8.10^{-3}.0,205}{4.12} \approx 0,39 \text{ (N/m)}$$

11-8. Có một ống mao dẫn đường kính ngoài $d=3\text{mm}$, một đầu được bịt kín. Đầu bịt kín đó đựng một ít thủy ngân (h 11-5). Khối lượng của ống mao dẫn và thủy ngân là 0,2g. Đầu bịt kín của ống mao dẫn trong nước. Xem nước làm ướt hoàn toàn ống mao dẫn và nước có suất căng mặt ngoài $\sigma=0,073\text{N/m}$, có khối lượng riêng $\rho=10^3\text{kg/m}^3$.



Hình 11 – 5

Giải

Hệ (ống mao dẫn+ Thủy ngân) chịu tác dụng của lực căng mặt ngoài và trọng lực hướng xuống, lực Acsimet hướng lên, khi cân bằng thì

$$\sigma \pi d + mg = \rho \pi \frac{d^2}{4} h \rightarrow h = \frac{4(\sigma \pi d + mg)}{\pi \rho g d^2}$$

$$h = \frac{4(3,14.0,073.0,003 + 0,0002.9,8)}{3,14.1000.9,8.(0,003)^2} \approx 3,8\text{cm}$$

- 11-9.** Để chứng minh lực căng mặt ngoài, người ta đổ nước vào một cái dây bằng lưới sắt mà các sợi lưới đã được phủ một lớp parafin. Các lỗ của lưới sắt có dạng hình tròn đường kính $d=0,2\text{mm}$. Hỏi chiều cao lớn nhất của mức nước đổ vào dây mà nước chảy ra theo các lỗ đó?

Giải

Nước còn đọng được trên dây là do lực căng mặt ngoài xuất hiện tại mặt thoát nơi tiếp xúc của vòng dây và nước. Nước sẽ nhỏ xuống khi sức căng mặt ngoài không còn đủ sức giữ nó nữa. Khi đó

$$\rho g h \pi d^2 / 4 \leq \sigma \pi d \rightarrow h \leq \frac{4\sigma}{\rho g d} = \frac{4.0,073}{1000.10.0,0002} \approx 15(\text{cm})$$

- 11-10.** Trong một ống mao dẫn hở đặt thẳng đứng, đường kính trong 1mm có một giọt nước. Hỏi khối lượng của giọt nước phải như thế nào để mặt khum bên dưới của giọt nước là: mặt lõm, mặt phẳng, mặt lồi?

Giải

Có thể hiệu định tính là giọt nước sẽ đi dần tới phía đáy ống mao dẫn. Độ khum (lõm) của mặt bên dưới sẽ “kém hơn” mặt phía trên (mặt phía trên luôn luôn là mặt cầu với đường kính bằng đường kính của ống mao dẫn). Khi khối lượng của giọt nước càng lớn độ cong mặt khum bên dưới càng giảm, đến khi

khối lượng giọt nước đạt tới giá trị m_0 nào đó mặt khum này sẽ là mặt phẳng, lớn hơn giá trị này mặt khum trở thành mặt lồi. Ta có

$$m_0 g = \sigma \pi d \rightarrow m_0 = \frac{\pi \sigma d}{g} = \frac{3,14 \cdot 0,073 \cdot 0,001}{9,8} \approx 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

Vậy nên:

- Khi $m < 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ mặt khum bên dưới là mặt lõm
- Khi $m = 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ mặt khum bên dưới là mặt phẳng
- Khi $m > 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ mặt khum bên dưới là mặt lồi

11-11. Hai ống mao dẫn có đường kính trong lần lượt là 0,5mm và 1mm nhúng trong một bình đựng chất lỏng. Tính hiệu các mức chất lỏng trong hai ống mao dẫn nếu:

- Chất lỏng đó là nước.
- Chất lỏng đó là thủy ngân

Giải

- Khi nhúng hai ống trong nước, nước sẽ dâng lên. Độ dâng lên của nước trong từng ống là

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d}$$

Hiệu các mức chất lỏng trong hai ống mao dẫn là

$$\Delta h = \frac{4\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) = \frac{4 \cdot 0,073}{1000 \cdot 9,8} \left(\frac{1}{0,0005} - \frac{1}{0,001} \right) \approx 3(\text{cm})$$

- Khi nhúng hai ống trong thủy ngân, thủy ngân trong ống sẽ hạ xuống. Độ hạ xuống của thủy ngân trong từng ống là h . Cân bằng giữa áp suất thủy tĩnh và áp suất phụ cho điểm bên trong chất lỏng ngay tại mặt khum ta có

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{d/2} \rightarrow h = \frac{4\sigma}{\rho g d}$$

Hiệu các mức chất lỏng trong hai ống mao dẫn là

$$\Delta h = \frac{4\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) = \frac{4 \cdot 0,5}{13600 \cdot 9,8} \left(\frac{1}{0,0005} - \frac{1}{0,001} \right) \approx 1,5(\text{cm})$$

11-12. Một ống được nhúng thẳng đứng trong một bình đựng chất lỏng. Hỏi chiều cao của cột nước trong ống thay đổi như thế nào nếu ống mao dẫn và bình được nâng lên nhanh dần đều với gia tốc $a=g$? Hạ xuống nhanh dần đều với gia tốc $a=g/2$?

Giải:

Khi bình và ống được nâng lên với gia tốc a , áp suất của điểm bên trong ống ngang mặt thoáng chất lỏng ngoài ống bao gồm áp suất khí quyển, áp suất thủy tĩnh của cột nước, áp suất phụ gây bởi mặt khum và áp suất gây ra

do lực quán tính³. áp suất này có giá trị bằng áp suất tại những điểm ngang bằng với nó ở ngoài ống

$$p_o = p_o - p_p + \rho gh + \rho \gamma h \rightarrow h = \frac{p_p}{\rho(g + \gamma)}$$

Khi ống mao dẫn và bình không chuyển động ($\gamma = 0$) thì

$$h_o = \frac{p_p}{\rho g}$$

Do đó:
$$\frac{h}{h_o} = \frac{g}{g + \gamma}$$

Khi nâng lên $\gamma = g$

$$\frac{h}{h_o} = \frac{1}{2}$$

Khi hạ xuống: $\gamma = -g/2$

$$\frac{h}{h_o} = 2$$

11-13. Có hai ống mao dẫn lồng vào nhau, đồng trục, nhúng thẳng đứng vào một bình nước. Đường kính trong của ống mao dẫn nhỏ, bằng bề rộng của khe tạo nên giữa hai ống mao dẫn. Bỏ qua bề dày của ống mao dẫn trong. Hỏi mức chất lỏng trong ống nào cao hơn, cao hơn bao nhiêu lần?

Giải

Độ dâng của nước trong ống mao dẫn trong

$$h_1 = \frac{4\sigma}{\rho g d} \text{ (d là đường kính trong của ống mao dẫn trong)}$$

Đường kính trong của ống mao dẫn ngoài theo giả thiết ta tính được là $3d$. Độ dâng của nước trong ống mao dẫn ngoài là h_2 . Khi cân bằng tổng lực căng mặt ngoài ở hai đường tiếp xúc giữa mặt thoáng của nước với các ống mao dẫn trong và ngoài (thẳng đứng hướng lên) bằng trọng lực của cột nước dâng lên (thẳng đứng hướng xuống).

$$\sigma \pi d + \sigma \pi 3d = (\pi (3d)^2 / 4 - \pi d^2 / 4) h_2 \rho g \rightarrow h_2 = \frac{2\sigma}{\rho g d}$$

Do đó

$$\frac{h_1}{h_2} = 2$$

³ Trong hệ quy chiếu gắn với bình+ống mao dẫn, áp suất do lực quán tính gây ra được hiểu thông thường bằng áp lực của nó $\rho \gamma h$ lên diện tích phần tiếp xúc của nó S với tiết diện ấy hay $p_{qt} = \rho \gamma h$

Vậy nước dâng lên trong ống mao dẫn ở trong cao hơn 2 lần so với độ dâng của “khe” mao dẫn giữa hai ống.

11-14. Có hai tấm thủy tinh phẳng đặt song song cách nhau một khoảng $d=0,2\text{mm}$, nhúng thẳng đứng vào trong một chất lỏng. Xác định khối lượng riêng của chất lỏng đó nếu biết rằng chiều cao của khối chất lỏng giữa hai tấm thủy tinh dâng lên một đoạn $h=3,2\text{cm}$. Suất căng mặt ngoài của chất lỏng là $0,027\text{N/m}$. Xem chất lỏng làm ướt hoàn toàn thủy tinh.

Giải

Độ dâng của mức chất lỏng trong ống là h , ta có

$$2b\sigma = hdb\rho g \rightarrow \rho = \frac{2\sigma}{ghd} = \frac{2 \cdot 0,027}{9,8 \cdot 0,032 \cdot 0,0002} \approx 861 (\text{kg/m}^3)$$

11-15. Hiệu mức thủy ngân trong hai nhánh của ống mao dẫn hình chữ U có đường kính trong $d_1=1\text{mm}$ và $d_2=2\text{mm}$ là $\Delta h=1\text{cm}$. Xác định suất căng mặt ngoài của thủy ngân. Cho biết khối lượng riêng của thủy ngân là $13,6 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$.

Giải

Cân bằng áp suất cho điểm ngay dưới mặt phân cách của nhánh lớn ta có

$$\frac{4\sigma}{d_1} = \frac{4\sigma}{d_2} + \rho g \Delta h \rightarrow \sigma = \frac{\rho g \Delta h d_1 d_2}{4(d_2 - d_1)}$$

$$\sigma = \frac{13600 \cdot 9,8 \cdot 0,01 \cdot 0,001 \cdot 0,002}{4(0,002 - 0,001)} \approx 0,67 (\text{N/m})$$

11-16. Khối lượng riêng của không khí trong một cái bong bóng ở dưới đáy của một hồ nước sâu 6m lớn gấp 5 lần khối lượng riêng của không khí ở khí quyển (ở nhiệt độ bằng nhiệt độ ở đáy hồ). Xác định bán kính bong bóng.

Giải

Gọi bán kính của bong bóng là R , áp suất bên trong bong bóng là:

$$p = p_o + \frac{2\sigma}{r} + \rho gh \tag{1}$$

Từ phương trình Mendêleev – Clapêrôn suy ra⁴ khối lượng riêng của khí bên trong và bên ngoài bong bóng lần lượt là $\rho = \frac{\mu p}{RT}$ và $\rho_o = \frac{\mu p_o}{RT}$

Từ đó
$$n = \frac{\rho}{\rho_o} = \frac{p}{p_o} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2)

$$n = 1 + \frac{2\sigma}{p_o r} + \frac{\rho_{gh}}{p_o} \rightarrow r = \frac{2\sigma}{(n-1)p_o - \rho_{gh}}$$

Thay số:
$$r = \frac{2.0,073}{(5-1).10^5 - 1000.9,8.6} = 0,4 \mu m$$

11-17. Trên mặt nước người ta để một cái kim có bôi một lớp mỡ mỏng (để cho khỏi bị nước làm ướt). Kim có đường kính lớn nhất là bao nhiêu để nó có thể được giữ ở trên mặt nước mà không bị chìm xuống dưới? Cho biết khối lượng riêng của thép làm kim là $\rho = 7,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Giải

Để kim không bị chìm thì áp suất do trọng lượng của kim tại mặt tiếp xúc giữa kim và nước phải nhỏ hơn áp suất gây ra bởi mặt cong của nước và áp suất do lực đẩy Acsimet tác dụng lên kim.

$$\frac{\sigma}{r} \geq \frac{mg - F_A}{S} \stackrel{S \leq 2rl}{\geq} \frac{mg - m(\rho_l / 2\rho_r)g}{2rl} \quad (1)$$

trong đó r, l, ρ_r, ρ_l thứ tự là bán kính, chiều dài, khối lượng riêng của kim và của nước. Còn khối lượng của kim: $m = \pi r^2 l \rho_r$

(2)

Thay (2) vào (1)

$$2r = d \leq \sqrt{\frac{16\sigma}{\pi(2\rho_r - \rho_l)g}} = \sqrt{\frac{16.0,073}{3,14.(2.7,7-1).9,8.10^3}} \approx 1,6 \text{ mm}$$

Hết

⁴ $pV = \frac{m}{\mu}RT \rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}$

PHỤ LỤC

A. Quá trình đoạn nhiệt

Trong quá trình đoạn nhiệt

$$\delta Q = 0 \rightarrow p dV + n C_v dT = 0 \quad (P1)$$

Hệ số đoạn nhiệt

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} \rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}; C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (P2)$$

Thế vào (1), và lưu ý phương trình Mendeleev – Crapayron

$$pV = nRT \rightarrow p dV + V dp = nR dT$$

Cho ta

$$\begin{aligned} p dV + \frac{1}{\gamma - 1} (p dV + V dp) &= 0 \\ \rightarrow \gamma p dV + V dp &= 0 \rightarrow d(pV^\gamma) = 0 \end{aligned}$$

Hay

$$pV^\gamma = \text{const}$$

Đây là phương trình cho quá trình đoạn nhiệt

Hay cũng có thể viết cách khác

$$pV^\gamma = (pV)V^{\gamma-1} = nR(TV^{\gamma-1}) \rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad (P3)$$

$$pV^\gamma = \frac{(pV)^\gamma}{p^{\gamma-1}} = (nR)^\gamma \frac{T^\gamma}{p^{\gamma-1}} \rightarrow p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{const} \quad (P4)$$

Công trong quá trình đoạn nhiệt

$$A = -\Delta U = -n C_v \Delta T = -\frac{1}{\gamma - 1} nR \Delta T \quad (2)$$

Do

$$nR \Delta T = nR(T_2 - T_1) = p_2 V_2 - p_1 V_1$$

Nên

$$A = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} \quad (P5)$$

Cũng có thể viết

$$A = \frac{1}{\gamma - 1} nRT_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \stackrel{(3)}{=} \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right) \quad (P6)$$

...

B. Các hằng số Van de Walls xác định qua các thông số tới hạn p_k, T_k, V_k

Phương trình Van de Walls cho một mol khí thực

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \rightarrow p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

Tại điểm ba

$$p_k = \frac{RT_k}{V_k - b} - \frac{a}{V_k^2} \quad (P7)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_{V_k=0} = 0 \rightarrow -\frac{RT_k}{(V_k - b)^2} + \frac{2a}{V_k^3} = 0 \rightarrow \frac{RT_k}{(V_k - b)^2} = \frac{2a}{V_k^3} \quad (P8)$$

$$\left. \frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right|_{V_k=0} = 0 \rightarrow \frac{2RT_k}{(V_k - b)^3} - \frac{6a}{V_k^4} = 0 \rightarrow \frac{RT_k}{(V_k - b)^3} = \frac{3a}{V_k^4} \quad (P9)$$

Chia (P9) cho (P8) ta nhận được

$$V_k = 3b \quad (P10)$$

Thế (P10) vào (P7) ta nhận được

$$p_k = \frac{RT_k}{(V_k - b)^2} (V_k - b) - \frac{a}{V_k^2} \rightarrow p_k = \frac{a}{27b^2} \quad (P11)$$

Từ (P10) và (P8) ta nhận được

$$T_k = \frac{8a}{27bR} \quad (P12)$$

Các hằng số Van de Walls

Từ (P7) và (P8) ta có

$$p_k = \frac{RT_k}{V_k - b} - \frac{2a}{V_k^3} \frac{V_k}{2} \rightarrow b = \frac{RT_k}{8p_k} \quad (P13)$$

Hằng số a được tìm từ (P11) và (P12)

$$a = 27b^2 p_k = \frac{27R^2 T_k^2}{64p_k} \quad (P14)$$

Hết