

ĐIỆN HỌC

CHƯƠNG 1: TRƯỜNG TĨNH ĐIỆN

- 1-1. Tìm lực hút giữa hạt nhân và electron trong nguyên tử Hydro. Biết rằng bán kính nguyên tử Hydro là $0,5.10^{-8}$ cm, điện tích của electron $e = -1,6.10^{-19}$ C.

Giải:

Sử dụng công thức lực tương tác giữa hai điện tích của định luật Culông (với điện tích của electron và hạt nhân hydro $q_e = -q_p = -1,6.10^{-19}$ C, khoảng cách $r = 0,5.10^{-10}$ m):

$$F = -\frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{9.10^9.(1,6.10^{-19})^2}{(0,5.10^{-10})^2} \approx 9,23.10^{-8} \text{ N}$$

- 1-2. Lực đẩy tĩnh điện giữa hai proton sẽ lớn hơn lực hấp dẫn giữa chúng bao nhiêu lần, cho biết điện tích của proton là $1,6.10^{-19}$ C, khối lượng của nó bằng $1,67.10^{-27}$ kg.

Giải:

Theo công thức của định luật Culông và định luật vạn vật hấp dẫn, ta có:

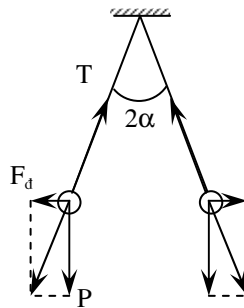
$$F_1 = -\frac{kq^2}{r^2}; \quad \text{và} \quad F_2 = -\frac{Gm^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{kq^2}{Gm^2} = \frac{9.10^9.(1,6.10^{-19})^2}{6,67.10^{-11}.(1,67.10^{-27})^2} \approx 1,25.10^{36} \text{ (lần)}$$

- 1-3. Hai quả cầu đặt trong chân không có cùng bán kính và cùng khối lượng được treo ở hai đầu sợi dây sao cho mặt ngoài của chúng tiếp xúc với nhau. Sau khi truyền cho các quả cầu một điện tích $q_0 = 4.10^{-7}$ C, chúng đẩy nhau và góc giữa hai sợi dây bây giờ bằng 60° . Tính khối lượng của các quả cầu nếu khoảng cách từ điểm treo đến tâm quả cầu bằng $l = 20$ cm.

Giải:

Do các quả cầu là giống nhau nên điện tích mỗi quả cầu nhận được là:



$$q_1 = q_2 = \frac{q_0}{2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

Hai quả cầu cân bằng khi:

$$\vec{P} + \vec{F}_d + \vec{T} = 0$$

Khi đó, dễ dàng nhận thấy: $\tan \alpha = \frac{F_d}{P}$

với $P = mg$ và $F_d = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{kq_0^2}{4(2l \cdot \sin \alpha)^2}$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{q_0^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot 16l^2 \sin^2 \alpha \cdot P} \Rightarrow P = \frac{q_0^2}{64\pi\epsilon\epsilon_0 l^2 \sin^2 \alpha \tan \alpha} = \frac{kq_0^2}{16l^2 \cdot \sin^2 \alpha \tan \alpha}$$

Thay số:

$$P = \frac{1.9 \cdot 10^9 \cdot (4 \cdot 10^{-7})^2}{16 \cdot 0.2^2 \cdot \sin^2(30^\circ) \tan(30^\circ)} = 0.157 \text{ (N)}$$

$$\Rightarrow m = \frac{P}{g} = \frac{0.157}{9.81} = 0.016 \text{ (kg)} = 16 \text{ (g)}$$

- 1-4. Tính khối lượng riêng của chất làm quả cầu trong bài 1-3. Biết rằng khi nhúng các quả cầu này vào dầu hỏa, góc giữa hai sợi dây bây giờ chỉ bằng 54° ($\epsilon = 2$ đối với dầu hỏa).

Giải:

Từ kết quả bài 1-3, ta đã có đối với quả cầu đặt trong không khí thì:

$$P = \frac{q_0^2}{64\pi\epsilon_1\epsilon_0 l^2 \sin^2 \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1} \quad (1)$$

Khi nhúng các quả cầu vào dầu hoả, mỗi quả cầu sẽ chịu thêm tác dụng của lực đẩy Acsimét P_1 hướng ngược chiều với trọng lực. Do đó, bằng tính toán tương tự bài trên, ta thu được:

$$P - P_1 = \frac{q_0^2}{64\pi\epsilon_2\epsilon_0 l^2 \sin^2 \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2} \quad (2)$$

Mặt khác:

$$P = mg = \rho Vg; \quad P_1 = \rho_0 Vg \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3), ta có:

$$\frac{P - P_1}{P} = \frac{\epsilon_1 \sin^2 \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}{\epsilon_2 \sin^2 \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho}$$

$$\Rightarrow \epsilon_1 \sin^2 \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \rho = \epsilon_2 \sin^2 \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 (\rho - \rho_0)$$

$$\Rightarrow \rho = \rho_0 \cdot \frac{\epsilon_2 \cdot \sin^2 \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}{\epsilon_2 \cdot \sin^2 \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 - \epsilon_1 \cdot \sin^2 \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}$$

Thay số với: $\epsilon_1 = 1$; $\epsilon_2 = 2$; $\alpha_1 = 30^\circ$; $\alpha_2 = 27^\circ$; $\rho_0 = 800(kg / m^3)$

$$\rho = \frac{2 \cdot \sin^2 27^\circ \cdot \operatorname{tg} 27^\circ}{2 \cdot \sin^2 27^\circ \cdot \operatorname{tg} 27^\circ - \sin^2 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ} \cdot 800 = 2550(kg / m^3)$$

- 1-5. Hai quả cầu mang điện có bán kính và khối lượng bằng nhau được treo ở hai đầu sợi dây có chiều dài bằng nhau. Người ta nhúng chúng vào một chất điện môi (dầu) có khối lượng riêng ρ_1 và hằng số điện môi ϵ . Hỏi khối lượng riêng của quả cầu (ρ) phải bằng bao nhiêu để góc giữa các sợi dây trong không khí và trong điện môi là như nhau.

Giải:

Sử dụng các tính toán đã làm ở bài 1-4, và thay $\rho_0 = \rho_1$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$, $\varepsilon_1 = 1$, ta có:

$$\rho = \rho_1 \cdot \frac{\varepsilon \cdot \sin^2 \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}{\varepsilon \cdot \sin^2 \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 - \sin^2 \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1} = \rho_1 \frac{\varepsilon}{\varepsilon - \frac{\sin^2 \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}{\sin^2 \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}}$$

Với điều kiện góc lệch giữa các sợi dây trong không khí và chất điện môi là như nhau hay:

$$\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \sin^2 \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = \sin^2 \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2$$

biểu thức trên trở thành:

$$\rho = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \rho_1$$

- 1-6. Một electron điện tích e , khối lượng m chuyển động đều trên một quỹ đạo tròn bán kính r quanh hạt nhân nguyên tử Hydro. Xác định vận tốc chuyển động của electron trên quỹ đạo. Cho $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$, khoảng cách trung bình từ electron đến hạt nhân là $r = 10^{-8} \text{cm}$.

Giải:

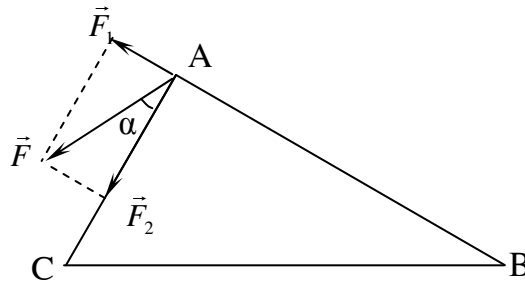
Êlêtrôn chuyển động xung quanh hạt nhân theo quỹ đạo tròn dưới tác dụng của lực hướng tâm chính là lực Culông.

$$\begin{aligned} F_{ht} &= F_{Coulomb} \\ \Rightarrow m \frac{v^2}{r} &= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \\ \Rightarrow v^2 &= \frac{r \cdot e^2}{m \cdot 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 m r} \\ \Rightarrow v &= \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 m r}} = \frac{e}{2\sqrt{\pi\varepsilon\varepsilon_0 m r}} \end{aligned}$$

Thay số, ta có:

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{2\sqrt{\pi \cdot 1,886 \cdot 10^{-12} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}}} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ (m/s)}$$

- 1-7. Tại các đỉnh A, B, C của một hình tam giác người ta lần lượt đặt các điện tích điểm: $q_1 = 3.10^{-8}C$; $q_2 = 5.10^{-8}C$; $q_3 = -10.10^{-8}C$. Xác định lực tác dụng tổng hợp lên điện tích đặt tại A. Cho biết $AC = 3cm$, $AB = 4cm$, $BC = 5cm$. Các điện tích đều đặt trong không khí.



Giải:

Ta có:

+ Lực \vec{F}_1 của q_2 tác dụng lên q_1 :

$$F_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{AB}^2} = \frac{3.10^{-8} \cdot 5.10^{-8}}{4\pi \cdot 1.8,86.10^{-12} \cdot (4.10^{-2})^2} = 8,4.10^{-3} (N)$$

+ Lực \vec{F}_2 của q_3 tác dụng lên q_1 :

$$F_2 = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{AC}^2} = \frac{3.10^{-8} \cdot 10.10^{-8}}{4\pi \cdot 1.8,86.10^{-12} \cdot (3.10^{-2})^2} = 30.10^{-3} (N)$$

+ Dễ dàng nhận thấy: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Vậy, tam giác ABC vuông tại A. Khi đó:

- Lực \vec{F} có phương hợp với cạnh AC một góc α xác định bởi:

$$\tan \alpha = \frac{F_1}{F_2} = \frac{8,4.10^{-3}}{30.10^{-3}} \approx 0,28 \Rightarrow \alpha = 15^{\circ}42'$$

- Chiều của \vec{F} như hình vẽ.

- Độ lớn của lực được tính bằng:

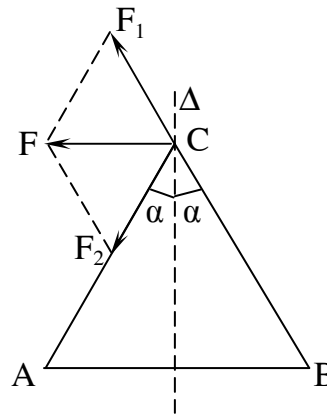
$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(8,4 \cdot 10^{-3})^2 + (30 \cdot 10^{-3})^2} = 3,11 \cdot 10^{-2} (N)$$

- 1-8. Có hai điện tích bằng nhau và trái dấu. Chứng minh rằng tại mọi điểm cách đều hai điện tích đó, phương của lực tác dụng lên điện tích thử q_0 song song với đường thẳng nối hai điện tích đó.

Giải:

Gọi Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB nối hai điện tích q_1 và q_2 bằng nhau và trái dấu. Xét điện tích thử q_0 (cùng dấu với điện tích đặt tại B) đặt tại C nằm trên Δ . Ta có:

$$F_1 = \frac{|q_1 q_0|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (BC)^2} = \frac{|q_2 q_0|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (AC)^2} = F_2$$



Xét thành phần của tổng hợp lực \vec{F} dọc theo Δ :

$$F_{\Delta} = F_1 \cos \alpha - F_2 \cos \alpha = (F_1 - F_2) \cos \alpha = 0$$

Vậy, \vec{F} chỉ có thành phần hướng theo phương vuông góc với Δ , hay \vec{F} song song với đường thẳng nối hai điện tích q_1 và q_2 .

$$F = F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \alpha = \frac{2|q_1 q_0|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \left(\frac{l_{AB}}{2 \sin \alpha}\right)^2} = \frac{2|q_1 q_0| \sin^3 \alpha}{\pi\epsilon\epsilon_0 l_{AB}^2}$$

- 1-9. Tìm lực tác dụng lên một điện tích điểm $q = (5/3) \cdot 10^{-9} C$ đặt ở tâm nửa vòng xuyến bán kính $r_0 = 5 \text{ cm}$. tích điện đều với điện tích $Q = 3 \cdot 10^{-7} C$ (đặt trong chân không).

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

Giải:

Ta chia nửa vòng xuyến thành những phần tử dl mang điện tích dQ . Chúng tác dụng lên điện tích q lực dF . áp dụng nguyên lý chồng chất lực, ta có:

$$F_x = \int dF \sin \alpha; \quad F_y = \int dF \cos \alpha$$

(nửa vòng xuyến) (nửa vòng xuyến)

Ta có:

$$dF = \frac{dQ \cdot q}{4\pi\epsilon_0 r_0^2}$$

với $dQ = \frac{Q}{\pi r_0} dl; \quad dl = r_0 \cdot d\alpha$

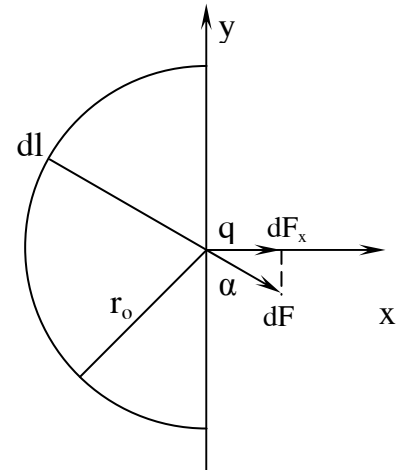
$$\Rightarrow dF = \frac{Qq}{4\pi^2 \epsilon_0 r_0^2} d\alpha$$

Do tính đối xứng, ta thấy ngay $F_y = 0$, nên

$$F = F_x = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Qq}{4\pi^2 \epsilon_0 r_0^2} \cos \alpha \cdot d\alpha = \frac{Qq}{2\pi^2 \epsilon_0 r_0^2}$$

Thay số:

$$F = \frac{3 \cdot 10^{-7} \cdot (5/3) \cdot 10^{-9}}{2 \cdot \pi^2 \cdot 1.886 \cdot 10^{-12} \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2} = 1,14 \cdot 10^{-3} (N)$$



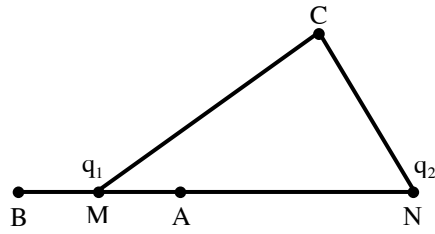
1-10. Có hai điện tích điểm $q_1 = 8 \cdot 10^{-8} C$ và $q_2 = -3 \cdot 10^{-8} C$ đặt cách nhau một khoảng $d = 10 \text{ cm}$ trong không khí (hình 1-1). Tính:

1. Cường độ điện trường gây bởi các điện tích đó tại các điểm A, B, C. Cho biết:

$MN = d = 10 \text{ cm}$, $MA = 4 \text{ cm}$, $MB = 5 \text{ cm}$, $MC = 9 \text{ cm}$,

$NC = 7 \text{ cm}$.

2. Lực tác dụng lên điện tích $q = -5 \cdot 10^{-10} C$ đặt tại C.

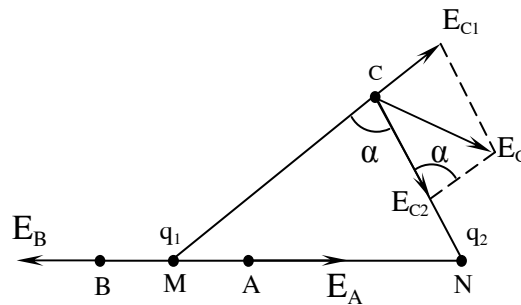


Hình 1-1

Giải:

1. Áp dụng nguyên lý chồng chất điện trường:

+ Điện trường do q_1 và q_2 gây ra tại A cùng phương cùng chiều:



$$E_A = E_{A_1} + E_{A_2} = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon\epsilon_0(AM)^2} + \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon\epsilon_0(AN)^2}$$

$$E_A = \frac{1}{4\pi \cdot 1.8,86 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{8 \cdot 10^{-8}}{(4 \cdot 10^{-2})^2} + \frac{3 \cdot 10^{-8}}{(6 \cdot 10^{-2})^2} \right)$$

$$= 52,5 \cdot 10^4 (V/m)$$

+ Điện trường do q_1 và q_2 gây ra tại B cùng phương ngược chiều:

$$E_B = E_{B_1} - E_{B_2} = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon\epsilon_0(BM)^2} - \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon\epsilon_0(BN)^2}$$

$$E_B = \frac{1}{4\pi \cdot 1.8,86 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{8 \cdot 10^{-8}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} - \frac{3 \cdot 10^{-8}}{(15 \cdot 10^{-2})^2} \right) = 27,6 \cdot 10^4 (V/m)$$

+ Phương, chiều của E_A và E_B được xác định như trên hình vẽ.

Dùng định lý hàm số cos, ta thu được:

$$E_C = \sqrt{E_{C_1}^2 + E_{C_2}^2 - 2E_{C_1}E_{C_2} \cos \alpha}$$

Ta cũng có:

$$MN^2 = MC^2 + NC^2 - 2MC.NC.\cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{MC^2 + NC^2 - MN^2}{2MC.NC} = \frac{9^2 + 7^2 - 10^2}{2.9.7} = 0,23$$

$$E_{C_1} = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0(CM)^2} = \frac{8.10^{-8}}{4\pi.8,86.10^{-12}.(9.10^{-2})^2} = 8,87.10^4 (V/m)$$

$$E_{C_2} = \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0(CN)^2} = \frac{3.10^{-8}}{4\pi.8,86.10^{-12}.(7.10^{-2})^2} = 5,50.10^4 (V/m)$$

Vậy:

$$E_C = \sqrt{(8,87.10^4)^2 + (5,50.10^4)^2 - 2.8,87.10^4.5,50.10^4.0,23} = 9,34.10^4 (V/m)$$

Để xác định phương của E_C , ta xác định góc θ là góc giữa E_C và CN theo định lý hàm số sin:

$$\frac{E_{C_1}}{\sin \theta} = \frac{E_C}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \theta = \frac{E_{C_1} \sin \alpha}{E_C}$$

$$\sin \theta = \frac{8,87.10^4 \cdot \sqrt{1 - (0,23)^2}}{9,34.10^4} = 0,92 \Rightarrow \theta = 67^{\circ}09'$$

2. Ta có: $F_C = q.E_C = 5.10^{-10}.9,34.10^4 = 0,467.10^{-4} (N)$

Chiều của lực F_C ngược với chiều của điện trường E_C trên hình vẽ.

1-11. Cho hai điện tích q và $2q$ đặt cách nhau 10 cm. Hỏi tại điểm nào trên đường nối hai điện tích ấy điện trường triệt tiêu.

Giải:

Trên đường nối hai điện tích, điện trường do chúng gây ra luôn cùng phương ngược chiều nên ta có:

$$E = E_1 - E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} - \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{2}{r_2^2} \right)$$

Giả sử tại điểm M cách điện tích q một khoảng r, điện trường triệt tiêu. Điểm M cách điện tích 2q một khoảng là (l-r) với l là khoảng cách giữa q và 2q.

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{2}{(l-r)^2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r^2} - \frac{2}{(l-r)^2} = 0 \Rightarrow (l-r)^2 = 2r^2$$

$$\Rightarrow l-r = \sqrt{2}r$$

$$\Rightarrow r = \frac{l}{1+\sqrt{2}} = \frac{10}{1+\sqrt{2}} \approx 4,14(\text{cm})$$

Vậy, điện trường giữa hai điện tích q và 2q triệt tiêu tại điểm M nằm trên đường nối hai điện tích tại vị trí cách điện tích q là 4,14 (cm).

1-12. Xác định cường độ điện trường ở tâm một lục giác đều cạnh a, biết rằng ở sáu đỉnh của nó có đặt:

1. 6 điện tích bằng nhau và cùng dấu.
2. 3 điện tích âm và 3 điện tích dương về trị số đều bằng nhau.

Giải:

1. Nếu ta đặt tại sáu đỉnh của lục giác đều các điện tích bằng nhau và cùng dấu, thì các cặp điện tích ở các đỉnh đối diện sẽ tạo ra tại tâm các điện trường bằng nhau nhưng ngược chiều, nên chúng triệt tiêu lẫn nhau. Do vậy, điện trường tổng cộng tại tâm lục giác bằng không.

$$E_0 = 0 \text{ (do tính đối xứng)}$$

2. Để đặt ba điện tích dương và ba điện tích âm cùng độ lớn vào sáu đỉnh của lục giác đều, ta có ba cách xếp như sau:

a) Các điện tích âm và dương được đặt xen kẽ với nhau:

Ta nhận thấy: các cặp điện trường (E_1, E_4) , (E_2, E_5) và (E_3, E_6) cùng phương cùng chiều và các điện trường có cùng độ lớn.

⇒ Các cặp điện tích 1-4, 2-5 và 3-6 tạo ra các điện trường bằng nhau và hợp với nhau các góc bằng 120^0 (Hình vẽ).

⇒ Do tính đối xứng nên điện trường tổng hợp có giá trị bằng 0.

b) Các điện tích dương và âm đặt liên tiếp:

Các cặp điện tích 1-4, 2-5 và 3-6 tạo ra các điện trường bằng nhau như hình vẽ:

$$E_{14} = E_{25} = E_{36} = 2E_1 = 2 \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a^2}$$

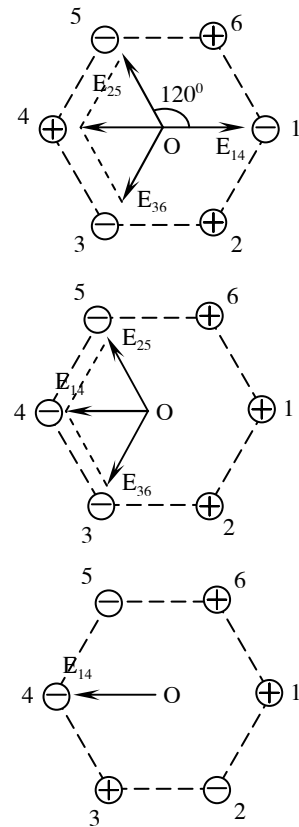
Ta có thể dễ dàng tính được: điện trường tổng cộng E hướng theo phương của điện trường E_{14} và có độ lớn bằng:

$$E = 2E_{14} = \frac{q}{\pi\epsilon\epsilon_0 a^2}$$

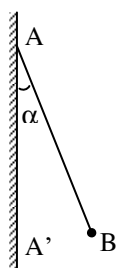
c) Các điện tích đặt như trên hình bên:

Hai cặp điện tích cùng dấu đặt tại các đỉnh đối diện tạo ra tại O các điện trường có cùng độ lớn nhưng ngược chiều. Do đó, điện trường do hai cặp điện tích 2-5 và 3-6 tạo ra tại O là bằng không. Vậy, điện trường tại O bằng điện trường do cặp điện tích 1-4 tạo ra tại O:

$$E = E_{14} = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a^2}$$



- 1-13. Trên hình 1-2, AA' là một mặt phẳng vô hạn tích điện đều với mật độ điện mặt $\sigma = 4.10^{-9} \text{C/cm}^2$ và B là một quả cầu tích điện cùng dấu với điện tích trên mặt phẳng. Khối lượng của quả cầu bằng $m = 1 \text{g}$, điện tích của nó bằng $q = 10^{-9} \text{C}$. Hỏi sợi dây treo quả cầu lệch đi một góc bằng bao nhiêu so với phương thẳng đứng.



Hình 1-2

Giải:

Tại vị trí cân bằng:

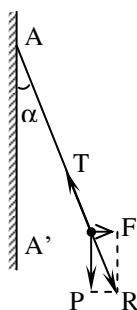
$$\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = 0$$

Trong đó: $P = mg$; $F = Eq = \frac{\sigma q}{2\epsilon\epsilon_0}$

Từ hình vẽ ta thấy:

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{\sigma q}{2\epsilon\epsilon_0 mg} = \frac{4 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1,886 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3} \cdot 9,81} = 0,2309$$

$$\Rightarrow \alpha = 13^\circ$$

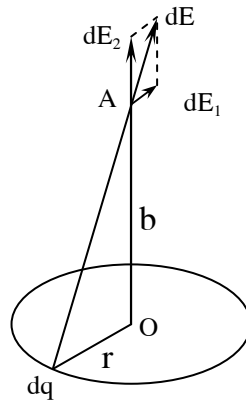


1-14. Một đĩa tròn bán kính $a = 8\text{cm}$ tích điện đều với mật độ điện mặt $\sigma = 10^{-8}\text{C/m}^2$.

1. Xác định cường độ điện trường tại một điểm trên trục của đĩa và cách tâm đĩa một đoạn $b = 6\text{cm}$.
2. Chứng minh rằng nếu $b \rightarrow 0$ thì biểu thức thu được sẽ chuyển thành biểu thức tính cường độ điện trường gây bởi một mặt phẳng vô hạn mang điện đều.

3. Chứng minh rằng nếu $b \gg a$ thì biểu thức thu được chuyển thành biểu thức tính cường độ điện trường gây bởi một điện tích điểm.

Giải:



1. Chia đĩa thành từng dải vành khăn có bề rộng dr . Xét dải vành khăn có bán kính r ($r < a$). Vành khăn có điện tích tổng cộng:

$$dQ = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr$$

Chia vành khăn thành các điện tích điểm dq . Chúng gây ra điện trường $d\vec{E}$ tại A. Theo định lý chồng chất điện trường, điện trường tại A bằng tổng tất cả các giá trị $d\vec{E}$ đó.

Điện trường $d\vec{E}$ có thể phân thành hai thành phần $d\vec{E}_1$ và $d\vec{E}_2$. Do tính đối xứng nên tổng các thành phần $d\vec{E}_1$ bằng không. Vậy:

$$dE_r = \int dE_2 = \int dE \cos \alpha, \text{ với } \alpha \text{ là góc giữa } d\vec{E} \text{ và } OA$$

$$\Rightarrow dE_r = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(r^2 + b^2)^{3/2}} \cdot \frac{b}{\sqrt{r^2 + b^2}} = \frac{b}{4\pi\epsilon_0(r^2 + b^2)^{3/2}} \cdot dQ = \frac{b\sigma \cdot r \cdot dr}{2\epsilon_0(r^2 + b^2)^{3/2}}$$

Điện trường do cả đĩa gây ra tại A là:

$$E = \int dE_r = \frac{b\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^a \frac{r \cdot dr}{(r^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{b\sigma}{2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{r^2 + b^2}} \right]_0^a = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + a^2/b^2}} \right)$$

$$E = \frac{10^{-8}}{2.8,86.10^{-12}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (8.10^{-2})^2 / (6.10^{-2})^2}} \right) \approx 226 \text{ (V / m)}$$

2. Nếu cho $b \rightarrow 0$, ta có:

$$E = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + a^2 / b^2}} \right) = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$$

Điện trường khi $b \rightarrow 0$ có biểu thức giống với điện trường do mặt phẳng tích điện đều gây ra.

3. Nếu $b \gg a$, áp dụng công thức gần đúng:

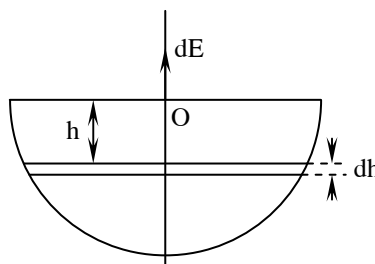
$$\frac{1}{\sqrt{1 + a^2 / b^2}} \approx 1 - \frac{a^2}{2b^2}$$

$$\text{Vậy: } E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \left[1 - \left(1 - \frac{a^2}{2b^2} \right) \right] = \frac{\sigma.a^2}{4\epsilon\epsilon_0 b^2} = \frac{\sigma.(\pi a^2)}{4\pi\epsilon\epsilon_0 b^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 b^2}$$

Điện trường khi $b \gg a$ có biểu thức giống với điện trường do một điện tích điểm gây ra.

1-15. Một mặt hình bán cầu tích điện đều, mật độ điện mặt $\sigma = 10^{-9} \text{C/m}^2$. Xác định cường độ điện trường tại tâm O của bán cầu.

Giải:



Chia bán cầu thành những đới cầu có bề rộng dh (tính theo phương trục của nó). Đới cầu được tích điện tích:

$$dQ = \frac{\sigma.2\pi r_h.dh}{\cos \theta} = \frac{2\pi\sigma r_h.dh}{(r_h / R)} = 2\pi\sigma R.dh.$$

với θ là góc giữa mặt đới cầu và trục đối xứng của đới cầu.

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

Tính tương tự như phần đầu của bài 1-14, ta tính được điện trường dE do đới cầu gây ra tại O có hướng như hình vẽ và có độ lớn bằng:

$$dE = \frac{h}{4\pi\epsilon\epsilon_0(r_h^2 + h^2)^{3/2}}.dQ = \frac{h.2\pi\sigma R.dh}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^3}$$

Lấy tích phân theo h từ 0 đến R , ta có:

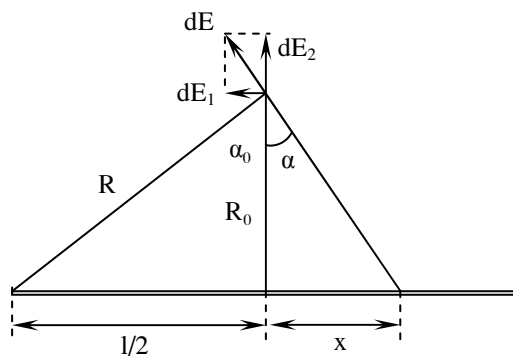
$$E = \int dE = \int_0^R \frac{\sigma.h}{2\epsilon\epsilon_0 R^2} dh = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0 R^2} \left[\frac{h^2}{2} \right]_0^R = \frac{\sigma}{4\epsilon\epsilon_0}$$

Coi $\epsilon = 1$, ta có:
$$E = \frac{10^{-9}}{4.1.8,86.10^{-12}} = 28,2(V/m)$$

1-16. Một thanh kim loại mảnh mang điện tích $q = 2.10^{-7}C$. Xác định cường độ điện trường tại một điểm nằm cách hai đầu thanh $R = 300cm$ và cách trung điểm thanh $R_0 = 10cm$. Coi như điện tích được phân bố đều trên thanh.

Giải:

Chia thanh thành những đoạn nhỏ dx . Chúng có điện tích là: $dq = \frac{q}{l} dx = \frac{q}{2\sqrt{R^2 - R_0^2}} dx$



Xét điện trường \vec{dE} gây ra do đoạn dx gây ra tại điểm đang xét. Ta có thể tách \vec{dE} thành hai thành phần \vec{dE}_1 và \vec{dE}_2 . Điện trường tổng cộng \vec{E} là tổng tất cả các điện trường \vec{dE} đó. Do tính đối xứng nên tổng tất cả các thành phần \vec{dE}_1 bằng không. Ta có:

$$\begin{aligned}
 dE_2 &= \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 (R_0^2 + x^2)} \cdot \frac{R_0}{\sqrt{R_0^2 + x^2}} \cdot \frac{q}{l} dx \\
 &= \frac{qR_0}{4\pi\epsilon_0 l (R_0^2 + x^2)^{3/2}} dx \\
 \Rightarrow E &= \int dE_2 = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{qR_0}{4\pi\epsilon_0 l (R_0^2 + x^2)^{3/2}} dx \underset{x=R_0 \tan \alpha}{=} \frac{qR_0}{4\pi\epsilon_0 l} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \frac{R_0}{\cos^2 \alpha \cdot (R_0^2 + R_0^2 \tan^2 \alpha)^{3/2}} d\alpha \\
 &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l R_0} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \cos \alpha d\alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l R_0} [\sin \alpha]_{-\alpha_0}^{\alpha_0} = \frac{2q \sin \alpha_0}{4\pi\epsilon_0 l R_0} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l R_0} \cdot \frac{1}{2R} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R R_0}
 \end{aligned}$$

Thay số: $E = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 1,886 \cdot 10^{-12} \cdot 3,0,1} \approx 6 \cdot 10^3 \text{ (V/m)}$

1-17. Một mặt phẳng tích điện đều với mật độ σ . Tại khoảng giữa của mặt có một lỗ hổng bán kính a nhỏ so với kích thước của mặt. Tính cường độ điện trường tại một điểm nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và đi qua tâm lỗ hổng, cách tâm đó một đoạn b .

Giải:

Ta có thể coi mặt phẳng tích điện có lỗ hổng không tích điện như một mặt phẳng tích điện đều mật độ σ và một đĩa bán kính a nằm tại vị trí lỗ tích điện đều với mật độ $-\sigma$.

+ Điện trường do mặt phẳng tích điện đều gây ra tại điểm đang xét là:

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

+ Điện trường do đĩa gây ra tại điểm đang xét là: (xem cách tính trong bài 1-14)

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + a^2/b^2}} \right)$$

+ Điện trường do mặt phẳng và đĩa gây ra cùng phương và ngược chiều nên:

$$E = E_1 - E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \sqrt{1 + a^2/b^2}}$$

- 1-18. Một hạt bụi mang một điện tích $q_2 = -1,7 \cdot 10^{-16} \text{C}$ ở cách một dây dẫn thẳng một khoảng 0,4 cm và ở gần đường trung trục của dây dẫn ấy. Đoạn dây dẫn này dài 150cm, mang điện tích $q_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{C}$. Xác định lực tác dụng lên hạt bụi. Giả thiết rằng q_1 được phân bố đều trên sợi dây và sự có mặt của q_2 không ảnh hưởng gì đến sự phân bố đó.

Giải:

Xét mặt Gaox là mặt trụ đáy tròn bán kính R_0 có trục trùng với sợi dây, chiều cao h ($h \ll l$) ở vùng giữa sợi dây và cách sợi dây một khoảng $R_0 \ll l$, ta có thể coi điện trường trên mặt trụ là đều. Sử dụng định lý Ottxrôgratxki-Gaox, ta có:

$$E \cdot 2\pi R_0 \cdot h = \frac{q_0}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 h}{l}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q_1}{2\pi \epsilon \epsilon_0 R_0 l}$$

Lực điện tác dụng lên hạt bụi là:

$$F = Eq_2 = \frac{q_1 q_2}{2\pi \epsilon \epsilon_0 R_0 l} = \frac{1,7 \cdot 10^{-16} \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 1,886 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5} \approx 10^{-10} (N)$$

- 1-19. Trong điện trường của một mặt phẳng vô hạn tích điện đều có đặt hai thanh tích điện như nhau. Hỏi lực tác dụng của điện trường lên hai thanh đó có như nhau không nếu một thanh nằm song song với mặt phẳng còn thanh kia nằm vuông góc với mặt phẳng.

Giải:

Lực tác dụng lên thanh nằm song song là:

$$\vec{F}_1 = \sum \vec{F}_i = \sum q \vec{E}_i$$

và lực tác dụng lên thanh nằm vuông góc là:

$$\vec{F}_2 = \sum \vec{F}_k = \sum q \vec{E}_k$$

Do điện trường do mặt phẳng vô hạn tích điện đều gây ra là điện trường đều nên:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_k \Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{F}_2$$

Vậy, lực tác dụng lên hai thanh là như nhau.

1-20. Một mặt phẳng vô hạn mang điện đều có mật độ điện tích mặt $\sigma = 2 \cdot 10^{-9} \text{C/cm}^2$. Hỏi lực tác dụng lên một đơn vị chiều dài của một sợi dây dài vô hạn mang điện đều. Cho biết mật độ điện tích của dây $\lambda = 3 \cdot 10^{-8} \text{C/cm}$.

Giải:

Ta thấy, lực tác dụng lên dây không phụ thuộc vào cách đặt dây trong điện trường. Ta có:

+ Điện trường do mặt phẳng gây ra là: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$

+ Điện tích của dây là: $q = \lambda L$

Vậy, lực tác dụng lên mỗi đơn vị chiều dài dây là:

$$F = Eq = \frac{\sigma\lambda L}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{2 \cdot 1,886 \cdot 10^{-12}} \approx 3,4(N)$$

1-21. Xác định vị trí của những điểm ở gần hai điện tích điểm q_1 và q_2 tại đó điện trường bằng không trong hai trường hợp sau đây: 1) q_1, q_2 cùng dấu; 2) q_1, q_2 khác dấu. Cho biết khoảng cách giữa q_1 và q_2 là l .

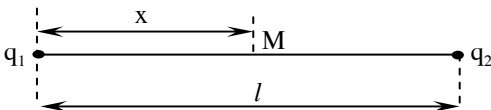
Giải:

Véc tơ cường độ điện trường tại một điểm M bất kỳ bằng

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

với \vec{E}_1 và \vec{E}_2 là các véc tơ cường độ điện trường do q_1, q_2 gây ra.

Để $\vec{E} = 0$, thì ta phải có: $\vec{E}_1 = -\vec{E}_2$



+ Hai điện trường E_1 và E_2 cùng phương, M phải nằm trên đường thẳng đi qua điểm đặt các điện tích.

+ Hai điện trường E_1 và E_2 cùng độ lớn:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_2 \\
 \Rightarrow \left| \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 x^2} \right| &= \left| \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (1-x)^2} \right| \Rightarrow \left(\frac{x}{1-x} \right)^2 = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \\
 \Rightarrow \frac{x}{1-x} &= \pm \sqrt{\left| \frac{q_1}{q_2} \right|} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\left| \frac{q_1}{q_2} \right|} (1-x) \\
 \Rightarrow x &= \frac{\pm 1 \sqrt{\left| \frac{q_1}{q_2} \right|}}{1 \pm \sqrt{\left| \frac{q_1}{q_2} \right|}} = \frac{\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|} \pm \sqrt{|q_2|}} l
 \end{aligned}$$

+ Hai điện trường E_1 và E_2 ngược chiều:

1. Nếu q_1, q_2 cùng dấu thì M phải nằm giữa hai điện tích:

$$0 < x < l \Rightarrow x = \frac{\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|} + \sqrt{|q_2|}} l$$

2. Nếu q_1, q_2 khác dấu thì M phải nằm ngoài hai điện tích:

$$x < 0 \text{ hay } x > l \Rightarrow x = \frac{\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|} - \sqrt{|q_2|}} l$$

1-22. Giữa hai dây dẫn hình trụ song song cách nhau một khoảng $l = 15\text{cm}$ người ta đặt một hiệu điện thế $U = 1500\text{V}$. Bán kính tiết diện mỗi dây là $r = 0,1\text{cm}$. Hãy xác định cường độ điện trường tại trung điểm của khoảng cách giữa hai sợi dây biết rằng các dây dẫn đặt trong không khí.

Giải:

Ta đi xét trường hợp tổng quát: nếu gọi khoảng cách từ điểm M đến trục dây dẫn thứ nhất là x thì cường độ điện trường tại M là:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{\lambda}{x} + \frac{\lambda}{l-x} \right) = \frac{\lambda l}{2\pi\epsilon\epsilon_0 x(l-x)}$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

với λ là mật độ điện dài trên dây. Mặt khác:

$$dU = -Edx$$

$$\Rightarrow U = -\int Edx = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_r^{l-r} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} \right) dx = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} [\ln x - \ln(l-x)]_r^{l-r} = \frac{\lambda}{\pi\epsilon\epsilon_0} \ln\left(\frac{l-r}{r}\right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\pi\epsilon\epsilon_0 U}{\ln\left(\frac{l-r}{r}\right)}$$

Thế λ vào biểu thức cường độ điện trường và thay $x = l/2$, ta có:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{l}{\frac{l}{2} \cdot \left(l - \frac{l}{2}\right)} \cdot \frac{\pi\epsilon\epsilon_0 U}{\ln\left(\frac{l-r}{r}\right)} = \frac{2U}{l \cdot \ln\left(\frac{l-r}{r}\right)}$$

Thay số:
$$E = \frac{2.1500}{0,15 \cdot \ln\left(\frac{0,149}{0,001}\right)} \approx 4.10^3 (V/m)$$

1-23. Cho hai điện tích điểm $q_1 = 2.10^{-6}C$, $q_2 = -10^{-6}C$ đặt cách nhau 10cm. Tính công của lực tĩnh điện khi điện tích q_2 dịch chuyển trên đường thẳng nối hai điện tích đó xa thêm một đoạn 90cm.

Giải:

Ta có: Công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển điện tích q_2 từ điểm A đến điểm B là:

$$A = q_2 \cdot (V_A - V_B)$$

Vậy:
$$A = q_2 \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} - \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (l+r)} \right) = \frac{l \cdot q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r (l+r)}$$

Thay số:
$$A = \frac{0,9 \cdot (-10^{-6}) \cdot 2.10^{-6}}{4\pi \cdot 1.886 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1.1} \approx -0,162(J)$$

Dấu trừ thể hiện ta cần thực hiện một công để đưa q_2 ra xa điện tích q_1 .

1-24. Tính công cần thiết để dịch chuyển một điện tích $q = (1/3).10^{-7}\text{C}$ từ một điểm M cách quả cầu tích điện bán kính $r = 1\text{cm}$ một khoảng $R = 10\text{cm}$ ra xa vô cực. Biết quả cầu có mật độ điện mặt $\sigma = 10^{-11}\text{C/cm}^2$.

Giải:

Công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển điện tích là:

$$A = q \cdot (V_A - V_B)$$

Vậy:

$$A = q \cdot \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2} \right) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R_1} \quad (\text{do } R_2 = \infty)$$

$$= \frac{q \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot \sigma}{4\pi\epsilon_0 (r + R)} = \frac{\sigma q r^2}{\epsilon_0 (r + R)}$$

Thay số:

$$A = \frac{10^{-7} \cdot (1/3) \cdot 10^{-7} \cdot (10^{-2})^2}{1.8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 11 \cdot 10^{-2}} \approx 3,42 \cdot 10^{-7} \text{ (J)}$$

1-25. Một vòng dây tròn bán kính 4cm tích điện đều với điện tích $Q = (1/9).10^{-8}\text{C}$. Tính điện thế tại:

1. Tâm vòng dây.
2. Một điểm M trên trục vòng dây, cách tâm của vòng dây một đoạn $h = 3\text{cm}$.

Giải:

Chia vòng dây thành những đoạn vô cùng nhỏ $d\ell$ mang điện tích dq . Điện thế do điện tích dq gây ra tại điểm M trên trục vòng dây, cách tâm của vòng dây một đoạn h là:

$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{R^2 + h^2}}$$

Điện thế do cả vòng gây ra tại M là:

$$V = \int dV = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{R^2 + h^2}}$$

1. Điện thế tại tâm vòng ($h=0$):

$$V_o = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = \frac{(1/9).10^{-8}}{4\pi.1.8,86.10^{-12}.4.10^{-2}} = 250(V)$$

2. Điện thế tại M (h = 3cm):

$$V_H = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{(1/9).10^{-8}}{4\pi.1.8,86.10^{-12} \sqrt{(4.10^{-2})^2 + (3.10^{-2})^2}} = 200(V)$$

1-26. Một điện tích điểm $q = (2/3).10^{-9}C$ nằm cách một sợi dây dài tích điện đều một khoảng $r_1 = 4cm$; dưới tác dụng của điện trường do sợi dây gây ra, điện tích dịch chuyển theo hướng đường sức điện trường đến khoảng cách $r_2 = 2cm$, khi đó lực điện trường thực hiện một công $A = 50.10^{-7}J$. Tính mật độ điện dài của dây.

Giải:

Ta có: $dA = q.dV$

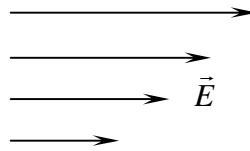
$$\Rightarrow dA = q.(-Edr) = -q. \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} dr$$

$$\Rightarrow A = \int dA = -\frac{q\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{q\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} (\ln r_2 - \ln r_1) = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_1}{r_2}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 A}{q. \ln \frac{r_1}{r_2}}$$

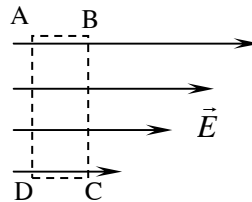
Vậy:
$$\lambda = \frac{2.\pi.1.8,86.10^{-12}.50.10^{-7}}{(2/3).10^{-9}.\ln \frac{4}{2}} \approx 6.10^{-7}(C/m)$$

1-27. Trong chân không liệu có thể có một trường tĩnh điện mà phương của các vectơ cường độ điện trường trong cả khoảng không gian có điện trường thì không đổi nhưng giá trị lại thay đổi, ví dụ như thay đổi theo phương vuông góc với các vectơ điện trường (hình 1-3) được không?



Hình 1-3

Giải:



Xét đường cong kín hình chữ nhật như hình vẽ, ta có:

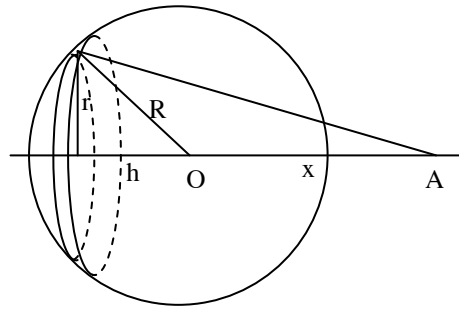
$$\begin{aligned}
 dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} \\
 \Rightarrow V_A - V_A &= - \oint_{ABCD} \vec{E} \cdot d\vec{l} \\
 &= - \left(\int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{BC} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{CD} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{DA} \vec{E} \cdot d\vec{l} \right) \\
 &= -(E_1 \cdot AB + 0 - E_2 \cdot CD + 0) \\
 &= (E_2 - E_1)l = 0
 \end{aligned}$$

Vậy: Nếu phương của vectơ cường độ điện trường không đổi thì giá trị của nó cũng phải không đổi trong toàn bộ không gian. Không có điện trường nào như nêu trong đề bài.

1-28. Tính điện thế gây ra bởi một quả cầu dẫn điện mang điện q bằng cách coi điện thế tại một điểm A nào đó bằng tổng các điện thế do từng điện tích điểm gây ra, trong các trường hợp sau:

1. Tại một điểm nằm trên quả cầu.
2. Tại một điểm nằm trong quả cầu.
3. Tại một điểm nằm ngoài quả cầu cách bề mặt của nó một đoạn bằng a .

Giải:



Chia quả cầu thành những vòng dây tích điện có chiều dày dh vô cùng nhỏ bán kính $r = \sqrt{R^2 - h^2}$ được tích điện với mật độ điện mặt $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$. Điện tích của vòng dây là:

$$dq = \sigma \cdot dS = \sigma \cdot \frac{2\pi r \cdot dh}{\cos \alpha}$$

với α là góc giữa mặt vòng dây và trục của nó. Dễ thấy:

$$\cos \alpha = \frac{r}{R} \Rightarrow dq = \frac{q}{4\pi R^2} \cdot 2\pi r \cdot dh = \frac{q \cdot dh}{2R}$$

Tính tương tự bài 1-25, điện thế do vòng dây gây ra tại điểm A cách tâm O một khoảng x như hình vẽ là:

$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + (h+x)^2}} = \frac{q \cdot dh}{8\pi\epsilon_0 R \sqrt{r^2 + h^2 + x^2 + 2hx}} = \frac{q \cdot dh}{8\pi\epsilon_0 R \sqrt{R^2 + x^2 + 2hx}}$$

Vậy, điện thế do cả mặt cầu gây ra là:

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \int_{-R}^R \frac{q \cdot dh}{8\pi\epsilon_0 R \sqrt{R^2 + x^2 + 2hx}} \stackrel{t=R^2+x^2+2hx}{=} \frac{q}{16\pi\epsilon_0 x R} \int_{(R-x)^2}^{(R+x)^2} \frac{dt}{\sqrt{t}} = \frac{q}{16\pi\epsilon_0 x R} \left[2\sqrt{t} \right]_{(R-x)^2}^{(R+x)^2} \\ &= \frac{q}{8\pi\epsilon_0 x R} (|R+x| - |R-x|) = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} & (x \leq R) \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x} & (x > R) \end{cases} \end{aligned}$$

1. Điện thế tại tâm quả cầu ($x = 0$) và trên mặt cầu ($x = R$):

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

2. Điện thế tại điểm nằm ngoài quả cầu, cách mặt cầu một khoảng là a ($x = R + a$):

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (R + a)}$$

1-29. Tính điện thế tại một điểm trên trục của một đĩa tròn mang điện tích đều và cách tâm đĩa một khoảng h . Đĩa có bán kính R , mật độ điện mặt σ .

Giải:

Chia đĩa thành những phần tử hình vành khăn bán kính x , bề rộng dx . Phần tử vành khăn mang điện tích $dq = \sigma dS = \sigma \cdot 2\pi x dx$. Theo bài 1-25, điện thế do hình vành khăn gây ra:

$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\sqrt{x^2+h^2}} = \frac{2\pi\sigma x dx}{4\pi\epsilon_0\sqrt{x^2+h^2}} = \frac{\sigma x dx}{2\epsilon_0\sqrt{x^2+h^2}}$$

Điện thế do cả đĩa gây ra:

$$V = \int dV = \int_0^R \frac{\sigma x dx}{2\epsilon_0\sqrt{x^2+h^2}} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \int_{h^2}^{R^2+h^2} \frac{dt}{\sqrt{t}} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \left[2\sqrt{t} \right]_{h^2}^{R^2+h^2}$$

Vậy: $V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{R^2+h^2} - h)$

1-30. Khoảng cách giữa hai bản tụ điện là $d = 5\text{cm}$, cường độ điện trường giữa hai bản không đổi và bằng $6 \cdot 10^4 \text{V/m}$. Một electron bay dọc theo đường sức của điện trường từ bản này sang bản kia của tụ điện với vận tốc ban đầu bằng không. Tìm vận tốc của electron khi nó bay tới bản thứ hai của tụ điện. Giả thiết bỏ qua ảnh hưởng của trọng trường.

Giải:

Công của lực điện trường gia tốc cho electron là: $A = eU = eEd$.

Mặt khác:

$$A = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (\text{do } v_1 = 0)$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2A}{m}} = \sqrt{\frac{2eEd}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 3,26 \cdot 10^7 (\text{m/s})$$

- 1-31. Cho hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện đều, mật độ bằng nhau và trái dấu, đặt cách nhau 5mm. Cường độ điện trường giữa chúng là 10^4V/m . Tính hiệu điện thế giữa hai mặt phẳng đó và mật độ điện mặt của chúng.

Giải:

Hiệu điện thế giữa hai bản:

$$U = Ed = 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 50(\text{V})$$

Ta lại có, cường độ điện trường ở giữa hai mặt phẳng song song vô hạn tích điện đều là:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow \sigma = \epsilon \epsilon_0 E = 1.886 \cdot 10^{-12} \cdot 10^4 = 8,86 \cdot 10^{-8} (\text{C/m}^2)$$

- 1-32. Tại hai đỉnh C, D của một hình chữ nhật ABCD (có các cạnh $AB = 4\text{m}$, $BC = 3\text{m}$) người ta đặt hai điện tích điểm $q_1 = -3 \cdot 10^{-8} \text{C}$ (tại C) và $q_2 = 3 \cdot 10^{-8} \text{C}$ (tại D). Tính hiệu điện thế giữa A và B.

Giải:

Trong hình chữ nhật ABCD có $AB = 4\text{m}$, $BC = 3\text{m}$, nên:

$$AC = BD = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5(\text{m})$$

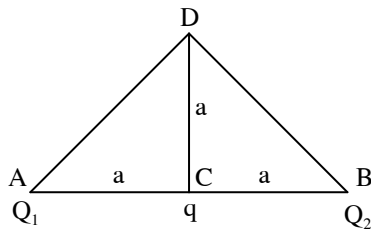
Điện thế tại A và B là tổng điện thế do hai điện thế gây ra tại đó:

$$V_A = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0.AC} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0.AD} = \frac{-3 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot \pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 5} + \frac{3 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot \pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 3} \approx 36(\text{V})$$

$$V_B = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0.BC} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0.BD} = \frac{-3 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot \pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 3} + \frac{3 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot \pi \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 5} \approx -36(\text{V})$$

Vậy: $U = V_A - V_B = 72(\text{V})$

- 1-33. Tính công của lực điện trường khi chuyển dịch điện tích $q = 10^{-9} \text{C}$ từ điểm C đến điểm D nếu $a = 6\text{cm}$, $Q_1 = (10/3) \cdot 10^{-9} \text{C}$, $Q_2 = -2 \cdot 10^{-9} \text{C}$ (Hình 1-4).



Hình 1-4

Giải:

Điện thế tại C và D bằng tổng điện thế do Q_1 và Q_2 gây ra:

$$\begin{aligned} V_C &= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0.AC} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0.BC} \\ &= \frac{1}{4\pi.1.8,86.10^{-12}} \left(\frac{(10/3).10^{-9}}{6.10^{-2}} + \frac{-2.10^{-9}}{6.10^{-2}} \right) \approx 200(V) \\ V_D &= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0.AD} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0.BD} \\ &= \frac{1}{4\pi.1.8,86.10^{-12}} \left(\frac{(10/3).10^{-9}}{6.\sqrt{2}.10^{-2}} + \frac{-2.10^{-9}}{6.\sqrt{2}.10^{-2}} \right) \approx 141(V) \end{aligned}$$

Công của lực điện trường khi dịch chuyển điện tích q từ C đến D là:

$$A = q(V_C - V_D) = 10^{-9}(200 - 141) = 0,59.10^{-7}(J)$$

- 1-34. Giữa hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện đều mật độ bằng nhau nhưng trái dấu, cách nhau một khoảng $d = 1\text{cm}$ đặt nằm ngang, có một hạt mang điện khối lượng $m = 5.10^{-14}\text{kg}$. Khi không có điện trường, do sức cản của không khí, hạt rơi với vận tốc không đổi v_1 . Khi giữa hai mặt phẳng này có hiệu điện thế $U = 600\text{V}$ thì hạt rơi chậm đi với vận tốc $v_2 = \frac{v_1}{2}$. Tìm điện tích của hạt.

Giải:

Sức cản của không khí tỉ lệ với vận tốc chuyển động của hạt trong không khí: $F_c = kv$.

+ Khi không có điện trường:

$$mg = kv_1$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

+ Khi có điện trường có cường độ E hướng lên trên:

$$mg - Eq = kv_2$$

Từ đó, ta rút ra:

$$\frac{mg}{mg - Eq} = \frac{v_1}{v_2}$$

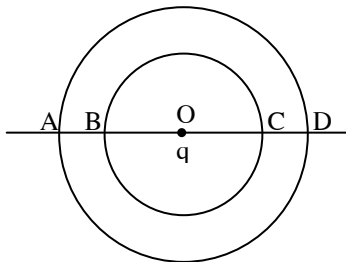
$$\Rightarrow mgv_2 = mgv_1 - Eqv_1$$

$$\Rightarrow q = \frac{mg(v_1 - v_2)}{Ev_1} = \frac{mgd}{U} \left(1 - \frac{v_2}{v_1} \right)$$

$$\Rightarrow q = \frac{5.10^{-14} \cdot 9,81.10^{-2}}{600} (1 - 0,5) \approx 4,1.10^{-18} (C)$$

1-35. Có một điện tích điểm q đặt tại tâm O của hai đường tròn đồng tâm bán kính r và R . Qua tâm O ta vẽ một đường thẳng cắt hai đường tròn tại các điểm A, B, C, D .

1. Tính công của lực điện trường khi dịch chuyển một điện tích q_0 từ B đến C và từ A đến D .
2. So sánh công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển từ A đến C và từ D đến B .



Hình 1-5

Giải:

Ta dễ dàng nhận thấy:

$$V_B = V_C = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}; \quad V_A = V_D = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

1. Công của lực điện trường khi dịch chuyển điện tích q_0 từ B đến C và từ A đến D là bằng không:

$$A_{BC} = q_0(V_B - V_C) = 0; \quad A_{AD} = q_0(V_A - V_D) = 0$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

2. Công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển từ A đến C và từ D đến B có cùng độ lớn:

$$A_{AC} = q_0(V_A - V_C) = q_0(V_D - V_B) = A_{DB}$$

1-36. Một hạt bụi rơi từ một vị trí cách đều hai bản của một tụ điện phẳng. Tụ điện được đặt thẳng đứng. Do sức cản của không khí, vận tốc của hạt bụi không đổi và bằng $v_1 = 2\text{cm/s}$. Hỏi trong thời gian bao lâu, sau khi đặt một hiệu điện thế $U = 300\text{V}$ vào hai bản của tụ điện, thì hạt bụi đập vào một trong hai bản đó. Cho biết khoảng cách giữa hai bản là $d = 2\text{cm}$, khối lượng hạt bụi $m = 2 \cdot 10^{-9}\text{g}$, điện tích của hạt bụi $q = 6,5 \cdot 10^{-17}\text{C}$.

Giải:

Lực cản của không khí tỉ lệ với vận tốc của hạt bụi: $F_c = kv$.

+ Theo phương thẳng đứng, hạt bụi có vận tốc ổn định v_1 :

$$mg = kv_1 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{mg}{v_1}$$

+ Giả sử theo phương ngang, hạt bụi có vận tốc ổn định v_2 :

$$Eq = \frac{Uq}{d} = kv_2 \Rightarrow v_2 = \frac{Uq}{kd} = \frac{Uqv_1}{mgd}$$

+ Coi khoảng thời gian hạt bụi được gia tốc đến vận tốc ổn định v_2 là rất ngắn. Khi đó thời gian để hạt bụi tới được một bản tụ là:

$$t = \frac{d}{2v_2} = \frac{mgd^2}{2Uqv_1} = \frac{2 \cdot 10^{-12} \cdot 9,81 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 300 \cdot 6,5 \cdot 10^{-17} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \approx 10(s)$$

1-37. Cho hai mặt trụ đồng trục mang điện đều bằng nhau và trái dấu có bán kính lần lượt là 3cm và 10 cm, hiệu điện thế giữa chúng là 50V. Tính mật độ điện dài trên mỗi mặt trụ và cường độ điện trường tại điểm bằng trung bình cộng của hai bán kính.

Giải:

Hiệu điện thế giữa hai mặt trụ đồng trục được tính theo công thức:

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0(V_1 - V_2)}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi \cdot 1,8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 50}{\ln \frac{10}{3}} \approx 0,23 \cdot 10^{-8} (C/m)$$

Cường độ điện trường giữa hai mặt trụ chỉ do mặt trụ trong gây ra:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r_{tb}} = \frac{0,23 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 1,8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 6,5 \cdot 10^{-2}} \approx 635 (V/m)$$

1-38. Cho một quả cầu tích điện đều với mật độ điện khối ρ , bán kính a . Tính hiệu điện thế giữa hai điểm cách tâm lần lượt là $a/2$ và a .

Giải:

Xét mặt Gaox đồng tâm với khối cầu bán kính r ($r < a$). Do tính đối xứng nên điện trường trên mặt này là như nhau và vuông góc với mặt cầu. Theo định lý Ostrogradski-Gaox:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sum q}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\rho \cdot \frac{4\pi}{3} r^3}{\epsilon\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{3\epsilon\epsilon_0}$$

Từ đó, ta có:

$$V_{a/2} - V_a = \int_{a/2}^a E dr = \int_{a/2}^a \frac{\rho r}{3\epsilon\epsilon_0} dr = \frac{\rho}{3\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{r^2}{2} \right]_{a/2}^a = \frac{\rho}{3\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{3a^2}{8} = \frac{\rho a^2}{8\epsilon\epsilon_0}$$

1-39. Người ta đặt một hiệu điện thế $U = 450V$ giữa hai hình trụ dài đồng trục bằng kim loại mỏng bán kính $r_1 = 3cm$, $r_2 = 10cm$. Tính:

1. Điện tích trên một đơn vị chiều dài của hình trụ.
2. Mật độ điện mặt trên mỗi hình trụ.
3. Cường độ điện trường ở gần sát mặt hình trụ trong, ở trung điểm của khoảng cách giữa hai hình trụ và ở gần sát mặt hình trụ ngoài.

Giải:

1. Hiệu điện thế giữa hai hình trụ được tính theo công thức:

$$U = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi\epsilon_0 U}{\ln(R_2/R_1)} = \frac{2\pi \cdot 1.8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 450}{\ln(10/3)} \approx 0,207 \cdot 10^{-7} (C/m)$$

2. Điện tích trên các mặt trụ: $q = \lambda L = \sigma \cdot S = \sigma \cdot 2\pi r \cdot L \Rightarrow \sigma = \frac{\lambda}{2\pi r}$

$$\sigma_1 = \frac{\lambda}{2\pi r_1} = \frac{0,207 \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} \approx 1,1 \cdot 10^{-7} (C/m^2); \quad \sigma_2 = \frac{\lambda}{2\pi r_2} = \frac{0,207 \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} \approx 3,3 \cdot 10^{-8} (C/m^2)$$

3. Cường độ điện trường giữa hai bản chỉ do hình trụ bên trong gây ra:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{U}{r \ln(R_2/R_1)}$$

+ ở gần sát mặt trụ trong: $E = \frac{450}{3 \cdot 10^{-2} \cdot \ln(10/3)} \approx 12500 (V/m)$

+ ở chính giữa hai mặt trụ: $E = \frac{450}{6,5 \cdot 10^{-2} \cdot \ln(10/3)} \approx 5750 (V/m)$

+ ở gần sát mặt trụ ngoài: $E = \frac{450}{0,1 \cdot \ln(10/3)} \approx 3750 (V/m)$

CHƯƠNG 2: VẬT DẪN – TỤ ĐIỆN

2-1. Cho hai mặt cầu kim loại đồng tâm bán kính $R_1 = 4\text{cm}$, $R_2 = 2\text{cm}$ mang điện tích $Q_1 = -(2/3) \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $Q_2 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$. Tính cường độ điện trường và điện thế tại những điểm cách tâm mặt cầu những khoảng bằng 1cm, 2cm, 3cm, 4cm, 5cm.

Giải:

Cường độ điện trường bên trong mặt cầu kim loại tích điện q bằng không còn bên ngoài giống như cường độ điện trường do một điện tích điểm q đặt tại tâm cầu gây ra:

$$E_{\text{trong}} = 0; \quad E_{\text{ngoai}} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

Điện thế bên trong mặt cầu bằng nhau tại mọi điểm còn bên ngoài có điện thế giống như điện thế do một điện tích điểm q đặt tại tâm cầu gây ra (xem bài 1-28):

$$V_{\text{trong}} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}; \quad V_{\text{ngoai}} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$$

Sử dụng định lý chồng chất điện trường và điện thế, chúng ta tính được cường độ điện trường tại các điểm cần xét:

r	1cm	2cm	3cm	4cm	5cm
$E_1 \text{ (V/m)}$	0	0	0	-3742	-2395
$E_2 \text{ (V/m)}$	0	67362	29938	16841	10778
$E \text{ (V/m)}$	0	67362	29938	13099	8383

r	1cm	2cm	3cm	4cm	5cm
$V_1 \text{ (V)}$	-150	-150	-150	-150	-120
$V_2 \text{ (V)}$	1350	1350	900	675	540
$V \text{ (V)}$	1200	1200	750	525	420

$E_1, V_1; E_2, V_2$ thứ tự là điện trường và điện thế gây ra do các điện tích thứ nhất và thứ 2.

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

2-2. Một quả cầu kim loại bán kính 10cm, điện thế 300V. Tính mật độ điện mặt của quả cầu.

Giải:

Điện thế của quả cầu kim loại bán kính R được tính theo công thức:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

với: $q = \sigma S = \sigma \cdot 4\pi R^2$

$$\Rightarrow V = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{\epsilon\epsilon_0 V}{R} = \frac{1,8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 300}{0,1} \approx 2,66 \cdot 10^{-8} \text{ (C/m}^2\text{)}$$

2-3. Hai quả cầu kim loại bán kính r bằng nhau và bằng 2,5cm đặt cách nhau 1m, điện thế của một quả cầu là 1200V, của quả cầu kia là -1200V. Tính điện tích của mỗi quả cầu.

Giải:

Áp dụng nguyên lý cộng điện thế, ta có:

$$V_1 = V_{11} + V_{21} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (a - r)}$$

$$V_2 = V_{21} + V_{22} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (a - r)} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$$

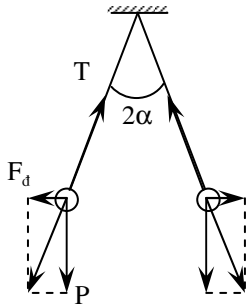
Giải hệ phương trình với các giá trị $a = 0,025 \text{ m}$, $r = 1 \text{ m}$, $\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9$ ta nhận được:

$$q_1 = 3,42 \cdot 10^{-9} \text{ C}; q_2 = -3,42 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

2-4. Hai quả cầu kim loại có bán kính và khối lượng như nhau: $R = 1 \text{ cm}$, $m = 4 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ được treo ở đầu hai sợi dây có chiều dài bằng nhau sao cho mặt ngoài của chúng tiếp xúc với nhau. Sau khi truyền điện tích cho các quả cầu, chúng đẩy nhau và các dây treo lệch một góc nào đó so với phương thẳng đứng. Sức căng của sợi dây khi đó là $T = 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ N}$.

Tính điện thế của các quả cầu mang điện này biết rằng khoảng cách từ điểm treo đến tâm quả cầu là $l = 10\text{cm}$. Các quả cầu đặt trong không khí.

Giải:



Sau khi truyền điện tích cho hai quả cầu, chúng sẽ nhận được điện tích q như nhau nào đó. Từ hình vẽ, ta có:

$$\cos \alpha = \frac{P}{T} = \frac{mg}{T} = \frac{4 \cdot 10^{-5} \cdot 9,8}{4,9 \cdot 10^{-4}} = 0,8 \quad \Rightarrow \alpha \approx 36,9^\circ$$

Khoảng cách giữa hai quả cầu là:

$$x = 2l \sin \alpha = 2 \cdot 0,1 \cdot \sin(36,9^\circ) = 0,12(\text{m}) = 12(\text{cm})$$

Mặt khác:

$$F = T \cdot \sin \alpha = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 x^2} \quad \Rightarrow \quad q = \pm \sqrt{4\pi\epsilon\epsilon_0 T x^2 \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \quad q = \pm \sqrt{4 \cdot \pi \cdot 1,8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 4,9 \cdot 10^{-4} \cdot (0,12)^2 \cdot \sin(36,9^\circ)} \approx \pm 2,1 \cdot 10^{-8} (\text{C})$$

Giả sử $q > 0 \Rightarrow q = 2,1 \cdot 10^{-8} (\text{C})$. Khi đó:

$$V_1 = V_{11} + V_{12} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (x - R)} = \frac{q \cdot x}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R (x - R)}$$

$$V_1 = \frac{2,1 \cdot 10^{-8} \cdot 0,12}{4 \cdot \pi \cdot 1,8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \cdot 11 \cdot 10^{-2}} \approx 21300 (\text{V})$$

Tương tự, ta cũng có: $V_2 = 21300 (\text{V})$.

2-5. Hai quả cầu kim loại bán kính 8cm và 5cm nối với nhau bằng một sợi dây dẫn có điện dung không đáng kể, và được tích một điện lượng $Q = 13.10^{-8}C$. Tính điện thế và điện tích của mỗi quả cầu.

Giải:

Vì hai quả cầu được nối với nhau bằng một sợi dây dẫn điện nên chúng có cùng điện thế V:

$$q_1 = C_1V = 4\pi\epsilon\epsilon_0r_1V; \quad q_2 = C_2V = 4\pi\epsilon\epsilon_0r_2V$$

Mặt khác: $Q = q_1 + q_2 = 4\pi\epsilon\epsilon_0(r_1 + r_2)V$

$$\Rightarrow V = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0(r_1 + r_2)} = \frac{13.10^{-8}}{4\pi \cdot 1.886.10^{-12} \cdot (8 + 5).10^{-2}} \approx 9000(V)$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{Q.r_1}{r_1 + r_2} = \frac{13.10^{-8}.8}{5 + 8} = 8.10^{-8}(C);$$

$$q_2 = \frac{Q.r_2}{r_1 + r_2} = \frac{13.10^{-8}.5}{5 + 8} = 5.10^{-8}(C)$$

2-6. Tại tâm của quả cầu rỗng cô lập bằng kim loại có đặt một điện tích q. Hỏi khi treo một điện tích q' ở ngoài quả cầu thì nó có bị lệch đi không? Cũng câu hỏi đó trong trường hợp ta nối quả cầu với đất.

Giải:

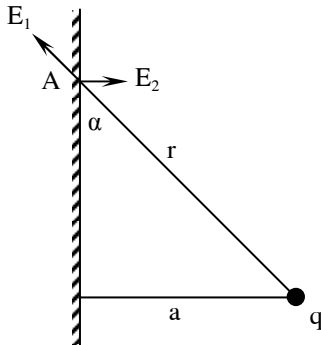
Do hiện tượng hưởng ứng điện, nên trên quả cầu xuất hiện các điện tích: điện tích q_1 cùng dấu với q xuất hiện trên phần mặt cầu gần điện tích q và điện tích q_2 trái dấu q xuất hiện trên phần mặt cầu bên kia. Do quả cầu trung hoà điện nên độ lớn của các điện tích này là như nhau. Nhưng do khoảng cách từ q' đến q_1 nhỏ hơn tới q_2 nên lực hút có độ lớn mạnh hơn lực đẩy. Vì vậy, q' bị hút lại gần quả cầu.

Nếu quả cầu được nối với đất, điện thế trên mặt cầu trở thành bằng 0. Do q' gây ra một điện thế V' trên mặt cầu nên trên mặt cầu phải có một điện tích q_3 trái dấu với q' để điện thế tổng cộng trên mặt cầu bằng 0. Do đó, khi quả cầu được nối đất, q' cũng bị hút lại gần quả cầu.

2-7. Trước một tấm kim loại nối với đất, người ta đặt một điện tích q cách tấm kim loại một đoạn a . Tính mật độ điện tích mặt trên tấm kim loại tại điểm:

1. Cách q một đoạn bằng a .
2. Cách q một đoạn bằng r ($r > a$).

Giải:



Do tính chất của kim loại, khi đặt trước tấm kim loại một điện tích q , trên mặt tấm sẽ xuất hiện các điện tích cảm ứng để sao cho điện trường bên trong tấm kim loại bằng 0. Xét tại một điểm cách q một khoảng r nằm trên mặt tấm.

+ Điện trường E_1 do q gây ra tại A:

$$E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

+ Để triệt tiêu thành phần vuông góc với tấm của E_1 , các điện tích cảm ứng tại A tạo ra điện trường E_2 :

$$E_2 = E_1 \cdot \sin \alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{a}{r}$$

Dùng mặt Gaox dạng hình trụ thiết diện S có trục vuông góc với mặt tấm để xác định E_2 :

$$E_2 \cdot 2S = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon\epsilon_0} \Rightarrow E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$$

Vậy: $\sigma = \frac{aq}{2\pi^3}$

Với điểm cách điện tích q một khoảng a :

$$\sigma_{\max} = \frac{q}{2\pi a^2}$$

2-8. Một quả cầu kim loại bán kính $R = 1\text{m}$ mang điện tích $q = 10^{-6}\text{C}$. Tính:

1. Điện dung của quả cầu.
2. Điện thế của quả cầu.
3. Năng lượng trường tĩnh điện của quả cầu.

Giải:

Điện dung của quả cầu:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R = 4\pi \cdot 1.8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \approx 1,1 \cdot 10^{-10} (F)$$

Điện thế của quả cầu:

$$q = CV \Rightarrow V = \frac{q}{C} = \frac{10^{-6}}{1,1 \cdot 10^{-10}} \approx 9 \cdot 10^3 (V)$$

Năng lượng tĩnh điện của quả cầu:

$$W = \frac{CV^2}{2} = \frac{1,1 \cdot 10^{-10} \cdot (9 \cdot 10^3)^2}{2} \approx 4,5 \cdot 10^{-3} (J)$$

2-9. Tính điện dung của Trái Đất, biết bán kính Trái Đất là $R = 6400\text{km}$. Tính độ biến thiên điện thế của Trái Đất nếu tích thêm cho nó 1C .

Giải:

Điện dung của Trái Đất là:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R = 4\pi \cdot 1.8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \approx 7,1 \cdot 10^{-4} (F)$$

Ta có:

$$Q = CV \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{1}{7,1 \cdot 10^{-4}} \approx 1400 (V)$$

2-10. Cho một tụ điện hình trụ bán kính hai bản là $r = 1,5\text{cm}$, $R = 3,5\text{cm}$. Hiệu điện thế giữa hai bản là $U_0 = 2300\text{V}$. Tính vận tốc của một electron chuyển động theo đường sức điện trường từ khoảng cách $2,5\text{cm}$ đến 3cm nếu vận tốc ban đầu của nó bằng không.

Giải:

Công của lực điện trường đã chuyển thành động năng của electron:

$$A = \frac{mv^2}{2}$$

Ta có: $dA = qdU = qEdx$ với $E = \frac{U_0}{x \cdot \ln(R/r)}$ (Xem bài 1-39)

$$\Rightarrow A = \int_{l_1}^{l_2} \frac{qU_0}{x \ln(R/r)} dx = \frac{qU_0 \cdot \ln(l_2/l_1)}{\ln(R/r)} = \frac{mv^2}{2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU_0 \ln(l_2/l_1)}{m \ln(R/r)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2300 \cdot \ln(3/2,5)}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot \ln(3,5/1,5)}} \approx 1,3 \cdot 10^7 (\text{m/s})$$

2-11. Cho một tụ điện cầu bán kính hai bản là $r = 1\text{cm}$ và $R = 4\text{cm}$, hiệu điện thế giữa hai bản là 3000V . Tính cường độ điện trường ở một điểm cách tâm tụ điện 3cm .

Giải:

Điện trường sinh ra giữa hai bản tụ chỉ do bản tụ trong gây ra: $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 x^2}$

Mặt khác: $q = CU = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 rR}{(R-r)} U$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 x^2} \cdot \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 rR}{(R-r)} U = \frac{UrR}{x^2(R-r)} = \frac{3000 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{(3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 3 \cdot 10^{-2}} \approx 4,45 \cdot 10^4 (\text{V/m})$$

2-12. Cho một tụ điện cầu bán kính hai bản là $R_1 = 1\text{cm}$, $R_2 = 3\text{cm}$, hiệu điện thế giữa hai bản là $U = 2300\text{V}$. Tính vận tốc của một electron chuyển động theo đường sức điện trường từ điểm cách tâm một khoảng $r_1 = 3\text{cm}$ đến điểm cách tâm một khoảng $r_2 = 2\text{cm}$.

Giải:

Công của lực điện trường đã chuyển thành động năng của electron:

$$A = \frac{mv^2}{2}$$

Ta có: $dA = qdU = qEdx$ với $E = \frac{U_0 R_1 R_2}{x^2 (R_2 - R_1)}$ (Xem bài 2-11)

$$\Rightarrow A = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{qU_0 R_1 R_2}{x^2 (R_2 - R_1)} dx = \frac{qU_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{mv^2}{2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU_0 R_1 R_2}{m(R_2 - R_1)} \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2.1,6.10^{-19}.2300.10^{-2}.3.10^{-2}.10^{-2}}{9.1.10^{-31}.2.10^{-2}.3.10^{-2}.2.10^{-2}}} \approx 1,42.10^7 \text{ (m/s)}$$

2-13. Hai quả cầu mang điện như nhau, mỗi quả nặng $P = 0,2\text{N}$ được đặt cách nhau một khoảng nào đó. Tìm điện tích của các quả cầu biết rằng ở khoảng cách đó, năng lượng tương tác tĩnh điện lớn hơn năng lượng tương tác hấp dẫn một triệu lần.

Giải:

Năng lượng tương tác tĩnh điện giữa hai quả cầu là: $W_1 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$

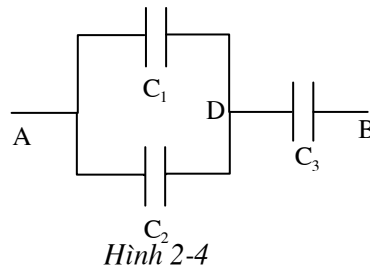
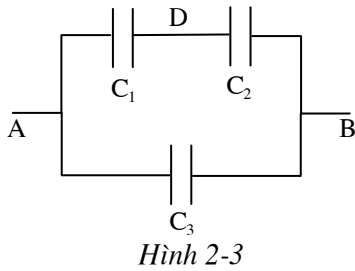
Năng lượng tương tác hấp dẫn là: $W_2 = \frac{Gm_1 m_2}{r} = \frac{G.P^2}{r.g^2} \text{ (} m_1 = m_2 \text{)}$

Theo đầu bài, ta có:

$$k = \frac{W_1}{W_2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \cdot \frac{rg^2}{GP^2} = \frac{q^2 g^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 GP^2}$$

$$\Rightarrow q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 kGP^2}{g^2}} = \sqrt{\frac{4\pi.1,8,86.10^{-12}.10^6.6,67.10^{-11}.0,04}{9,81^2}} \approx 1,76.10^{-9} \text{ (C)}$$

2-14. Tính điện dung tương đương của hệ các tụ điện C_1, C_2, C_3 . Cho biết điện dung của mỗi tụ điện bằng $0,5\mu F$ trong hai trường hợp: 1) Mắc theo hình 2-3; 2) Mắc theo hình 2-4.



Giải:

+ Điện dung tương đương của hệ hai tụ điện mắc nối tiếp: $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

+ Điện dung tương đương của hệ hai tụ điện mắc song song: $C = C_1 + C_2$

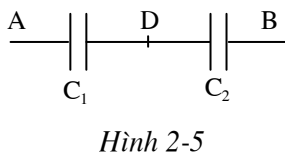
1. Hình 2-3: $(C_1 \text{ nt } C_2) // C_3$

$$\Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = \frac{0,5 \cdot 0,5}{0,5 + 0,5} + 0,5 = 0,75(\mu F)$$

2. Hình 2-4: $(C_1 // C_2) \text{ nt } C_3$

$$\Rightarrow C = \frac{(C_1 + C_2) C_3}{(C_1 + C_2) + C_3} = \frac{(0,5 + 0,5) 0,5}{(0,5 + 0,5) + 0,5} \approx 0,33(\mu F)$$

2-15. Hiệu điện thế giữa hai điểm A và B bằng 6V (Hình 2-5). Điện dung của tụ điện thứ nhất $C_1 = 2\mu F$ và của tụ điện thứ hai $C_2 = 4\mu F$. Tính hiệu điện thế và điện tích trên các bản tụ điện.



Giải:

Gọi q là điện tích trên các tụ điện, ta có:

$$q = CU = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U$$

Mặt khác: $q = C_1 U_1; \quad q_2 = C_2 U_2$

$$\Rightarrow C_1 U_1 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{C_2 U}{C_1 + C_2} = \frac{4.6}{2+4} = 4(V)$$

Tương tự: $U_2 = \frac{C_1 U}{C_1 + C_2} = \frac{2.6}{2+4} = 2(V)$

Khi đó, ta có: $q = C_1 U_1 = 2.10^{-6}.4 = 8.10^{-6}(C)$

2-16. Tính điện dung tương đương của hai hệ các tụ điện C_1, C_2, C_3, C_4 mắc theo hình 2-6 và 2-7, chứng minh rằng điều kiện để hai điện dung tương đương bằng nhau là:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4}$$

Giải:

Trong cách mắc thứ 1: $(C_1 // C_3)$ nt $(C_2 // C_4)$

$$\Rightarrow C'_1 = \frac{(C_1 + C_3)(C_2 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}$$

Trong cách mắc thứ hai: $(C_1$ nt $C_2) // (C_3 + C_4)$

$$\Rightarrow C'_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}$$

Để hai điện dung tương đương bằng nhau:

$$C'_1 = C'_2 \Leftrightarrow \frac{(C_1 + C_3)(C_2 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}$$

Đặt $k_1 = \frac{C_1}{C_2}; k_2 = \frac{C_3}{C_4}$, ta có:

$$\frac{(k_1 C_2 + k_2 C_4)(C_2 + C_4)}{(k_1 + 1)C_2 + (k_2 + 1)C_4} = \frac{k_1 C_2^2}{(k_1 + 1)C_2} + \frac{k_2 C_4^2}{(k_2 + 1)C_4} = \frac{k_1}{k_1 + 1} C_2 + \frac{k_2}{k_2 + 1} C_4$$

$$\Leftrightarrow k_1 C_2^2 + (k_1 + k_2) C_2 C_4 + k_2 C_4^2 = k_1 C_2^2 + \left(\frac{k_2 + 1}{k_1 + 1} k_1 + \frac{k_1 + 1}{k_2 + 1} k_2 \right) C_2 C_4 + k_2 C_4^2$$

$$\Leftrightarrow k_1 - \frac{k_2 + 1}{k_1 + 1} k_1 = \frac{k_1 + 1}{k_2 + 1} k_2 - k_2 \quad \Leftrightarrow \frac{k_1 - k_2}{k_2 + 1} k_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + 1} k_2$$

$$\Leftrightarrow k_1^2 + k_1 = k_2^2 + k_2 \quad \Leftrightarrow (k_1 - k_2)(k_1 + k_2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow k_1 = k_2 \quad (\text{do } k_1 > 0, k_2 > 0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4}$$

2-17. Một tụ điện có điện dung $C_1 = 20\mu\text{F}$, hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện $U_1 = 100\text{V}$. Người ta nối song song với nó một tụ điện thứ hai có hiệu điện thế trên hai bản là $U_2 = 40\text{V}$. Xác định điện dung của tụ điện thứ hai (C_2) biết hiệu điện thế sau khi nối là $U = 80\text{V}$ (hai bản nối với nhau có điện tích cùng dấu).

Giải:

Điện tích trên các tụ điện trước khi nối với nhau là:

$$q_1 = C_1 U_1; \quad q_2 = C_2 U_2$$

Do các bản nối với nhau có điện tích cùng dấu nên tổng điện tích trên các tụ điện sau khi nối là:

$$q = q_1 + q_2 = C_1 U_1 + C_2 U_2 = (C_1 + C_2) U$$

$$\Rightarrow C_1 (U_1 - U) = C_2 (U - U_2)$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{U_1 - U}{U - U_2} C_1 = \frac{100 - 80}{80 - 40} 20 = 10(\mu\text{F})$$

2-18. Một tụ điện có điện dung $C = 2\mu\text{F}$ được tích một điện lượng $q = 10^{-3}\text{C}$. Sau đó, các bản của tụ điện được nối với nhau bằng một dây dẫn. Tìm nhiệt lượng toả ra trong dây dẫn khi tụ điện phóng điện và hiệu điện thế giữa hai bản của tụ điện trước khi phóng điện.

Giải:

Hiệu điện thế giữa hai bản của tụ điện trước khi phóng điện:

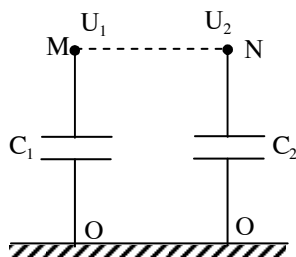
$$U = \frac{q}{C} = \frac{10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = 500(V)$$

Nhiệt lượng toả ra trong dây dẫn khi tụ điện phóng điện chính là năng lượng của tụ điện ban đầu:

$$Q = W = \frac{q^2}{2C} = \frac{(10^{-3})^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 0,25(J)$$

2-19. Xác định nhiệt lượng toả ra khi nối các bản phía trên (bản không nối đất) của hai tụ điện bằng một dây dẫn (hình 2-8). Hiệu điện thế giữa các bản phía trên của tụ điện và đất lần lượt bằng $U_1 = 100V$ và $U_2 = -50V$, điện dung của các tụ điện bằng $C_1 = 2\mu F$; $C_2 = 0,5\mu F$.

Giải:



Hình 2-8

Trước khi nối các tụ điện, điện tích trên các bản tụ phía trên là:

$$q_1 = C_1 U_1; \quad q_2 = C_2 U_2$$

Sau khi nối các tụ điện, tổng điện tích trên các bản tụ là:

$$q = q_1 + q_2 = C_1 U_1 + C_2 U_2 = (C_1 + C_2) U$$

$$\Rightarrow U = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2}$$

Năng lượng của các tụ điện trước khi nối là:

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{C_2 U_2^2}{2}$$

và sau khi nối là:

$$W_2 = \frac{(C_1 + C_2)U^2}{2} = \frac{(C_1 U_1 + C_2 U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

Nhiệt lượng toả ra đúng bằng độ thay đổi năng lượng các tụ điện:

$$Q = W_1 - W_2 = \frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{C_2 U_2^2}{2} - \frac{(C_1 U_1 + C_2 U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{C_1 C_2 (U_1 - U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

$$Q = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot (100 - (-50))^2}{2(2 \cdot 10^{-6} + 0,5 \cdot 10^{-6})} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

CHƯƠNG 3: ĐIỆN MÔI

3-1. Xác định mật độ điện tích liên kết trên mặt một tấm mica dày 0,02cm đặt vào giữa và áp vào hai bản của một tụ điện phẳng được tích đến hiệu điện thế $U = 400V$.

Giải:

Ta có: $\sigma = P_n$ trong đó $P_n = D_n - \epsilon_0 E_n$.

Trong khoảng không gian giữa hai bản tụ điện phẳng, điện trường là đều và vuông góc với hai bản tụ. Ta có:

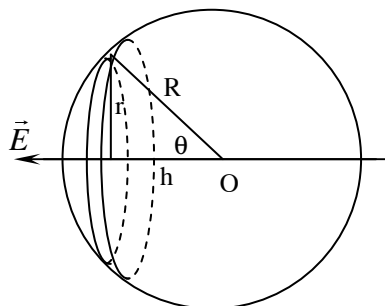
$$E_n = E = \frac{U}{d}; \quad D_n = D = \epsilon \epsilon_0 E$$

$$\Rightarrow \quad \sigma = D - \epsilon_0 E = (\epsilon - 1) \epsilon_0 E = (\epsilon - 1) \epsilon_0 \frac{U}{d}$$

$$\sigma = (7,5 - 1) 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{400}{2 \cdot 10^{-4}} = 1,15 \cdot 10^{-4} (C/m^2)$$

3-2. Bên trong một lớp điện môi đồng chất hằng số điện môi là ϵ , có một điện trường đều E . Người ta khoét một lỗ hổng hình cầu bên trong lớp điện môi ấy. Hãy tìm cường độ điện trường E' tại tâm lỗ hổng do các điện tích cảm ứng trên mặt lớp điện môi tạo thành lỗ hổng gây ra.

Giải:



Mật độ điện tích trên một phần tử diện tích mặt dS là:

$$\sigma = P_n = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E_n = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E \cdot \cos \theta = \frac{(\epsilon - 1)\epsilon_0 E h}{R}$$

với θ là góc giữa pháp tuyến của dS và vectơ phân cực điện môi \vec{P} .

Chia mặt cầu thành các vòng có độ dày dh rất nhỏ. Vòng có điện tích tổng cộng:

$$dQ = \sigma \cdot dS = \sigma \frac{2\pi r \cdot dh}{|\sin \theta|} = 2\pi \sigma R \cdot dh$$

Sử dụng tính toán của bài 1-14, điện trường do vòng gây ra tại O cùng phương với \vec{E} và độ lớn bằng:

$$dE_h = \frac{h}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (r^2 + h^2)^{3/2}} \cdot dQ$$

$$\Rightarrow dE_h = \frac{h}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^3} \cdot 2\pi \cdot (\epsilon - 1)\epsilon_0 E h \cdot dh = \frac{(\epsilon - 1)E}{2\epsilon R^3} h^2 dh$$

$$\Rightarrow E = \int dE_h = \frac{(\epsilon - 1)E}{2\epsilon R^3} \int_{-R}^R h^2 dh$$

$$\Rightarrow E = \frac{(\epsilon - 1)E}{2\epsilon R^3} \left[\frac{h^3}{3} \right]_{-R}^R$$

$$\Rightarrow E = \frac{(\epsilon - 1)E}{3\epsilon}$$

3-3. Một tụ điện phẳng có chứa điện môi ($\epsilon = 6$) khoảng cách giữa hai bản là 0,4cm, hiệu điện thế giữa hai bản là 1200V. Tính:

1. Cường độ điện trường trong chất điện môi.
2. Mật độ điện mặt trên hai bản tụ điện.
3. Mật độ điện mặt trên chất điện môi.

Giải:

1. Cường độ điện trường trong chất điện môi:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{1200}{4 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^5 (V/m)$$

2. Mật độ điện mặt trên hai bản tụ điện

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \Rightarrow \sigma = \epsilon\epsilon_0 E = 6.8,86.10^{-12} \cdot 3.10^5 \approx 1,59.10^{-5} (C/m^2)$$

3. Mật độ điện mặt trên chất điện môi:

$$\sigma' = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E = 5.8,86.10^{-12} \cdot 3.10^5 \approx 1,33.10^{-5} (C/m^2)$$

3-4. Cho một tụ điện phẳng, môi trường giữa hai bản ban đầu là không khí ($\epsilon_1 = 1$), diện tích mỗi bản là $0,01m^2$, khoảng cách giữa hai bản là $0,5cm$, hai bản được nối với hiệu điện thế $300V$. Sau đó bỏ nguồn đi rồi lấp đầy khoảng không gian giữa hai bản bằng chất điện môi có $\epsilon_2 = 3$.

1. Tính hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện sau khi lấp đầy điện môi.
2. Tính điện tích trên mỗi bản.

Giải:

Điện dung của tụ điện được xác định theo công thức:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$$

$$\Rightarrow Q = C_1 U_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d} U_1 = \frac{1.8,86.10^{-12} \cdot 10^{-2}}{0,5.10^{-2}} \cdot 300 \approx 5,3.10^{-9} (C)$$

Mặt khác, điện tích này sau khi lấp tụ không đổi nên:

$$Q = C_2 U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S U_1}{d} \cdot \frac{d}{\epsilon_2 \epsilon_0 S} = \frac{\epsilon_1 U_1}{\epsilon_2} = \frac{1.300}{3} = 100(V)$$

3-5. Cho một tụ điện phẳng, khoảng cách giữa hai bản là $0,01m$. Giữa hai bản đổ đầy dầu có hằng số điện môi $\epsilon = 4,5$. Hỏi cần phải đặt vào các bản một hiệu điện thế bằng bao nhiêu để mật độ điện tích liên kết trên dầu bằng $6,2.10^{-10} C/cm^2$.

Giải:

Mật độ điện tích liên kết:

$$\sigma' = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E = (\epsilon - 1)\epsilon_0 \frac{U}{d}$$

$$\Rightarrow U = \frac{d\sigma'}{(\epsilon - 1)\epsilon_0} = \frac{0,01.6.2.10^{-6}}{3,5.8,86.10^{-12}} \approx 2000(V)$$

3-6. Giữa hai bản của một tụ điện phẳng, có một bản thủy tinh ($\epsilon = 6$). Diện tích mỗi bản tụ điện bằng 100cm^2 . Các bản tụ điện hút nhau với một lực bằng $4,9.10^{-3}\text{N}$. Tính mật độ điện tích liên kết trên mặt thủy tinh.

Giải:

Gọi lực tương tác giữa hai bản tụ điện là F. Công dịch chuyển hai bản tụ điện lại sát nhau về trị số đúng bằng năng lượng của tụ điện:

$$Fd = \frac{Q^2}{2C} = \frac{\sigma^2 S^2}{2} \cdot \frac{d}{\epsilon\epsilon_0 S}$$

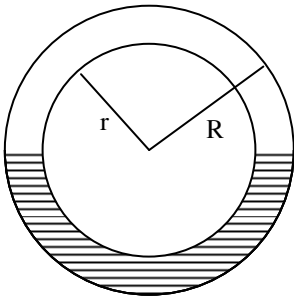
$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 F}{S}}$$

Mặt khác, ta lại có:

$$\sigma = \epsilon\epsilon_0 E; \quad \sigma' = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E$$

$$\Rightarrow \sigma' = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \sigma = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 F}{S}} = \frac{5}{6} \sqrt{\frac{2.6.8,86.10^{-12}.4,9.10^{-3}}{10^{-2}}} \approx 6.10^{-6} (C/m^2)$$

3-7. Một tụ điện cầu có một nửa chứa điện môi đồng chất với hằng số điện môi $\epsilon = 7$, nửa còn lại là không khí. Bán kính các bản là $r = 5\text{cm}$ và $R = 6\text{cm}$ (hình 3-2). Xác định điện dung C của tụ điện. Bỏ qua độ cong của những đường sức điện trường tại mặt giới hạn chất điện môi.



Hình 3-2

Giải:

Coi tụ điện như một hệ hai tụ điện mắc song song mà mỗi tụ điện có các bản là nửa mặt cầu. Điện dung của mỗi tụ được tính theo công thức:

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 Rr}{R - r}$$

Điện dung của hệ là:

$$C = C_1 + C_2 = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 Rr}{R - r} + \frac{2\pi\epsilon_0 Rr}{R - r} = \frac{2\pi(\epsilon + 1)\epsilon_0 Rr}{R - r}$$

$$C = \frac{2\pi \cdot (7 + 1) \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{10^{-2}} \approx 1,34 \cdot 10^{-10} (\text{F})$$

3-8. Trong một tụ điện phẳng có khoảng cách giữa các bản là d , người ta đặt một tấm điện môi dày $d_1 < d$ song song với các bản tụ điện. Xác định điện dung của tụ điện trên. Cho biết hằng số điện môi của tấm điện môi là ϵ , diện tích của tấm đó bằng diện tích các bản của tụ điện và bằng S .

Giải:

Coi tụ điện như ba tụ điện mắc nối tiếp với các điện dung:

$$C_1 = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d_1}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2}; \quad C_3 = \frac{\epsilon_0 S}{d_3}$$

với d_2 và d_3 là khoảng cách giữa các mặt của tấm điện môi và các bản tụ điện.

Điện dung toàn phần của tụ điện xác định theo công thức:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{\epsilon_0 S} \left(\frac{d_1}{\epsilon} + d_2 + d_3 \right) = \frac{1}{\epsilon_0 S} \left(\frac{d_1}{\epsilon} + d - d_1 \right)$$

$$\Rightarrow C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{\epsilon d + (1 - \epsilon) d_1}$$

3-9. Hai tụ điện phẳng, mỗi cái có điện dung $C = 10^{-6} \mu\text{F}$ được mắc nối tiếp với nhau. Tìm sự thay đổi điện dung của hệ nếu lấp đầy một trong hai tụ điện bằng một chất điện môi có hằng số điện môi $\epsilon = 2$.

Giải:

Điện dung của hệ trước khi lấp là:

$$C_1 = \frac{C \cdot C}{C + C} = \frac{C}{2}$$

Điện dung của tụ điện bị lấp đầy sẽ tăng lên ϵ lần. Điện dung của hệ khi đó là:

$$C_2 = \frac{C \cdot (\epsilon C)}{C + (\epsilon C)} = \frac{\epsilon \cdot C}{\epsilon + 1}$$

Độ thay đổi điện dung của hệ là:

$$\Delta C = C_2 - C_1 = \frac{\epsilon \cdot C}{\epsilon + 1} - \frac{C}{2} = \frac{\epsilon - 1}{2(\epsilon + 1)} C = \frac{2 - 1}{2(2 + 1)} \cdot 10^{-6} \approx 1,7 \cdot 10^{-7} (\mu\text{F})$$

3-10. Một điện tích q được phân bố đều trong khắp thể tích của một quả cầu bán kính R . Cho hằng số điện môi của môi trường bên trong cũng như bên ngoài của quả cầu đều bằng ϵ . Tính:

1. Năng lượng điện trường bên trong quả cầu.
2. Năng lượng điện trường bên ngoài quả cầu.
3. Khi chia đôi quả cầu thành hai nửa quả cầu bằng nhau, năng lượng điện trường thay đổi thế nào?

Giải:

Xét mặt Gaox đồng tâm với quả cầu có bán kính r . Do tính đối xứng nên điện trường trên mặt cầu có độ lớn như nhau và vuông góc với mặt cầu.

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

$$+ \text{ Với } r < R: E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_r}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\rho \cdot (4/3)\pi \cdot r^3}{\epsilon\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{(4/3)\pi R^3} \cdot \frac{r}{3\epsilon\epsilon_0} = \frac{qr}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^3}$$

$$+ \text{ Với } r > R: E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

Mật độ năng lượng của điện trường là: $w = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2$

+ Năng lượng bên trong quả cầu là:

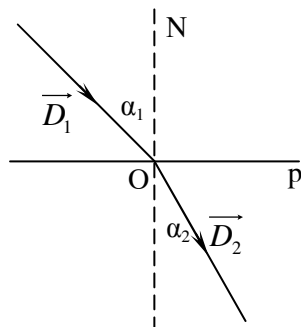
$$W_1 = \int_0^R \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 \left(\frac{qr}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^3} \right)^2 \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R^6} \int_0^R r^4 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R^6} \left[\frac{r^5}{5} \right]_0^R = \frac{q^2}{40\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

+ Năng lượng bên ngoài quả cầu là:

$$W_2 = \int_R^\infty \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 \left(\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \right)^2 \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_R^\infty = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

+ Khi chia đôi quả cầu, các bán cầu sẽ đẩy nhau ra và chuyển về trạng thái có mức năng lượng thấp hơn.

3-11. Vectơ cảm ứng điện \vec{D} qua mặt phân cách giữa hai chất điện môi khác nhau, sẽ đổi hướng (hình 3-3). Tìm quy luật của sự đổi hướng đó.



Hình 3-3

Giải:

Chia vectơ cảm ứng điện thành hai thành phần: thành phần hướng dọc theo pháp tuyến \vec{D}_n và thành phần hướng dọc theo mặt ngăn cách giữa hai môi trường \vec{D}_t .

+ Xét thành phần pháp tuyến \vec{D}_n : Do các điện tích cảm ứng xuất hiện tại mặt ngăn cách giữa hai môi trường, nên thành phần pháp tuyến của vectơ cường độ điện trường thay đổi theo biểu thức:

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \Rightarrow D_{n1} = \epsilon_1 \epsilon_0 E_{n1} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{n2} = D_{n2}$$

+ Xét thành phần tiếp tuyến \vec{D}_t : Do theo phương ngang, điện trường không bị ảnh hưởng bởi các điện tích cảm ứng, nên:

$$E_{t1} = E_{t2} \Rightarrow \frac{D_{t1}}{\epsilon_1 \epsilon_0} = \frac{D_{t2}}{\epsilon_2 \epsilon_0} \Rightarrow \frac{D_{t1}}{D_{t2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

Khi đó ta có:

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{D_{t1}}{D_{n1}} \cdot \frac{D_{n2}}{D_{t2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

CHƯƠNG 4: TỪ TRƯỜNG

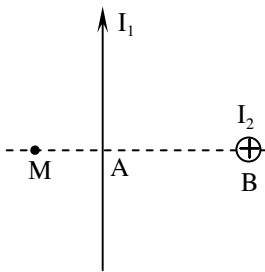
4-1. Tính cường độ từ trường của một dòng điện thẳng dài vô hạn tại một điểm cách dòng điện 2cm. Biết cường độ dòng điện $I = 5A$.

Giải:

Sử dụng công thức cường độ từ trường cho dòng điện thẳng dài vô hạn:

$$H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{5}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \approx 39,8(A/m)$$

4-2. Hai dòng điện thẳng dài vô hạn, có cường độ dòng điện $I_1 = I_2 = 5A$, được đặt vuông góc với nhau và cách nhau một đoạn $AB = 2cm$. Chiều các dòng điện như hình vẽ 4-7. Xác định vector cường độ từ trường tại điểm M nằm trong mặt phẳng chứa I_1 và vuông góc với I_2 , cách dòng điện I_1 một đoạn $MA = 1cm$.



Hình 4-7

Giải:

Dòng I_1 gây ra tại M từ trường H_1 hướng từ phía sau ra phía trước trang giấy có độ lớn là:

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi \cdot MA} = \frac{5}{2\pi \cdot 10^{-2}} \approx 79,6(A/m)$$

Dòng I_2 gây ra tại M từ trường H_2 hướng từ dưới lên trên có độ lớn là:

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi \cdot MB} = \frac{5}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} \approx 26,5(A/m)$$

Cường độ từ trường tổng hợp có độ lớn:

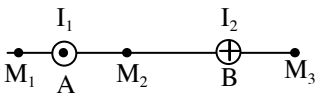
$$H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2} = \sqrt{(79,6)^2 + (26,5)^2} \approx 84(A/m)$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

và hướng từ phía sau ra phía trước trang giấy, hợp với H_1 góc α có:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_2}{H_1} = \frac{26,5}{79,6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha \approx 18^\circ 25'$$

4-3. Hình 4-8 vẽ mặt cắt vuông góc của hai dòng điện thẳng song song dài vô hạn ngược chiều nhau. Khoảng cách giữa hai dòng điện $AB = 10\text{cm}$. Cường độ của các dòng điện lần lượt bằng $I_1 = 20\text{A}$, $I_2 = 30\text{A}$. Xác định vectơ cường độ từ trường tổng hợp tại các điểm M_1 , M_2 , M_3 . Cho biết $M_1A = 2\text{cm}$, $AM_2 = 4\text{cm}$, $BM_3 = 3\text{cm}$.



Hình 4-8

Giải:

Từ trường do I_1 và I_2 gây ra cùng chiều tại M_2 và ngược chiều tại M_1 và M_3 .

+ Tại M_1 :
$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi \cdot AM_1} - \frac{I_2}{2\pi \cdot BM_1} = \frac{20}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} - \frac{30}{2\pi \cdot 12 \cdot 10^{-2}} \approx 120 (\text{A/m})$$

H_1 có chiều hướng từ trên xuống.

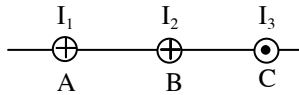
+ Tại M_2 :
$$H_2 = \frac{I_1}{2\pi \cdot AM_2} + \frac{I_2}{2\pi \cdot BM_2} = \frac{20}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2}} + \frac{30}{2\pi \cdot 6 \cdot 10^{-2}} \approx 160 (\text{A/m})$$

H_2 có chiều hướng từ dưới lên.

+ Tại M_3 :
$$H_3 = \frac{I_2}{2\pi \cdot AM_3} - \frac{I_1}{2\pi \cdot BM_3} = \frac{30}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} - \frac{20}{2\pi \cdot 13 \cdot 10^{-2}} \approx 135 (\text{A/m})$$

H_3 có chiều hướng từ dưới lên.

4-4. Hình 4-9 biểu diễn tiết diện của ba dòng điện thẳng song song dài vô hạn. Cường độ các dòng điện lần lượt bằng: $I_1 = I_2 = I$; $I_3 = 2I$. Biết $AB = BC = 5\text{cm}$. Tìm trên đoạn AC điểm có cường độ từ trường tổng hợp bằng không.



Hình 4-9

Giải:

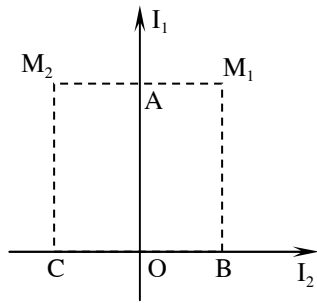
Xét điểm M nằm trên AC. Gọi \vec{H}_1 , \vec{H}_2 và \vec{H}_3 là các cường độ từ trường do I_1 , I_2 và I_3 gây ra tại M. Dễ dàng nhận thấy chúng cùng phương cùng chiều trên đoạn BC, nên điểm M có cường độ từ trường tổng hợp bằng không chỉ có thể nằm trên AB (do ta chỉ xét M nằm trên AC). Đặt $x = AM$. Ta có: \vec{H}_2 ngược chiều với \vec{H}_1 và \vec{H}_3 nên:

$$\begin{aligned} H &= H_1 + H_3 - H_2 = \frac{I}{2\pi \cdot x} - \frac{I}{2\pi(l_1 - x)} + \frac{2I}{2\pi(l_2 - x)} = 0 \\ \Rightarrow \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{5-x} + \frac{2}{10-x} &= 0 \\ \Rightarrow \quad \frac{(x^2 - 15x + 50) - (10x - x^2) + 2(5x - x^2)}{x(x-5)(x-10)} &= 0 \\ \Rightarrow \quad 50 - 15x &= 0 \\ \Rightarrow \quad x = \frac{50}{15} \approx 3,3(\text{cm}) \end{aligned}$$

Vậy: điểm M nằm trên AB và cách A một khoảng $x = 3,3\text{cm}$.

4-5. Hai dòng điện thẳng dài vô hạn đặt thẳng góc với nhau và nằm trong cùng một mặt phẳng (hình 4-10). Xác định vectơ cường độ từ trường tổng hợp tại các điểm M_1 và M_2 , biết rằng:

$$I_1 = 2\text{A}; I_2 = 3\text{A}; AM_1 = AM_2 = 1\text{cm}; BM_1 = CM_2 = 2\text{cm};$$



Hình 4-10

Giải:

Các dòng I_1 và I_2 gây ra tại M_1 và M_2 các vectơ cường độ từ trường hướng theo phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ, cùng chiều tại M_2 và ngược chiều tại M_1 .

+ Tại M_1 :

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi \cdot AM_1} - \frac{I_2}{2\pi \cdot BM_1} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2}{10^{-2}} - \frac{3}{2 \cdot 10^{-2}} \right) \approx 8(A/m)$$

Do từ trường do dòng I_1 gây ra mạnh hơn nên H_1 hướng theo phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ theo chiều hướng ra phía sau.

+ Tại M_2 :

$$H_2 = \frac{I_1}{2\pi \cdot AM_2} + \frac{I_2}{2\pi \cdot CM_2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2}{10^{-2}} + \frac{3}{2 \cdot 10^{-2}} \right) \approx 56(A/m)$$

Vectơ cường độ từ trường hướng theo phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ theo chiều hướng về phía trước.

4-6. Tìm cường độ từ trường gây ra tại điểm M bởi một đoạn dây dẫn thẳng AB có dòng điện $I = 20A$ chạy qua, biết rằng điểm M nằm trên trung trực của AB, cách AB 5cm và nhìn AB dưới góc 60° .

Giải:

Từ điều kiện của đầu bài ta dễ dàng có: $\alpha = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BM}) = 60^\circ$

Sử dụng công thức tính cường độ từ trường cho dây dẫn hữu hạn:

$$H = \frac{I(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{4\pi r} = \frac{20(\cos 60^\circ - \cos 120^\circ)}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \approx 31,8(A/m)$$

(do $\theta_1 = \alpha$; $\theta_2 = 180^\circ - \alpha$)

4-7. Một dây dẫn được uốn thành hình chữ nhật, có các cạnh $a = 16\text{cm}$, $b = 30\text{cm}$, có dòng điện cường độ $I = 6\text{A}$ chạy qua. Xác định vectơ cường độ từ trường tại tâm của khung dây.

Giải:

Bốn phần dây dẫn tạo nên bốn cạnh của hình chữ nhật tạo ra các từ trường cùng phương, cùng chiều với nhau tại tâm của khung dây. Gọi góc $\alpha = (\vec{AO}, \vec{AB})$, ta có:

$$H_1 = \frac{I(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{4\pi r} = \frac{I \cdot 2 \cos \alpha}{4\pi \cdot \frac{a}{2}} = \frac{I}{\pi a} \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = H_3$$

Tương tự: $H_2 = H_4 = \frac{I}{\pi b} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Vậy: $H = H_1 + H_2 + H_3 + H_4 = \frac{2I}{\pi \sqrt{a^2 + b^2}} \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) = \frac{2I \sqrt{a^2 + b^2}}{\pi ab}$

Thay số: $H = \frac{2 \cdot 6 \cdot \sqrt{(0,16)^2 + (0,3)^2}}{\pi \cdot 0,16 \cdot 0,3} \approx 27,1(A/m)$

4-8. Một dây dẫn được uốn thành tam giác đều mỗi cạnh $a = 50\text{cm}$. Trong dây dẫn có dòng điện cường độ $I = 3,14\text{A}$ chạy qua. Tìm cường độ từ trường tại tâm của tam giác đó.

Giải:

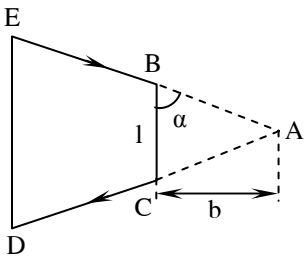
Ta nhận thấy mỗi cạnh tam giác tạo ra tại tâm của tam giác một từ trường cùng độ lớn, cùng phương chiều. Gọi khoảng cách từ tới tâm tam giác tới một cạnh là x , ta dễ dàng có được:

$$x = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}; \quad \cos \theta_1 = -\cos \theta_2 = \frac{a/2}{r} = \frac{a}{2\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a}{2\sqrt{\frac{a^2}{12} + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a}{2\sqrt{\frac{16}{12}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow H_1 = \frac{I(\cos \theta - \cos \theta_1)}{4\pi x} = \frac{3,14 \cdot 2 \cdot (\sqrt{3}/2)}{4 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot \sqrt{3}/6)} \approx 3(A/m)$$

$$\Rightarrow H = 3H_1 = 9(A/m)$$

4-9. Một dây dẫn được uốn thành hình thang cân, có dòng điện cường độ $I = 6,28A$ chạy qua (hình 4-11). Tỷ số chiều dài hai đáy bằng 2. Tìm cảm ứng từ tại điểm A – giao điểm của đường kéo dài 2 cạnh bên. Cho biết: đáy bé của hình thang $l = 20cm$, khoảng cách từ A tới đáy bé $b = 5cm$.



Hình 4-11

Giải:

Theo định luật Biô-Xava-Laplatx:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

ta thấy, điện trường do phần tử dòng điện không gây ra tại điểm nằm trên trục của nó ($dB = 0$ do $\vec{dl} \wedge \vec{r} = 0$).

Các cạnh CD và BE không sinh ra từ trường tại A. Các cạnh BC và DE sinh ra tại A các từ trường hướng theo phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ nhưng ngược chiều.

$$B = B_{BC} - B_{DE} = \frac{\mu\mu_0 I (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{4\pi \cdot b} - \frac{\mu\mu_0 I (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{4\pi \cdot 2b}$$

$$B = \frac{I \cdot 2 \cos \alpha}{4\pi \cdot 2b} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi b} \cdot \frac{1/2}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + b^2}} = \frac{\mu\mu_0 I l^2}{4\pi b \sqrt{l^2 + 4b^2}}$$

$$B = \frac{1,4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6,28 \cdot 0,2^2}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2} \sqrt{0,2^2 + 4 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}} \approx 2,24 \cdot 10^{-6} (\text{T})$$

4-10. Một dây dẫn dài vô hạn được uốn thành một góc vuông, trên có dòng điện 20A chạy qua. Tìm:

- Cường độ từ trường tại điểm A nằm trên một cạnh góc vuông và cách đỉnh O một đoạn $OA = 2\text{cm}$ (hình 4-12);
- Cường độ từ trường tại điểm B nằm trên phân giác của góc vuông và cách đỉnh O một đoạn $OB = 10\text{cm}$.

Giải:

a) Từ trường trên trục dây dẫn bằng 0, nên từ trường tại A chỉ do một cạnh góc vuông gây ra:

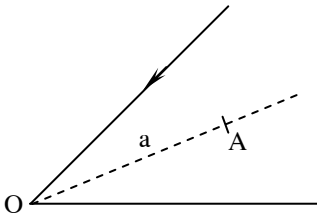
$$H_A = \frac{I \left(\cos 0 - \cos \frac{\pi}{2} \right)}{4\pi R} = \frac{20 \cdot (1 - 0)}{4\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \approx 79,8 (\text{A/m})$$

b) Từ trường do hai cạnh góc vuông gây ra tại cùng phương, cùng chiều:

$$H_B = \frac{I \left(\cos 0 - \cos \frac{3\pi}{4} \right)}{4\pi R_1} + \frac{I \left(\cos \frac{\pi}{4} - \cos \pi \right)}{4\pi R_2}$$

$$H_B = \frac{20 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}{4\pi \frac{0,1}{\sqrt{2}}} + \frac{20 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \right)}{4\pi \frac{0,1}{\sqrt{2}}} \approx 77,3 (\text{A/m})$$

4-11. Một dây dẫn dài vô hạn được uốn thành một góc 56° . Cường độ dòng điện chạy qua dây dẫn $I = 30\text{A}$. Tìm cường độ từ trường tại điểm A nằm trên phân giác của góc và cách đỉnh góc một đoạn $a = 5\text{cm}$ (hình 4-13).



Hình 4-13

Giải:

Từ trường do hai cạnh của góc nhọn gây ra tại A cùng phương và cùng chiều:

$$H = \frac{I(\cos 0 - \cos 152^\circ)}{4\pi R} + \frac{I(\cos 28^\circ - \cos 180^\circ)}{4\pi R} = \frac{I(1 + \cos 28^\circ)}{2\pi a \cdot \sin 28^\circ}$$

$$H = \frac{30(1 + \cos 28^\circ)}{2\pi \cdot 0,05 \cdot \sin 28^\circ} \approx 3,8 \cdot 10^2 \text{ (A/m)}$$

4-12. Trên một dây dẫn được uốn thành một đa giác n cạnh đều nội tiếp trong vòng tròn bán kính R có một dòng điện cường độ I chạy qua. Tìm cảm ứng từ B tại tâm của đa giác. Từ kết quả thu được, xét trường hợp $n \rightarrow \infty$.

Giải:

Gọi H_0 là cường độ từ trường do một cạnh đa giác có dòng điện cường độ I chạy qua gây ra tại tâm đa giác. Do tính đối xứng, nên từ trường tại tâm đa giác sẽ bằng:

$$H = nH_0, \quad \text{với } n \text{ là số cạnh của đa giác.}$$

áp dụng công thức tính cường độ từ trường cho đoạn dây dẫn thẳng hữu hạn, ta thu được:

$$H_0 = \frac{I(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{4\pi a}$$

trong đó: a là độ dài cạnh đa giác.

$$\text{Để thấy: } a = R \cos \frac{\pi}{n}; \theta_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}; \theta_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{n}$$

$$\text{Vậy: } H_0 = \frac{I \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n} \right) - \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{n} \right) \right)}{4\pi R \cos \frac{\pi}{n}} = \frac{I \cdot 2 \sin \frac{\pi}{n}}{4\pi R \cos \frac{\pi}{n}} = \frac{I}{2\pi R} \cdot \tan \frac{\pi}{n}$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

$$\Rightarrow B = \mu\mu_0 H = \frac{\mu\mu_0 n I}{2\pi R} \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$$

Khi cho $n \rightarrow \infty$, ta có:

$$B = \lim_{(\pi/n) \rightarrow 0} \frac{\mu\mu_0 I}{2R} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\pi/n)}{\pi/n} = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}$$

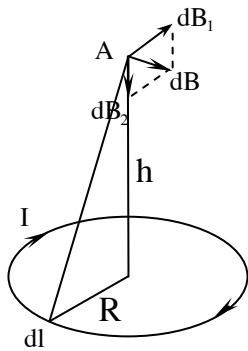
Đó chính là cảm ứng từ do dòng điện tròn bán kính R gây ra tại tâm O của vòng tròn.

4-13. Trên một vòng dây dẫn bán kính $R = 10\text{cm}$ có dòng điện cường độ $I = 1\text{A}$ chạy qua.

Tìm cảm ứng từ B :

- tại tâm O của vòng dây;
- tại một điểm trên trục của vòng dây và cách tâm O một đoạn $h = 10\text{cm}$.

Giải:



Chia nhỏ vòng dây thành các đoạn dây dẫn rất ngắn dl . Đoạn dây gây ra tại A cảm ứng từ $d\vec{B}$ có thể phân tích thành hai thành phần $d\vec{B}_1$ và $d\vec{B}_2$. Do tính đối xứng nên tổng tất cả các vectơ thành phần $d\vec{B}_1$ bằng không. Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \int dB_2 = \int dB \cdot \cos \alpha = \int \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cdot \frac{R}{r} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \int dl \\ &= \frac{\mu_0 IR}{4\pi (R^2 + h^2)^{3/2}} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

+ Cảm ứng từ tại tâm O ($h = 0$):

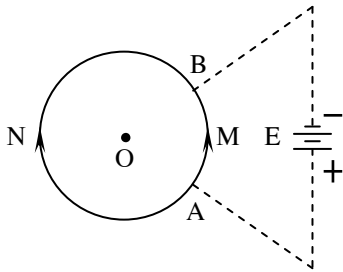
$$B_O = \frac{\mu_0 IR^2}{2R^3} = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2 \cdot 0,1} \approx 6,3 \cdot 10^{-6} (T)$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

+ Cảm ứng từ tại điểm trên trục của vòng dây cách tâm O một đoạn $h = 10\text{cm}$:

$$B_A = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1.0 \cdot 1^2}{2(0.1^2 + 0.1^2)^{3/2}} \approx 2.3 \cdot 10^{-6} (T)$$

4-14. Người ta nối hai điểm A, B của một vòng dây dẫn kín hình tròn với hai cực của nguồn điện. Phương của các dây nối đi qua tâm của vòng dây, chiều dài của chúng coi như lớn vô cùng (hình 4-14). Xác định cường độ từ trường tại tâm của vòng dây.



Hình 4-14

Giải:

Ta thấy, do các dây nối hoặc là ở rất xa hoặc là nằm theo phương đi qua tâm O nên từ trường tổng hợp do các dây nối gây ra tại O là bằng không. Gọi H_1 và H_2 lần lượt là từ trường do hai đoạn dây AMB và ANB gây ra tại O. Hai từ trường này cùng phương ngược chiều. Do đó:

$$\begin{aligned} H &= H_1 - H_2 = \frac{I_1}{r} \cdot \frac{l_1}{2\pi} - \frac{I_2}{r} \cdot \frac{l_2}{2\pi} = \frac{l_1}{2\pi^2} \frac{U}{R_1} - \frac{l_2}{2\pi^2} \frac{U}{R_2} \\ &= \frac{U l_1}{2\pi^2 \cdot (\rho l_1 / S)} - \frac{U l_2}{2\pi^2 \cdot (\rho l_2 / S)} = \frac{US}{2\pi \rho r^2} - \frac{US}{2\pi \rho r^2} = 0 \end{aligned}$$

trong đó:

- + I_1, I_2 : cường độ dòng điện trong AMB và ANB
- + l_1, l_2 : chiều dài các cung AMB và ANB
- + R_1, R_2 : điện trở của các đoạn dây AMB và ANB
- + r, ρ, S : bán kính, điện trở suất và tiết diện của vòng dây
- + U : hiệu điện thế giữa hai điểm AB.

4-15. Cường độ từ trường tại tâm của một vòng dây dẫn hình tròn là H khi hiệu điện thế giữa hai đầu dây là U . Hỏi nếu bán kính vòng dây tăng gấp đôi mà muốn giữ cho cường độ từ trường tại tâm vòng dây không đổi thì hiệu điện thế giữa hai đầu dây phải thay đổi như thế nào?

Giải:

Ta có:

$$H = \frac{I}{2r} = \frac{1}{2r} \cdot \frac{U}{R} = \frac{U}{2r \cdot (\rho l / S)} = \frac{US}{2r \cdot \rho \cdot 2\pi r} = \frac{US}{4\pi \rho r^2}$$

với: r, ρ, S là bán kính, điện trở suất và tiết diện của vòng dây.

Vậy: Muốn cường độ từ trường H không đổi khi bán kính vòng dây r tăng lên 2 lần thì hiệu điện thế giữa hai đầu dây phải tăng lên $2^2 = 4$ lần.

4-16. Hai vòng dây dẫn tròn có tâm trùng nhau và được đặt sao cho trục của chúng vuông góc với nhau. Bán kính mỗi vòng dây bằng $R = 2\text{cm}$. Dòng điện chạy qua chúng có cường độ $I_1 = I_2 = 5\text{A}$. Tìm cường độ từ trường tại tâm của chúng.

Giải:

Do hai vòng dây có cùng bán kính vòng dây, cùng cường độ dòng điện nên chúng gây ra tại tâm O các từ trường có độ lớn như nhau:

$$H_1 = H_2 = \frac{I}{2R} = \frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 125 (\text{A/m})$$

Do các vòng được đặt trùng tâm và vuông góc với nhau nên \vec{H}_1 và \vec{H}_2 có phương vuông góc với nhau:

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 \Rightarrow H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2} = \sqrt{2}H_1 = \sqrt{2} \cdot 125 \approx 177 (\text{A/m})$$

4-17. Hai vòng dây dẫn giống nhau bán kính $R = 10\text{cm}$ được đặt song song, trục trùng nhau và mặt phẳng của chúng cách nhau một đoạn $a = 20\text{cm}$. Tìm cảm ứng từ tại tâm của mỗi vòng dây và tại điểm giữa của đoạn thẳng nối tâm của chúng trong hai trường hợp:

a) Các dòng điện chạy trên các vòng dây bằng nhau ($I_1 = I_2 = 3\text{A}$) và cùng chiều.

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

b) Các dòng điện chạy trên các vòng dây bằng nhau ($I_1 = I_2 = 3A$) nhưng ngược chiều.

Giải:

Sử dụng kết quả của bài 4-13, ta có, cảm ứng từ do vòng dây gây ra tại điểm nằm trên trục của vòng dây bán kính R cách tâm vòng một đoạn h có độ lớn là:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

a) Nếu các dòng điện chạy trên các dây là cùng chiều, thì các vectơ cảm ứng từ do các vòng tạo ra cùng chiều tại mọi điểm trên trục của các vòng dây:

$$B = B_1 + B_2$$

+ Tại tâm vòng 1 ($h_1 = 0, h_2 = a$) và tại tâm vòng 2 ($h_1 = a, h_2 = 0$):

$$B_{O_1} = B_{O_2} = \frac{\mu_0 I}{2} \left[\frac{1}{R} + \frac{R^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}} \right] = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2} \left[\frac{1}{0,1} + \frac{0,1^2}{(0,1^2 + 0,2^2)^{3/2}} \right] \approx 2,1 \cdot 10^{-5} (T)$$

+ Tại điểm chính giữa hai vòng dây ($h_1 = h_2 = a/2$):

$$B_M = 2 \cdot \frac{\mu_0 I R^2}{2 \left(R^2 + \frac{a^2}{4} \right)^{3/2}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 0,1^2}{\left(0,1^2 + \frac{0,2^2}{4} \right)^{3/2}} \approx 1,35 \cdot 10^{-5} (T)$$

b) Nếu các dòng điện chạy trên các dây ngược chiều, thì các vectơ cảm ứng từ do hai vòng tạo ra ngược chiều nhau tại mọi điểm trên trục vòng dây:

$$B = |B_1 - B_2|$$

+ Tại tâm vòng 1 ($h_1 = 0, h_2 = a$) và tại tâm vòng 2 ($h_1 = a, h_2 = 0$):

$$B_{O_1} = B_{O_2} = \frac{\mu_0 I}{2} \left[\frac{1}{R} - \frac{R^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}} \right] = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2} \left[\frac{1}{0,1} - \frac{0,1^2}{(0,1^2 + 0,2^2)^{3/2}} \right] \approx 1,7 \cdot 10^{-5} (T)$$

nhưng các vectơ \vec{B}_{O_1} và \vec{B}_{O_2} ngược chiều nhau: \vec{B}_{O_1} cùng chiều với \vec{B}_1 ; \vec{B}_{O_2} cùng chiều với \vec{B}_2

+ Tại điểm chính giữa hai vòng dây ($h_1 = h_2 = a/2$):

$$B_M = \frac{\mu_0 I R^2}{2 \left(R^2 + \frac{a^2}{4} \right)^{3/2}} - \frac{\mu_0 I R^2}{2 \left(R^2 + \frac{a^2}{4} \right)^{3/2}} = 0$$

4-18. Một sợi dây có vỏ cách điện đường kính (kể cả vỏ) bằng $d = 0,3\text{mm}$ được uốn thành một đường xoắn ốc phẳng gồm $N = 100$ vòng. Bán kính của vòng ngoài cùng $R = 30\text{ mm}$. Cho dòng điện $I = 10\text{mA}$ chạy qua dây. Tính:

- Mômen từ của đường xoắn ốc đó.
- Cường độ từ trường tại tâm của đường xoắn ốc.

Giải:

Chia đường xoắn ốc thành những đoạn dây rất nhỏ. Xét một đoạn dl rất ngắn trên vòng dây nằm cách tâm đường xoắn ốc một đoạn r và được nối với tâm đường xoắn ốc bằng hai đoạn dây thẳng. Khi đó:

$$dp_m = I \cdot dS = I \cdot \frac{d\alpha \cdot r^2}{2}; \quad dH = \frac{I \cdot dl}{4\pi r^2} = \frac{I \cdot d\alpha}{4\pi r}$$

Mặt khác: $r = k \cdot \alpha \quad \Rightarrow dr = k \cdot d\alpha = \frac{R}{2\pi \cdot N} d\alpha$

$$\Rightarrow dp_m = \frac{\pi N I r^2}{R} dr; \quad dH = \frac{NI}{2Rr} dr$$

Do tất cả các vectơ mômen từ và cường độ từ trường đều cùng phương cùng chiều nên ta có:

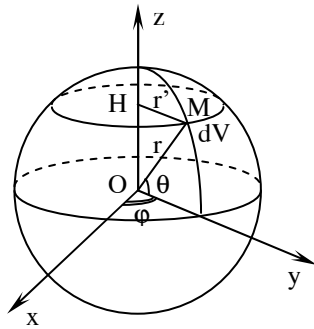
$$P_m = \int dp_m = \int_{d/2}^R \frac{\pi N I r^2}{R} dr = \frac{\pi N I}{R} \left[\frac{r^3}{3} \right]_{d/2}^R \approx \frac{\pi N I R^2}{3} = \frac{\pi \cdot 100 \cdot 10^{-2} \cdot 0,03^2}{3} \approx 10^{-3} (\text{A} \cdot \text{m}^2)$$

$$H = \int dH = \int_{d/2}^R \frac{NI}{2Rr} dr = \frac{NI}{2R} [\ln r]_{d/2}^R = \frac{NI}{2R} \ln \left(\frac{R}{d/2} \right)$$

$$H = \frac{100 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 0,03} \ln \left(\frac{0,03}{1,5 \cdot 10^{-4}} \right) \approx 90 (\text{A} / \text{m})$$

4-19. Một quả cầu đồng chất khối lượng m , bán kính R , mang một điện tích q . Điện tích q được phân bố đều trong thể tích quả cầu. Người ta cho quả cầu quay xung quanh trục của nó với vận tốc góc ω . Tìm mômen động lượng L , mômen từ P_m của quả cầu đó; từ đó suy ra tỉ số P_m/L ?

Giải:



+ Mômen động lượng của quả cầu là:

$$L = I\omega = \frac{2}{5}mR^2\omega$$

+ Một phần tử điện tích dq quay xung quanh một trục với tần số

v sẽ tương đương với một dòng điện cường độ $I = v.dq.p$

Dòng điện này có mômen từ: $dp_m = IS$

với S là diện tích của vòng tròn quỹ đạo của phần tử điện tích. Dùng hệ tọa độ cầu như hình vẽ:

$$dp_m = v.dq.S = \frac{\omega}{2\pi}.\rho.dV.S$$

trong đó: + $\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ là mật độ điện tích của quả cầu

$$+ dV = r^2 \cos \theta .dr.d\theta.d\varphi$$

$$+ S = \pi r^2 = \pi r^2 \cos^2 \theta$$

Do các vectơ mômen từ của các phần tử khác nhau đều nằm trên trục quay nên mômen từ của toàn bộ quả cầu bằng:

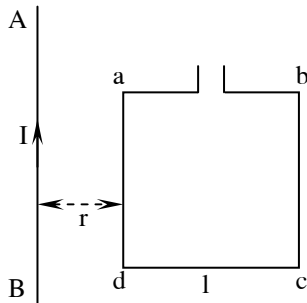
$$\begin{aligned} P_m &= \int dp_m = \int \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \pi r^2 \cos^2 \theta .dV = \frac{3\omega q}{8\pi R^3} \cdot \int_0^R r^4 dr \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^3 \theta .d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \\ &= \frac{3\omega q}{8\pi R^3} \cdot \int_0^R r^4 dr \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 - \sin^2 \theta) .d(\sin \theta) \int_0^{2\pi} d\varphi \end{aligned}$$

$$= \frac{3\omega q}{8\pi R^3} \cdot \left[\frac{r^5}{5} \right]_0^R \cdot \left[\sin \theta - \frac{\sin^3 \theta}{3} \right]_{-\pi/2}^{\pi/2} \cdot [\varphi]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{3\omega q}{8\pi R^3} \cdot \frac{R^5}{5} \cdot \frac{4}{3} \cdot 2\pi = \frac{qR^2\omega}{5} \quad = \frac{3\omega q}{8\pi R^3} \cdot \frac{R^5}{5} \cdot \frac{4}{3} \cdot 2\pi = \frac{qR^2\omega}{5}$$

Suy ra tỉ số: $\frac{P_m}{L} = \frac{qR^2\omega}{5} \cdot \frac{5}{2mR^2\omega} = \frac{q}{2m}.$

4-20. Một khung dây hình vuông abcd mỗi cạnh $l = 2\text{cm}$, được đặt gần dòng điện thẳng dài vô hạn AB cường độ $I = 30\text{A}$. Khung abcd và dây AB cùng nằm trong một mặt phẳng, cạnh ab song song với dây AB và cách dây một đoạn $r = 1\text{cm}$ (hình 4-15). Tính từ thông gửi qua khung dây.



Hình 4-15

Giải:

Chia khung thành các dải nhỏ song song với dòng điện thẳng. Xét dải cách dòng điện một đoạn x có diện tích $dS = l \cdot dx$. Từ đó ta tính được từ thông do dòng điện gửi qua khung dây:

$$\phi = \int_{abcd} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{abcd} B \cdot dS$$

$$= \int_r^{r+l} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \cdot l \cdot dx = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} [\ln x]_r^{r+l} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \left(\frac{r+l}{r} \right)$$

$$\phi = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 0,02}{2\pi} \ln \left(\frac{1+2}{1} \right) \approx 1,32 \cdot 10^{-7} (\text{Wb})$$

4-21. Cho một khung dây phẳng diện tích 16cm^2 quay trong một từ trường đều với vận tốc 2 vòng/s. Trục quay nằm trong mặt phẳng của khung và vuông góc với các đường sức từ trường. Cường độ từ trường bằng $7,96.10^4 \text{ A/m}$. Tìm:

- Sự phụ thuộc của từ thông gửi qua khung dây theo thời gian.
- Giá trị lớn nhất của từ thông đó.

Giải:

Ta có: $\phi = BS.\cos\theta$

với θ là góc giữa vectơ cảm ứng từ và pháp tuyến của khung.

Mặt khác: $\theta = \omega t + \theta_0$

Vậy: $\phi = \mu_0 HS \cos(\omega t + \theta_0) = \phi_0 \cos(\omega t + \theta_0)$

với tần số góc $\omega = 2\pi n = 4\pi (\text{rad/s})$

Giá trị lớn nhất của từ thông:

$$\phi_0 = \mu_0 HS = 4\pi.10^{-7}.7,96.10^4.16.10^{-4} \approx 1,6.10^{-4} (\text{Wb})$$

$$\Rightarrow \phi = 1,6.10^{-4} \cos(4\pi t + \theta_0) (\text{Wb})$$

4-22. Một thanh kim loại dài $l = 1\text{m}$ quay trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,05\text{T}$.

Trục quay vuông góc với thanh, đi qua một đầu của thanh và song song với đường sức từ trường. Tìm từ thông quét bởi thanh sau một vòng quay.

Giải:

Ta có từ thông quét bởi thanh sau một vòng quay là từ thông gửi qua diện tích hình tròn tâm tại trục quay, bán kính l và vuông góc với đường sức từ:

$$\begin{aligned} \phi &= BS.\cos\theta = B.\pi l^2.\cos\theta \\ &= 0,05.\pi.1^2.\cos 0 \approx 0,16 (\text{Wb}) \end{aligned}$$

4-23. Cho một dòng điện $I = 5A$ chạy qua một dây dẫn đặc hình trụ, bán kính tiết diện thẳng góc $R = 2cm$. Tính cường độ từ trường tại hai điểm M_1 và M_2 cách trục của dây lần lượt là $r_1 = 1cm$, $r_2 = 5cm$.

Giải:

Chọn đường cong kín là đường tròn có tâm nằm trên trục dây dẫn, bán kính r . áp dụng định lý về lưu số của từ trường (định lí Ampe):

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i$$

Do tính đối xứng nên các vectơ cường độ từ trường bằng nhau tại mọi điểm trên C và luôn tiếp tuyến với C . Do đó: $H \cdot 2\pi r = \sum_{i=1}^n I_i$

a) Giả sử dòng điện phân bố đều trên tiết diện dây dẫn, thì với các điểm nằm trong dây dẫn:

$$H \cdot 2\pi r = \frac{I}{\pi R^2} \cdot \pi r^2 = \frac{I r^2}{R^2} \Rightarrow H = \frac{I r}{2\pi R^2}$$

b) Với các điểm nằm bên ngoài dây dẫn:

$$H \cdot 2\pi r = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$+ \text{ Với } r_1 = 1cm: H_1 = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2} \approx 20(A/m)$$

$$\text{ Với } r_2 = 5cm: H_2 = \frac{5}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \approx 16(A/m)$$

4-24. Một dòng điện $I = 10A$ chạy dọc theo thành của một ống mỏng hình trụ bán kính $R_2 = 5cm$, sau đó chạy ngược lại qua một dây dẫn đặc, bán kính $R_1 = 1mm$, đặt trùng với trục của ống. Tìm:

a) Cảm ứng từ tại các điểm cách trục của ống $r_1 = 6cm$ và $r_2 = 2cm$;

b) Từ thông gây ra bởi một đơn vị chiều dài của hệ thống. Coi toàn bộ hệ thống là dài vô hạn và bỏ qua từ trường bên trong kim loại.

Giải:

Lý luận tương tự bài 4-23, ta có: $B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \sum_{i=1}^n I_i$

Với $r > R_2$: $B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot (I - I) = 0$

Với $R_2 > r > R_1$: $B = \frac{\mu_0}{2\pi r} I = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 10^{-4} (T)$

Do từ trường bên ngoài dây dẫn và trong kim loại bằng không nên từ thông do mỗi đơn vị chiều dài hệ thống gây ra là:

$$\phi = \int B \cdot dS = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot l \cdot dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$\phi = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 1}{2\pi} \ln \frac{50}{1} \approx 7,8 \cdot 10^{-6} (Wb)$$

4-25. Cho một ống dây điện thẳng dài 30cm, gồm 1000 vòng dây. Tìm cường độ từ trường bên trong ống dây nếu cường độ dòng điện chạy qua ống dây bằng 2A. Coi đường kính của ống dây rất nhỏ so với chiều dài của ống.

Giải:

Ta có thể coi ống dây là dài vô hạn, nên từ trường bên trong ống dây là đều và được tính theo công thức:

$$H = nI = \frac{NI}{l} = \frac{1000 \cdot 2}{0,3} \approx 6,7 \cdot 10^3 (A/m)$$

4-26. Dây dẫn của ống dây tiết diện thẳng có đường kính bằng 0,8mm, các vòng dây được quấn sát nhau, coi ống dây khá dài. Tìm cường độ từ trường bên trong ống dây nếu cường độ dòng điện chạy qua ống dây bằng 1A.

Giải:

Do các vòng dây được quấn sát nhau, nên chiều dài ống dây có thể tính bằng:

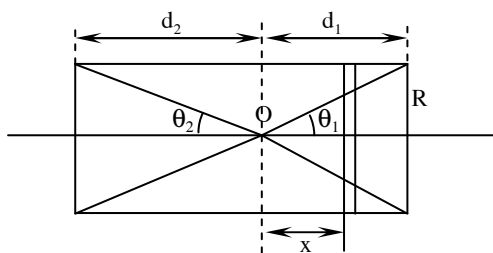
$$l = Nd$$

Cường độ từ trường bên trong ống dây là:

$$H = nI = \frac{NI}{l} = \frac{NI}{Nd} = \frac{I}{d} = \frac{1}{8 \cdot 10^{-4}} = 1250 (A/m)$$

4-27. Hỏi tỉ số giữa chiều dài l và đường kính D của một ống dây điện thẳng phải bằng bao nhiêu để có thể tính cường độ từ trường tại tâm của ống dây theo công thức của ống dây dài vô hạn mà không sai quá 1%.

Giải:



Ta đi tính cảm ứng từ tại điểm O trên trục của ống dây. Vòng dây cách O một đoạn x gây ra tại O cảm ứng từ:

$$B = \frac{\mu\mu_0 IS}{2\pi(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Cảm ứng từ do ndx vòng dây cách O một đoạn x gây ra bằng:

$$B = \frac{\mu\mu_0 ISn}{2\pi(R^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

với n là số vòng dây trên một đơn vị chiều dài của ống dây. Từ đó, cảm ứng từ tổng hợp do cả ống dây gây ra tại O là:

$$B = \int_{-d_2}^{d_1} \frac{\mu\mu_0 ISn}{2\pi(R^2 + x^2)^{3/2}} dx = \left[\frac{\mu\mu_0 ISnx}{2\pi R^2 \sqrt{R^2 + x^2}} \right]_{-d_2}^{d_1}$$

$$B = \int_{-d_2}^{d_1} \frac{\mu\mu_0 I \sin x}{2\pi(R^2 + x^2)^{3/2}} dx = \left[\frac{\mu\mu_0 I \sin x}{2\pi R^2 \sqrt{R^2 + x^2}} \right]_{-d_2}^{d_1}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0 I \sin}{2\pi R^2} \left(\frac{d_1}{\sqrt{R^2 + d_1^2}} + \frac{d_2}{\sqrt{R^2 + d_2^2}} \right)$$

Do $S = \pi R^2$; $\frac{d_1}{\sqrt{R^2 + d_1^2}} = \cos \theta_1$; $\frac{d_2}{\sqrt{R^2 + d_2^2}} = \cos \theta_2$, ta có:

$$B = \frac{1}{2} \mu\mu_0 nI (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$$

Tại tâm ống dây ($d_1 = d_2 = l/2$):

$$B = \mu\mu_0 nI \frac{1}{\sqrt{1 + D^2/l^2}} \approx \mu\mu_0 nI \left(1 - \frac{D^2}{2l^2} \right) \quad \text{do } \frac{D^2}{l^2} \ll 1$$

+ Với ống dây dài vô hạn, cảm ứng từ bên trong ống dây là:

$$B_\infty = \mu\mu_0 nI$$

Sai số mắc phải là: $\delta B = \frac{B_\infty - B}{B_\infty} = \frac{D^2}{2l^2}$

Để δB không vượt quá 1% thì: $\frac{D^2}{2l^2} \leq 1\% \Leftrightarrow \frac{l}{D} \geq \sqrt{\frac{1}{0,02}} \approx 7,1$

Vậy, chiều dài của ống dây cần lớn hơn đường kính ít nhất 7,1 lần.

4-28. Một dây dẫn thẳng dài 70cm được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,1T$. Dây dẫn hợp với đường sức từ trường một góc $\alpha = 30^\circ$. Tìm từ lực tác dụng lên dây dẫn khi cho dòng điện $I = 70A$ chạy qua dây dẫn.

Giải:

Theo công thức của lực từ:

$$\vec{F} = I \vec{l} \wedge \vec{B} \Rightarrow F = BIl \sin \alpha = 0,1 \cdot 70 \cdot 0,7 \cdot \sin 30^\circ = 2,45(N)$$

4-29. Trong một từ trường đều cảm ứng từ $B = 0,1\text{T}$ và trong mặt phẳng vuông góc với các đường sức từ, người ta đặt một dây dẫn uốn thành nửa vòng tròn. Dây dẫn dài $s = 63\text{cm}$, có dòng điện $I = 20\text{A}$ chạy qua. Tìm lực tác dụng của từ trường lên dây dẫn.

Giải:

Chia dây dẫn thành các đoạn dây có chiều dài $d\vec{l}$ rất nhỏ. Ta có:

$$d\vec{F} = I.d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Lực tổng hợp tác dụng lên dây dẫn là:

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int I.(d\vec{l} \wedge \vec{B}) = I\left(\int d\vec{l}\right) \wedge \vec{B} = I.\vec{l} \wedge \vec{B}$$

với \vec{l} là vectơ nối từ điểm đầu đến điểm cuối của dây dẫn.

Lực tổng hợp không phụ thuộc vào hình dạng của dây dẫn mà chỉ phụ thuộc vào đường nối điểm đầu và điểm cuối dây, ở đây là đường kính của nửa đường tròn:

$$F = BIl \sin \alpha = BI \frac{2s}{\pi} \sin \alpha = 0,1.20.2.\frac{0,63}{\pi}.\sin 90^\circ \approx 0,8(N)$$

4-30. Một ống dây thẳng trên có dòng điện $I = 10\text{mA}$, được đặt trong một từ trường đều sao cho trục của ống dây trùng với phương của đường sức từ trường. Các vòng dây được quấn bằng dây đồng có đường kính $d = 0,1\text{mm}$. Bán kính của mỗi vòng dây $R = 10\text{mm}$. Hỏi với giá trị nào của cảm ứng từ B của từ trường ngoài, vòng dây sẽ bị kéo đứt? Cho biết ứng suất của dây đồng khi bị đứt $\sigma_p = 2,3.10^8 \text{ N/m}^2$.

Giải:

Theo kết quả bài 4-29, lực tác dụng lên nửa vòng dây là:

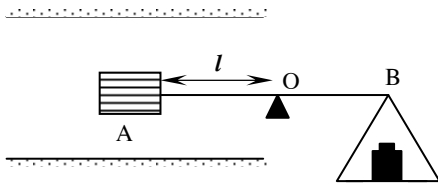
$$F = \frac{2BIs}{\pi} = 2BIR \quad (\text{với } R \text{ là bán kính vòng dây})$$

Lực này phân bố trên hai tiết diện thẳng của dây dẫn. Gọi F_p và B_p lần lượt là lực kéo và cảm ứng từ khi dây đồng bị đứt. Ta có:

$$F = 2T \quad (\text{do hai phần tiết diện thẳng của dây dẫn song song})$$

$$\Rightarrow 2B_p IR = 2 \frac{\sigma_p \pi d^2}{4} \Rightarrow B_p = \frac{\sigma_p \pi d^2}{4IR} = \frac{2,3 \cdot 10^8 \cdot \pi \cdot (0,1 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \approx 1,8 \cdot 10^4 (T)$$

4-31. Cho một ống dây điện thẳng dài, cứ trên mỗi mét có $n = 5000$ vòng dây. Tại tâm ống dây, người ta đặt một cuộn dây nhỏ gồm $N = 200$ vòng. Các vòng dây của cuộn nhỏ có đường kính $d = 10\text{mm}$. Cuộn dây được gắn ở đầu một đòn cân sao cho trục của nó vuông góc với trục của ống dây (hình 4-16). Lúc đầu cuộn dây được cân bằng bởi một số quả nặng (đòn cân nằm trùng với trục của ống dây). Khi cho qua ống dây và cuộn dây cùng một dòng điện $I = 20\text{mA}$ thì cân bằng bị phá hủy. Hỏi phải đặt thêm quả nặng có trọng lượng bằng bao nhiêu để cân bằng được thiết lập lại? Biết rằng cánh tay đòn của cân có chiều dài $l = 300\text{mm}$.



Hình 4-16

Giải:

Khi cho dòng điện chạy qua cuộn dây, cuộn dây tương đương với một nam châm có mô men từ:

$$p_m = NIS = \frac{1}{4} \pi N I d^2$$

Khi đó, cuộn dây sẽ chịu tác dụng của từ trường do ống dây gây ra. Mômen lực tác dụng lên cuộn dây:

$$M = p_m B = \left(\frac{1}{4} \pi N I d^2 \right) (\mu \mu_0 n I) = \frac{1}{4} \pi \mu \mu_0 N n I^2 d^2$$

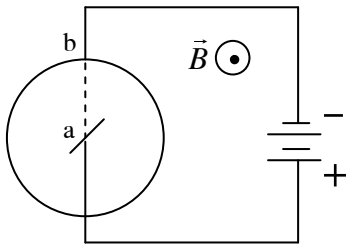
Để cân bằng được thiết lập lại, cần đặt thêm quả nặng có trọng lượng P sao cho

$$M_p = Pl = M = \frac{1}{4} \pi \mu \mu_0 N n I^2 d^2$$

$$\Rightarrow P = \frac{\pi \mu \mu_0 N n I^2 d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot 1,4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 5000 \cdot 0,02^2 \cdot 0,01^2}{4 \cdot 300 \cdot 10^{-3}} \approx 1,3 \cdot 10^{-7} (N)$$

4-32. Đặt một đĩa bằng đồng bán kính $R = 5\text{cm}$ trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,2\text{T}$ sao cho mặt phẳng của đĩa vuông góc với đường sức từ trường. Cho một dòng điện $I = 5\text{A}$ chạy dọc theo bán kính ab của đĩa (hình 4-17). Hỏi:

- Chiều quay của đĩa nếu chiều của từ trường đi từ phía sau ra phía trước mặt phẳng hình vẽ;
- Mômen lực tác dụng lên đĩa.



Hình 4-17

Giải:

Phần đĩa nằm dọc theo bán kính ab có dòng điện chạy qua sẽ bị từ trường tác dụng lực và làm cho đĩa quay. áp dụng quy tắc bàn tay trái, ta tìm được chiều quay của đĩa hướng theo chiều kim đồng hồ.

Xét mômen lực từ tác dụng lên một đoạn dl dọc theo ab :

$$dM = dF \cdot r = BIl \cdot dl$$

$$\Rightarrow M = \int dM = \int_0^R BIl \cdot dl = \frac{BIR^2}{2} = \frac{0,2 \cdot 5 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{2} = 12,5 \cdot 10^{-4} (\text{N.m})$$

4-33. Hai cuộn dây nhỏ giống nhau được đặt sao cho trục của chúng nằm trên cùng một đường thẳng. Khoảng cách giữa hai cuộn dây $l = 200\text{mm}$ rất lớn so với kích thước dài của các cuộn dây. Số vòng trên mỗi cuộn dây đều bằng $N = 200$ vòng, bán kính các vòng dây $R = 10\text{mm}$. Hỏi lực tương tác f giữa các cuộn dây khi cho cùng một dòng điện $I = 0,1\text{A}$ chạy qua chúng.

Giải:

Các cuộn dây có dòng điện chạy qua sẽ tương tác với nhau như các nam châm. Thế năng của cuộn dây 2 trong từ trường của cuộn 1 được tính theo công thức:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

$$W_t = -p_m B$$

trong đó: $p_m = NIS = NI\pi R^2$

$$\text{và } B = \frac{\mu_0 ISN}{2\pi(R^2 + l^2)^{3/2}} \approx \frac{\mu_0 IN \cdot \pi R^2}{2\pi l^3} = \frac{\mu_0 INR^2}{2l^3}$$

$$\text{Do đó: } W_t = -\frac{\pi\mu_0 N^2 I^2 R^4}{2l^3}$$

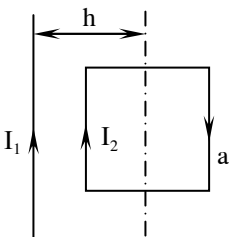
Do tính đối xứng, lực tương tác giữa hai cuộn dây phải hướng dọc theo trục của chúng và bằng đạo hàm của thế năng dọc theo trục đó:

$$F = \frac{\partial W_t}{\partial l} = \frac{3\pi\mu_0 N^2 I^2 R^4}{2l^4} = \frac{3\pi \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200^2 \cdot 0,1^2 \cdot 0,01^4}{2 \cdot 0,2^4} \approx 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ (N)}$$

4-34. Cạnh một dây dẫn thẳng dài trên có dòng điện cường độ $I_1 = 30\text{A}$ chạy, người ta đặt một khung dây dẫn hình vuông có dòng điện cường độ $I_2 = 2\text{A}$. Khung có thể quay xung quanh một trục song song với dây dẫn và đi qua các điểm giữa của hai cạnh đối diện của khung. Trục quay cách dây dẫn một đoạn $b = 30\text{mm}$. Mỗi cạnh khung có bề dài $a = 20\text{mm}$. Tìm:

- Lực f tác dụng lên khung.
- Công cần thiết để quay khung 180° xung quanh trục của nó.

Giải:



a) Ta dễ dàng nhận thấy lực từ tác dụng lên hai cạnh vuông góc với dây là bằng nhau và ngược chiều. Do đó tổng hợp lực theo phương song song với dây dẫn là khác nhau. Do sự chênh lệch cường độ từ trường tại vị trí hai cạnh còn lại, các lực tác dụng lên các cạnh này ngược chiều nhau nhưng có độ lớn khác nhau. Tổng hợp lực có xu hướng kéo khung dây lại gần dây dẫn và có độ lớn bằng:

$$F = (B_1 - B_2)I_2a = \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(b-a/2)} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(b+a/2)} \right) I_2 a = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \cdot \frac{a^2}{b^2 - (a/2)^2}$$

$$F = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 2 \cdot \frac{20^2}{30^2 - 10^2} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ (N)}$$

b) Sử dụng kết quả của bài 4-20, ta có từ thông do dây dẫn thẳng gửi qua khung dây là:

$$\phi_0 = \frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{b+a/2}{b-a/2} \right)$$

Khi quay khung 180° , độ thay đổi từ thông qua khung là:

$$\Delta\phi = \phi_0 - (-\phi_0) = 2\phi_0$$

Công cần thiết để thắng công cản của lực từ là:

$$A = I_2 \cdot \Delta\phi = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{\pi} \ln \left(\frac{2b+a}{2b-a} \right) = 4 \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 2 \cdot 0,02 \cdot \ln \frac{2 \cdot 30 + 20}{2 \cdot 30 - 20} \approx 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ (J)}$$

4-35. Hai dây dẫn thẳng dài vô hạn đặt song song cách nhau một khoảng nào đó. Dòng điện chạy qua các dây dẫn bằng nhau và cùng chiều. Tìm cường độ dòng điện chạy qua mỗi dây, biết rằng muốn dịch chuyển các dây dẫn tới khoảng cách lớn gấp đôi lúc đầu thì phải tốn một công bằng $5,5 \cdot 10^{-5} \text{ J/m}$ (Công dịch chuyển một mét dài của dây dẫn).

Giải:

Xét công cản của lực từ khi ta dịch chuyển hai dây dẫn đang ở vị trí cách nhau một đoạn r đi một đoạn nhỏ dr theo phương vuông góc với dây:

$$dA = F \cdot dr = BIl \cdot dr = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi r} dr$$

Vậy, công cần tốn là:

$$A = \int dA = \int_{r_0}^{2r_0} \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi} \ln \frac{2r_0}{r_0} = \frac{\mu_0 \ln 2}{2\pi} I^2 l$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{\frac{2\pi}{\mu_0 \ln 2} \cdot \frac{A}{l}} = \sqrt{\frac{2\pi}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \ln 2} \cdot \frac{5,5 \cdot 10^{-5}}{1}} \approx 20 \text{ (A)}$$

4-36. Một dây dẫn thẳng, dài $l = 10\text{cm}$ có dòng điện $I = 2\text{A}$ chạy qua, chuyển động với vận tốc $v = 20\text{cm/s}$ trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,5\text{T}$ theo phương vuông góc với đường sức từ trường. Dây dẫn chuyển động theo chiều khiến cho lực điện từ sinh công cản. Tính công cản đó sau thời gian $t = 10\text{giây}$.

Giải:

Do từ trường là đều, cường độ dòng điện, vận tốc chuyển động của dây không đổi nên lực từ tác dụng lên dây không đổi. Công cản của lực từ là:

$$A = -F \cdot s = -BIl \cdot vt = -0,5 \cdot 2 \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot 10 = -0,2(J)$$

4-37. Cuộn dây của một điện kế gồm 400 vòng có dạng khung chữ nhật chiều dài 3cm, chiều rộng 2cm, được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,1\text{T}$. Dòng điện chạy trong khung có cường độ bằng 10^{-7}A . Hỏi:

- a) Thế năng của khung dây trong từ trường tại hai vị trí:
 - Vị trí 1: Mặt phẳng của khung song song với đường sức từ trường.
 - Vị trí 2: Mặt phẳng của khung hợp với đường sức từ trường một góc 30° .
- b) Công của lực điện từ khi khung dây quay từ vị trí 1 sang vị trí 2 ở câu hỏi a.

Giải:

Công thức thế năng của khung dây trong từ trường là:

$$W_t = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} = -NISB \cos(\vec{p}_m, \vec{B}) = -NIabB \cdot \cos \varphi$$

Tại vị trí 1: $\varphi = \pi/2 \Rightarrow W_{t1} = 0$

Tại vị trí 2: $\varphi = \pi/3 \Rightarrow W_{t2} = -NIabB \cdot (1/2) = -400 \cdot 10^{-7} \cdot 0,03 \cdot 0,02 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = -1,2 \cdot 10^{-9}(J)$

Công của lực từ bằng độ giảm thế năng:

$$A = W_{t1} - W_{t2} = 1,2 \cdot 10^{-9}(J)$$

4-38. Một vòng dây dẫn hình tròn bán kính $R = 2\text{cm}$ trên có dòng điện $I = 2\text{A}$, được đặt sao cho mặt phẳng của vòng dây vuông góc với đường sức của một từ trường có cảm ứng từ

$B = 0,2T$. Hỏi công phải tốn để quay vòng dây trở về vị trí song song với đường sức từ trường.

Giải:

Chúng ta cần tốn một công A để thắng lại công cản của từ trường:

$$\begin{aligned} A &= W_{t2} - W_{t1} = ISB(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) \\ &= I \cdot \pi R^2 \cdot B(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) \end{aligned}$$

$$A = 2 \cdot \pi \cdot 0,02^2 \cdot 0,2 \left(\cos 0 - \cos \frac{\pi}{2} \right) \approx 5 \cdot 10^{-4} (J)$$

4-39. Một electron được gia tốc bởi hiệu điện thế $U = 1000V$ bay vào một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 1,19 \cdot 10^{-3}T$. Hướng bay của electron vuông góc với các đường sức từ trường. Tìm:

- Bán kính quỹ đạo của electron.
- Chu kỳ quay của electron trên quỹ đạo.
- Mômen động lượng của electron đối với tâm quỹ đạo.

Giải:

Ta có động năng của electron thu được là:

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 = eU \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Khi bay vào trong từ trường, electron chuyển động theo quỹ đạo tròn với lực từ là lực hướng tâm:

$$Bve = \frac{mv^2}{R} \quad \Rightarrow R = \frac{mv}{Be} = \sqrt{\frac{2mU}{eB^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1000}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (1,19 \cdot 10^{-3})^2}} \approx 9 \cdot 10^{-2} (m)$$

Chu kỳ quay của electron trên quỹ đạo:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{Be} = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,19 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 3 \cdot 10^{-8} (s)$$

Mômen động lượng của electron đối với tâm quỹ đạo:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

$$L = I\omega = mR^2 \cdot \frac{v}{R} = mvR = \frac{m^2 v^2}{Be} = \frac{2mU}{B}$$

$$L = \frac{2,9,1.10^{-31} \cdot 1000}{1,19.10^{-3}} \approx 1,53.10^{-24} (\text{kg.m}^2/\text{s})$$

4-40. Một electron sau khi được gia tốc bằng hiệu điện thế $U = 300\text{V}$ thì chuyển động song song với một dây dẫn thẳng dài và cách dây dẫn một khoảng $a = 4\text{mm}$. Tìm lực tác dụng lên electron nếu cho dòng điện $I = 5\text{A}$ chạy qua dây dẫn.

Giải:

Công thức của lực Loren tác dụng lên electron:

$$F = Bve \sin \alpha$$

với $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}; B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}; \alpha = (\vec{v}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow F = \frac{\mu_0 I e}{2\pi r} \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 2.10^{-7} \cdot \frac{5.1,6.10^{-19}}{4.10^{-3}} \cdot \sqrt{\frac{2.1,6.10^{-19} \cdot 300}{9,1.10^{-31}}} \approx 4,1.10^{-16} (\text{N})$$

4-41. Một electron bay vào một từ trường đều cảm ứng từ $B = 10^{-3}\text{T}$ theo phương vuông góc với đường sức từ trường với vận tốc $v = 4.10^7\text{m/s}$. Tìm gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của electron.

Giải:

Do lực Loren luôn vuông góc với phương chuyển động của điện tích nên gia tốc tiếp tuyến của điện tích trong từ trường luôn bằng 0.

Gia tốc pháp tuyến của electron là:

$$a_n = \frac{F}{m} = \frac{Bve}{m} = \frac{10^{-3} \cdot 4.10^7 \cdot 1,6.10^{-19}}{9,1.10^{-31}} \approx 7.10^{15} (\text{m/s}^2)$$

4-42. Một hạt α có động năng $W_d = 500 \text{ eV}$ bay theo hướng vuông góc với đường sức của một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,1 \text{ T}$. Tìm:

- Lực tác dụng lên hạt α ;
- Bán kính quỹ đạo của hạt;
- Chu kỳ quay của hạt trên quỹ đạo.

Chú thích: Hạt α có điện tích bằng $+2e$, khối lượng $4u$.

Giải:

Ta có:
$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W_d}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}} \approx 1,55 \cdot 10^5 \text{ (m/s)}$$

Lực tác dụng lên hạt:

$$F = Bvq = 0,1 \cdot 1,55 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 5 \cdot 10^{-15} \text{ (N)}$$

Bán kính quỹ đạo của hạt:

$$R = \frac{mv}{Bq} = \frac{6,64 \cdot 10^{-27} \cdot 1,55 \cdot 10^5}{0,1 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}} \approx 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ (m)}$$

Chu kỳ quay của hạt trên quỹ đạo:

$$T = \frac{2\pi m}{Bq} = \frac{2\pi \cdot 6,64 \cdot 10^{-27}}{0,1 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}} \approx 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ (s)}$$

4-43. Một electron chuyển động trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$. Quỹ đạo của electron là một đường đing ốc có bán kính $R = 2 \text{ cm}$ và có bước $h = 5 \text{ cm}$. Xác định vận tốc của electron.

Giải:

Ta chia véctơ vận tốc v thành hai thành phần: v_1 hướng dọc theo phương từ trường và véctơ v_2 hướng vuông góc với phương từ trường.

Bán kính đường đing ốc chỉ phụ thuộc vào thành phần v_2 :

$$R = \frac{mv_2}{Be} \Rightarrow v_2 = \frac{BeR}{m} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,02}{9,1 \cdot 10^{-31}} \approx 7 \cdot 10^6 \text{ (m/s)}$$

Bước xoắn phụ thuộc vào giá trị của v_1 :

$$h = v_1 T = \frac{2\pi m v_1}{Be} \Rightarrow v_1 = \frac{Beh}{2\pi m} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,05}{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \approx 2,8 \cdot 10^6 (m/s)$$

Vận tốc của electron trên quỹ đạo:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(7 \cdot 10^6)^2 + (2,8 \cdot 10^6)^2} \approx 7,6 \cdot 10^6 (m/s)$$

4-44. Một electron được gia tốc bằng một hiệu điện thế $U = 6000V$ bay vào một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 1,3 \cdot 10^{-2}T$. Hướng bay của electron hợp với đường sức từ một góc $\alpha = 30^0$; quỹ đạo của electron khi đó là một đường đinh ốc. Tìm:

- Bán kính của một vòng xoắn ốc.
- Bước của đường đinh ốc.

Giải:

Vận tốc của electron sau khi được gia tốc:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6000}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 4,6 \cdot 10^7 (m/s)$$

Bán kính của đường đinh ốc:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{Be} = \frac{mv \sin \alpha}{Be}$$

$$R = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,6 \cdot 10^7 \cdot \sin 30^0}{1,3 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 10^{-2} (m) = 1 (cm)$$

Bước xoắn của đường đinh ốc:

$$h = \frac{2\pi m v_{\parallel}}{Be} = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{Be} = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,6 \cdot 10^7 \cdot \cos 30^0}{1,3 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 0,11 (m) = 11 (cm)$$

4-45. Qua tiết diện $S = ab$ của một bản bằng đồng bề dày $a = 0,5 \text{ mm}$ bề cao $b = 1 \text{ mm}$, có một dòng điện $I = 20A$ chạy. Khi đặt bản trong một từ trường có đường sức vuông góc với cạnh bên b và chiều dòng điện thì trên bản xuất hiện một hiệu điện thế ngang $U = 3,1 \cdot 10^{-6}V$. Cho biết cảm ứng từ $B = 1T$. Xác định:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

- a) Mật độ electron dẫn trong bản đồng.
b) Vận tốc trung bình của electron trong các điều kiện trên.

Giải:

Khi các electron chạy trong dây dẫn đặt trong từ trường, do tác dụng của lực từ chúng bị kéo về các mặt bên của dây dẫn và tạo nên một hiệu điện thế. Hiệu điện thế này có chiều cản các electron dẫn tiếp tục chuyển về mặt bên. Khi hiệu điện thế đạt giá trị ổn định, các electron không tiếp tục chuyển về nữa, lực từ và lực điện cân bằng lẫn nhau.

$$F_C = eE = \frac{eU}{b} = F_L = evB \Rightarrow v = \frac{U}{bB} = \frac{3,1 \cdot 10^{-6}}{10^{-3} \cdot 1} = 3,1 \cdot 10^{-3} (m/s)$$

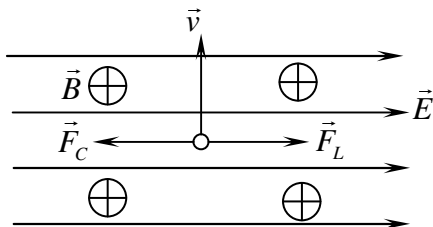
Mật độ electron dẫn n là số điện tích có trong một đơn vị thể tích:

$$n = \frac{(q/e)}{V} = \frac{I \cdot t}{eab \cdot vt} = \frac{I}{e \cdot abv} = \frac{IB}{eUa}$$

$$n = \frac{20 \cdot 1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,1 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} \approx 8,1 \cdot 10^{28} (m^{-3})$$

4-46. Một electron có năng lượng $W = 10^3 eV$ bay vào một điện trường đều có cường độ điện trường $E = 800 V/cm$ theo hướng vuông góc với đường sức điện trường. Hỏi phải đặt một từ trường có phương chiều và cảm ứng từ như thế nào để chuyển động của electron không bị lệch phương.

Giải:



Muốn electron không bị lệch phương, ta cần đặt một từ trường sao cho lực Loren tác dụng lên electron triệt tiêu lực điện trường. Trước hết, để lực Loren và lực Culông cùng phương ngược chiều, phương chiều của cảm ứng từ phải đặt như hình vẽ.

Độ lớn của lực Loren và lực Culông bằng nhau:

$$F_C = eE = Bve = F_L$$

$$\Rightarrow B = \frac{E}{v} = E \sqrt{\frac{m}{2W}} B$$

$$B = 8.10^4 \cdot \sqrt{\frac{9,1.10^{-31}}{2.10^3 \cdot 1,6.10^{-19}}} \approx 4,2.10^{-3} (T)$$

4-47. Một electron bay vào một trường điện từ với vận tốc $v = 10^5 \text{m/s}$. Đường sức điện trường và đường sức từ trường có cùng phương chiều. Cường độ điện trường $E = 10 \text{V/cm}$, cường độ từ trường $H = 8.10^3 \text{A/m}$. Tìm gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến và gia tốc toàn phần của electron trong hai trường hợp:

- Electron chuyển động theo phương chiều của các đường sức.
- Electron chuyển động vuông góc với các đường sức.

Giải:

a) Khi electron chuyển động dọc theo phương chiều của các đường sức, lực Loren tác dụng lên nó bằng 0. Điện tích chỉ có thành phần gia tốc tiếp tuyến do lực điện gây ra:

$$a_n = 0; a = a_t = \frac{eE}{m} = \frac{1,6.10^{-19}.1000}{9,1.10^{-31}} \approx 1,76.10^{14} (m/s^2)$$

b) Khi electron chuyển động theo phương vuông góc với các đường sức, cả lực điện và lực từ đều hướng theo phương vuông góc với phương chuyển động (và vuông góc với nhau) nên electron chỉ có thành phần gia tốc pháp tuyến:

$$a_t = 0;$$

$$a = a_n = \sqrt{a_C^2 + a_L^2} = \sqrt{\left(\frac{eE}{m}\right)^2 + \left(\frac{evB}{m}\right)^2}$$

$$a = \frac{1,6.10^{-19}}{9,1.10^{-31}} \sqrt{1000^2 + (10^5 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8.10^3)^2} \approx 2,5.10^{14} (m/s^2)$$

4-48. Một electron bay vào khoảng giữa 2 bản của một tụ điện phẳng có các bản nằm ngang. Hướng bay song song với các bản, vận tốc bay $v_0 = 10^7 \text{m/s}$. Chiều dài của tụ điện

$l = 5\text{cm}$, cường độ điện trường giữa hai bản tụ điện $E = 100\text{V/cm}$. Khi ra khỏi tụ điện, electron bay vào một từ trường có đường sức vuông góc với đường sức điện trường. Cho biết cảm ứng từ $B = 10^{-2}\text{T}$. Tìm:

- Bán kính quỹ đạo định ốc của electron trong từ trường;
- Bước của đường định ốc.

Giải:

Quỹ đạo của electron trong từ trường phụ thuộc vào phương của các đường sức từ. ở đây, ta cho rằng từ trường có phương dọc theo phương vận tốc v_0 ban đầu của electron.

Khi bay qua từ trường, electron được gia tốc theo phương điện trường và nhận được vận tốc v_1 theo phương đó được xác định như sau:

$$v_1 = at = \frac{eE}{m} \cdot \frac{l}{v_0} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-2}}{10^7} \approx 8,8 \cdot 10^6 (\text{m/s})$$

Bán kính quỹ đạo của electron:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{Be} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 8,8 \cdot 10^6}{10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 5 \cdot 10^{-3} (\text{m}) = 5 (\text{mm})$$

Bước xoắn của đường định ốc:

$$h = \frac{2\pi mv_{\parallel}}{Be} = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7}{10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 3,6 \cdot 10^{-2} (\text{m}) = 3,6 (\text{cm})$$

CHƯƠNG 5: HIỆN TƯỢNG CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

5-1. Một khung hình vuông làm bằng dây đồng tiết diện $S_0 = 1\text{mm}^2$ được đặt trong một từ trường có cảm ứng từ biến đổi theo định luật $B = B_0 \sin \omega t$, trong đó $B_0 = 0,01\text{T}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $T = 0,02$ giây. Diện tích của khung $S = 25\text{ cm}^2$. Mặt phẳng của khung vuông góc với đường sức từ trường. Tìm sự phụ thuộc vào thời gian và giá trị cực đại của các đại lượng sau:

- Từ thông gửi qua khung.
- Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung.
- Cường độ dòng điện chạy trong khung.

Giải:

Ta có:
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,02} = 100\pi (\text{rad/s})$$

- a) Từ thông gửi qua khung:

$$\begin{aligned}\phi_{\max} &= B_0 S = 0,01 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 2,5 \cdot 10^{-5} (\text{Wb}) \\ \phi &= BS = B_0 S \sin \omega t = 2,5 \cdot 10^{-5} \sin 100\pi (\text{Wb})\end{aligned}$$

- b) Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên khung:

$$\begin{aligned}E &= \phi' = \omega B_0 S \cos \omega t \\ E_{\max} &= \omega B_0 S = 100\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} \approx 7,85 \cdot 10^{-3} (\text{V}) \\ \Rightarrow E &= 7,85 \cdot 10^{-3} \cos 100\pi (\text{V})\end{aligned}$$

- c) Khung hình vuông có diện tích $S = 25\text{ cm}^2$, nên cạnh của nó dài $a = 5\text{cm}$, chu vi của khung $l = 20\text{ cm}$.

Điện trở của khung là:

$$R = \rho \frac{l}{S_0} = 1,72 \cdot 10^{-8} \frac{0,2}{10^{-6}} = 3,44 \cdot 10^{-3} (\Omega)$$

Cường độ dòng điện chạy trong khung:

$$I_{\max} = \frac{E_{\max}}{R} = \frac{7,85.10^{-3}}{3,44.10^{-3}} \approx 2,3(A)$$

$$I = \frac{E}{R} = I_{\max} \cos \omega t = 2,3 \cos 100\pi(A)$$

5-2. Một ống dây dẫn thẳng gồm $N = 500$ vòng được đặt trong một từ trường có đường sức từ song song với trục của ống dây. Đường kính của ống dây $d = 10\text{cm}$. Tìm suất điện động cảm ứng trung bình xuất hiện trong ống dây nếu trong thời gian $\Delta t = 0,1$ giây người ta cho cảm ứng từ thay đổi từ 0 đến $2T$.

Giải:

Suất điện động trung bình xuất hiện trong ống dây là:

$$\bar{E} = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B \cdot NS}{\Delta t} = \frac{(B_2 - B_1)N\pi d^2}{4\Delta t} = \frac{(2-0)500.\pi.0,1^2}{4.0,1} \approx 78,5(V)$$

5-3. Tại tâm của một khung dây tròn phẳng gồm $N_1 = 50$ vòng, mỗi vòng có bán kính $R = 20\text{cm}$, người ta đặt một khung dây nhỏ gồm $N_2 = 100$ vòng, diện tích mỗi vòng $S = 1\text{cm}^2$. Khung dây nhỏ này quay xung quanh một đường kính của khung dây lớn hơn với vận tốc không đổi $\omega = 300\text{vòng/s}$. Tìm giá trị cực đại của suất điện động xuất hiện trong khung nếu dòng điện chạy trong khung lớn có cường độ $I = 10\text{A}$. (Giả thiết lúc đầu các mặt phẳng của các khung trùng nhau).

Giải:

Từ thông do khung dây tròn gửi qua khung dây nhỏ là:

$$\phi = N_2 BS \cdot \cos \alpha$$

$$\text{với } B = \frac{N_1 \mu_0 I}{2R}; \alpha = (\vec{n}, \vec{B}) = \omega t$$

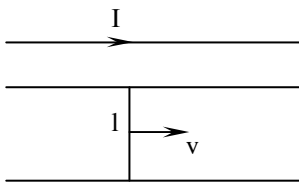
$$\Rightarrow \phi = \frac{N_1 N_2 \mu_0 IS}{2R} \cos \omega t$$

$$\Rightarrow E = -\phi' = \frac{N_1 N_2 \mu_0 IS \omega}{2R} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow E_{\max} = \frac{N_1 N_2 \mu_0 I S \omega}{2R} = \frac{50.100.4\pi.10^{-7}.10.10^{-4}.300.2\pi}{2.0,2} \approx 3.10^{-2} (V)$$

$$\Rightarrow E_{\max} = \frac{50.100.4\pi.10^{-7}.10.10^{-4}.300.2\pi}{2.0,2} \approx 3.10^{-2} (V)$$

5-4. Trong cùng một mặt phẳng với dòng điện thẳng dài vô hạn, cường độ $I = 20A$ người ta đặt hai thanh trượt (kim loại) song song với dòng điện và cách dòng điện một khoảng $x_0 = 1cm$. Hai thanh trượt cách nhau $l = 0,5m$. Trên hai thanh trượt người ta lồng vào một đoạn dây dẫn dài l (hình 5-2). Tìm hiệu điện thế xuất hiện giữa hai đầu dây dẫn nếu dây dẫn trượt tịnh tiến trên các thanh với vận tốc không đổi $v = 3m/s$.



Hình 5-2

Giải:

Khi đoạn dây chuyển động trong từ trường của dây dẫn thẳng, nó cắt qua các đường sức từ. Trên đoạn dây sẽ xuất hiện suất điện động cảm ứng E . Vì dây không kín nên suất điện động này bằng hiệu điện thế giữa hai đầu dây. Sau thời gian t , dây đi được một đoạn $l = vt$, và quét qua diện tích S có từ thông là (tính tương tự như bài 4-20):

$$\phi = \frac{\mu_0 I v t}{2\pi} \ln \left(\frac{x_0 + l}{x_0} \right)$$

$$\Rightarrow U = |E| = |-\phi| = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \left(\frac{x_0 + l}{x_0} \right) = 2.10^{-7}.20.3. \ln \frac{51}{1} \approx 4,7.10^{-5} (V)$$

5-5. Một máy bay bay với vận tốc $v = 1500 km/h$. Khoảng cách giữa hai đầu cánh máy bay $l = 12m$. Tìm suất điện động cảm ứng xuất hiện giữa hai đầu cánh máy bay biết rằng ở độ cao của máy bay $B = 0,5.10^{-4}T$.

Giải:

Coi cánh máy bay như một đoạn dây dẫn chuyển động trong từ trường vuông góc:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

$$E = Blv = 0,5.10^{-4}.12.\frac{15.10^5}{3600} = 0,25(V)$$

5-6. Một thanh kim loại dài $l = 1\text{m}$ quay với vận tốc không đổi $\omega = 20\text{rad/s}$ trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 5.10^{-2}\text{T}$. Trục quay đi qua một đầu của thanh, song song với đường sức từ trường. Tìm hiệu điện thế xuất hiện giữa hai đầu của thanh.

Giải:

Trong khoảng thời gian dt , thanh quét được diện tích là: $dS = \frac{1}{2}\omega dt.l^2$

Từ thông quét bởi thanh là:

$$d\phi = B.dS = \frac{1}{2}B\omega l^2 dt$$

Do đó, hiệu điện thế xuất hiện giữa hai đầu thanh là:

$$U = |E| = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right| = \frac{1}{2}B\omega l^2 = 0,5.5.10^{-2}.20.1^2 = 0,5(V)$$

5-7. Một thanh kim loại dài $l = 1,2\text{ m}$ quay trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 10^{-3}\text{T}$ với vận tốc không đổi $n = 120\text{vòng/phút}$. Trục quay vuông góc với thanh, song song với đường sức từ trường và cách một đầu của thanh một đoạn $l_1 = 25\text{cm}$. Tìm hiệu điện thế xuất hiện giữa hai đầu của thanh.

Giải:

Gọi hai đầu thanh và giao điểm giữa trục quay và thanh lần lượt là A, B và O. Tương tự bài 5-6, ta có:

$$|U_{OA}| = \frac{1}{2}B\omega(l-l_1)^2; \quad |U_{OB}| = \frac{1}{2}B\omega l_1^2$$

Do các hiệu điện thế U_{OA} và U_{OB} cùng chiều nên:

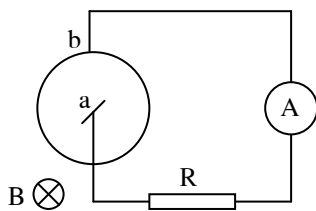
$$U = |U_{OA}| - |U_{OB}| = \frac{1}{2}B\omega[(l-l_1)^2 - l_1^2] = \frac{1}{2}B\omega(l^2 - 2l.l_1)$$

$$B = (\omega/2)lB(1 - 2l_1)$$

$$B = 2\pi \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} (1,2 - 2 \cdot 0,25) \approx 5,3 \cdot 10^{-3} (V)$$

5-8. Một đĩa bằng đồng bán kính $r = 5\text{cm}$ được đặt vuông góc với đường sức của một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,2\text{T}$. Đĩa quay với vận tốc góc $\omega = 3\text{vòng/s}$. Các điểm a và b là những chỗ tiếp xúc trượt để dòng điện có thể đi qua đĩa theo bán kính ab (Hình 5-3).

- Tìm suất điện động xuất hiện trong mạch.
- Xác định chiều của dòng điện nếu đường sức từ trường đi từ phía trước ra phía sau hình vẽ và đĩa quay ngược chiều kim đồng hồ.



Hình 5-3

Giải:

Tương tự như bài 5-6 và 5-7, ta cũng có biểu thức cho suất điện động trong mạch:

$$E = \frac{1}{2} B \omega r^2 = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 6\pi \cdot 0,05^2 \approx 4,7 \cdot 10^{-3} (V)$$

Sử dụng quy tắc bàn tay phải, ta tìm được chiều dòng điện cảm ứng trong mạch đi theo chiều từ b đến a.

5-9. Một đĩa kim loại bán kính $R = 25\text{cm}$ quay quanh trục của nó với vận tốc góc $\omega = 1000$ vòng/phút. Tìm hiệu điện thế xuất hiện giữa tâm đĩa và một điểm trên mép đĩa trong hai trường hợp:

- Khi không có từ trường;
- Khi đặt đĩa trong từ trường có cảm ứng từ $B = 10^{-2}\text{T}$ và đường sức từ vuông góc với đĩa.

Giải:

a) Khi không có từ trường, các electron bị văng ra mép đĩa do lực quán tính li tâm. Do đó, giữa tâm và mép đĩa xuất hiện một hiệu điện thế. Lúc hiệu điện thế ổn định, lực điện chính bằng lực hướng tâm của các electron.

$$eE_r = m\omega^2 r \Rightarrow E_r = \frac{m\omega^2}{e} r$$

$$\Rightarrow U = \int_0^R E dr = \int_0^R \frac{m\omega^2}{e} r dr = \frac{m\omega^2 R^2}{2e}$$

$$U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(\frac{2000\pi}{60}\right)^2 \cdot 0,25^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 2 \cdot 10^{-9} (V)$$

b) Khi đặt đĩa vào từ trường, giữa tâm và mép đĩa xuất hiện suất điện động cảm ứng:

$$E_c = \frac{1}{2} B \omega r^2 = 0,5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{2000\pi}{60} \cdot 0,25^2 \approx 3,3 \cdot 10^{-2} (V)$$

Do giá trị của suất điện động cảm ứng lớn hơn rất nhiều so với hiệu điện thế gây ra do lực quán tính li tâm, nên ta có thể bỏ qua ảnh hưởng của lực li tâm trong trường hợp này:

$$U = 3,3 \cdot 10^{-2} (V)$$

5-10. Một cuộn dây dẫn gồm $N = 100$ vòng quay trong từ trường đều với vận tốc góc không đổi $n = 5$ vòng/s. Cảm ứng từ $B = 0,1T$. Tiết diện ngang của ống dây $S = 100cm^2$. Trục quay vuông góc với trục của ống dây và vuông góc với đường sức từ trường. Tìm suất điện động xuất hiện trong cuộn dây và giá trị cực đại của nó.

Giải:

Ta có:

$$\phi = NBS \cdot \cos(\vec{n}, \vec{B}) = NBS \cdot \cos(2\pi nt + \varphi)$$

với φ là góc giữa pháp tuyến của ống dây và vectơ cảm ứng từ B lúc ban đầu.

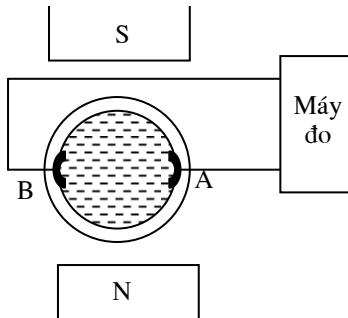
$$\Rightarrow E = -\phi' = NBS\omega \sin(2\pi nt + \varphi)$$

$$\Rightarrow E_{\max} = NBS\omega = 2\pi n NBS = 2\pi \cdot 5 \cdot 100 \cdot 0,1 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \approx 3,14 (V)$$

$$\Rightarrow E_{\max} = 2\pi \cdot 5 \cdot 100 \cdot 0,1 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \approx 3,14 (V)$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

5-11. Trình bày nguyên tắc hoạt động của một máy đo lưu lượng của các chất lỏng dẫn điện trong ống dẫn (dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ). Ống dẫn chất lỏng được đặt trong từ trường (hình 5-4). Trên các điện cực AB sẽ xuất hiện một suất điện động cảm ứng. Tìm vận tốc chảy của chất lỏng trong ống dẫn nếu cảm ứng từ $B = 10^{-2}T$, khoảng cách giữa các điện cực $d = 50mm$ (tức đường kính trong của ống) và suất điện động cảm ứng xuất hiện giữa chúng $E_C = 0,25mV$.



Hình 5-4

Giải:

Phần chất lỏng ở giữa hai điện cực khi chuyển động giống như một đoạn dây dẫn chuyển động với vận tốc v đúng bằng vận tốc của chất lỏng. Vì vậy, giữa các điện cực xuất hiện một suất điện động cảm ứng. Mặt khác, với các giá trị của cường độ từ trường và kích thước ống cố định, suất điện động cảm ứng này tỉ lệ thuận với vận tốc chảy của dòng chất lỏng. Nên để đo vận tốc dòng chảy, người ta chỉ cần dùng một vôn kế nhạy để đo suất điện động cảm ứng giữa hai điện cực rồi quy đổi tương ứng ra vận tốc chảy. Ta có:

$$E_C = Blv$$

$$\Rightarrow v = \frac{E_C}{Bl} = \frac{0,25 \cdot 10^{-3}}{10^{-2} \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = 0,5(m/s)$$

5-12. Để đo cảm ứng từ giữa hai cực của một nam châm điện người ta đặt vào đó một cuộn dây $N = 50$ vòng, diện tích tiết diện ngang của mỗi vòng $S = 2cm^2$. Trục của cuộn dây song song với các đường sức từ trường. Cuộn dây được nối kín với một điện kế xung kích (dùng để đo điện lượng phóng qua khung dây của điện kế). Điện trở của điện kế $R = 2 \cdot 10^3 \Omega$. Điện trở của cuộn dây N rất nhỏ so với điện trở của điện kế. Tìm cảm ứng từ giữa hai cực của nam châm biết rằng khi rút nhanh cuộn dây N ra khỏi nam châm thì

khung dây của lệch đi một góc α ứng với 50 vạch trên thước chia của điện kế. Cho biết mỗi vạch chỉ ứng với điện lượng phóng qua khung dây điện kế bằng $2 \cdot 10^{-8} \text{C}$.

Giải:

Xét trong những khoảng thời gian dt đủ ngắn, từ thông qua cuộn dây thay đổi một lượng nhỏ $d\phi$, khi đó, trong khung xuất hiện suất điện động cảm ứng:

$$E = \left| \frac{d\phi}{dt} \right|$$

Trong thời gian đó, điện lượng phóng qua khung là:

$$dq = I \cdot dt = \frac{E}{R} dt = \frac{d\phi}{R} = \frac{NS}{R} dB$$

Vậy, điện lượng tổng cộng chạy qua khung dây khi rút nó ra khỏi từ trường là:

$$q = \frac{NS}{R} \Delta B$$

Coi sau khi rút khung dây ra, từ thông qua khung dây bằng 0, ta có:

$$B = \frac{qR}{NS} = \frac{50 \cdot 2 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^3}{50 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 0,2 \text{T}$$

5-13. Giữa hai cực của một nam châm điện người ta đặt một cuộn dây nhỏ; trục của cuộn dây và đường nối các cực nam châm trùng nhau. Diện tích tiết diện ngang của cuộn dây $S = 3 \text{mm}^2$, số vòng $N = 60$. Cuộn dây được nối kín với một điện kế xung kích. Điện trở của cuộn dây, điện kế và các dây nối $R = 40 \Omega$. Khi quay cuộn dây 180° , điện lượng tổng cộng chạy qua cuộn dây là $q = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{C}$. Xác định cường độ từ trường giữa các cực nam châm.

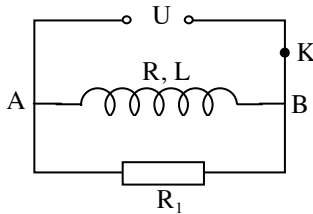
Giải:

Lý luận tương tự bài 5-12, ta có:

$$\Delta B = \frac{qR}{NS} \Rightarrow 2\mu_0 H = \frac{qR}{NS}$$

$$\Rightarrow H = \frac{qR}{2\mu_0 NS} = \frac{4,5 \cdot 10^{-6} \cdot 40}{2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 60 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} \approx 4 \cdot 10^5 (A/m)$$

5-14. Cho một mạch điện như hình 5-5. Trong đó ống dây có độ tự cảm $L = 6H$, điện trở $R = 200\Omega$ mắc song song với điện trở $R_1 = 1000\Omega$. Hiệu điện thế $U = 120V$; K là cái ngắt điện. Hiệu điện thế giữa các điểm A và B sau khi mở khoá K một thời gian $\tau = 0,001$ giây.



Hình 5-5

Giải:

Ta có:

$$U_{AB} = U_C - IR = IR_1$$

$$\Rightarrow -L \cdot \frac{dI}{dt} = I(R + R_1) \Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{R + R_1}{L} dt$$

$$\Rightarrow \ln I = \ln I_0 - \frac{R + R_1}{L} t \Rightarrow I = I_0 \cdot e^{-\frac{R + R_1}{L} t}$$

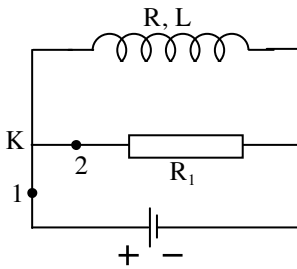
Tại $t = 0$: $I = I_0 = \frac{U}{R}$

$$\Rightarrow U_{AB} = IR_1 = \frac{R_1}{R} U \cdot e^{-\frac{R + R_1}{L} t}$$

$$U_{AB} = \frac{1000}{200} 120 \cdot e^{-\frac{200 + 1000}{6} \cdot 0,001} \approx 490(V)$$

5-15. Cuộn dây có độ tự cảm $L = 2 \cdot 10^{-6}H$ và điện trở $R = 1\Omega$ được mắc vào một nguồn điện có suất điện động không đổi $E = 3V$ (hình 5-6). Sau khi dòng điện trong ống dây đã ổn

định, người ta đảo rất nhanh khoá K từ vị trí 1 sang vị trí 2. Tìm nhiệt lượng toả ra trên điện trở $R_1 = 2\Omega$. Bỏ qua điện trở trong của nguồn điện và điện trở của các dây nối.



Hình 5-6

Giải:

Ta có: Nhiệt lượng toả ra trên các điện trở tỉ lệ thuận với giá trị điện trở, suy ra:

$$\frac{P_{R_1}}{P_R} = \frac{I^2 R_1}{I^2 R} = \frac{R_1}{R} \Rightarrow \frac{Q_{R_1}}{Q_R} = \frac{R_1}{R} \Rightarrow \frac{Q_{R_1}}{Q_R + Q_{R_1}} = \frac{R_1}{R + R_1}$$

Nhiệt lượng tổng cộng toả ra trên các điện trở chính bằng năng lượng từ trường của cuộn dây:

$$Q = Q_R + Q_{R_1} = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{L U^2}{2 R^2}$$

Vậy:
$$Q_R = \frac{R_1}{R + R_1} \cdot \frac{L U^2}{2 R^2} = \frac{2}{1 + 2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3^2}{2 \cdot 1^2} = 6 \cdot 10^{-6} (J)$$

5-16. Tìm độ tự cảm của một ống dây thẳng gồm $N = 400$ vòng, dài $l = 20$ cm, diện tích tiết diện ngang $S = 9 \text{ cm}^2$ trong hai trường hợp.

- ống dây không có lõi sắt.
- ống dây có lõi sắt. Biết độ từ thẩm của lõi sắt trong điều kiện cho là $\mu = 400$.

Giải:

Đối với ống dây, ta có:

$$\phi = BNS = \mu \mu_0 \frac{N}{l} I N S$$

$$\Rightarrow L = \frac{\phi}{I} = \mu \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

a) ống dây không có lõi sắt:

$$L_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{400^2 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{0,2} \approx 9 \cdot 10^{-4} (H)$$

b) ống dây có lõi sắt:

$$L = \mu L_0 = 400 \cdot 9 \cdot 10^{-4} = 0,36 (H)$$

5-17. Một ống dây có đường kính $D = 4\text{cm}$, độ tự cảm $L = 0,001H$, được quấn bởi loại dây dẫn có đường kính $d = 0,6\text{mm}$. Các vòng được quấn sát nhau, và chỉ quấn một lớp. Tính số vòng của ống dây.

Giải:

Từ công thức của hệ số tự cảm:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 n N S$$

với số vòng dây trên một đơn vị chiều dài $n = \frac{1}{d}$.

$$\Rightarrow N = \frac{L}{\mu_0 n S} = \frac{L d}{\mu_0 \pi \frac{d^2}{4}} = \frac{0,001 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3}}{\pi^2 \cdot 10^{-7} \cdot 0,04^2} \approx 380 (\text{vòng})$$

5-18. Trên một lõi tròn đường kính $d = 12\text{cm}$ người ta quấn một lớp dây dẫn gồm $N = 100$ vòng. Các vòng dây được chia đều trên chiều dài $l = 6\text{cm}$. Xác định độ tự cảm của ống dây biết rằng độ tự cảm của ống dây một lớp được tính theo công thức $L = \alpha L_\infty$, trong đó L_∞ là độ tự cảm của ống dây thẳng dài vô hạn, α là một hệ số tỉ lệ được xác định gần đúng bởi công thức:

$$\alpha = \frac{1}{1 + 0,45d/l}$$

Giải:

Sử dụng công thức đã cho:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

$$L = \frac{1}{1 + 0,45 \frac{d}{1}} \cdot \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{1} = \frac{\pi\mu\mu_0 N^2 d^2}{4(1 + 0,45d)}$$

$$L = \frac{\pi \cdot 1,4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot 0,12^2}{4(0,06 + 0,45 \cdot 0,12)} \approx 1,3 \cdot 10^{-3} (H)$$

5-19. Một khung dây hình chữ nhật làm bằng dây dẫn có bán kính $r = 1\text{mm}$. Chiều dài $a = 10\text{m}$ của khung rất lớn so với chiều rộng $b = 10\text{cm}$ của nó (đo từ các trục cạnh khung). Tìm độ tự cảm L của khung dây. Độ từ thẩm của môi trường giả thiết bằng 1. Bỏ qua từ trường bên trong dây dẫn.

Giải:

Từ thông tổng cộng gửi qua khung bằng tổng từ thông do bốn cạnh của khung gửi qua diện tích giới hạn bởi khung. Do chiều rộng của khung nhỏ hơn rất nhiều so với chiều dài nên ta có thể bỏ qua phần từ thông do hai cạnh nhỏ gây ra và có thể coi hai cạnh còn lại tạo ra từ trường giống như dây dẫn thẳng dài vô hạn.

Xét một dải hình chữ nhật chiều dài a , chiều rộng dx rất nhỏ nằm cách dây 1 một đoạn x . Do các vectơ cảm ứng từ do hai dây gây ra trong dải này là cùng chiều nên, ta thu được:

$$d\phi = (B_1 + B_2)dS = \left(\frac{\mu\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi(b-x)} \right) a \cdot dx$$

$$\Rightarrow \phi = \int d\phi = \int_r^{b-r} \frac{\mu\mu_0 I a}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{b-x} \right) dx = \frac{\mu\mu_0 I a}{\pi} \ln \left(\frac{b-r}{r} \right)$$

Sử dụng định nghĩa của hệ số tự cảm:

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu\mu_0 a}{\pi} \ln \left(\frac{b-r}{r} \right) = \frac{1,4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{\pi} \ln \frac{100-1}{1} \approx 1,84 \cdot 10^{-5} (H)$$

5-20. Hai ống dây có độ hồ cảm $M = 0,005\text{H}$. ống dây thứ nhất có dòng điện cường độ $I = I_0 \sin \omega t$, trong đó $I_0 = 10\text{A}$, $\omega = 2\pi/T$, với $T = 0,02$ giây. Tìm suất điện động hồ cảm xuất hiện trong ống dây thứ hai và trị số cực đại của nó.

Giải:

Suất điện động hồ cảm xuất hiện trong ống dây thứ hai là:

$$E_h = \frac{d\phi}{dt} = \frac{M \cdot dI}{dt} = MI_0 \omega \cos \omega t$$

trong đó: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,02} = 100\pi (\text{rad/s})$

$$E_{h_{\max}} = MI_0 \omega = 0,005 \cdot 10 \cdot 100 \cdot \pi \approx 15,7 (\text{V})$$

$$\Rightarrow E_h = 15,7 \cos 100\pi t (\text{V})$$

5-21. Hai ống dây có độ tự cảm lần lượt bằng $L_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{H}$ và $L_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{H}$ được mắc nối tiếp với nhau sao cho từ trường do chúng gây ra cùng chiều. Khi đó, độ cảm ứng của cả hệ bằng $L = 11 \cdot 10^{-3}$. Tìm độ cảm ứng của cả hệ nếu nối lại các ống dây sao cho từ trường do chúng gây ra có chiều đối nhau (song vẫn giữ vị trí như trước).

Giải:

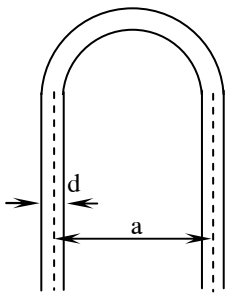
Khi hai ống dây được nối sao cho từ trường do chúng gây ra cùng chiều, từ thông của chúng gửi qua lẫn nhau có tác dụng tăng từ thông qua khung:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_1 + \phi_2 + \phi_{12} + \phi_{21} \\ \Rightarrow LI &= L_1 I + L_2 I + MI + MI \\ \Rightarrow L &= L_1 + L_2 + 2M \end{aligned}$$

Tương tự khi nối các ống dây sao cho từ trường của chúng gây ra ngược chiều nhau, ta có:

$$\begin{aligned} L' &= L_1 + L_2 - 2M \\ &= 2(L_1 + L_2) - L \\ L &= 2(3 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}) - 11 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3} (\text{H}) \end{aligned}$$

5-22. Một dây dẫn dài có đường kính $d = 2 \text{mm}$ được uốn thành hai nhánh bằng nhau (hình 5-7) sao cho khoảng cách giữa các trục của chúng là $a = 3 \text{cm}$. Bỏ qua từ trường bên trong dây dẫn. Cường độ dòng điện trên dây $I = 3 \text{A}$. Tính độ tự cảm và năng lượng ứng với mỗi đơn vị dài của hệ.



Hình 5-7

Giải:

Bằng cách tính tương tự như đã sử dụng trong bài 5-19, chúng ta tính được, độ tự cảm ứng với mỗi đơn vị chiều dài hệ:

$$L = \frac{\mu\mu_0 I}{\pi} \ln\left(\frac{a-d}{d}\right) = \frac{1.4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{\pi} \cdot \ln \frac{30-2}{2} \approx 1 \cdot 10^{-6} (\text{H})$$

Năng lượng ứng với mỗi đơn vị chiều dài hệ:

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 3^2 \approx 4,7 \cdot 10^{-6} (\text{J})$$

5-23. Một ống dây thẳng dài $l = 50\text{cm}$, diện tích tiết diện ngang $S = 2\text{cm}^2$, độ tự cảm $L = 2 \cdot 10^{-7} \text{H}$. Tìm cường độ dòng điện chạy trong ống dây để mật độ năng lượng từ trường của nó bằng $\omega = 10^{-3} \text{J/m}^3$.

Giải:

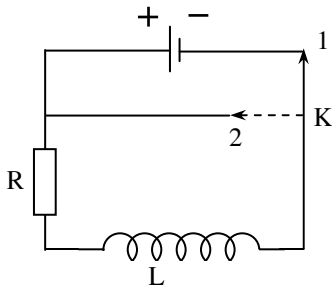
Mật độ năng lượng từ trường là năng lượng trên một đơn vị thể tích được xác định theo công thức:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{(1/2) L I^2}{S \cdot l}$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{\frac{2 S l w}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-7}}} = 1 (\text{A})$$

5-24. Trên thành của một trục bằng bìa cứng dài $l = 50 \text{ cm}$, đường kính $D = 3 \text{ cm}$, người ta quấn hai lớp dây đồng có đường kính $d = 1 \text{ mm}$. Nối cuộn dây thu được với một nguồn điện có suất điện động $\varepsilon = 1,4 \text{ V}$ (hình 5-8). Hỏi:

- Sau thời gian t bằng bao nhiêu khi đảo khoá từ vị trí 1 sang vị trí 2, dòng điện trong cuộn dây giảm đi 1000 lần.
- Nhiệt lượng Jun toả ra trong ống dây (sau khi đảo khoá).
- Năng lượng từ trường của ống dây dẫn trước khi đảo khoá. Cho điện trở suất của đồng $\rho_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$.



Hình 5-8

Giải:

Ta có:

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu\mu_0 n^2 l \pi \frac{D^2}{4} = \mu\mu_0 \left(\frac{2}{d}\right)^2 l \pi \frac{D^2}{4}$$

$$L = \pi\mu\mu_0 \frac{l D^2}{d^2}$$

$$L = \pi \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{0,5 \cdot 0,03^2}{0,001^2} \approx 1,78 \cdot 10^{-3} (\text{H})$$

$$R = \rho \frac{l_d}{S} = \frac{\rho}{\pi \frac{d^2}{4}} \cdot N \cdot \pi D = \frac{4\rho D}{d^2} \cdot \frac{2l}{d}$$

$$R = \frac{8\rho D l}{d^3}$$

$$R = \frac{8 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,03 \cdot 0,5}{0,001^3} \approx 2 (\Omega)$$

Tính tương tự như bài 5-14, ta chứng minh được:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\Rightarrow t = -\frac{L}{R} \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{1,78 \cdot 10^{-3}}{2} \ln \frac{1}{1000} \approx 6,2 \cdot 10^{-3} (s)$$

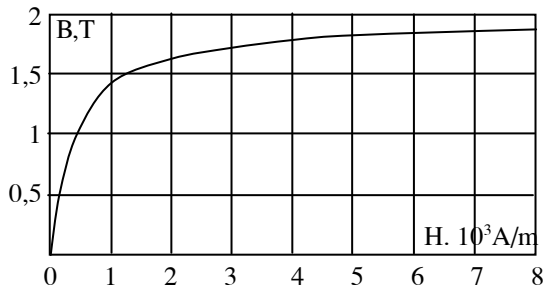
Nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn là:

$$Q = \int I^2 R dt = \int_0^{\infty} I_0^2 R e^{-\frac{2R}{L}t} dt = \frac{1}{2} L I_0^2 = W$$

$$\Rightarrow Q = W = 0,5 \cdot 1,78 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{1,4}{2}\right)^2 \approx 4,4 \cdot 10^{-4} (J)$$

CHƯƠNG 6: CÁC TÍNH CHẤT CỦA CÁC CHẤT (TỪ MÔI)

6-1. Một lõi sắt được đặt trong một từ trường có cường độ $H = 800 \text{ A/m}$. Tìm độ từ thẩm của lõi sắt trong điều kiện đó. (dùng đồ thị 6-1).



Hình 6-1

Giải:

Từ đồ thị ta nhận thấy cường độ từ trường $H = 800 \text{ A/m}$ sẽ ứng với giá trị của cảm ứng từ là $B = 1,4 \text{ T}$.

$$\Rightarrow \mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{1,4}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 800} = 1400$$

6-2. Một ống dây thẳng có lõi sắt gồm $N = 500$ vòng, diện tích tiết diện ngang $S = 20 \text{ cm}^2$, hệ số tự cảm $L = 0,28 \text{ H}$. Dòng điện chạy qua ống dây $I = 5 \text{ A}$. Tìm:

- Độ từ thẩm của lõi sắt.
- Mật độ năng lượng từ trường bên trong ống dây.

Giải:

Từ thông qua ống dây được xác định như sau:

$$\phi = BNS = LI$$

$$\Rightarrow B = \frac{LI}{NS} = \frac{0,28 \cdot 5}{500 \cdot 0,002} = 1,4 \text{ (T)}$$

Sử dụng đồ thị 6-1, ta xác định được cường độ từ trường tương ứng $H = 800 \text{ A/m}$.

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{1,4}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 800} = 1400$$

Mật độ năng lượng bên trong ống dây là:

$$w = \frac{1}{2} BH = 0,5 \cdot 1,4 \cdot 800 = 560 (J/m^3)$$

6-3. Một ống dây hình xuyến có lõi sắt, dài $l = 50\text{cm}$, gồm $N = 1000$ vòng. Dòng điện qua ống dây $I = 1\text{A}$. Hỏi nếu trong ống dây không có lõi sắt và muốn cảm ứng từ trong ống dây hình xuyến vẫn như cũ thì cường độ dòng điện phải bằng bao nhiêu.

Giải:

$$\text{Cường độ từ trường trong lõi sắt: } H = nI = \frac{N}{l} I = \frac{1000}{0,5} \cdot 1 = 2000 (A/m)$$

Sử dụng đồ thị 6-1, ta xác định được cảm ứng từ trong lõi sắt tương ứng là $B = 1,6\text{ T}$.

Để thu được cảm ứng từ như cũ mà không có lõi sắt, ta phải tăng cường độ dòng điện:

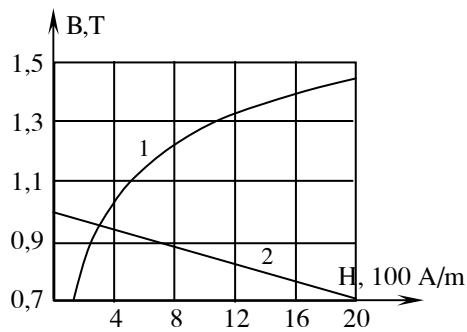
$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \Rightarrow I = \frac{Bl}{\mu_0 N} = \frac{1,6 \cdot 0,5}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000} \approx 640 (A)$$

6-4. Một ống dây thẳng dài $l = 50\text{cm}$, diện tích tiết diện ngang $S = 10\text{cm}^2$, gồm $N = 200$ vòng có dòng điện $I = 5\text{A}$ chạy qua. Trong ống dây có lõi sắt nhưng chưa biết mối quan hệ B và H (tức chưa biết $B = f(H)$). Tìm:

- Độ từ thẩm của lõi sắt
- Hệ số tự cảm của ống dây.

Biết rằng từ thông gửi qua tiết diện ngang của ống dây $\Phi = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{Wb}$.

Giải:



Hình 6-2

Từ các biểu thức:

$$\phi_0 = BS \Rightarrow B = \frac{\phi_0}{S}; \quad H = nI = \frac{NI}{l}$$

Ta có:
$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\phi_0 l}{\mu_0 N S I} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 5} \approx 640$$

Hệ số tự cảm của ống dây:

$$L = \frac{\theta}{I} = \frac{N\phi_0}{I} = \frac{200 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3}}{5} = 6,4 \cdot 10^{-2} (H)$$

6-5. Một ống dây hình xuyên mỏng có lõi sắt, gồm $N = 500$ vòng. Bán kính trung bình của xuyên $r = 8\text{cm}$. Tìm:

- Cường độ từ trường và cảm ứng từ B bên trong xuyên;
- Độ từ thẩm μ của lõi sắt;
- Từ độ J của lõi sắt.

khi dòng điện chạy trong ống dây lần lượt bằng:

$$I = 0,5\text{A}; 1\text{A}; 2\text{A}.$$

Đường cong từ hoá của lõi sắt cho bởi hình 6-2 (đường 1).

Giải:

a) Sử dụng biểu thức:
$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$

ta có: $H_1 \approx 500(A/m)$; $H_2 \approx 1000(A/m)$; $H_3 \approx 2000(A/m)$

Dùng đồ thị 6-2, ta tìm được các giá trị cảm ứng từ tương ứng:

$$B_1 = 1,07(T); B_2 = 1,16(T); B_3 = 1,45(T)$$

b) Sử dụng biểu thức:
$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$$

ta có: $\mu_1 = 1700$; $\mu_2 = 1000$; $\mu_3 = 580$

c) Sử dụng biểu thức:
$$J = (\mu - 1)H$$

ta có: $J_1 = 0,85 \cdot 10^6(A/m)$; $J_2 = 1 \cdot 10^6(A/m)$; $J_3 = 1,16 \cdot 10^6(A/m)$

6-6. Hai vòng bằng sắt mỏng, giống nhau cùng có bán kính $r = 10\text{cm}$. Một trong hai vòng có một khe hở không khí dày $l = 1\text{mm}$. Cuộn dây của vòng kia có dòng điện $I_1 = 1,25\text{A}$ chạy qua. Hỏi cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây của vòng sắt có khe hở phải bằng bao nhiêu để cảm ứng từ bên trong khe hở có cùng giá trị với cảm ứng từ bên trong vòng sắt không có khe hở. Bỏ qua sự rò từ trong khe hở không khí, mỗi cuộn dây có $N = 100$ vòng. Dùng đường cong từ hoá 1 trên hình 6-2.

Giải:

Đối với vòng không có khe hở:

$$H = \frac{NI_1}{2\pi r} = \frac{100 \cdot 1,25}{2\pi \cdot 0,1} \approx 200(A/m)$$

Từ đồ thị 6-2, ta tìm được cảm ứng từ tương ứng là $B = 0,8\text{T}$.

Đối với vòng sắt có khe hở, gọi H_C ; $H_{C'}$; B_C và $B_{C'}$ lần lượt là cường độ từ trường và cảm ứng từ bên trong lõi sắt và bên trong khe hở.

Ta có: $B_C = B_{C'} = B$

$$\Rightarrow H_C = H = 200(A/m)$$

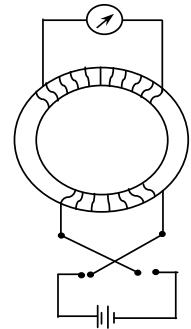
$$H_{C'} = \frac{B_{C'}}{\mu_0} = \frac{0,8}{4\pi \cdot 10^{-7}} \approx 6,4 \cdot 10^5(A/m)$$

Mặt khác, theo định lí Ampe về suất từ động, ta có:

$$H_C(2\pi r - l') + H_{C'}l' = NI_2$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

$$\Rightarrow I_2 = \frac{H_c(2\pi r - l') + H_c l'}{N} = \frac{200.(2\pi.0,1 - 10^{-3}) + 6,4.10^5.10^{-3}}{100} \approx 7,6(A)$$



Hình 6-3

6-7. Lõi sắt trong ống dây điện hình xuyên mỏng (có $N = 200$ vòng, $I = 2A$) có đường cong từ hoá cho trên hình 6-2 (đường 1). Xác định cảm ứng từ bên trong xuyên nếu lõi sắt có một khe hở không khí dày $l' = 0,5mm$, chiều dài trung bình của lõi $l = 20cm$. Sự rò từ trong khe được bỏ qua.

Giải:

Gọi B và H lần lượt là cảm ứng từ và cường độ từ trường trong lõi sắt của ống dây hình xuyên. Quan hệ giữa B và H trong trường hợp lõi sắt không có khe hở được biểu diễn bằng đường cong 1 trên hình 6-2.

Trong lõi sắt có khe hở, từ định lí Ampe về suất từ động:

$$NI = Hl + \frac{B}{\mu_0} l'$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{l'} - \frac{\mu_0 l}{l'} H$$

Đường này được biểu diễn trên đồ thị 6-2 bằng đường thẳng 2, cắt các trục tại các điểm:

$$H = 0; B = \frac{\mu_0 NI}{l'} = \frac{4\pi.10^{-7}.200.2}{0,5.10^{-3}} \approx 1(T)$$

$$\text{và } B = 0; H = \frac{NI}{l} = \frac{200.2}{0,2} = 2000(A/m)$$

Giao điểm của hai đường này cho ta giá trị cần tìm:

$$H \approx 300(A/m); B \approx 0,96(T)$$

6-8. Để đo độ từ thẩm của một thỏi sắt, người ra dùng thỏi sắt đó làm thành một hình xuyên dài $l = 50cm$, diện tích tiết diện ngang $S = 4cm^2$. Trên lõi có quấn hai cuộn dây. Cuộn thứ nhất (gọi là cuộn sơ cấp) gồm $N_1 = 500$ vòng, được nối với một nguồn điện một chiều (hình 6-3). Cuộn thứ hai (gọi là cuộn thứ cấp) gồm $N_2 = 1000$ vòng được nối với

một điện kế xung kích: điện trở của cuộn thứ cấp $R = 20\Omega$. Khi đảo ngược chiều dòng điện trong cuộn sơ cấp thì trong cuộn thứ cấp sẽ xuất hiện dòng điện cảm ứng. Tìm độ từ thẩm của lõi sắt; biết rằng khi đảo chiều dòng điện $I_1 = 1A$ trong cuộn sơ cấp thì có điện lượng $q = 0,06C$ phóng qua điện kế.

Giải:

Cảm ứng từ trong lõi sắt:
$$B = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l}$$

Từ thông gửi qua cuộn thứ cấp:
$$\phi = BN_2 S = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2 I_1 S}{l}$$

Khi đảo chiều dòng điện, độ biến thiên từ thông qua cuộn thứ cấp:

$$\Delta\phi = 2\phi$$

Điện lượng phóng qua điện kế:

$$q = I_c \Delta t = \frac{E_c}{R} \Delta t = \frac{1}{R} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Delta t = \frac{\Delta\phi}{R}$$

Vậy:
$$q = \frac{2\mu\mu_0 N_1 N_2 S I_1}{Rl} \Rightarrow \mu = \frac{q R l}{2\mu_0 N_1 N_2 S I_1} = \frac{0,06.20.0,5}{2.4\pi.10^{-7}.1000.500.4.10^{-4}.1} \approx 1200$$

CHƯƠNG 7: TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

7-1. Chứng minh rằng trong chân không, vectơ cảm ứng từ \vec{B} thỏa mãn phương trình sau:

$$\Delta \vec{B} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

Giải:

Trước hết, ta đi chứng minh:

$$\text{rot rot } \vec{B} = \text{grad div } \vec{B} - \Delta \vec{B} \quad (*)$$

Ta có:

$$\begin{aligned} [\text{rot}(\text{rot } \vec{B})]_x &= \frac{\partial}{\partial y} (\text{rot } \vec{B})_z - \frac{\partial}{\partial z} (\text{rot } \vec{B})_y \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{\partial B_x}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (\text{div } \vec{B}) - \Delta B_x \end{aligned}$$

Tương tự ta cũng chứng minh được đối với các thành phần y và z. Vậy, ta chứng minh được phương trình (*).

Ta lại có:

$$\text{div } \vec{B} = 0 \Rightarrow \text{grad div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{B}) = \mu_0 \text{rot}(\text{rot } \vec{B}) = \mu_0 \text{rot} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = \mu_0 \text{rot } \vec{j} + \mu_0 \text{rot} \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \mu_0 \operatorname{rot} 0 + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \vec{D}) = 0 + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \vec{E}) = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \\
 &= -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}
 \end{aligned}$$

Thay vào biểu thức (*), ta thu được:

$$\Delta \vec{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0.$$

7-2. Chứng minh rằng điện thế tĩnh điện φ thỏa mãn phương trình Poátxông sau đây:

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

Giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}
 \rho &= \operatorname{div} \vec{D} = \operatorname{div} (\varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}) = \varepsilon \varepsilon_0 \operatorname{div} (-\operatorname{grad} \varphi) \\
 &= -\varepsilon \varepsilon_0 \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right) \\
 \Rightarrow \rho &= -\varepsilon \varepsilon_0 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) = -\varepsilon \varepsilon_0 \Delta \varphi \\
 \Rightarrow \Delta \varphi &= -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}
 \end{aligned}$$

7-3. Trong một thể tích hữu hạn có vectơ cảm ứng từ \vec{B} với các thành phần $B_x = B_y = 0$; $B_z = B_0 + ax$, trong đó a là một hằng số và lượng ax luôn luôn nhỏ so với B_0 . Chứng minh rằng nếu trong thể tích đó không có điện trường và dòng điện thì từ trường ấy không thỏa mãn các phương trình Mắcxoen.

Giải:

Chọn trong thể tích hữu hạn đó một đường cong kín hình vuông cạnh d và các cặp cạnh của nó tương ứng song song với trục Ox và Oz . Khi đó ta có:

g

Mặt khác, theo phương trình Mắcxoen, ta cũng có:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu\mu_0 \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \mu\mu_0 \oint \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{s} = 0 \quad (\text{do } \vec{j} = 0; \vec{E} = 0)$$

Suy ra mâu thuẫn. Vậy, nếu trong thể tích đó không có điện trường và dòng điện thì từ trường trên không thoả mãn các phương trình Mắcxoen.

7-4. Trường điện từ chuẩn dừng là trường biến đổi “đủ chậm” theo thời gian. Đối với môi trường dẫn ($\sigma \approx 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$), điều đó có nghĩa là dòng điện dịch trong môi trường rất nhỏ so với dòng điện dẫn:

$$|J_d|_{\max} \ll |J|_{\max}$$

Tìm điều kiện về tần số biến đổi của trường.

Giải:

Trường điện từ tuần hoàn theo thời gian có thể được biểu diễn như sau:

$$|\vec{E}| = E_0 \cos \omega t$$

trong đó: E_0 là biên độ của cường độ điện trường và ω là tần số biến đổi của trường.

Khi đó, ta có biểu thức phụ thuộc theo thời gian của dòng điện dịch và dòng điện dẫn:

$$|\vec{j}_d| = \left| \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right| = \epsilon \epsilon_0 E_0 \omega \sin \omega t$$

$$|\vec{j}| = |\sigma \vec{E}| = \sigma E_0 \cos \omega t$$

Từ điều kiện trong đề bài, ta suy ra điều kiện cho tần số biến đổi của trường:

$$|j_d|_{\max} \ll |j|_{\max}$$

$$\Rightarrow \epsilon \epsilon_0 E_0 \omega \ll \sigma E_0$$

$$\Rightarrow \omega \ll \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} \approx \frac{10^7}{1,885 \cdot 10^{-12}} \approx 1,12 \cdot 10^{18} (\text{s}^{-1})$$

7-5. Tính giá trị cực đại của dòng điện dịch xuất hiện trong dây đồng ($\sigma = 6.10^7 \Omega^{-1}m^{-1}$) khi có dòng điện xoay chiều với cường độ cực đại $I_0 = 2A$ và chu kỳ $0,01s$ chạy qua dây. Biết tiết diện ngang của dây là $0,5 \text{ mm}^2$.

Giải:

Với các tính toán tương tự như bài 7-4, ta thu được biểu thức cho dòng điện dịch cực đại:

$$|j_d|_{\max} = \epsilon \epsilon_0 \omega E_0 = \epsilon \epsilon_0 \cdot \frac{2\pi}{T} \frac{|j|_{\max}}{\sigma} = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0}{\sigma T} \cdot \frac{I_{\max}}{S}$$

$$|j_d|_{\max} = \frac{2\pi \cdot 1,8,85 \cdot 10^{-12}}{6 \cdot 10^7 \cdot 0,01} \cdot \frac{2}{0,5 \cdot 10^{-6}} \approx 3,7 \cdot 10^{-10} (A/m^2)$$

7-6. Khi phóng dòng điện cao tần vào một thanh natri có điện dẫn suất $0,23 \cdot 10^8 \Omega^{-1}m^{-1}$, dòng điện dẫn cực đại có giá trị gấp khoảng 40 triệu lần dòng điện dịch cực đại. Xác định chu kỳ biến đổi của dòng điện.

Giải:

Tỉ số giữa dòng điện dẫn cực đại và dòng điện dịch cực đại là:

$$k = \frac{|j|_{\max}}{|j_d|_{\max}} = \frac{\sigma E_0}{\epsilon \epsilon_0 \omega E_0} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0 \omega}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0 k}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0 k}{\sigma}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 1,8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^7}{0,23 \cdot 10^8} \approx 10^{-10} (s)$$

7-7. Một tụ điện có điện môi với hằng số điện môi $\epsilon = 6$ được mắc vào một hiệu điện thế xoay chiều $U = U_0 \cos \omega t$ với $U_0 = 300V$, chu kỳ $T = 0,01s$. Tìm giá trị của mật độ dòng điện dịch, biết rằng hai bản của tụ điện cách nhau $0,4 \text{ cm}$.

Chú thích: $\omega = 2\pi/T$.

Giải:

Theo biểu thức mật độ dòng điện dịch:

$$\begin{aligned} |\vec{j}_d| &= \left| \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right| = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\epsilon \epsilon_0}{d} \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\epsilon \epsilon_0 \omega U_0}{d} \sin \omega t = -\frac{2\pi \epsilon \epsilon_0 U_0}{Td} \sin \frac{2\pi}{T} \\ |\vec{j}_d| &= -\frac{2\pi \cdot 6,8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 300}{0,01 \cdot 0,4 \cdot 10^{-2}} \sin \frac{2\pi}{0,01} \approx 2,5 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi + \pi) \text{ (A/m}^2\text{)} \end{aligned}$$

7-8. Điện trường trong một tụ điện phẳng biến đổi theo quy luật $E = E_0 \sin \omega t$, với $E_0 = 200 \text{ V/cm}$ và tần số $\nu = 50 \text{ Hz}$. Khoảng cách giữa hai bản là 2 mm , điện dung của tụ là 200 pF . Tính giá trị cực đại của dòng điện dịch.

Chú thích: $\nu = \omega/2\pi$.

Giải:

Giá trị cực đại của dòng điện dịch là:

$$I_{d \max} = j_{d \max} \cdot S = \epsilon \epsilon_0 \omega E_0 S$$

Mặt khác: $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \Rightarrow S = \frac{Cd}{\epsilon \epsilon_0}$

Vậy: $I_{d \max} = Cd(2\pi\nu)E_0 = 2\pi \cdot 200 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^4 \approx 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ (A)} = 2,5(\mu\text{A})$

7-9. Xác định mật độ dòng điện dịch trong một tụ điện phẳng khi hai bản được dịch chuyển song song với nhau và ra xa nhau với vận tốc tương đối u , nếu:

- Điện tích trên mỗi bản không đổi;
- Hiệu điện thế U trên hai bản không đổi.

Khoảng cách d giữa hai bản trong khi dịch chuyển rất nhỏ so với kích thước của bản.

Giải:

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên

Mật độ dòng điện dịch trong tụ điện phẳng được xác định như sau:

$$|j_d| = \frac{\partial D}{\partial t} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

Ta cũng có:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{q}{Cd} = \frac{qd}{\epsilon \epsilon_0 S d} = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S}$$

a) Nếu điện tích trên mỗi bản không đổi:

$$|j_d| = \epsilon \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S} \right) = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = 0$$

b) Nếu hiệu điện thế trên hai bản không đổi:

$$|j_d| = \epsilon \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{U}{d} \right) = \epsilon \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{U}{d_0 + ut} \right) = -\frac{\epsilon \epsilon_0 U u}{(d_0 + ut)^2}$$

7-10. Một mạch điện xoay chiều có điện dung $C = 0,025 \mu\text{F}$ và độ tự cảm $L = 1,015 \text{ H}$. Điện trở của mạch không đáng kể. Lúc đầu, điện tích trên bản tụ điện là $q = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$. Tìm năng lượng của điện trường, của từ trường và năng lượng toàn phần ở một thời điểm bất kì. Sự biến đổi tương hỗ giữa các năng lượng đó xảy ra như thế nào?

Giải:

Hiệu điện thế trên tụ điện có thể được xác định như sau:

$$U_C = \frac{q}{C} = -U_L = L \frac{dI}{dt}$$

Ngoài ra:
$$I = -\frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} = -L \frac{d^2 q}{dt^2} \Rightarrow \ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$$

Nghiệm của phương trình này có dạng:

$$q = q_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

trong đó $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,025 \cdot 10^{-6} \cdot 1,015}} \approx 6280 \approx 2000\pi (\text{rad/s})$

Từ điều kiện ban đầu, ta thu được biểu thức phụ thuộc của điện tích trên các bản tụ và dòng điện trong mạch theo thời gian:

$$q = 2,5 \cdot 10^{-5} \cos 2000\pi (C)$$

$$I = -\frac{dq}{dt} = 0,05\pi \sin 2000\pi (A)$$

Sự phụ thuộc của năng lượng điện trường, từ trường và năng lượng toàn phần theo thời gian:

$$W_d = \frac{q^2}{2C} = 12,5 \cdot 10^{-3} \cos^2 2000\pi (J)$$

$$W_t = \frac{1}{2} LI^2 = 12,5 \cdot 10^{-3} \sin^2 2000\pi (J)$$

$$W = W_d + W_t = 12,5 \cdot 10^{-3} (J)$$

7-11. Cho một trường điện từ biến thiên trong chân không với các vector cường độ trường $E(0, 0, E)$ và $H(H, 0, 0)$ trong đó $H = H_0 \cos \omega(t - ay)$ với $a = \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}$. Chứng minh rằng giữa các vector cường độ trường có mối quan hệ sau đây:

$$\sqrt{\epsilon \epsilon_0} |E| = \sqrt{\mu \mu_0} |H|.$$

Giải:

Theo phương trình Mắcxoen:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Xét thành phần hướng theo trục z, ta có:

$$\epsilon \epsilon_0 \frac{dE_z}{dt} = (\text{rot} \vec{H})_z = \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right)$$

$$\Rightarrow \epsilon \epsilon_0 \frac{dE}{dt} = -\frac{dH}{dy} = -H_0 a \omega \sin \omega(t - ay)$$

$$\Rightarrow dE = -\frac{H_0 a \omega}{\epsilon \epsilon_0} \sin \omega(t - ay).dt$$

$$\Rightarrow E = \frac{H_0 a}{\epsilon \epsilon_0} \cos \omega(t - ay) = \frac{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}}{\epsilon \epsilon_0} H$$

$$\Rightarrow \sqrt{\epsilon \epsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H$$

7-12. Chứng minh rằng mật độ năng lượng của trường điện từ biến thiên có tính chất như trong bài 7-11 có dạng:

$$w = aEH.$$

Giải:

Mật độ năng lượng trường điện từ là:

$$w = \frac{1}{2} (\epsilon \epsilon_0 E^2 + \mu \mu_0 H^2)$$

Theo chứng minh của bài 7-11, ta có:

$$\sqrt{\epsilon \epsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H$$

$$\Rightarrow w = \epsilon \epsilon_0 E^2 = \mu \mu_0 H^2 = \sqrt{\epsilon \epsilon_0} E^2 \sqrt{\mu \mu_0} H^2$$

$$w = \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0} E^2 H^2 = aEH$$

7-13. a) Hãy viết các biểu thức biến đổi Lorent của cường độ điện trường và cường độ từ trường gây bởi điện tích điểm q và chuyển động với vận tốc v không đổi theo phương trục y của hệ quy chiếu quán tính O.

b) Xét trường hợp q chuyển động theo trục z.

Giải:

Thực hiện phép chuyển hệ toạ độ trong các công thức Loren cho điện tích chuyển động theo trục x, ta tìm được các công thức cần tìm. (Phép chuyển hệ toạ độ phải đảm bảo các hệ trục toạ độ vẫn tạo thành một tam diện thuận)

a) Điện tích chuyển động theo trục y: Thực hiện phép biến đổi hệ toạ độ $x \rightarrow y, y \rightarrow z, z \rightarrow x$

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{E'_x - vB'_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; & E_y &= E'_y; & E_z &= \frac{E'_z + vB'_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \\ H_x &= \frac{H'_x + vD'_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; & H_y &= H'_y; & H_z &= \frac{H'_z - vD'_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \end{aligned}$$

b) Điện tích chuyển động theo trục z: Thực hiện phép biến đổi hệ toạ độ $x \rightarrow z, y \rightarrow x, z \rightarrow y$

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{E'_x + vB'_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; & E_y &= \frac{E'_y - vB'_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; & E_z &= E'_z; \\ H_x &= \frac{H'_x - vD'_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; & H_y &= \frac{H'_y + vD'_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; & H_z &= H'_z; \end{aligned}$$

7-14. Trong hệ quy chiếu O có một trường điện từ đồng nhất (\vec{E}, \vec{H}) . Xác định vận tốc của hệ quy chiếu O' đối với hệ O sao cho trong O' các vectơ của trường song song với nhau $(\vec{E}' // \vec{H}')$ Phải chăng bài toán bao giờ cũng có nghiệm và nghiệm đó là duy nhất? Biết rằng các chuyển động xảy ra trong chân không.

Giải:

Giả sử đã chọn được hệ quy chiếu O'x'y'z' thoả mãn, với một chút đặc biệt chuyển động của hệ này song song với mặt phẳng chứa B và E và chuyển động dọc theo trục Ox. Sau đó có thể coi hệ O'x'y'z' đứng yên còn hệ Oxyz chuyển động với chiều ngược lại.

Theo đó trong hệ O'x'y'z' ta có

$$E'_x = 0; B'_x = 0$$

$$\vec{E}' \times \vec{H}' = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & E'_y & E'_z \\ 0 & B'_y & B'_z \end{vmatrix} = 0 \rightarrow E'_y B'_z - E'_z B'_y = 0 \quad (*)$$

Trong hệ toạ độ Oxyz chuyển động với vận tốc $-\vec{v}$ đối với O'x'y'z'

$$\vec{E} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & E_y & E_z \\ 0 & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Ta thế các biểu thức phép biến đổi tương ứng

$$E_x = E'_x = 0; E_y = \gamma(E'_y + vB'_z); E_z = \gamma(E'_z - vB'_y)$$

$$B_x = B'_x = 0; B_y = \gamma\left(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z\right); B_z = \gamma\left(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y\right)$$

Với
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Ta nhận được

$$\begin{aligned} \vec{E} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \gamma(E'_y + vB'_z) & \gamma(E'_z - vB'_y) \\ 0 & \gamma\left(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z\right) & \gamma\left(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y\right) \end{vmatrix} \\ &= \gamma^2 \vec{i} \left[(E'_y + vB'_z)\left(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y\right) - (E'_z - vB'_y)\left(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z\right) \right] \end{aligned}$$

Trong đó $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các véc tơ đơn vị theo các trục Ox, Oy, Oz. Sử dụng (*) ta được

$$\vec{E} \times \vec{B} = \left(\frac{v(E_y'^2 + E_z'^2)}{c^2} + v(B_y'^2 + B_z'^2) \right) \gamma^2 \vec{i} = \left(\frac{\vec{E}'^2}{c^2} + \vec{B}'^2 \right) \gamma^2 v \vec{i}$$

Vận tốc ánh sáng trong chân không $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ và $\vec{v} = v \vec{i}$

$$\vec{E} \times \vec{B} = (\epsilon_0 \mu_0 \vec{E}'^2 + \vec{B}'^2) \gamma^2 \vec{v}$$

và thay $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, $\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$, vào biểu thức trên ta nhận được

$$\vec{E} \times \vec{H} = (\epsilon_0 \vec{E}'^2 + \mu_0 \vec{H}'^2) \gamma^2 \vec{v} = (\epsilon_0 \vec{E}^2 + \mu_0 \vec{H}^2) \gamma^2 \vec{v}$$

Hay

$$\frac{\vec{v}}{1 - v^2/c^2} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2}$$

*** Hết ***