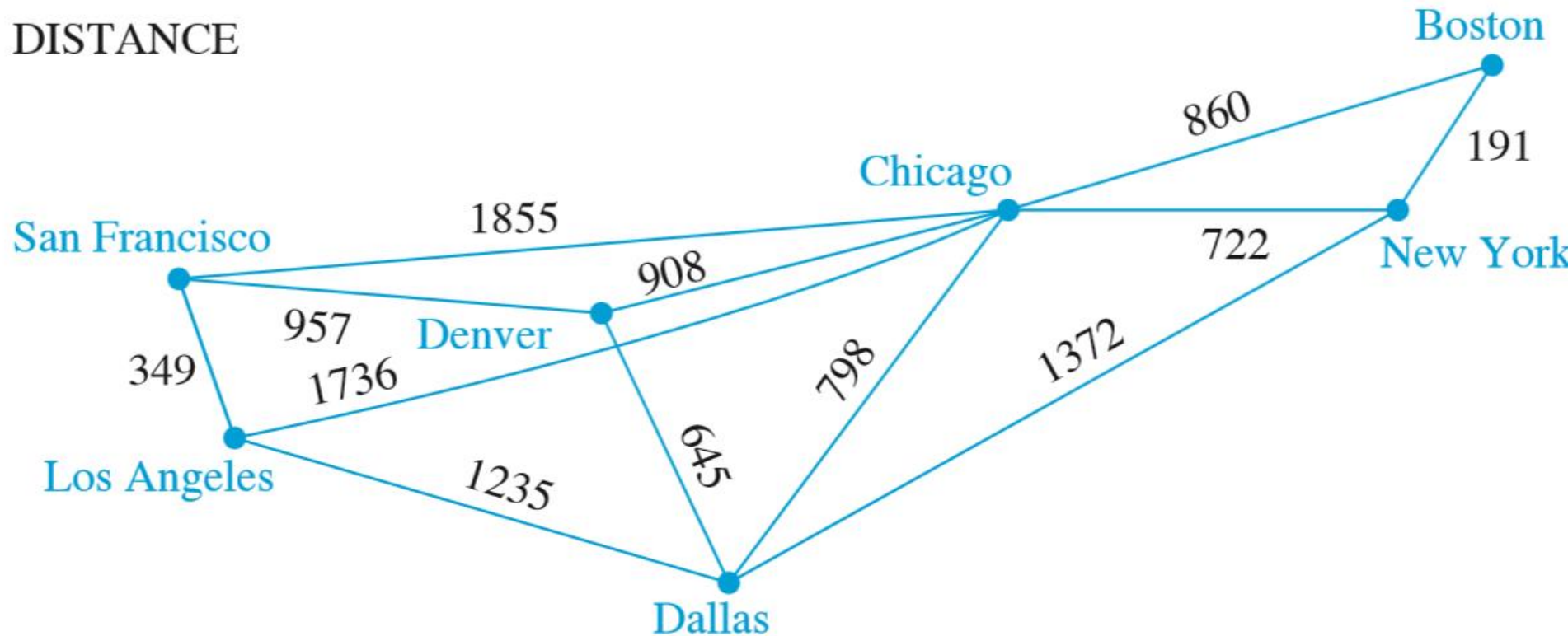
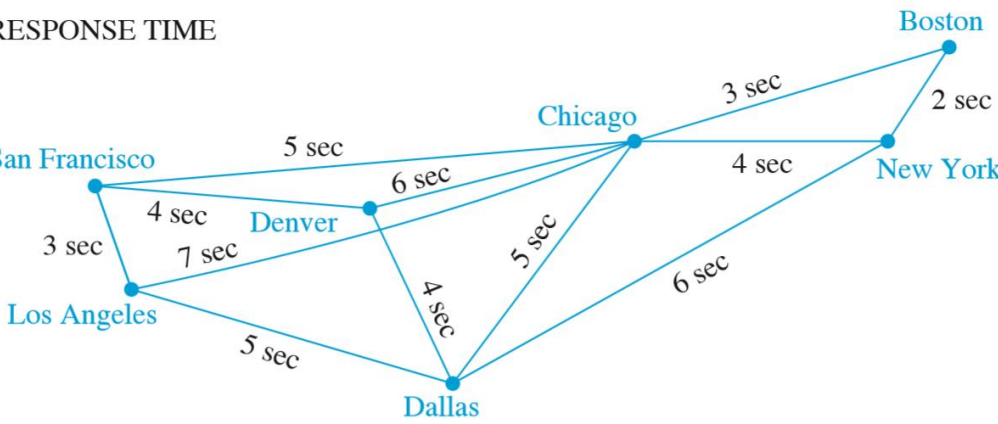

Đường đi ngắn nhất,
Đồ thị phẳng, Tô màu đồ thị

Đường đi ngắn nhất (shortest path)

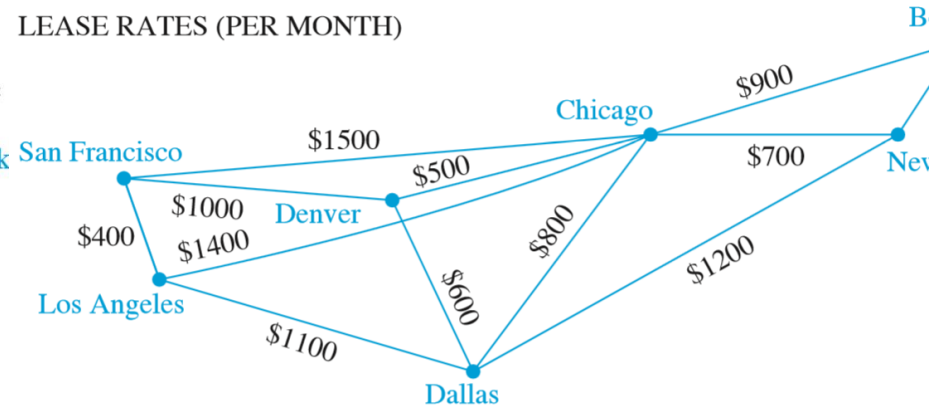
DISTANCE



RESPONSE TIME



LEASE RATES (PER MONTH)



Thuật toán Dijkstra

procedure *Dijkstra*(G : đơn đồ thị liên thông có trọng số dương)

{ G có các đỉnh $a=v_0, v_1, \dots, v_n=z$ và các trọng số $w(v_i, v_j)$, với $w(v_i, v_j) = \infty$ nếu $\{v_i, v_j\}$ không là một cạnh trong G }

for $i:=1$ **to** n

$L(v_i) := \infty$

$L(a) := 0$

$S := \emptyset$

{Ban đầu các nhãn được khởi tạo sao cho nhãn của a bằng 0, các đỉnh khác bằng ∞ , tập S rỗng}

while $z \notin S$

$u :=$ đỉnh không thuộc S có nhãn $L(u)$ nhỏ nhất

$S := S \cup \{u\}$

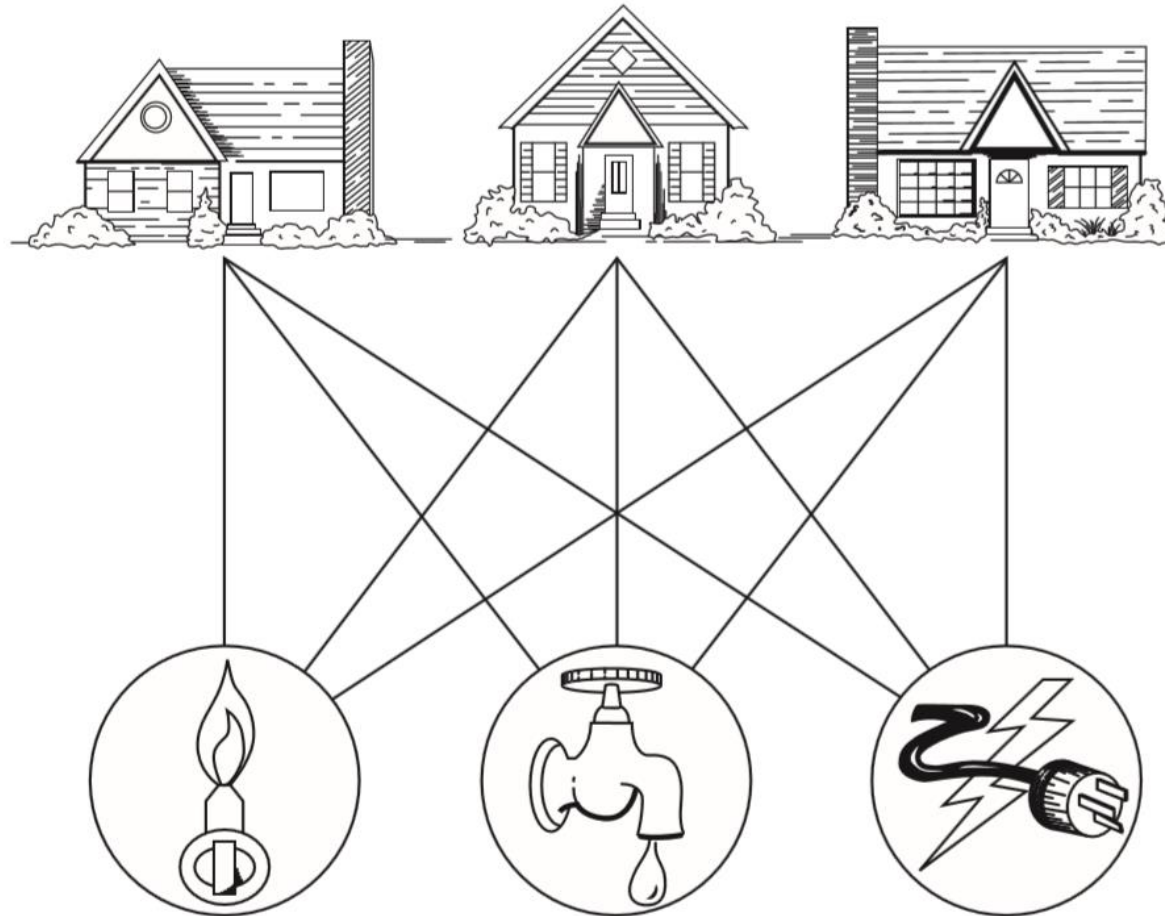
for tất cả các đỉnh v không thuộc S

if $L(u) + w(u, v) < L(v)$ **then** $L(v) := L(u) + w(u, v)$

 {thêm vào S đỉnh có nhãn nhỏ nhất và sửa đổi nhãn của các đỉnh không thuộc S }

return $L(z)$ { $L(z)$ = độ dài đường đi ngắn nhất từ a tới z }

Đồ thị phẳng (planar graph)



Hình 1. Ba căn nhà và ba tiện ích

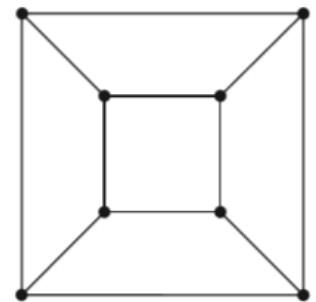
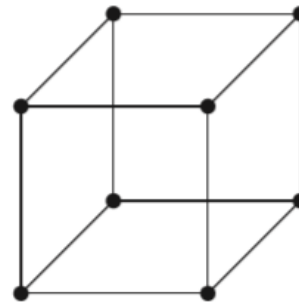
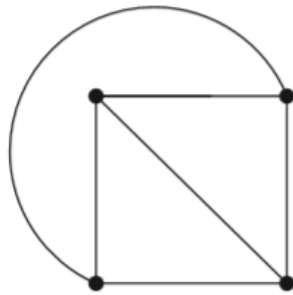
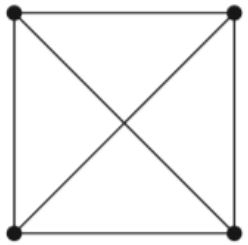
Đồ thị phẳng

Định nghĩa: Một đồ thị được gọi là phẳng nếu nó có thể vẽ được trên một mặt phẳng mà không có cạnh nào cắt nhau (ở một điểm không phải là điểm mút của cạnh). Cách vẽ này được gọi là một biểu diễn phẳng của đồ thị (planar representation).

- ❑ Để chứng minh đồ thị là đồ thị phẳng ta có thể chỉ ra một biểu diễn phẳng của nó.
- ❑ Còn để chứng minh một đồ thị là đồ thị không phẳng sẽ khó khăn hơn nhiều.

Đồ thị phẳng

- Một đồ thị có thể phẳng mặc dù nó thường được vẽ với các đường giao nhau, vì chúng có thể được vẽ theo nhiều cách khác thay vì các đường giao nhau



Hình 2. Dạng phẳng của đồ thị K_4 .

Hình 3. Dạng phẳng của đồ thị Q_3 .

Đồ thị phẳng

- ❑ Đóng một vai trò quan trọng trong thiết kế mạch điện tử.
- ❑ Một mạch điện tử giống như một đồ thị mà mỗi thành phần của mạch điện là một đỉnh và các thành phần nối với nhau bởi các cạnh
 - ❑ Một mạch điện tử có thể in trên một bảng mạch mà không có kết nối chồng chập nếu đồ thị biểu diễn mạch điện là đồ thị phẳng
- ❑ Cũng có vai trò quan trọng trong việc thiết kế mạng đường bộ.

Công thức Euler

- ❑ Một biểu diễn phẳng của đồ thị chia mặt phẳng thành các phần bao gồm một phần không bao đóng.
- ❑ **Công thức Euler:** Với G là một đơn đồ thị phẳng liên thông với e cạnh và v đỉnh. Gọi r là số miền trong biểu diễn phẳng của G thì $r = e - v + 2$

Công thức Euler

- ❑ **Hệ quả 1:** Nếu G là một đơn đồ thị phẳng liên thông với e cạnh, v đỉnh trong đó $v \geq 3$, khi đó $e \leq 3v - 6$.
- ❑ **Hệ quả 2:** Nếu G là một đơn đồ thị phẳng liên thông, thì G chứa một đỉnh có bậc không vượt quá 5
- ❑ **Hệ quả 3:** Nếu một đơn đồ thị phẳng liên thông có e cạnh, v đỉnh trong đó $v \geq 3$ và không có chu trình độ dài 3, thì $e \leq 2v - 4$.

Định lý Kuratowski

- ❑ Phép phân chia sơ cấp
 - ❑ Bỏ đi cạnh $\{u,v\}$ và thêm vào đỉnh w cùng với cạnh $\{u,w\}$ và $\{w,v\}$
- ❑ Tất cả các đồ thị không phẳng phải chứa một đồ thị con có thể sinh ra được từ $K_{3,3}$ hoặc K_5 bằng việc sử dụng một số phép phân chia sơ cấp.
- ❑ Nếu một đồ thị là đồ thị phẳng, thì mọi đồ thị thu được bằng một số phép phân chia sơ cấp cũng là đồ thị phẳng.
- ❑ Hai đồ thị được gọi là đồng phôi nếu chúng có thể nhận được từ cùng một đồ thị bằng một dãy các phép phân chia sơ cấp.

Định lý Kuratowski

Một đồ thị là phẳng khi và chỉ khi nó chứa một đồ thị con đồng phôi với $K_{3,3}$ hoặc K_5 . (1930)

Tô màu đồ thị (graph coloring)

- ❑ Đồ thị đối ngẫu (dual graph) của bản đồ
 - ❑ Mỗi vùng được biểu diễn bởi một cạnh.
 - ❑ Các cạnh nối hai đỉnh nếu vùng đại diện bởi các đỉnh này có biên chung với nhau.
 - ❑ Hai vùng chỉ chung một điểm thì không được coi là chung biên với nhau.

Tô màu đồ thị

Định nghĩa 1: Tô màu một đơn đồ thị là bài toán gán màu cho các đỉnh của đồ thị sao cho không có hai đỉnh kề có cùng một màu

Định nghĩa 2: Số màu của một đồ thị là số màu tối thiểu các màu cần thiết để tô màu của đồ thị này.

Định lý bốn màu: Số màu của một đồ thị phẳng không lớn hơn bốn.

Tô màu đồ thị

- ❑ Thuật toán tốt nhất để tính số màu của đồ thị có độ phức tạp thời gian là hàm mũ cho trường hợp xấu nhất.
- ❑ Ngay cả vấn đề tìm một xấp xỉ số màu của đồ thị cũng là một bài toán NP khó.

Tô màu đồ thị: ứng dụng

☐ Lập lịch kỳ thi cuối kỳ

- ☐ Làm sao để tìm một lịch thi cuối kỳ ở một trường đại học mà không sinh viên nào có hai bài thi tại cùng một thời điểm?

☐ Phân bổ tần số kênh liên lạc

- ☐ Các kênh truyền hình từ 2 đến 13 được giao cho các trạm ở Bắc Mỹ để không có hai trạm trong vòng 150 dặm có thể hoạt động trên cùng một kênh.

☐ Thanh ghi chỉ mục

- ☐ Trong các trình biên dịch hiệu quả, việc thực hiện các vòng lặp được đẩy nhanh khi các biến được sử dụng thường xuyên được lưu trữ tạm thời trong thanh ghi chỉ mục trong bộ xử lý trung tâm thay vì bộ nhớ thông thường. Mỗi vòng lặp cần bao nhiêu thanh ghi chỉ mục?