

樹、二元樹

- 定義、名詞
 - 樹
 - 非空、無序
 - Node\Tree degree, Leaf, non-Leaf, child, parent, sibling, ancestor
 - height, depth, level 題目沒講則自訂 root level 為 1，計算題須註明
 - 二元樹
 - 可空、有序
 - 森林

- 表示法
 - 樹
 - Link List 很浪費鏈結空間
 - 化為二元樹後表示
 - 括號書寫
 - 二元樹
 - Array
 - 優點
 - 若為 full, complete 則空間無浪費
 - 存取方便
 - 缺點
 - 節點增刪不便
 - 若為 skew 則極浪費
 - Link List
 - 優點
 - 節點增刪容易
 - 相對適合斜曲的狀況(浪費少)
 - 缺點
 - 父點存取不易
 - 空鏈結很多

- 二元樹常用定理
 - 以下都假設 root level 為 1
 - 第 i 層的節點數 = $2^{(i-1)}$
 - 高度 h 的二元樹，節點總數 = $2^h - 1$
 - $n_0 = n_2 + 1$ n_i 表示分支度為 i 的節點數
 - $n = n_0 + n_1 + n_2, B = n - 1$ (B branch 數、edge 數)
 - $n = B + 1, B = n_1 * 1 + n_2 * 2$
 - $n_0 = n_2 + 1$

- 二元樹種類
 - skew
 - full
 - complete
 - 容易編號、適合陣列儲存
 - 左右子點、父點之編號容易計算
 - strict
 - non-Leaf 之 degree = 2
- Tree, Forest, BT 互轉
 - 簡單原則
 - 最左為子點，右邊其他為 sibling

- n nodes 可以形成的 BT 個數
 - 重點為遞迴關係式
 - $B(n) = \sum B(i) * B([n-1]-i), i=0 \sim n-1, B_0=B_1=1$
 - root, L, R
 - 有遞迴式，數字不大都還能算
 - $1/(n+1) * C(2n, n)$

- 二元樹追蹤及應用
 - 考題類型
 - 給 BT 寫出各種追蹤順序
 - 給 中前、後前 畫出 BT 前後配對可能不唯一，考試可能要詳列
 - 寫出 追蹤 Algo. 用遞迴下去寫基本上很容易
 - 寫出 其他應用 Algo.
 - 基本原則
 - L, D, R 遞迴操作
 - 實例
 - copy
 - equal
 - compute number of node/leaf
 - compute height
 - SWAP
 - 運算式求值

- BST
 - 定義略
 - LDR 追蹤即排序結果
 - 操作
 - insert 由上而下找到對應位置插入
 - delete 左子樹最大或右子樹最小取代

- 定義
 - 是一個 complete BT
 - 分為
 - Max-Heap 所有父點值 \geq 子點值
 - Min-Heap 所有父點值 \leq 子點值
- 特性
 - 適合 Array 儲存 通常 index0 的位置不用(C/C++)
 - 方便父點子點號碼計算
 - 恰好適用 Priority Queue

- operation
 - Insert
 - 先放到最後一個位置
 - 一路往上調整
 - delete
 - 刪除 root
 - 最後一個資料放到 root
 - 由 root 往下調整

- operation
 - Create
 - 全部丟到 Array 再一次調整
 - aka Bottom-Up
 - 建好後，由最後一個點的父點往回調整
 - $i=n/2; i>=1; i--$
 - 上述為 index0 不用的範例
 - 調整的部分以遞迴往下檢查所有子點為主
 - Time Complexity ana.
 - 有點長，先只記結果就好
 - $O(n)$

- operation
 - Create
 - 由空開始連續插入
 - aka Top-Down
 - Time Complexity ana.
 - $O(\log n)$ ，n 為當時的節點數
 - $\log 1 + \log 2 + \dots + \log n = O(n \log n)$
 - Time Complexity
 - Insert $O(\log n)$
 - Delete (Max/Min) $O(\log n)$
 - Search (Max/Min) $O(1)$
 - Create $O(n)$

- 引線二元樹
 - 緣由
 - 為了充分利用空鏈結，將之視為 thread pointer，指向其他 node
 - 一般規則 (inorder)
 - thread pointer 左邊的 指向中序式的前一個
 - thread pointer 右邊的 指向中序式的後一個
 - 資料結構
 - LeftThread, LeftChild, Data, RightChild, RightThread
 - 此外還有一個 head node 輔助左為串列首使用

- 引線二元樹
 - 應用
 - 充分利用鏈結
 - 簡化中序追蹤
 - Algo. (中序後繼者) 便於取得中序式的前後節點
 - 右鏈結為 thread
 - 鏈結指向的 node 即所求
 - 右鏈結為 child
 - 依鏈結遞迴下去
 - 直到 node 左鏈結為 thread
 - 該 node 即所求