


Nama: Muhammad Dony Fatahillah As-Sya'bani NIM: 065002300034	 Praktikum Probabilitas dan Statistika	MODUL 4 Nama Dosen: Dedy Sugiarto
Hari/Tanggal: Rabu, 27 Maret 2024		Nama Asisten Labratorium: Kharisma Maulida Saara (064002200024) Tarum Widyasti Pertiwi (064002200027)

Probabilitas Peubah Acak Binom dan Poisson

1. Teori Singkat

Peubah acak (random variable_ adalah variabel yang nilainya didapatkan dari nilai numerik suatu kejadian. Peubah acak juga merupakan fungsi yang memetakan set dari hasil-hasil yang mungkin dari suatu percobaan ke dalam angka. Terdapat dua jenis peubah acak yaitu diskrit dan kontinu. Peubah acak diskrit adalah jenis peubah acak di mana ruang sampelnya terdiri dari seperangkat nilai yang terbatas atau terhitung atau disebut juga dalam ruang bilangan cacah. Dua distribusi peluang peubah acak diskrit yang umum adalah distribusi binomial dan distribusi Poisson. Sedangkan peubah acak kontinu merepresentasikan hasil yang berasal dari suatu rentang nilai bilangan real.

Distribusi Binomial

Distribusi binomial digunakan ketika kita memiliki dua kemungkinan hasil (biasanya sukses dan gagal) dalam setiap percobaan, dan kita ingin mengetahui probabilitas jumlah keberhasilan dari sejumlah percobaan yang dilakukan.

Karakteristik Distribusi Binomial

- Setiap percobaan adalah independen.
- Setiap percobaan memiliki probabilitas keberhasilan yang sama.
- Variabel acak yang dihasilkan menggambarkan jumlah keberhasilan dalam sejumlah

percobaan yang tetap.

Jika X adalah variabel acak yang menggambarkan jumlah keberhasilan dalam n percobaan, dengan probabilitas keberhasilan p dalam setiap percobaan, maka rumus probabilitas binom adalah:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

di mana:

- n adalah jumlah percobaan,
- k adalah jumlah keberhasilan yang diinginkan,
- p adalah probabilitas keberhasilan dalam satu percobaan,
- $(1 - p)$ adalah probabilitas kegagalan dalam satu percobaan, dan
- $\binom{n}{k}$ adalah simbol kombinasi, yang menunjukkan jumlah cara yang mungkin untuk mendapatkan k keberhasilan dalam n percobaan.

Distribusi Poisson

Distribusi Poisson digunakan untuk menggambarkan jumlah peristiwa langka yang terjadi dalam interval waktu atau ruang tertentu.

Karakteristik Distribusi Poisson

- Peristiwa terjadi secara acak dalam interval waktu atau ruang.
- Rata-rata jumlah peristiwa dalam interval waktu atau ruang tertentu adalah konstan.
- Peristiwa yang satu tidak memengaruhi peristiwa yang lain.

Jika X adalah variabel acak yang menggambarkan jumlah peristiwa yang terjadi dalam interval waktu atau ruang tertentu, dengan tingkat peristiwa λ per unit interval, maka rumus probabilitas Poisson adalah:

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

di mana:

- λ adalah tingkat peristiwa (rata-rata jumlah peristiwa per interval),
- k adalah jumlah peristiwa yang diinginkan, dan
- e adalah konstanta Euler (2.71828...).

Implementasi dalam Python

Anda dapat menggunakan berbagai paket perangkat lunak dalam Python, seperti **scipy.stats**, untuk menghitung probabilitas dari distribusi binomial dan Poisson.

2. Alat dan Bahan

Hardware : Laptop/PC Software: Jupyter Notebook

3. Elemen Kompetensi

- a. Latihan pertama – Distribusi Binomial
 1. Buka note baru pada Jupyter Notebook
 2. Implementasi manual rumus distribusi binomial

```
1 #Muhammad Dony Fatahillah As-Sya'bani
2 #065002300034
3 import math
4
5 # fungsi menghitung kombinasi
6 def n_choose_k(n, k):
7     return math.factorial(n) / (math.factorial(k) * math.factorial(n - k))
8
9 # fungsi menghitung probabilitas P(X=k) dalam distribusi binomial
10 def binomial_probability(n, p, k):
11     return n_choose_k(n, k) * (p ** k) * ((1 - p) ** (n - k))
12
13 # Parameter distribusi binomial
14 n = 10 #jumlah percobaan
15 p = 0.5 #probabilitas keberhasilan dalam satu percobaan
16 k = 3 #jumlah keberhasilan yang diinginkan
17
18 # Menghitung probabilitas P(X=k) untuk distribusi binomial
19 prob_binomal = binomial_probability(n, p, k)
20
21 print(f"Probabilitas P(X=k) untuk distribusi binomial adalah : {prob_binomal}")
```

Probabilitas $P(X=k)$ untuk distribusi binomial adalah : 0.1171875

3. Implementasi distribusi binomial dengan package scipy.stats

```
1 #Muhammad Dony Fatahillah As-Sya'bani
2 #065002300034
3 from scipy.stats import binom
4 # Distribusi Binomial
5 n = 10 # jumlah percobaan
6 p = 0.5 # probabilitas keberhasilan dalam satu percobaan
7 k = 3 # jumlah keberhasilan yang diinginkan
8 prob_binomial = binom.pmf(k, n, p)
9 print(f"Probabilitas P(X=k) untuk distribusi binomial {n, p, k}: {prob_binomial}")
```

Probabilitas $P(X=k)$ untuk distribusi binomial (10, 0.5, 3): 0.1171875

b. Latihan Kedua – Distribusi Poisson

1. Buka note baru pada Jupyter Notebook
2. Implementasi manual rumus distribusi Poisson

```
#Muhammad Dony Fatahillah As-Sya'bani
#065002300034
import math
#Fungsi untuk menghitung probabilitas  $P(X=k)$  dalam distribusi Poisson
def poisson_probability (lamdb, k):
    return (lamdb ** k) * math.exp(-lamdb) / math.factorial(k)
# Parameter distribusi Poisson
lamdb = 3 # rata-rata jumlah peristiwa dalam interval waktu/titik
k = 2 # jumlah peristiwa yang diinginkan
#Menghitung probabilitas  $P(X=k)$  untuk distribusi Poisson
prob_poisson = poisson_probability (lamdb, k)
print(f"Probabilitas  $P(X=k)$  untuk distribusi Poisson {k, lamdb}: {prob_poisson} ")
```

Probabilitas $P(X=k)$ untuk distribusi Poisson (2, 3): 0.22404180765538

3. Implementasi distribusi Poisson dengan package scipy.stats

```
1 #Muhammad Dony Fatahillah As-Sya'bani
2 #065002300034
3 from scipy.stats import poisson
4
5 lamdb = 3
6 k = 2
7
8 prob_poisson = poisson.pmf(k, lamdb)
9
10 print(f"Probabilitas  $P(X=k)$  untuk distribusi Poisson {k, lamdb}: {prob_poisson}")
```

Probabilitas $P(X=k)$ untuk distribusi Poisson (2, 3): 0.22404180765538

c. Latihan Ketiga – Tugas

1. Seorang penjual mengatakan bahwa di antara seluruh barang dagangannya yang dibungkus rapih, ada yang rusak sebanyak 10%. Seorang pelanggan membeli barang tersebut sebanyak 15 barang dan memilih secara acak. Jika X adalah banyaknya barang yang rusak dan mengikuti distribusi binomial.

Hitunglah:

Probabilitas barang rusak tepat sama dengan 3 barang

Jawab :

R

```
> dbinom(3,15,0.1)
[1] 0.1285054
```

Output:

```
> dbinom(3, 15, 0.1)
[1] 0.1285054
```

Python

```
from scipy import stats
X = stats.binom(15, 0.1)
print(X.pmf(3))          # P(X = 3)

0.1285054390988551
```

Output:

```
[1]: from scipy import stats
      X = stats.binom(15, 0.1)
      print(X.pmf(3)) #P(X=3)

      0.12850543909885506
```


Probabilitas barang rusak kurang dari sama dengan 2 barang

```
> pbinom(2,15,0.1)
[1] 0.8159389
```

Cara lain bisa juga dengan menjumlahkan ketiga nilai di bawah ini :

```
> dbinom(0,15,0.1)
[1] 0.2058911
> dbinom(1,15,0.1)
[1] 0.3431519
> dbinom(2,15,0.1)
[1] 0.2668959
```

Python :

```
 print(X.cdf(2))          # P(X <= 2)

0.8159389308936089
```

Output:

```
> pbinom(2,15,0.1)
[1] 0.8159389
> dbinom(0,15,0.1)
[1] 0.2058911
> dbinom(1,15,0.1)
[1] 0.3431519
> dbinom(2,15,0.1)
[1] 0.2668959
```

```
[2]: print(X.cdf(2)) #P(X <= 2)

0.8159389308936088
```

R:

$P(5 < X \leq 7)$

```
> dbinom(6,15,0.1)+dbinom(7,15,0.1)
[1] 0.002216045
```

Output:

```
> dbinom(6,15,0.1)+dbinom(7,15,0.1)
[1] 0.002216045
```

Python :

```
print(X.pmf(6)+X.pmf(7))
```

```
0.002216045197080002
```

Output:

```
[3]: print(X.pmf(6) + X.pmf(7))
```

```
0.0022160451970800023
```

2. Banyaknya pelanggan yang datang per menit pada suatu fasilitas pelayanan penukaran uang untuk lebaran diasumsikan mengikuti distribusi Poisson dengan mean (λ) = 5. Hitunglah peluang bahwa dalam 1 menit berikutnya terdapat tepat 4 pelanggan yang akan datang?

Jawab :

R

```
> dpois(4,5)
```

```
[1] 0.1754674
```

Output:

```
> dpois(4,5)
```

```
[1] 0.1754674
```

Python :

```
from scipy import stats  
Y = stats.poisson(5)  
print(Y.pmf(4))      # P(Y = 4)
```

```
0.17546736976785063
```

Output:


```
[4]: from scipy import stats
      Y = stats.poisson(5)

      print(Y.pmf(4)) #  $P(X = 4)$ 

      0.17546736976785063
```

3. Hitunglah probabilitas bahwa dari 20 mahasiswa yang mengikuti ujian, tepat 15 mahasiswa lulus ujian. Probabilitas kelulusan adalah 0.7.

Jawab:

R

```
> dbinom(15,20,0.7)
[1] 0.1788631
```

Output:

```
> dbinom(15,20,0.7)
[1] 0.1788631
```

Python

```
from scipy import stats

# Mendefinisikan variabel X sebagai distribusi binomial dengan 15 percobaan dan probabilitas sukses 0.1
X = stats.binom(20, 0.7)

# Menghitung probabilitas massa X sama dengan 3
pmf_15 = X.pmf(15)

# Mencetak nilai probabilitas
print(pmf_15)

0.17886305056987967
```

Output:

```
[6]: from scipy import stats
      X = stats.binom(20, 0.7)
      pmf_15 = X.pmf(15)
      print(pmf_15)

      0.1788630505698796
```

4. Dengan rata-rata, sebuah komputer mengalami 2 kejadian rusak dalam sebulan. Tentukan probabilitas bahwa dalam satu bulan, akan terjadi tepat 3 kejadian rusak.

Jawab:

```
> dpois(3,2)
[1] 0.180447
```

Python

```
from scipy import stats
Y = stats.poisson(2)

print(Y.pmf(3))          # \ (P(Y=3)) \

0.18044704431548356
```

Output:

```
> dpois(3,2)
[1] 0.180447

[7]: from scipy import stats
      Y = stats.poisson (2)
      print (Y.pmf (3)) #P(X=3)

0.18044704431548356
```

4. File Praktikum

Github Repository:

<https://github.com/DonyFatahillah/probstatpraktikum/>

5. Soal Latihan

Soal:

Seorang pengembang perangkat lunak melakukan uji coba pada 15 perangkat untuk mendeteksi kegagalan. Probabilitas bahwa perangkat mengalami kegagalan adalah 0.3. Hitunglah probabilitas bahwa tepat 5 dari 15 perangkat tersebut mengalami kegagalan.

R

Output:

```
> dbinom(5, 15, 0.3)
[1] 0.2061304
> # 5 adalah jumlah percobaan, 0.3 adalah probabilitas kegagalan dan 5 adalah nomor kesuksesan
```

Python

Output:

```
In [1]: from scipy.stats import binom

# Parameters
n = 15 # Number of trials
p = 0.3 # Probability of success (failure in this context)
k = 5 # Number of successes

# Calculate the probability
prob = binom.pmf(k, n, p)

print(f"Probabilitas tepat 5 dari 15 perangkat mengalami kegagalan adalah {prob:.4f}")

Probabilitas tepat 5 dari 15 perangkat mengalami kegagalan adalah 0.2061
```

6. Kesimpulan

- a. Probabilitas peubah acak binomial dan Poisson adalah konsep penting dalam teori probabilitas dan statistik, masing-masing dengan aplikasi yang berbeda. Distribusi binomial digunakan untuk model situasi di mana terdapat sejumlah percobaan tetap, masing-masing dengan dua hasil yang mungkin (misalnya sukses atau gagal), seperti dalam uji coba perangkat di mana probabilitas kegagalan tertentu diketahui. Sebaliknya, distribusi Poisson digunakan untuk model jumlah kejadian yang terjadi dalam interval waktu atau ruang tertentu, dengan asumsi bahwa kejadian-kejadian tersebut terjadi secara independen dan dengan laju rata-rata yang konstan, seperti jumlah panggilan telepon yang diterima oleh pusat panggilan dalam satu jam. Kedua distribusi ini memberikan alat yang kuat untuk analisis probabilitas dalam berbagai konteks praktis, memungkinkan pengembang dan peneliti untuk membuat prediksi dan mengambil keputusan berdasarkan data yang tersedia.

7. Cek List (✓)

No	Elemen Kompetensi	Penyelesaian	
		Selesai	Tidak Selesai
1.	Latihan Pertama	✓	

2.	Latihan Kedua	✓	
----	---------------	---	--

8. Formulir Umpan Balik

No	Elemen Kompetensi	Waktu Pengerjaan	Kriteria
1.	Latihan Pertama	20 Menit	Menarik
2.	Latihan Kedua	5 Menit	Menarik

Keterangan:

1. Menarik
2. Baik
3. Cukup
4. Kurang