

## NAIL062 V&P Logika: 1. cvičení

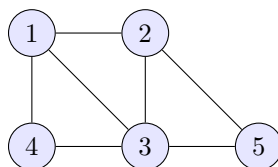
TODO

**Témata:** Syntaxe výrokové logiky (strom výrazu, vytvořující strom, prefixový, infixový a postfixový zápis), sémantika výrokové logiky (Booleovské operátory, pravdivostní tabulka, Vennův diagram, tautologie, modely, důsledky). Univerzálnost logických spojek.

**Příklad 1.** Uvažme následující tvrzení:

- Ten, kdo je dobrý běžec a má dobrou kondici, uběhne maraton.
  - Ten, kdo nemá štěstí a nemá dobrou kondici, neuběhne maraton.
  - Ten, kdo uběhne maraton, je dobrý běžec.
  - Budu-li mít štěstí, uběhnu maraton.
  - Mám dobrou kondici.
- (a) Formalizujte tato tvrzení jako teorii  $T$  ve výrokové logice v jazyce  $L = \langle b, k, m, s \rangle$ , kde výrokové proměnné mají po řadě význam “být dobrý běžec”, “mít dobrou kondici”, “uběhnout maraton” a “mít štěstí”.
- (b) Najděte všechny modely teorie  $T$ . Pokuste se využít k tomu *tablo*.
- (c) Napište několik různých důsledků teorie  $T$ .
- (d) Najděte CNF teorii ekvivalentní teorii  $T$ .
- (e) Výrok je v *disjunktivní normální formě (DNF)*, je-li disjunkcí konjunkcí literálů. Najděte DNF teorii ekvivalentní teorii  $T$ .

**Příklad 2.** Uvažme *vrcholová pokrytí* následujícího grafu:



- (a) Formalizujte ve výrokové logice problém, zda graf na obrázku má  $k$ -prvkové vrcholové pokrytí, pro pevně zvolené  $k$ .

**Příklad 3.** Sestrojte strom výrazu (a vytvořující strom), запиšte v prefixovém, infixovém a postfixovém formátu:

- (a)  $(3 + 5) * (-2) + (2 * 3)$
- (b)  $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$
- (c)  $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$

**Příklad 4.** Sestrojte strom výrazu resp. formule, запиšte je v prefixovém, infixovém a postfixovém formátu:

- (a)  $(3 + 5) * (-2) + (2 * 3)$

(b)  $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$

(c)  $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \vee q) \rightarrow (p \wedge q))$

**Domácí úkol** (2 body). *Před vypracováním si přečtete pokyny popsané v podmínkách na zápočet!*

Adam, Barbora a Cyril jsou vyslýcháni, při jejich výslechu bylo zjištěno následující:

- (i) Alespoň jeden z vyslýchanych říká pravdu a alespoň jeden lže.
  - (ii) Adam říká: “Barbora nebo Cyril lžou”
  - (iii) Barbora říká: “Cyril lže”
  - (iv) Cyril říká: “Adam nebo Barbora lžou”
- (a) Vyjádřete naše znalosti jako výroky  $\varphi_1$  až  $\varphi_4$  nad množinou prvovýroků  $\mathbb{P} = \{a, b, c\}$ , přičemž  $a, b, c$  znamená (po řadě), že “Adam/Barbora/Cyril říká pravdu”.
- (b) Najděte všechny modely teorie  $T = \{\varphi_1, \dots, \varphi_4\}$ .
- (c) Najděte CNF teorii ekvivalentní teorii  $T$ .
- (d) Ukažte (libovolnou metodou), že z teorie  $T$  plyne, že Adam říká pravdu.