

# NAIL062 V&P Logika: První domácí úkol

**Termín odevzdání: 20. 11. v 10:40.**

Celkem 10 bodů. Řešení odevzdejte v papírové podobě na cvičení nebo, pokud nebudete moci přijít, emailem před začátkem cvičení. Řešení musí být rozumně čitelné, a v případě odevzdání emailem musí mít bílé pozadí. Je zakázáno o úkolech až do termínu odevzdání jakýmkoliv způsobem komunikovat s kýmkoliv kromě mne. Řešení musí být 100% vaší vlastní prací, a je vaší povinností zajistit, že nikdo nebude mít přístup k vašemu řešení.

**Poznámka:** Používáte-li tablo metodu, musí řešení obsahovat tablo korektně sestrojené přesně podle definice: nedělejte žádné zkratky, nevynechávejte vrcholy nad rámec konvence z přednášky, apod. Podobně, používáte-li rezoluční metodu, musí řešení obsahovat korektní rezoluční strom. (Rezoluční důkaz zapisovat nemusíte.)

**Příklad 1** (4 body). Adam, Barbora a Cyril jsou vyslýcháni, při jejich výsledku bylo zjištěno následující:

- *Alespoň jeden z vyslýchanych říká pravdu a alespoň jeden lže.*
- *Adam říká: “Barbora nebo Cyril lžou.”*
- *Barbora říká: “Cyril lže.”*
- *Cyril říká: “Adam nebo Barbora lžou.”*

- (a) Vyjádřete naše znalosti jako výroky  $\varphi_1$  až  $\varphi_4$  nad množinou prvovýroků  $\mathbb{P} = \{a, b, c\}$ , přičemž  $a, b, c$  znamená (po řadě), že “Adam/Barbora/Cyril říká pravdu”.
- (b) Najděte všechny modely teorie  $T = \{\varphi_1, \dots, \varphi_4\}$ .
- (c) Dokažte tablo metodou, že z teorie  $T$  plyne, že: *Adam říká pravdu.*
- (d) Dokažte totéž rezoluční metodou.

**Příklad 2** (2 body). Uvažme následující výroky  $\varphi$  a  $\psi$  nad  $\mathbb{P} = \{p, q, r, s\}$ :

$$\varphi = (\neg p \vee q) \rightarrow (p \wedge r)$$

$$\psi = s \rightarrow q$$

- (a) Určete počet (až na ekvivalenci) výroků  $\chi$  nad  $\mathbb{P}$  takových, že  $\varphi \wedge \psi \models \chi$ .
- (b) Určete počet (až na ekvivalenci) úplných teorií  $T$  nad  $\mathbb{P}$  takových, že  $T \models \varphi \wedge \psi$ .
- (c) Najděte nějakou axiomatizaci pro každou (až na ekvivalenci) kompletní teorii  $T$  nad  $\mathbb{P}$  takovou, že  $T \models \varphi \wedge \psi$ .

**Příklad 3** (2 body). Pomocí algoritmu implikačního grafu najděte všechny modely následující teorie:

$$T = \{p, \neg q \rightarrow \neg r, \neg q \rightarrow \neg s, r \rightarrow p, \neg s \rightarrow \neg p\}$$

**Příklad 4** (1 bod). Pomocí algoritmu jednotkové propagace najděte všechny modely následující teorie:

$$\begin{aligned} &(\neg a \vee \neg b \vee c \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee c) \wedge d \wedge (\neg a \vee \neg c \vee e) \wedge \\ &(\neg c \vee \neg d) \wedge (\neg a \vee \neg d \vee \neg e) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg e) \end{aligned}$$

**Příklad 5** (1 bod). Převedte následující výrok do CNF a DNF:

$$((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg r) \rightarrow \neg p.$$

- (a) tabulkou (určením modelů),
- (b) ekvivalentními úpravami (pokuste se najít co nejkratší CNF a DNF ekvivalenty).