NAIL062 V&P Logika: 12. cvičení

Témata: Rezoluce v predikátové logice.

Příklad 1. Víme, že platí následující:

- *Je-li cihla na (jiné) cihle, potom není na zemi.*
- *Každá cihla je na (jiné) cihle nebo na zemi.*
- *Žádná cihla není na cihle, která by byla na (jiné) cihle.*

Vyjádřete tato fakta ve vhodném jazyce logiky prvního řádu a dokažte rezolucí následující tvrzení: *"Je-li cihla na (jiné) cihle, spodní cihla je na zemi."*

Příklad 2. Víme, že platí následující:

- *Každý holič holí všechny, kdo neholí sami sebe*
- *Žádný holič neholí nikoho, kdo holí sám sebe.*

Formalizujte ve vhodném jazyce predikátové logiky a dokažte rezolucí, že: *Neexistují žádní holiči.*

Příklad 3. Jsou dána následující tvrzení o proběhlém genetickém experimentu:

(i) *Každá ovce byla buď porozena jinou ovcí, nebo byla naklonována (avšak nikoli oboje zároveň).*

(ii) *Žádná naklonovaná ovce neporodila.*

Chceme ukázat rezolucí, že pak: *(iii) Pokud ovce porodila, byla sama porozena.* Konkrétně:

(a) Uvedená tvrzení vyjádřete <u>sentencemi</u> φ_1, φ_2, φ_3 v jazyce $L = \langle P, K\rangle$ bez rovnosti, kde P je binární relační symbol, K je unární relační symbol a $P(x, y)$, $K(x)$ značí, že *"ovce x porodila ovci y"* a *"ovce x byla naklonována"*.

(b) S využitím Skolemizace těchto formulí nebo jejich negací sestrojte množinu klauzulí S (může být ve větším jazyce), která je nesplnitelná, právě když $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \varphi_3$. Zapište ji v množinové reprezentaci.

(c) Najděte rezoluční zamítnutí S, znázorněte je rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci.

Příklad 4. Mějme jazyk $L = \langle <, j, h, s\rangle$ bez rovností, kde j, h, q jsou konstantní symboly značící (po řadě) jablka, hrušky, švestky, dále $<$ je binární relační symbol a $x < y$ značí, že *"ovoce y je lepší než ovoce x"*. Víme, že:

(i) Relace "být lepší" je ostré částečné uspořádání (ireflexivní, asymetrická, tranzitivní relace).

(ii) Hrušky jsou lepší než jablka.

Chceme rezolucí dokázat následující tvrzení.

(iii) Jsou-li švestky lepší než hrušky, nejsou jablka lepší než švestky.

Konkrétně:

(a) Tvrzení (i), (ii), (iii) vyjádřete otevřenými formulemi jazyka L.

(b) Pomocí předchozích formulí či jejich negací nalezněte otevřenou teorii T nad L axiomatizovanou klauzulemi, která je nesplnitelná, právě když z (i), (ii) vyplývá (iii). Napište T v množinové reprezentaci.

(c) Rezolucí dokažte, že T není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. *Nápověda: stačí čtyři rezoluční kroky.*

(d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů T, která je nesplnitelná. *Nápověda: využijte unifikace z (c).*

(e) Je T zamítnutelná LI-rezolucí? Uveďte zdůvodnění.

Příklad 5. Nechť $T = \{\neg(\exists x)R(x), (\exists x)(\forall y)(P(x,y) \rightarrow P(y,x)), (\forall x)((\exists y)(P(x,y) \wedge P(y,x)) \rightarrow R(x)), (\forall x)(\exists y)P(x,y)\}$ je teorie jazyka $L = \langle P, R\rangle$ bez rovnosti.

(a) Skolemizací nalezněte k T otevřenou ekvisplnitelnou teorii T' (nad vhodně rozšířeným jazykem).

(b) Převeďte T' na ekvivalentní teorii S v CNF. Zapište S v množinové reprezentaci.

(c) Nalezněte rezoluční zamítnutí teorie S. U každého kroku uveďte použitou unifikaci.

(d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů S, která je nesplnitelná.

(e) Má teorie T jednoduchou kompletní extenzi? Uveďte zdůvodnění.