

## NAIL062 V&P Logika: 13. cvičení

**Témata:** (Zápočtový test z predikátové logiky.) Vybraná témata z teorie modelů.

**Příklad 1.** Necht  $T = \{U(x) \rightarrow U(f(x)), (\exists x)U(x), \neg(f(x) = x), \varphi\}$  je teorie v jazyce  $L = \langle U, f \rangle$  s rovností, kde  $U$  je unární relační symbol,  $f$  je unární funkční symbol a  $\varphi$  vyjadřuje, že “existují maximálně 4 prvky”.

- (a) Je teorie  $T$  extenzí teorie  $S = \{(\exists x)(\exists y)(\neg x = y \wedge U(x) \wedge U(y)), \varphi\}$  v jazyce  $L' = \langle U \rangle$ ? Je konzervativní extenzí? Zdůvodněte.
- (b) Je teorie  $T$  otevřeně axiomatizovatelná? Zdůvodněte.

**Příklad 2.** Necht  $T = \{\varphi\}$  je teorie jazyka  $L = \langle U, c \rangle$  s rovností, kde  $U$  je unární relační symbol,  $c$  je konstantní symbol a axiom  $\varphi$  vyjadřuje “Existuje alespoň 5 prvků, pro které platí  $U(x)$ .”

- (a) Nalezněte dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie  $T$  nebo zdůvodněte, proč neexistují.
- (b) Je teorie  $T$  otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění.

**Příklad 3.** Necht  $T$  je extenze teorie  $DeLO^-$  (tj. hustých lineárních uspořádání s minimálním prvkem a bez maximálního prvku) o nový axiom  $c \leq d$  v jazyce  $L = \langle \leq, c, d \rangle$  s rovností, kde  $c, d$  jsou nové konstantní symboly.

- (a) Jsou sentence  $(\exists x)(x \leq d \wedge x \neq d)$  a  $(\forall x)(x \leq d)$  pravdivé / lživé / nezávislé v  $T$ ? Uveďte zdůvodnění.
- (b) Napište dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie  $T$ .

**Příklad 4.** Buď  $T = \{(\forall x)(\exists y)S(y) = x, S(x) = S(y) \rightarrow x = y\}$  teorie v jazyce  $L = \langle S \rangle$  s rovností, kde  $S$  je unární funkční symbol.

1. Nalezněte extenzi  $T'$  teorie  $T$  o definici nového unárního funkčního symbolu  $P$  takovou, že  $T' \models S(S(x)) = y \leftrightarrow P(P(y)) = x$ . (2b)
2. Je teorie  $T'$  otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)

**Příklad 5.**

**Příklad 6.**

**Domácí úkol.** Už žádný není. Hodně štěstí u zkoušky resp. u opravného testu!