

NAIL062 V&P Logika: 5. cvičení

Témata: Tablo metoda ve výrokové logice.

Příklad 1. Pomocí tablo metody dokažte následující výroky:

- (a) $(p \rightarrow (q \rightarrow q))$
- (b) $p \leftrightarrow \neg\neg p$
- (c) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
- (d) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

Příklad 2. Pomocí tablo metody dokažte nebo najděte protipříklad ve formě *kanonického* modelu pro bezspornou větev.

- (a) $\{\neg q, p \vee q\} \models p$
- (b) $\{q \rightarrow p, r \rightarrow q, (r \rightarrow p) \rightarrow s\} \models s$
- (c) $\{p \rightarrow r, p \vee q, \neg s \rightarrow \neg q\} \models r \rightarrow s$

Příklad 3. Pomocí tablo metody určete všechny modely následujících teorií:

- (a) $\{(\neg p \vee q) \rightarrow (\neg q \wedge r)\}$
- (b) $\{\neg q \rightarrow (\neg p \vee q), \neg p \rightarrow q, r \rightarrow q\}$
- (c) $\{q \rightarrow p, r \rightarrow q, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$

Příklad 4. Uvažme nekonečnou výrokovou teorii $T = \{p_i \rightarrow p_{i+1} \mid i \in \mathbb{N}\}$. Pomocí tablo metody najděte všechny modely T , a to tak, že sestrojíte *systematické* tablo z T s položkou $\top p_0 \rightarrow p_1$ v kořeni. Je každý model T kanonickým modelem pro některou z větví tohoto tabla?

Příklad 5. Navrhněte vhodná atomická tabla pro Peirceovu spojku \downarrow (NOR), pro Shefferovu spojku \uparrow (NAND), a pro \oplus (XOR).

Příklad 6. Dokažte přímo (transformací tabel) větu o dedukci, tj. že pro každou teorii T a výroky φ, ψ platí

$$T \vdash \varphi \rightarrow \psi \text{ právě když } T, \varphi \vdash \psi.$$

Domácí úkol (3 body). 1. Pomocí tablo metody:

- (a) dokažte, že následující výrok je tautologie:

$$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$$

- (b) dokažte nebo najděte protipříklad ve formě *kanonického* modelu pro bezspornou větev:

$$\{p \rightarrow r, p \vee q, \neg s \rightarrow \neg q\} \models r \rightarrow s$$

- (c) určete všechny modely:

$$\{q \rightarrow p, r \rightarrow q, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$$

- 2. Navrhněte vhodná atomická tabla pro ternární operátor “if p then q else r” (IFTE). Ukažte, že souhlasí-li model s kořenem vašich atomických tabel, souhlasí i s některou větví.