NAIL062 V&P Logika: 5. cvičení

Témata: Algoritmus DPLL. Kódování problémů do SAT. Tablo metoda ve výrokové logice.

Příklad 1. Pomocí algoritmu DPLL rozhodněte, zda je následující CNF formule splnitelná.

(a)
$$(\neg p_1 \wedge \neg p_2) \wedge (\neg p_1 \wedge p_2) \wedge (p_1 \wedge \neg p_2) \wedge (p_2 \wedge \neg p_3) \wedge (p_1 \wedge p_3)$$

(b)

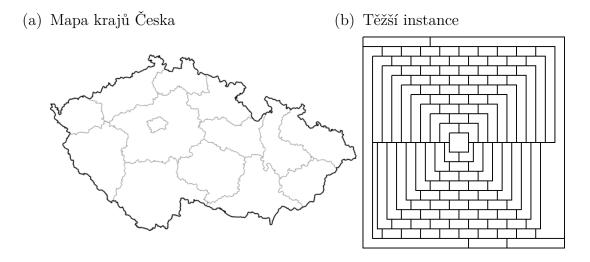
$$(\neg p_1 \land p_3 \land p_4) \lor (\neg p_2 \land p_6 \land p_4) \lor (\neg p_2 \land \neg p_6 \land \neg p_3) \lor (\neg p_4 \land \neg p_2) \lor (p_2 \land \neg p_3 \land \neg p_1) \lor (p_2 \land p_6 \land p_3) \lor (p_2 \land \neg p_6 \land \neg p_4) \lor (p_1 \land p_5) \lor (p_1 \land p_6) \lor (\neg p_6 \land p_3 \land \neg p_5) \lor (p_1 \land \neg p_3 \land \neg p_5)$$

Příklad 2. Lze obarvit čísla od 1 do n dvěma barvami tak, že neexistuje monochromatické řešení rovnice a+b=c pro žádná $1 \le a < b < c \le n$? Sestrojte výrokovou formuli φ_n v CNF která je splnitelná, právě když to lze. Zkuste nejprve n=8.

Zkuste si doma: Napište skript generující φ_n v DIMACS CNF formátu. Použijte SAT solver k nalezení nejmenšího n pro které takové obarvení neexistuje (tj. každé 2-obarvení obsahuje monochromatickou trojici a < b < c takovou, že a + b = c).

Příklad 3. Zakódujte problém setřídění trojice celých čísel do SAT.

Příklad 4. Věta o čtyřech barvách říká, že následující mapy lze obarvit 4 barvami tak, že žádné dva sousedící regiony nemají stejnou barvu. Najděte takové obarvení pomocí SAT solveru.



Příklad 5. Pomocí tablo metody dokažte následující výroky:

- (a) $(p \to (q \to q))$
- (b) $p \leftrightarrow \neg \neg p$
- (c) $\neg (p \lor q) \leftrightarrow (\neg p \land \neg q)$
- (d) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$

Příklad 6. Pomocí tablo metody dokažte nebo najděte protipříklad ve formě *kanonického* modelu pro bezespornou větev.

- (a) $\{\neg q, p \lor q\} \models p$
- (b) $\{q \to p, \ r \to q, \ (r \to p) \to s\} \models s$
- (c) $\{p \to r, \ p \lor q, \ \neg s \to \neg q\} \models r \to s$

Příklad 7. Pomocí tablo metody určete všechny modely následujících teorií:

- (a) $\{(\neg p \lor q) \to (\neg q \land r)\}$
- (b) $\{\neg q \to (\neg p \lor q), \ \neg p \to q, \ r \to q\}$
- (c) $\{q \to p, r \to q, (r \to p) \to s\}$