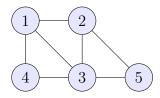
NAIL062 V&P Logika: 2. cvičení

Témata: Formalizace ve výrokové logice. Syntaxe a sémantika výrokové logiky. Ukázka tablo metody a rezoluční metody.

Příklad 1. Uvažme následující tvrzení:

- Ten, kdo je dobrý běžec a má dobrou kondici, uběhne maraton.
- Ten, kdo nemá štěstí a nemá dobrou kondici, neuběhne maraton.
- Ten, kdo uběhne maraton, je dobrý běžec.
- Budu-li mít štěstí, uběhnu maraton.
- Mám dobrou kondici.
- (a) Formalizujte tato tvrzení jako teorii T ve výrokové logice v jazyce $L = \langle b, k, m, s \rangle$, kde výrokové proměnné mají po řadě význam "být dobrý běžec", "mít dobrou kondici", "uběhnout maraton" a "mít štěstí".
- (b) Najděte všechny modely teorie T. Pokuste se využít k tomu tablo.
- (c) Napište několik různých důsledků teorie T.
- (d) Najděte CNF teorii ekvivalentní teorii T.
- (e) Výrok je v disjunktivní normální formě (DNF), je-li disjunkcí konjunkcí literálů. Najděte DNF teorii ekvivalentní teorii T.

Příklad 2. Uvažme *vrcholová pokrytí* následujícího grafu:



- (a) Formalizujte ve výrokové logice problém, zda graf na obrázku má nejvýše k-prvkové vrcholové pokrytí, pro pevně zvolené k. Označme výslednou teorii jako T_k .
- (b) Ukažte, že T_2 nemá žádné modely, tj. graf nemá 2-prvkové vrcholové pokrytí.
- (c) Uměli byste k tomu využít tablo metodu? Připomeňte si ji.
- (d) Uměli byste k tomu využít rezoluční metodu? Připomeňte si ji.
- (e) Najděte všechna 3-prvková vrcholová pokrytí.

Příklad 3. Sestrojte strom výrazu resp. výroku, zapište v prefixovém, infixovém a post-fixovém formátu:

(a)
$$(3+5)*(-2)+(2*3)$$

(b)
$$(p \to q) \leftrightarrow \neg (p \land \neg q)$$

(c)
$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \lor q) \to (p \land q))$$

Příklad 4. Sestrojte pravdivostní tabulky a Vennův diagram pro následující výrokové formule. Najděte jejich množiny modelů. Které z nich jsou tautologie?

(a)
$$(p \to q) \leftrightarrow \neg p \lor q$$

(b)
$$(p \to q) \leftrightarrow \neg (p \land \neg q)$$

(c)
$$((p \to q) \to p) \to p$$

(d)
$$\neg (p \lor q) \leftrightarrow \neg p \land \neg q$$

Příklad 5. Uveďte příklad výroku v jazyce $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$, který

- (a) je pravdivý,
- (b) je sporný,
- (c) je nezávislý,
- (d) je ekvivalentní s, ale různý od, výroku $(p \wedge q) \to \neg r,$
- (e) má za modely právě $\{(1,0,0),(1,0,1),(0,0,1)\}.$