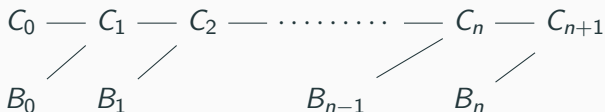


## 5.4 LI-rezoluční a Horn-SAT

---

# Lineární důkaz: neformálně

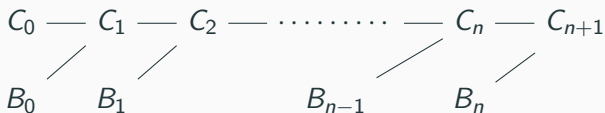
Rezoluční důkaz můžeme kromě rezolučního stromu zorganizovat i jinak, jako tzv. **lineární důkaz**:



- v každém kroku máme jednu **centrální** klauzuli
- tu resolvujeme s **boční** ('side') klauzulí
- boční klauzule je buď axiom z  $S$ , nebo některá z předchozích centrálních (jako bychom odvozené klauzule přidávali k axiomům)
- výsledná **rezolventa je novou centrální klauzulí**

(Tento pohled lépe odpovídá procedurálnímu výpočtu, jde jen o to, jak vybírat vhodné boční klauzule.)

## Lineární důkaz: formálně



**Lineární důkaz** klauzule  $C$  z formule  $S$  je konečná posloupnost

$$\begin{bmatrix} C_0 \\ B_0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} C_1 \\ B_1 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} C_n \\ B_n \end{bmatrix}, C_{n+1}$$

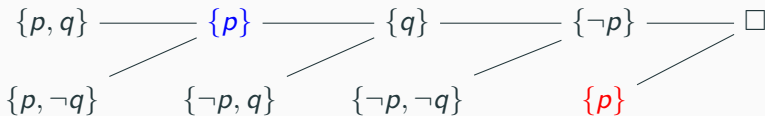
kde  $C_i$  říkáme **centrální** klauzule,  $C_0$  je **počáteční**,  $C_{n+1} = C$  je **koncová**,  $B_i$  jsou **boční** klauzule, a platí:

- $C_0 \in S$ , pro  $i \leq n$  je  $C_{i+1}$  rezolventou  $C_i$  a  $B_i$ ,
- $B_0 \in S$ , pro  $i \leq n$  je  $B_i \in S$  nebo  $B_i = C_j$  pro nějaké  $j < i$ .

**Lineární zamítnutí**  $S$  je lineární důkaz  $\square$  z  $S$ .

## Příklad a ekvivalence s rezolučním důkazem

Lineární zamítnutí  $S = \{\{p, q\}, \{p, \neg q\}, \{\neg p, q\}, \{\neg p, \neg q\}\}$  :



Poslední boční klauzule  $\{p\}$  není z  $S$ , ale je rovna předchozí centrální klauzuli.

**Poznámka:**  $C$  má lineární důkaz z  $S$ , právě když  $S \vdash_R C$ .

$\Rightarrow$  Z lineárního důkazu snadno vyrobíme rezoluční strom. Indukcí dle délky důkazu: máme-li boční klauzuli  $B_i \notin S$ , potom  $B_i = C_j$  pro nějaké  $j < i$ : místo  $B_i$  připojíme rezoluční strom pro  $C_j$  z  $S$ .

$\Leftarrow$  Plyne z úplnosti lineární rezoluce, důkaz najdete v učebnici.