

Výukové cíle: Po absolvování cvičení student

- zná potřebné pojmy z rezoluční metody (rezoluční pravidlo, rezolventa, rezoluční důkaz/zamítnutí, rezoluční strom), umí je formálně definovat, uvést příklady
- umí pracovat s výroky v CNF a jejich modely v množinové reprezentaci
- umí sestavit rezoluční zamítnutí dané (i nekonečné) CNF formule (existuje-li), a také nakreslit příslušný rezoluční strom
- zná pojem stromu dosazení, umí ho formálně definovat a pro konkrétní CNF formuli sestavit
- umí aplikovat rezoluční metodu k řešení daného problému (slovní úlohy, aj.)

PŘÍKLADY NA CVIČENÍ

Příklad 1. Označme jako φ výrok $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$. Ukažte, že φ je tautologie:

- Převeďte $\neg\varphi$ do CNF a запиšte výsledný výrok jako formuli S v množinové reprezentaci.
- Najděte rezoluční zamítnutí S .

Příklad 2. Dokažte rezolucí, že v $T = \{\neg p \rightarrow \neg q, \neg q \rightarrow \neg r, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$ platí výrok s .

Příklad 3. Necht' prvovýroky r, s, t reprezentují (po řadě), že "*Radka / Sára / Tom je ve škole*" a označme $\mathbb{P} = \{r, s, t\}$. Víme, že:

- *Není-li Tom ve škole, není tam ani Sára.*
- *Radka bez Sáry do školy nechodí.*
- *Není-li Radka ve škole, je tam Tom.*

- Formalizujte naše znalosti jako teorii T v jazyce \mathbb{P} .
- Rezoluční metodou dokažte, že z T vyplývá, že *Tom je ve škole*: Napište formuli S v množinové reprezentaci, která je nesplnitelná, právě když to platí, a najděte rezoluční zamítnutí S . Nakreslete rezoluční strom.
- Určete množinu modelů teorie T .

Příklad 4. Zkonstruuje strom dosazení pro následující formuli. Na základě tohoto stromu sestrojte rezoluční zamítnutí, dle postupu z důkazu Věty o úplnosti rezoluce.

$$S = \{\{p, r\}, \{q, \neg r\}, \{\neg q\}, \{\neg p, t\}, \{\neg s\}, \{s, \neg t\}\}$$

DALŠÍ PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 5. Najděte rezoluční zamítnutí následujících výroků:

- $\neg(((p \rightarrow q) \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg q)$
- $(p \leftrightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg r))$

Příklad 6. Tonia a Fabio nám popisují svůj nejnovější recept na nejlepší pizzu na světě.

- Tonia řekla: "Do receptu patří ančovičky nebo bazalka nebo česnek."
- Tonia také řekla: "Jestli tam nepatří dušená šunka, nepatří tam ani bazalka."
- Fabio řekl: "Do receptu patří dušená šunka."
- Fabio dále řekl: "Nepatří tam ančovičky ani bazalka, ale patří tam česnek."

Víme, že Tonia vždy mluví pravdu, zatímco Fabio vždy lže.

- Vyjádřete naše znalosti jako výrokovou teorii T v jazyce $\mathbb{P} = \{a, b, c, d\}$, kde výrokové proměnné mají po řadě význam "do receptu patří ančovičky/bazalka/česnek/dušená šunka".

- (b) Pomocí rezoluční metody dokažte, že z teorie T vyplývá, že “do receptu patří ančovičky”. Nakreslete rezoluční strom.

Příklad 7. Celá čísla postihla záhadná nemoc šířící se (v diskrétních krocích) dle následujících pravidel (platících pro všechna čísla ve všech krocích).

- (i) *Zdravé číslo onemocní, právě když je právě jedno sousední číslo nemocné (v předchozím čase).*
 - (ii) *Nemocné číslo se uzdraví, právě když je předchozí číslo nemocné (v předchozím čase).*
 - (iii) *V čase 0 bylo nemocné číslo 0, ostatní čísla byla zdravá.*
- (a) Napište teorie T_1, T_2, T_3 vyjadřující (po řadě) tvrzení (i), (ii), (iii) nad množinou prvovýroků $\mathbb{P} = \{p_i^t \mid i \in \mathbb{Z}, t \in \mathbb{N}_0\}$, kde prvovýrok p_i^t vyjadřuje, že “číslo i je v čase t nemocné.”
- (b) Převeďte axiomy z T_1, T_2, T_3 do CNF a napište teorii S v množinové reprezentaci, která je nesplnitelná, právě když $T_1 \cup T_2 \cup T_3 \models \neg p_1^2$, tj.: “Číslo 1 je zdravé v čase 2.” (Stačí převést jen konkrétní axiomy z T_1, T_2, T_3 , ze kterých plyne $\neg p_1^2$, a do S uvést jen příslušné klauzule.)
- (c) Rezolucí dokažte, že S je nesplnitelná. Zamítnutí znázorněte rezolučním stromem.

K ZAMYŠLENÍ

Příklad 8. Dokažte podrobně, že je-li $S = \{C_1, C_2\}$ splnitelná a C je rezolventa C_1 a C_2 , potom je i C splnitelná.