Program

Materiály
Zápisky
z
přednášky

$L_= = \langle S, +, \cdot, 0, \leq \rangle$

$\underline{N} = \langle N, S, +, \cdot, 0, \leq \rangle$

$\underline{N}$

Q
PA Q $S(x) = 0x\cdot$
$0 = 0$
$S(x) = S(y) \to x = y x\cdot$
$S(y) = x\cdot y +$
$x + 0 = x$
$\neg x = 0 \to (\exists y)(x = S(y))$
$x + S(y) = S(x + y) x \leq y \leftrightarrow (\exists z)(z + x = y)$

$+ \cdot \leq$

$\underline{N}$

$\underline{n} = S(\ldots S(0)\ldots)$

$\varphi(x, y) = (\exists z)(x + z = y)$
$Q\varphi(\underline{1}, \underline{2})$

Tvrzení:
$\varphi(x_1, \ldots, x_n)$
$a_1, \ldots, a_n \in N$
$Q\varphi(x_1/\underline{a_1}, \ldots, x_n/\underline{a_n})$

áé
řá
í
PA
$(\forall X)((X(0) \wedge (\forall x)(X(x) X(S(x)))) (\forall x) X(x))$

X
ž
ž
ž
š
áíů
žý
áí
$\overline{N}$
áé

áé
Věta (O nerozhodnutelnosti predikátové logiky):
ý
í
φ
á
φ
řá
$\models$
φ
$T =$
$\emptyset$
í
á
á
áž
í
ý
ý
é
$_problems Hilbertův 10. problém$

ě
ý
čě
í
čí
á
ý
č
ěý
číý
á
číé
řší

á
$p(x_1, \dots, x_n) =$
0
p
číý
áž
ž
ěžé
é
áš
é
áš
é
ěžý

áéé
Věta (Matiyasevich 1970):
é
číé
řší
é
é
čí
ý

ů
Důsledek:
íí
í
é
$p(x_1, \dots, x_n), q(x_1, \dots, x_n)$
ř
řé
ří
$\overline{N} \models (\exists x_1) \dots (\exists x_n) p(x_1, \dots, x_n) = q(x_1, \dots, x_n)$
Důkaz:
$_four-square_theorem Lagrangeova věta o čtyřech čtvercích říká, že každé přirozené číslo lze vyjádřit jako součet čtyř čtverců (celých$
ůáé
z
φ
$(\exists x_1) \dots (\exists x_n) p(x_1, \dots, x_n) =$
$q(x_1, \dots, x_n)$