NAIL062 V&P Logika: První domácí úkol

Termín odevzdání: 20. 11. v 10:40.

Celkem 10 bodů. Řešení odevzdejte v papírové podobě na cvičení nebo, pokud nebudete moci přijít, emailem před začátkem cvičení. Řešení musí být rozumně čitelné, a v případě odevzdání emailem musí mít bílé pozadí. Je zakázáno o úkolech až do termínu odevzdání jakýmkoliv způsobem komunikovat s kýmkoliv kromě mne. Řešení musí být 100% vaší vlastní prací, a je vaší povinností zajistit, že nikdo nebude mít přístup k vašemu řešení.

Příklad 1 (4 body)**.** Adam, Barbora a Cyril jsou vyslýcháni, při jejich výslechu bylo zjištěno následující:

- *Alespoň jeden z vyslýchaných říká pravdu a alespoň jeden lže.*
- *Adam říká: "Barbora nebo Cyril lžou."*
- *Barbora říká: "Cyril lže."*
- *Cyril říká: "Adam nebo Barbora lžou."*

(a) Vyjádřete naše znalosti jako výroky φ_1 až φ_4 nad množinou prvovýroků $\mathbb{P} = \{a, b, c\}$, přičemž a, b, c znamená (po řadě), že *"Adam/Barbora/Cyril říká pravdu"*.

(b) Najděte všechny modely teorie $T = \{\varphi_1, \ldots, \varphi_4\}$.

(c) Dokažte tablo metodou, že z teorie T plyne, že: *Adam říká pravdu.*

(d) Dokažte totéž rezoluční metodou.

Příklad 2 (2 body)**.** Uvažme následující výroky φ a ψ nad $\mathbb{P} = \{p, q, r, s\}$:

$$\varphi = (\neg p \vee q) \rightarrow (p \wedge r)$$
$$\psi = s \rightarrow q$$

(a) Určete počet (až na ekvivalenci) výroků χ nad $\mathbb{P}$ takových, že $\varphi \wedge \psi \models \chi$.

(b) Určete počet (až na ekvivalenci) úplných teorií T nad $\mathbb{P}$ takových, že $T \models \varphi \wedge \psi$.

(c) Najděte nějakou axiomatizaci pro každou (až na ekvivalenci) kompletní teorii T nad $\mathbb{P}$ takovou, že $T \models \varphi \wedge \psi$.

Příklad 3 (2 body)**.** Pomocí algoritmu implikačního grafu najděte všechny modely následující teorie:

$$T = \{p, \neg q \rightarrow \neg r, \neg q \rightarrow \neg s, r \rightarrow p, \neg s \rightarrow \neg p\}$$

Příklad 4 (1 bod)**.** Pomocí algoritmu jednotkové propagace najděte všechny modely následující teorie:

$$
\begin{aligned}
&(\neg a \vee \neg b \vee c \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee c) \wedge d \wedge (\neg a \vee \neg c \vee e) \wedge \\
&(\neg c \vee \neg d) \wedge (\neg a \vee \neg d \vee \neg e) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg e)
\end{aligned}
$$

Příklad 5 (1 bod)**.** Převeďte následující výrok do CNF a DNF:

$$((p \to \neg q) \to \neg r) \to \neg p.$$

(a) tabulkou (určením modelů),

(b) ekvivalentními úpravami (pokuste se najít co nejkratší CNF a DNF ekvivalenty).