

## CVIČENÍ Z LOGIKY: DOMÁCÍ ÚKOL č. 1

Úkol odevzdávejte v Moodle. Ponechte si dostatečný čas pro odevzdání, tak aby vám krátkodobé technické potíže s Moodle nezabránily úkol odevzdat. Pozdě odevzdané úkoly nebudou hodnoceny, kromě případů hodných zvláštního zřetele. Odevzdané řešení musí být vaše vlastní, není dovoleno hledat nápovědy ani řešení konzultovat s kýmkoliv kromě mne. Své odpovědi dostatečně podrobně zdůvodněte, uveďte všechny pomocné výpočty apod.

**Úkol 1.** Převedte následující výrok do CNF a do DNF. (Uveďte celý postup, ne jen odpověď.)

$$((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg r) \vee \neg p.$$

**Úkol 2.** Rozhodněte, zda je následující 2-CNF výrok splnitelný. Pokud ano, najděte nějaké splňující ohodnocení. Nakreslete příslušný implikační graf, a graf silně souvislých komponent v topologickém uspořádání.

$$(a \vee c) \wedge (a \vee \neg d) \wedge (b \vee \neg d) \wedge (b \vee \neg e) \wedge (\neg c \vee \neg e) \wedge (\neg a \vee \neg f) \wedge \\ \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg b \vee f) \wedge (c \vee \neg f) \wedge \neg f$$

**Úkol 3.** Rozhodněte, zda je následující výrok v Hornově tvaru splnitelný. Pokud ano, najděte nějaké splňující ohodnocení. (Uveďte celý postup, ne jen odpověď.)

$$(\neg a \vee \neg b \vee c \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee c) \wedge d \wedge (\neg a \vee \neg c \vee e) \wedge \\ \wedge (\neg c \vee \neg d) \wedge (\neg a \vee \neg d \vee \neg e) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg e)$$

**Úkol 4.** Uvažme následující výroky  $\varphi$  a  $\psi$  nad  $\mathbb{P} = \{p, q, r, s\}$ :

$$\varphi = (\neg p \vee q) \rightarrow (p \wedge r)$$

$$\psi = s \rightarrow q$$

- (a) Určete počet (až na ekvivalenci) výroků  $\chi$  nad  $\mathbb{P}$  takových, že  $\varphi \wedge \psi \models \chi$ .
- (b) Určete počet (až na ekvivalenci) úplných teorií  $T$  nad  $\mathbb{P}$  takových, že  $T \models \varphi \wedge \psi$ .
- (c) Najděte nějakou axiomatizaci pro každou (až na ekvivalenci) úplnou teorii  $T$  nad  $\mathbb{P}$  takovou, že  $T \models \varphi \wedge \psi$ .

**Úkol 5.** Uvažme následující tvrzení:

- (i) *Ten, kdo je dobrý běžec a má dobrou kondici, uběhne maraton.*
- (ii) *Ten, kdo nemá štěstí a nemá dobrou kondici, neuběhne maraton.*
- (iii) *Ten, kdo uběhne maraton, je dobrý běžec.*
- (iv) *Budu-li mít štěstí, uběhnu maraton.*
- (v) *Mám dobrou kondici.*

- (a) Přeložte tvrzení (i) až (v) po řadě do výroků  $\varphi_1$  až  $\varphi_5$  v jazyce  $L = \langle b, k, m, s \rangle$ , kde výrokové proměnné mají po řadě význam “být dobrý běžec”, “mít dobrou kondici”, “uběhnout maraton” a “mít štěstí”.
- (b) Sestrojte dokončené tablo z teorie  $T = \{\varphi_1, \dots, \varphi_5\}$  s položkou  $F(k \wedge \neg k)$  v kořeni. Sestrojte kanonický model pro nejlevější bezespornou větev tohoto tabla.
- (c) Najděte příklad výroků v jazyce  $L$ , které jsou  $T$ -ekvivalentní, ale ne logicky ekvivalentní.
- (d) Určete počet navzájem neekvivalentních jednoduchých extenzí teorie  $T$ .