NAIL062 V&P Logika: 12. cvičení

Témata: Rezoluce v predikátové logice.

Příklad 1. Víme, že platí následující:

- Je-li cihla na (jiné) cihle, potom není na zemi.
- Každá cihla je na (jiné) cihle nebo na zemi.
- Žádná cihla není na cihle, která by byla na (jiné) cihle.

Vyjádřete tato fakta ve vhodném jazyce logiky prvního řádu a dokažte rezolucí následující tvrzení: "Je-li cihla na (jiné) cihle, spodní cihla je na zemi."

Příklad 2. Víme, že platí následující:

- Každý holič holí všechny, kdo neholí sami sebe
- Žádný holič neholí nikoho, kdo holí sám sebe.

Formalizujte ve vhodném jazyce predikátové logiky a dokažte rezolucí, že: Neexistují žádní holiči.

Příklad 3. Jsou dána následující tvrzení o proběhlém genetickém experimentu:

- (i) Každá ovce byla buď porozena jinou ovcí, nebo byla naklonována (avšak nikoli oboje zároveň).
- (ii) Žádná naklonovaná ovce neporodila.

Chceme ukázat rezolucí, že pak: (iii) Pokud ovce porodila, byla sama porozena. Konkrétně:

- (a) Uvedená tvrzení vyjádřete <u>sentencemi</u> φ_1 , φ_2 , φ_3 v jazyce $L = \langle P, K \rangle$ bez rovnosti, kde P je binární relační symbol, K je unární relační symbol a P(x, y), K(x) značí, že "ovce x porodila ovci y" a "ovce x byla naklonována".
- (b) S využitím Skolemizace těchto formulí nebo jejich negací sestrojte množinu klauzulí S (může být ve větším jazyce), která je nesplnitelná, právě když $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \varphi_3$. Zapište ji v množinové reprezentaci.
- (c) Najděte rezoluční zamítnutí S, znázorněte je rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci.

Příklad 4. Mějme jazyk $L = \langle <, j, h, s \rangle$ bez rovností, kde j, h, q jsou konstantní symboly značící (po řadě) jablka, hrušky, švestky, dále < je binární relační symbol a x < y značí, že "ovoce y je lepší než ovoce x". Víme, že:

- (i) Relace "být lepší" je ostré částečné uspořádání (ireflexivní, asymetrická, tranzitivní relace).
- (ii) Hrušky jsou lepší než jablka.

Chceme rezolucí dokázat následující tvrzení.

(iii) Jsou-li švestky lepší než hrušky, nejsou jablka lepší než švestky.

Konkrétně:

- (a) Tvrzení (i), (ii), (iii) vyjádřete otevřenými formulemi jazyka L.
- (b) Pomocí předchozích formulí či jejich negací nalezněte otevřenou teorii T nad L axiomatizovanou klauzulemi, která je nesplnitelná, právě když z (i), (ii) vyplývá (iii). Napište T v množinové reprezentaci.
- (c) Rezolucí dokažte, že T není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. Nápověda: stačí čtyři rezoluční kroky.
- (d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů T, která je nesplnitelná. $N\'{a}pov\'{e}da:$ $vyu\'{z}ijte$ unifikace z (c).
- (e) Je T zamítnutelná LI-rezolucí? Uveďte zdůvodnění.

Příklad 5. Necht $T = \{\neg(\exists x)R(x), (\exists x)(\forall y)(P(x,y) \rightarrow P(y,x)), (\forall x)((\exists y)(P(x,y) \land P(y,x)) \rightarrow R(x)), (\forall x)(\exists y)P(x,y)\}$ je teorie jazyka $L = \langle P, R \rangle$ bez rovnosti.

- (a) Skolemizací nalezněte kT otevřenou ekvisplnitelnou teorii T' (nad vhodně rozšířeným jazykem).
- (b) Převedte T' na ekvivalentní teorii S v CNF. Zapište S v množinové reprezentaci.
- (c) Nalezněte rezoluční zamítnutí teorie S. U každého kroku uveďte použitou unifikaci.
- (d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů S, která je nesplnitelná.
- (e) Má teorie T jednoduchou kompletní extenzi? Uveďte zdůvodnění.