NAIL062 V&P Logika: 5. cvičení

Témata: Algoritmus DPLL. Kódování problémů do SAT. Tablo metoda ve výrokové logice.

Příklad 1. Pomocí algoritmu DPLL rozhodněte, zda je následující CNF formule splnitelná.

(a)
$$(\neg p_1 \land \neg p_2) \land (\neg p_1 \land p_2) \land (p_1 \land \neg p_2) \land (p_2 \land \neg p_3) \land (p_1 \land p_3)$$

(b)
$$\begin{aligned}&(\neg p_1 \land p_3 \land p_4) \lor (\neg p_2 \land p_6 \land p_4) \lor (\neg p_2 \land \neg p_6 \land \neg p_3) \lor (\neg p_4 \land \neg p_2) \lor\\ &(p_2 \land \neg p_3 \land \neg p_1) \lor (p_2 \land p_6 \land p_3) \lor (p_2 \land \neg p_6 \land \neg p_4) \lor (p_1 \land p_5) \lor\\ &(p_1 \land p_6) \lor (\neg p_6 \land p_3 \land \neg p_5) \lor (p_1 \land \neg p_3 \land \neg p_5)\end{aligned}$$

Příklad 2. Lze obarvit čísla od 1 do n dvěma barvami tak, že neexistuje monochromatické řešení rovnice $a + b = c$ pro žádná $1 \leq a < b < c \leq n$? Sestrojte výrokovou formuli φ_n v CNF která je splnitelná, právě když to lze. Zkuste nejprve $n = 8$.

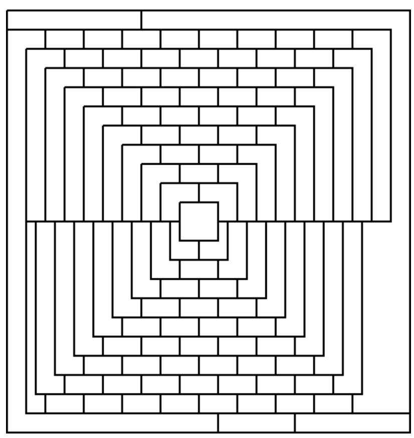
Zkuste si doma: Napište skript generující φ_n v DIMACS CNF formátu. Použijte SAT solver k nalezení nejmenšího n pro které takové obarvení neexistuje (tj. každé 2-obarvení obsahuje monochromatickou trojici $a < b < c$ takovou, že $a + b = c$).

Příklad 3. Zakódujte problém setřídění trojice celých čísel do SAT.

Příklad 4. Věta o čtyřech barvách říká, že následující mapy lze obarvit 4 barvami tak, že žádné dva sousedící regiony nemají stejnou barvu. Najděte takové obarvení pomocí SAT solveru.

(a) Mapa krajů Česka

(b) Těžší instance



Příklad 5. Pomocí tablo metody dokažte následující výroky:

(a) $(p \to (q \to q))$

(b) $p \leftrightarrow \neg\neg p$

(c) $\neg(p \lor q) \leftrightarrow (\neg p \land \neg q)$

(d) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$

Příklad 6. Pomocí tablo metody dokažte nebo najděte protipříklad ve formě *kanonického* modelu pro bezespornou větev.

(a) $\{\neg q,\ p \lor q\} \models p$

(b) $\{q \to p,\ r \to q,\ (r \to p) \to s\} \models s$

(c) $\{p \to r,\ p \lor q,\ \neg s \to \neg q\} \models r \to s$

Příklad 7. Pomocí tablo metody určete všechny modely následujících teorií:

(a) $\{(\neg p \lor q) \to (\neg q \land r)\}$

(b) $\{\neg q \to (\neg p \lor q),\ \neg p \to q,\ r \to q\}$

(c) $\{q \to p,\ r \to q,\ (r \to p) \to s\}$