NAIL062 V&P Logika: 2. cvičení

Témata: Formalizace ve výrokové logice. Syntaxe a sémantika výrokové logiky. Ukázka tablo metody a rezoluční metody.

Příklad 1. Uvažme následující tvrzení:

- *Ten, kdo je dobrý běžec a má dobrou kondici, uběhne maraton.*
- *Ten, kdo nemá štěstí a nemá dobrou kondici, neuběhne maraton.*
- *Ten, kdo uběhne maraton, je dobrý běžec.*
- *Budu-li mít štěstí, uběhnu maraton.*
- *Mám dobrou kondici.*

(a) Formalizujte tato tvrzení jako teorii T ve výrokové logice v jazyce $L = \langle b, k, m, s \rangle$, kde výrokové proměnné mají po řadě význam "být dobrý běžec", "mít dobrou kondici", "uběhnout maraton" a "mít štěstí".

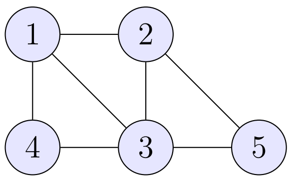
(b) Najděte všechny modely teorie T. Pokuste se využít k tomu *tablo*.

(c) Napište několik různých důsledků teorie T.

(d) Najděte CNF teorii ekvivalentní teorii T.

(e) Výrok je v *disjunktivní normální formě (DNF)*, je-li disjunkcí konjunkcí literálů. Najděte DNF výrok ekvivalentní teorii T. (Pokuste se najít co nejkratší.)

Příklad 2. Uvažme *vrcholová pokrytí* následujícího grafu:



(a) Formalizujte ve výrokové logice problém, zda graf na obrázku má nejvýše k-prvkové vrcholové pokrytí, pro pevně zvolené k. Označme výslednou teorii jako T_k.

(b) Ukažte, že T_2 nemá žádné modely, tj. graf nemá 2-prvkové vrcholové pokrytí.

(c) Uměli byste k tomu využít tablo metodu? Připomeňte si ji.

(d) Uměli byste k tomu využít rezoluční metodu? Připomeňte si ji.

(e) Najděte všechna 3-prvková vrcholová pokrytí.

Příklad 3. Sestrojte strom výrazu resp. výroku, zapište v prefixovém, infixovém a postfixovém formátu:

(a) $(3 + 5) * (-2) + (2 * 3)$

(b) $(p \to q) \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$

(c) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \vee q) \to (p \wedge q))$

Příklad 4. Sestrojte pravdivostní tabulky a Vennův diagram pro následující výrokové formule. Najděte jejich množiny modelů. Které z nich jsou tautologie?

(a) $(p \to q) \leftrightarrow \neg p \vee q$

(b) $(p \to q) \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$

(c) $((p \to q) \to p) \to p$

(d) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Příklad 5. Uveďte příklad výroku v jazyce $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$, který

(a) je pravdivý,

(b) je sporný,

(c) je nezávislý,

(d) je ekvivalentní s, ale různý od, výroku $(p \wedge q) \to \neg r$,

(e) má za modely právě $\{(1, 0, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1)\}$.