

NAIL062 V&P Logika: První domácí úkol

Termín odevzdání: 20. 11. v 10:40.

Celkem 10 bodů. Řešení odevzdejte v papírové podobě na cvičení nebo, pokud nebudete moci přijít, emailem před začátkem cvičení. Řešení musí být rozumně čitelné, a v případě odevzdání emailem musí mít bílé pozadí. Je zakázáno o úkolech až do termínu odevzdání jakýmkoliv způsobem komunikovat s kýmkoliv kromě mne. Řešení musí být 100% vaší vlastní prací, a je vaší povinností zajistit, že nikdo nebude mít přístup k vašemu řešení.

Poznámka: Používáte-li tablo metodu, musí řešení obsahovat tablo korektně sestrojené přesně podle definice: nedělejte žádné zkratky, nevynechávejte vrcholy nad rámec konvence z přednášky, apod. Podobně, používáte-li rezoluční metodu, musí řešení obsahovat korektní rezoluční strom. (Rezoluční důkaz zapisovat nemusíte.)

Příklad 1 (4 body). Adam, Barbora a Cyril jsou vyslýcháni, při jejich výsledku bylo zjištěno následující:

- *Alespoň jeden z vyslýchanych říká pravdu a alespoň jeden lže.*
- *Adam říká: “Barbora nebo Cyril lžou.”*
- *Barbora říká: “Cyril lže.”*
- *Cyril říká: “Adam nebo Barbora lžou.”*

- (a) Vyjádřete naše znalosti jako výroky φ_1 až φ_4 nad množinou prvovýroků $\mathbb{P} = \{a, b, c\}$, přičemž a, b, c znamená (po řadě), že “Adam/Barbora/Cyril říká pravdu”.
- (b) Najděte všechny modely teorie $T = \{\varphi_1, \dots, \varphi_4\}$.
- (c) Dokažte tablo metodou, že z teorie T plyne, že: *Adam říká pravdu.*
- (d) Dokažte totéž rezoluční metodou.

Příklad 2 (2 body). Uvažme následující výroky φ a ψ nad $\mathbb{P} = \{p, q, r, s\}$:

$$\varphi = (\neg p \vee q) \rightarrow (p \wedge r)$$

$$\psi = s \rightarrow q$$

- (a) Určete počet (až na ekvivalenci) výroků χ nad \mathbb{P} takových, že $\varphi \wedge \psi \models \chi$.
- (b) Určete počet (až na ekvivalenci) úplných teorií T nad \mathbb{P} takových, že $T \models \varphi \wedge \psi$.
- (c) Najděte nějakou axiomatizaci pro každou (až na ekvivalenci) kompletní teorii T nad \mathbb{P} takovou, že $T \models \varphi \wedge \psi$.

Příklad 3 (2 body). Pomocí algoritmu implikačního grafu najděte všechny modely následující teorie:

$$T = \{p, \neg q \rightarrow \neg r, \neg q \rightarrow \neg s, r \rightarrow p, \neg s \rightarrow \neg p\}$$

Příklad 4 (1 bod). Pomocí algoritmu jednotkové propagace najděte všechny modely následující teorie:

$$\begin{aligned} &(\neg a \vee \neg b \vee c \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee c) \wedge d \wedge (\neg a \vee \neg c \vee e) \wedge \\ &(\neg c \vee \neg d) \wedge (\neg a \vee \neg d \vee \neg e) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg e) \end{aligned}$$

Příklad 5 (1 bod). Převedte následující výrok do CNF a DNF:

$$((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg r) \rightarrow \neg p.$$

- (a) tabulkou (určením modelů),
- (b) ekvivalentními úpravami (pokuste se najít co nejkratší CNF a DNF ekvivalenty).