

S.MT201 Магадлалын онол математик статистик

Семинар 11. Итгэх завсар байгуулах. Параметрийн тухай таамаглал шалгах
Лекц 11-ийг ашиглан дараахь бодлого дасгалыг хийж гүйцэтгэнэ.

1. Хэвийн тархалттай эх олонлогоос n хэмжээт түүвэр авч түүврийн дундаж \bar{X} -г олов. Эх олонлогийн математик дунджийн итгэх завсрыг α итгэх түвшний хувьд байгуул.

- | | |
|---|---|
| 1. $n=12, \bar{X} = 40, \alpha = 0.05,$ | (a) дисперс нь мэдэгдэх: $\delta^2 = 3.2^2$ |
| | (b) дисперс нь үл мэдэгдэх: $\widehat{S^2} = 4.5^2$ |
| 2. $n=20, \bar{X} = 31, \alpha = 0.01,$ | (a) дисперс нь мэдэгдэх: $\delta^2 = 1402$ |
| | (b) дисперс нь үл мэдэгдэх: $\widehat{S^2} = 12.96^2$ |
| 3. $n=18, \bar{X} = 25, \alpha = 0.01,$ | (a) дисперс нь мэдэгдэх: $\delta^2 = 21.6$ |
| | (b) дисперс нь үл мэдэгдэх: $\widehat{S^2} = 26.01$ |

2. Үл хамаарах туршилтыг n удаа хийхэд A үзэгдэл m удаа явагдав. A үзэгдлийн магадлал p -ийн итгэх завсрыг γ магадлалтай байгуул.

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1. (a) $n=125$ $m=109$ $\gamma = 0.95$ | (b) $n=4$ $m=2$ $\gamma = 0.95$ |
| 2. (a) $n=182$ $m=154$ $\gamma = 0.99$ | (b) $n=3$ $m=2$ $\gamma = 0.95$ |
| 3. (a) $n=202$ $m=185$ $\gamma = 0.9$ | (b) $n=4$ $m=1$ $\gamma = 0.95$ |

3. Тодорхой маркийн автомашин 62 миль/цаг хурдтай үедээ тормозлоход ямар зайнд зогсож чадахыг 10 машин дээр туршсан үр дүн өгөгдөв (фут-ээр).

146.9 148.4 149.4 148.6 150.3 147.5 147.5 149.3 148.4 145.5

Автомашин зогсож чадах дундаж зайн 95%-ийн итгэх завсрыг байгуул.

4. Эмийн туршилтанд зориулж, 35 лабораторид хархыг ус өгөлгүй 11 цаг байлгасны дараа 1 цаг устай орчинд байлгахад тэдний ус уусан хэмжээ дараах түүврээр өгөгдөв (мл/цаг).

10.6 13.3 15.5 10.7 9.6 12.1 11.8 10.9 9.9 13.2 9.3 11.7
14.1 13.0 12.3 11.0 13.1 11.0 12.5 13.9 9.9 14.8 15.1 12.8
14.0 7.1 14.1 12.7 9.6 12.5 9.0 12.7 13.6 12.5 12.6

Хархны 1 цагт уух усны дундаж хэмжээний 99%-ийн итгэх завсрыг байгуул.

5. Газрын самарны тос тодорхой зөвшөөрөгдөх түвшний хольц агуулдаг. Тодорхой маркийн 12 лааз тосыг санамсаргүй сонгон авч тестлэхэд илэрсэн хольцын хувь дараах түүврээр өгөгдөв.

1.9 2.7 2.1 2.8 2.3 3.6 1.4 1.8 2.1 3.2 2.0 2.3

Хольцын хувийг хэвийн тархалттай болохыг үндэслэн түүврийн дисперс болон стандарт хазайлтын 99%-ийн итгэх завсрыг байгуул.

6. Системчилсэн алдаа үл гаргах багажаар конденсаторын багтаамжийг 10 удаа хэмжихэд (пк.ф) жинхэнэ хэмжээнээсээ хазайх хазайлт дараах байдлаар илрэв.

5.4 -13.0 -11 7.2 -15.6 29.2 1.4 -0.3 6.6 -9.9

Хэмжилтийн алдааг хэвийн тархалттай гэж үзээд стандарт хазайлтын 90%-ийн итгэх завсрыг байгуул.

7. Зураг авах явцад гологдолтой зургууд илэрчээ. Санамсаргүй сонгогдсон 300 зургаас 18 гологдол илрэв. Гологдолтой зургийн хувийн итгэх завсрыг $\gamma = 0.95$ үед байгуул.

8. Статистикийн үндэсний төвөөс, коллежийн оюутны 47% нь сургалтын төлбөр болон амжиргаандаа зориулж хөдөлмөр эрхэлдэг болохыг мэдээлэв. Энэ хувийг гаргахад коллежийн 450 оюутныг судалгаанд хамруулсан бол хөдөлмөр эрхэлдэг оюутны дундаж хувийн итгэх завсрыг $\gamma = 0.9$ үед байгуул.

9. Хэвийн тархалттай эх олонлогоос n хэмжээт түүвэр зохиож, түүврийн дисперс $\widehat{S^2}$ -ыг олсон гэе. Өгөгдсөн таамаглалыг шалгаж, шийдвэр гарга.

(a)
$$\begin{array}{l} H_0 : \delta^2 = \delta_0^2 \\ H_1 : \delta^2 \neq \delta_0^2 \end{array} \quad Y_{\text{үнд}}, n=32, \widehat{S^2} = 4.8^2, \delta_0^2 = 5.1, \alpha = 0.05.$$

(b)
$$\begin{array}{l} H_0 : \delta^2 = \delta_0^2 \\ H_1 : \delta^2 < \delta_0^2 \end{array} \quad Y_{\text{үнд}}, n=21, \widehat{S^2} = 3.9^2, \delta_0^2 = 4.6, \alpha = 0.1.$$

(c)
$$\begin{array}{l} H_0 : \delta^2 = \delta_0^2 \\ H_1 : \delta^2 > \delta_0^2 \end{array} \quad Y_{\text{үнд}}, n=13, \widehat{S^2} = 6.5^2, \delta_0^2 = 5.7, \alpha = 0.01.$$

10. Тампа хотын тусгай сургуулийн удирдлагууд өөрийн оюутнуудынхаа дундаж IQ-г улсын дундаж болох 100-аас их хэмээн мэдэгдэв. Сүүлийн судалгаагаар, оюутны IQ үзүүлэлт стандарт хазайлт нь 10 байх хэвийн тархалттай гэж тогтоогджээ. Уг сургуулийн 20 оюутныг таамгаар сонгон авч IQ үзүүлэлтийг шалгахад дараах үр дүн илэрсэн бол сургуулийн удирдлагуудын таамаглалыг $\alpha = 0.1$ үед шалга.

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 95 | 91 | 110 | 93 | 133 | 119 | 113 | 107 | 110 | 89 |
| 113 | 100 | 100 | 124 | 116 | 113 | 110 | 106 | 115 | 113 |

11. Диаметр ихтэй хоолойг цайраар бүрэх процесст стандартад заасан ёсоор нэг хоолойн бүрээсний масс дунджаар 200 фунт байх ёстой. Таамгаар 30 хоолой сонгон авч бүрээсний массыг хэмжихэд дараах үр дүн илэрчээ.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 216 | 202 | 208 | 208 | 212 | 202 | 193 | 208 | 206 | 206 | 206 | 213 | 204 | 204 | 204 |
| 218 | 204 | 198 | 207 | 218 | 204 | 212 | 212 | 205 | 203 | 196 | 216 | 200 | 215 | 202 |

Цайран бүрээсний дундаж масс хэвийн тархалттай бол эх олонлогийн дунджийн тухай таамаглал дэвшүүлж, шалга ($\alpha = 0.05$).

12. Саяхан шинээр барьсан хоёр урсгалт замын 957м хэсэгт түүвэрлэн судалгаа хийж, өрмөөр цооног тавин замын шороон болон асфальтан хучаасан зузааныг хэмжсэн үр дүн өгөв (метрээр).

| | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.6 | 1.1 | 0.8 | 0.6 | 0.4 | 0.8 | 0.8 | 0.7 | 0.8 | 0.5 | 0.4 | 0.6 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

Судалгааны зорилго нь замын зузааны дисперс 0.05м-ээс хэр ялгаатай байгааг тогтооход оршино. Дисперсийн тухай таамаглалыг 95%-ийн итгэх магадлалын хувьд шалга.

13. Сүүлийн 6 сарын байдлаар шүдний эмчийн өдөрт үзсэн өвчтөний тооны дисперс 10 байв. Энэ хугацааны 9 өдрийг таамгаар сонгон авахад үзүүлсэн өвчтөний тоо дараах түүврээр илрэв.

| | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 22 | 25 | 20 | 18 | 15 | 22 | 24 | 19 | 26 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

Өдөрт үзүүлэх өвчтөний тоо хэвийн тархалттай бол өдөрт үзүүлэх өвчтөний тооны дисперс 10 гэсэн таамаглалыг 90%-ийн итгэх магадлалын хувьд шалга.

14. Шинэ төрлийн метал хэрчигч ашиглах нь детал боловсруулах хугацааг хэмнэнэ гэсэн таамаглал дэвшүүлжээ. Детал боловсруулах хугацаа аль ч хэрчигчийн хувьд хэвийн тархалттай бөгөөд шинэ ба хуучин хэрчигч тус бүр дээр 10 удаа хугацааг хэмжихэд (минут) дараах үр дүн илрэв.

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| хуучин хэрчигчээр: | 58 | 58 | 56 | 38 | 70 | 38 | 42 | 75 | 68 | 67 |
| шинэ хэрчигчээр: | 57 | 55 | 63 | 24 | 67 | 43 | 33 | 68 | 56 | 54 |

Детал боловсруулах дундаж хугацаа тэнцүү байх тухай таамаглалыг $\alpha = 0.05$ итгнх түвшний хувьд шалга.

15. Аргентин улсын Кордова хот агаарын бохирдлоо оношлохын тулд бохирдлын судалгааны мужаа замын хөдөлгөөний түвшнээр нь ангилан тогтоожээ. Замын хөдөлгөөний хоёр өөр түвшинд бохирдлыг хэмжиж түүвэр үүсгэв.

2 түвшний замд 3.17 3.10 0.73 1.80 3.03 3.06

3 түвшний замд 1.20 3.17 2.87 2.10 2.13 2.60

Энэ хоср өөр мужид агаарын бохирдлын дисперс ижил байгаа эсэх тухай таамаглалыг $\alpha = 0.01$ итгэх түвшний хувьд шалга.

16. Хагас дамжуулагчийн үйлдвэрлэлд ялтаснаас цахиурыг ангижруулахад химийн хоороор идүүлэх процесс байнга ашиглагдана. Энэ процесст химийн хороор идүүлэх хурц чухал үзүүлэлт болох бөгөөд хэвийн тархалтанд захирагдана. Хороор идүүлэх хугацааг 2 өөр аргаар, 10 ялтас тус бүрт туршиж түүвэр үүсгэв.

1 аргын үр дүн 9.9 10.6 9.4 10.3 9.3 10.0 9.6 10.3 10.2 10.1

2 аргын үр дүн 10.2 10.0 10.6 10.2 10.7 10.7 10.4 10.4 10.5 10.3

Хоёр өөр аргын хувьд $H_0 : \delta_1^2 = \delta_2^2$ $H_1 : \delta_1^2 \neq \delta_2^2$, $\alpha = 0.02$ таамаглалыг шалга.

17. Эдийн засгийн дээд сургуулийн уралдаант шалгалтаар банксанхүүгийн мэргэжилд 900 элсэгч, нябо бүртгэлийн мэргэжилд 500 элсэгч шалгалт өгчээ. Тэдгээрийн харгалзан 500, 408 нь амжилттай дүн үзүүлсэн судалгаа гарсан. Энэ 2 мэргэжлээр элсэгчдийн мэдлэгийн түвшинд ялгаа байгаа эсэхийг $\alpha = 0.05$ итгэх түвшний хувьд дараах тохиолдол бүрд шалга.

а.) Өрсөлдөгч таамаглал $H_1 : p_1 \neq p_2$ үед

б.) Өрсөлдөгч таамаглал $H_1 : p_1 > p_2$ үед