



Bar Ilan University

אוניברסיטת בר אילן

Department of Mathematics

המחלקה למתמטיקה

848862401 |
סטטיסטיקה וניתוח נתונים

שם המרצה: ד"ר עינת מליק גדות
סמסטר א', שנה"ל תשפ"ד 2024

מגיש: דור גאון
ת.ז: XXXXXXXXXX
תאריך הגשה: 18/05/2024

אילו משתנים משפיעים על השכר וכיצד?

בסט הנתונים המתקבל מקובץ "online foods" ישנם 12 משתנים, מבניהם ארצה לחקור את המשתנה "Monthly Income" המגדיר את דרגות השכר של המשתתפים בתצפית. המשתנה בעל 5 אופציות אפשריות במדגם המציגים טווח שכר של המשתתפים, לצורך ניתוח אגדיר את חמשת המשתנים הנמצאים כטווח למספר בעל ערך בודד-

שם המשתנה בקובץ הנתונים	הגדרת המשתנה לנתון מספרי בודד
No Income	0
Below Rs.10000	10000
25000 to 10001	17500
50000 to 25001	37500
More than 50000	50000

באמצעות המשתנה, ארצה לבחון אילו משתנים משפיעים על ההכנסה וכיצד זה בא לידי ביטוי- חיובי שלילי או נטרלי ביחס למשתני הבקרה, האם אוכל למצוא דפוס שכר לפי פרמטרים או שמדבור בנתון אקראי לחלוטין שלא נוכל להסביר באמצעות שאר המשתנים. אתייחס בעיקר ליחס הנישואים על השכר, כבחינת מחקרו של פרופ' Robert I. Lerman

How Do Marital Status, Wage Rates, and Work Commitment Interact?

נכתב כי :

" We find that marriage increases men's earnings by about 20 percent ... These findings suggest that both marriage enhancing and earnings-enhancing policies can set off a virtuous circle, in which marriage and earnings reinforce each other over time."

ב: בכדי לענות על שאלת המחקר אשתמש ב3 משתני בקרה שתפקידם לבחון שוני בהכנסה, לצורך כך בחרתי 3 משתנים שלדעתי יהיו בעלי השפעה רבה על השכר בהתאם ל-

- **Marital Status** הנועד ליצור הבדלה בין הסטטוס הזוגי של המשתתפים, המשתנה בעל שלושה סוגי תוצאה: **Married** (נשוי), **Prefer not to say** (לא ידוע), **Single** (רווק). בעזרת המשתנה הזה נוכל לדעת כיצד מצב משפחתי של נבדק משפיע על השכר, האם נישואים מעלים את השכר או שלמעשה גורמים לירידה?
- **Occupation** משתנה המציג את הסטטוס התעסוקתי של המשתתפים, המשתנה בעל ארבעה סוגי תוצאה: **Employee** (שכיר), **Housewife** (עקרת בית), **Student** (סטודנט), **Self Employed** (עצמאי). בעזרת נתון עיסוק המשתתף נוכל לפלח את שכר המשתתפים בהתאם למצב התעסוקתי שלהם, אתמקד ב2 קבוצות ספציפיות- עצמאים מול שכירים מאחר וידוע כי שכר סטודנט מוגבל, וסטטוס עקר בית מלווה לרוב בחוסר הכנסה.
- **Age** הנועד לפלח את המשתתפים לפי הגילאים שלהם בתור משתנה רציף, בעזרת המשתנה גיל נוכל לבחון האם גיל גדול יותר גורם לשיפור בשכר- בהתאם לניסיון גבוה יותר, או שלמעשה אין קשר בין הגיל לשכר והוא לא בהכרח משפיע

2) סטטיסטיקה תיאורית- א: סטטיסטיקה תיאורית של משתנה התוצאה ושל כלל המשתנים

נעבד את הנתונים הגולמיים המתקבלים מהקובץ "**online foods**" כדי לבחון סטטיסטיקה תיאורית, ראשית אנו רואים כי בקובץ ישנם 12 משתנים ו-388 תצפיות, הגיל הממוצע בקרב המשתתפים הינו 24.6 כאשר טווח הגילאים נע בין 18 (מינימום) ל-33 (מקסימום), עם סטיית תקן של 3. בנוסף, ניתן לראות כי מבין הנבדקים, השכר הממוצע (לאחר התקנון בסעיף 1) עומד על \$17,322.47 כאשר אנו בוחנים את מצב המשפחתי של המשתתפים אני מגלים כי:

המציג לנו את העבודה כי שמשתתפים נשואים בממוצע מרוויחים \$34,884 והם בעלי השכר הגבוה ביותר במדגם, עוד ניתן לראות פער משמעותי בין הרווקים לנשואים, הפער עומד על הפרש של פי 3.6 לטובת הנשואים.

Monthly Income	
Marital Status	
Married	34884.259259
Prefer not to say	30625.000000
Single	9664.179104

כאשר אנו בוחנים את השכר לפי קבוצות גיל:



מגרף זה ניתן להבחין בקו רגרסיה עולה בהתאם לגיל, מה שמעיד לנו על שכר גדל ככל שגיל המשתתף בתצפית גבוה, נתון זה מאמת את ההשערה כי גיל משפיע באופן חיובי על השכר. מכך ניתן לטעון כי ככל שאדם צובר יותר ניסיון הוא מתוגמל בשכר גבוה יותר, וכי השכר הממוצע מתקבל בסביבות גיל 24.

$$Y = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \epsilon$$

כאשר:

$$Y = \text{שכר חודשי}$$

$$\beta_1 = \text{מצב משפחתי} = 4375.051$$

$$\beta_2 = \text{מצב תעסוקתי} = \text{שואף } 0$$

$$\beta_3 = \text{גיל} = 1329.019$$

$$\epsilon = \text{שגיאות}$$

$$Y = 4375.051 * X_1 + 0 * X_2 + 1329.019 * X_3 + \epsilon$$

בהתאם לתוצאות שקבלנו ניתן להסיק כי הערך המשמעותי ביותר לשכר הוא המצב המשפחתי של הנדגם כאשר נמצא כי מצבו המשפחתי של הנבדק נשוי ישנה עליה ניכרת בשכר לעומת רווק, אחריו גיל עם ערך נמוך יותר אך עדיין בעל השפעה חיובית שתואם את ההשערה כי גיל ואיתו ניסיון עוזרים לשפר את שכר העובד, יתכן ואם במדגם היו גילאים גדולים מ-33 היינו רואים פערים גדולים יותר בהתאם. ניתן גם לראות כי השפעת המצב התעסוקתי באופן מפתיע כלל לא משפיעה על המודל, עם השפעה השואפת לאפס. מהפלט שקיבלנו ניתן לראות R^2 גבוה מאוד העומד על 73.4%, דבר שמצביע לנו על קשר בין המשתנים לשכר אותו בדקנו, בנוסף ניתן לראות שכלל המשתנים מובהקים <0.05 .

ב- המודל המצומצם

במודל המצומצם שערכנו ניתן לראות את השפעת הגיל על ההכנסה:

$$Y = 3756.212 * X_3$$

כאן אנו מוצאים השפעה גדולה יותר מאשר במודל המלא, מכך ניתן להסיק כי לגיל יש השפעה רבה על ההכנסה אך ביחס למצב המשפחתי ההשפעה פוחתת, נתון זה תואם למחקרם של-

"The Marriage Premium in the Michael Debowy, Gil S. Epstein, and Avi Weiss Israeli Labor Market" אשר מציג כיצד נישואים בעלי השפעה רבה על שכר העובדים, ושניתן לראות הפרש בין הנשואים לעמיתם הרווקים.

כאשר אנו משווים בין המודלים אנו רואים כי במודל המלא R^2 מקבל 73.4% המעיד על קשר חזק בין המשתנים לתוצאה, לעומת המודל המצומצם המציג R^2 השווה ל-31.9%, פחות ממחצית ממה שקבלנו במודל המלא.

בנוסף נוכל לראות כי גם כאן המשתנים מובהקים <0.05 .

תוספת משתני הבקרה תרמו לנו לאמוד תוספת שכר של משתתף במדגם, על ידי כך שאימות מצבים אישיים יכולים להעיד לנו על תוספת בשכר- מצב משפחתי וגיל, אנחנו לא יכולים לומר זאת על המשתנה תעסוקה מאחר והתוספת שלו למודל אפסית ולכן היא לא יכולה להעיד לנו על תוספת לשכר. יתכן ואם היינו מוסיפים עוד משתנים למודל היינו יכולים לקבוע בצורה יותר ברורה מהם המשתנים העיקריים המשפיעים על השכר, אך בהתאם למה שבדקנו נוכל לקבוע באופן חד משמעי שמצב משפחתי וגיל מקבלים ערך משמעותי לחיזוי השכר.

המודל המלא:

```

=====
OLS Regression Results
=====
Dep. Variable:      Monthly Income      R-squared:      0.734
Model:              OLS                  Adj. R-squared:  0.732
Method:              Least Squares       F-statistic:     353.9
Date:                Sat, 18 May 2024    Prob (F-statistic): 3.78e-110
Time:                14:51:40            Log-Likelihood:  -4131.5
No. Observations:    388                 AIC:             8271.
Df Residuals:        384                 BIC:             8287.
Df Model:             3
Covariance Type:     nonrobust
=====
                    coef      std err          t      P>|t|      [0.025      0.975]
-----
const             -5.714e+04    4511.643     -12.666     0.000     -6.6e+04    -4.83e+04
Marital Status    4375.0510    1243.288      3.519     0.000     1930.547    6819.555
Occupation        2.555e+04    1087.134     23.505     0.000     2.34e+04    2.77e+04
Age               1329.0195     218.037      6.095     0.000      900.323    1757.716
=====
Omnibus:           47.419      Durbin-Watson:    2.015
Prob(Omnibus):     0.000      Jarque-Bera (JB): 130.533
Skew:              0.571      Prob(JB):         4.52e-29
Kurtosis:          5.602      Cond. No.         217.
=====

```

סטטיסטיקה תיאורית:

	Age	Monthly Income
count	388.000000	388.000000
mean	24.628866	17332.474227
std	2.975593	19802.096490
min	18.000000	0.000000
25%	23.000000	0.000000
50%	24.000000	10000.000000
75%	26.000000	37500.000000
max	33.000000	50000.000000

Chi-square statistic: 55.917538967818274
p-value: 2.927091109293357e-09
Degrees of freedom: 8
Average Monthly Income is: 17332.47
Amount of observations, variables is : (388, 12)

המודל המצומצם:

=====						
Dep. Variable:	Monthly Income	R-squared:	0.319			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.317			
Method:	Least Squares	F-statistic:	180.5			
Date:	Sat, 18 May 2024	Prob (F-statistic):	5.05e-34			
Time:	14:17:45	Log-Likelihood:	-4314.3			
No. Observations:	388	AIC:	8633.			
Df Residuals:	386	BIC:	8641.			
Df Model:	1					
Covariance Type:	nonrobust					
=====						
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]

const	-7.518e+04	6936.383	-10.838	0.000	-8.88e+04	-6.15e+04
Age	3756.2128	279.608	13.434	0.000	3206.467	4305.959
=====						
Omnibus:		4.693	Durbin-Watson:			2.052
Prob(Omnibus):		0.096	Jarque-Bera (JB):			4.614
Skew:		0.267	Prob(JB):			0.0996
Kurtosis:		3.019	Cond. No.			207.
=====						

חלק ב- ניתוח פלטים (1)

א- הנחות המודל: מניחים כי המודל מתפלג נורמלית עם תוחלת אפס, בעל שונות קבוע ואי תלות.

ב- השערות המחקר:

$H0: u_1 = u_2 = u_3$ אין הבדל בין משקלי התוחלת בקבוצות

$H1$: אחרת יש הבדל בין משקלי התוחלת בקבוצה

ג-

קבוצה	כמות
1 (בחורות)	13
2 (ילדות)	30
3 (מבוגרות)	18

ד-

קבוצה	ממוצע	סטיית תקן
1 (בחורות)	53.538	2.025
2 (ילדות)	13.8	2.441
3 (מבוגרות)	55.333	3.067

ה- Variances of Homogeneity of Test הוא מבחן אשר בודק את ההומוגניות של שונות. באמצעותו ניתן לקבוע האם שונות של קבוצות במדגם הם הומוגניות בהתאם לרמת המובהקות, ההומוגניות של שונות מוודאת האם ההתפלגות בכל קבוצה שוות או ניתנו להשוואה, האם יש קשר בין הקבוצות השונות.

ו- הבדל בין ממוצעי הקבוצות:

ניתן לראות כי הסיגמה בטבלת ANOVA היא 0.000 ולכן ניתן לקבוע כי יש הבדל בין הקבוצות, כאשר הערך קטן מ-0.05 או יודעים שקיים הבדל.

ז- η^2

כדי לחשב נשתמש בטבלת ANOVA:

נחשב את היחס של Sum of Squares מבין Between Groups לעומת סה"כ- Total
 $25379.182/25761.213 = 0.985$

מדובר בחישוב הבודק את פרופורציות שינוי המוסבר במשתנים במודל, ככל שמתקבלת תוצאה הקרוב יותר ל-1 הקשר בין המשתנים חזק יותר (כי המשתנה בעל משקל גדול יותר), במקרה שלנו נמצא כי מעל ל-98% מסך המדגם שייך לקבוצה אותה בדקנו.

ח- מבחן "Test Hoc Post" עוזר לנו להבין את ההבדלים וההשלכות בין הקבוצות שאותם אנו בודקים, באמצעות המבחן אנחנו יכולים להעריך האם ברמת מובהקות מוגדרת נמצא הבדלים בין המשתנים, במקרה שלנו 0.05 שעוזר לנו לזהות כי לפי ערכי הקבוצות, קבוצה 2 (ילדות) שונה מקבוצות 1 ו-3 בהתאם לערך הסיגמה.

חלק ב- ניתוח פלטים (2)

א- הנחות המודל: מניחים כי המודל מתפלג נורמלית עם תוחלת אפס, בעל שונות קבוע ואי תלות.

ב- השערות המחקר:

$H_0: u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = u_5$ אין הבדל בין זמני המשלוח

H_1 : אחרת יש הבדל בין זמני המשלוח

ג-

סניף	כמות
1	5
2	5
3	4
4	3
5	5

ד-

סניף	ממוצע	סטיית תקן
1	606.400	206.139
2	240.400	32.292
3	385.000	104.527
4	850.333	8.144
5	632.800	231.598

ה- האם יש הבדל בין הקבוצות? כן.

ניתן לראות זאת לפי טבלת ANOVA כאשר sign המתקבל הינו 0.00 אשר קטן מ0.05, לכן אנחנו יודעים שיש הבדל בין קבוצה אחת לפחות מבין כולם.

ו- η^2

כדי לחשב נשתמש בטבלת ANOVA:

נחשב את היחס של Sum of Squares מבין Between Groups לעומת סה"כ- Total

$$0.679 = 891975.997 / 1313581.864$$

מדובר בחישוב הבודק את פרופורציות שינוי המוסבר במשתנים במודל, ככל שמתקבלת תוצאה הקרוב יותר ל1 הקשר בין המשתנים חזק יותר (כי המשתנה בעל משקל גדול יותר), במקרה שלנו נמצא כי קרוב ל68% מסך המדגם שייך לקבוצה אותה בדקנו.

ז- מבחן "Test Hoc Post" בעזרת מבחן LSD או רואים כי:

סניף	שונה מ
1	2
2	1,4,5
3	4,5
4	1,2,3
5	2,3

בעזרת מבחן Tukey HSD

סניף	שונה מ
1	2
2	1,4,5
3	4
4	2,3
5	2

ח- מבחן טוקי:

מדובר במבחן POST HOC לצורך השוואה בין הקבוצות שאנו בודקים באמצעות הממוצעים, מדובר בניתוח שונות הדומה למבחן כמו LSD אך עם תוצאה שונה. התוצאה השונה מתקבלת על ידי שינוי ההשוואות בין הקבוצות, בכדי שרמת המובהקות שלהם תהיה בערך מוגדר, כמו במקרה שלנו 0.05 שעזר לנו בסעיף הקודם. מבחן טוקי ביחס לLSD הוא בטוח יותר והסיכוי לטעות קטן.

חלק ג- מבחנים אפרמטריים

(1) יעילותו של מלטונין כטיפול לבעיית שינה :

בשביל לחשב את יעילות מלטונין כטיפול לבעיות שנה נעזר במבחן וילקוקסון- מבחן שמטרתו השוואה בין שתי קבוצות על סמך מדגמים בלתי תלויים, המשתנה התלוי הינו כמותי שלא מתפלג נורמלית וכאשר מדובר במדגם קטן הפחות מ30 תצפיות.

נגדיר :

0H : תרופת הפלסיבו שווה לתרופת המלטונין, לא נמצא יעילות למלטונין

1H : תרופת הפלסיבו שונה מהמלטונין, נמצאה יעילות למלטונין

דירוג	הפרש (בערך מוחלט)	Melatonin	Placebo	נבדק
5	2	4	2	1
-	0	3	3	2
5	2	7	5	3
5	2	4	2	4
2	1	5	4	5
7	3	9	6	6
2	1	6	7	7
8.5	6	9	3	8
2	1	7	8	9
8.5	6	7	1	10

סה"כ דירוג : 45

מספר תצפיות בדירוג : n=9

סכום הדירוגים החיוביים : 41

סכום הדירוגים השלילים : Ts=4 (הקטן מבין השניים)

הערך הקריטי המתקבל בטבלת וילקוקסון בהתאם לנתונים הוא 8, הערך שקבלנו 4 קטן יותר

ולכן נדחה את השערה האפס, נמצאה יעילות בשימוש מלטונין. $T_s \leq T_{\text{קריטי}}$

2) האם יש הבדל בין גברים ונשים בכמות הטסטים עד קבלת רישיון :

בשביל לבדוק האם קיים הבדל בין כמות הטסטים בין גברים ונשים עד קבלת הרישיון נבצע בדיקה באמצעות מבחן מו-ויטני מאחר וגדלי המדגם בין הקבוצות אינם שווים, רמת מובהקות 0.05 ונבדוק מבחן חד צדדי כדי למצוא הבדל בין ההתפלגויות

נגדיר :

H_0 = אין הבדל בין גברים ונשים

H_1 = יש הבדל בין גברים ונשים

גברים	דרוג
3	7.5
2	4.5
4	9.5
1	1.5
3	7.5
5	12
6	14.5
2	4.5
נשים	-
2	4.5
4	9.5
5	12
6	14.5
2	4.5
5	12
1	1.5

סכום הדירוגים גברים : $1R=61.5$

סכום הדירוגים נשים : $2R=58.5$

נחשב את : $U_i = R_i - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$

$$U_1 = 61.5 - \frac{8(8+1)}{2} = 25.5 \quad U_2 = 58.5 - \frac{7(7+1)}{2} = 30.5$$

ערך סטטיסטי : $25.5 = U_s = \min\{U_1, U_2\}$

לפי טבלת מן-ויטני :

n ₂	α	n ₁																			
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
3	.05	--	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8		
	.01	--	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3		
4	.05	--	0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14		
	.01	--	--	0	0	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8		
5	.05	0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20		
	.01	--	--	0	1	1	2	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13		
6	.05	1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27		
	.01	--	0	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	15	16	17	18		
7	.05	1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34		
	.01	--	0	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22	24		
8	.05	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41		
	.01	--	1	2	4	6	7	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	28	30		

מתקבל הערך הקריטי 10.

$U_s < \alpha$, קריטי

ולכן לא נוכל לדחות את השערת האפס, נגיע למסקנה שאין הבדל בכמות הטסטים בין המינים.

3) האם קיים הבדל בין שני המועמדים בעימות הרדיופוני, במספר הקולות שסחפו לטובתם?
 מאחר והמשתנים שלנו הם משתנים נומינליים המקבלים 2 ערכים בלבד 2×2 נשתמש במבחן
 מקנמר:
 נגדיר:

H_0 = העימות לא שינה את דעת המצביעים

H_1 = העימות שינה את דעת המצביעים

מאחר ו $C+B > 20$ יש להשתמש במבחן טיב ההתאמה ובהתפלגות χ^2 עם דרגת חופש 1

$$\chi_s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{\left(b - \frac{b+c}{2}\right)^2}{\frac{b+c}{2}} + \frac{\left(c - \frac{b+c}{2}\right)^2}{\frac{b+c}{2}} = \dots = \frac{(b-c)^2}{b+c}$$

$$\chi_s^2 = \frac{(18-23)^2}{18+23} = 0.609 \text{ במקרה שלנו: הערך הסטטיסטי}$$

$$\chi_{(1,5\%)}^2 = 3.84 \text{ נחשב את הערך הקריטי:}$$

$$\chi_{(1,5\%)}^2 > \chi_s^2 \text{ קריטי < סטטיסטי:}$$

לכן לא נוכל לדחות את השערת האפס, העימות לא שינה את דעת המצביעים ברמת מובהקות 5%.

1) *How Do Marital Status, Wage Rates, and Work Commitment Interact?*

Robert I. Lerman / Urban Institute

<https://docs.iza.org/dp1688.pdf>

2) *Michael Debowy, Gil S. Epstein, and Avi Weiss "The Marriage Premium in the Israeli Labor Market"*

<https://www.taubcenter.org.il/wp-content/uploads/2022/12/Marriage-Premium-ENG-2022.pdf>

3) *Dr. Aviel Einat*

<https://lemida.biu.ac.il/>

4) *Wikipedia*

[https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%A8%D7%92%D7%A8%D7%A1%D7%99%D7%94_\(%D7%90%D7%A0%D7%9C%D7%99%D7%96%D7%94\)](https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%A8%D7%92%D7%A8%D7%A1%D7%99%D7%94_(%D7%90%D7%A0%D7%9C%D7%99%D7%96%D7%94))

5) *Alexandar osipov*

<https://u.math.biu.ac.il/~osipova/index.html>