אפקט הול במוליך למחצה עשוי גרמניום - מציאת סוג תכונות נושאי המטען, מגנטורסיסטנס ופער האנרגיה בין פס ההולכה לפס הערכיות

שם: נתיב מאור | ת"ז: 319002911 | דוא"ל: nativ.maor@campus.technion.ac.il

שם: דור חי שחם | ת"ז: 318258555 | דוא"ל: dor-hay.sha@campus.technion.ac.il

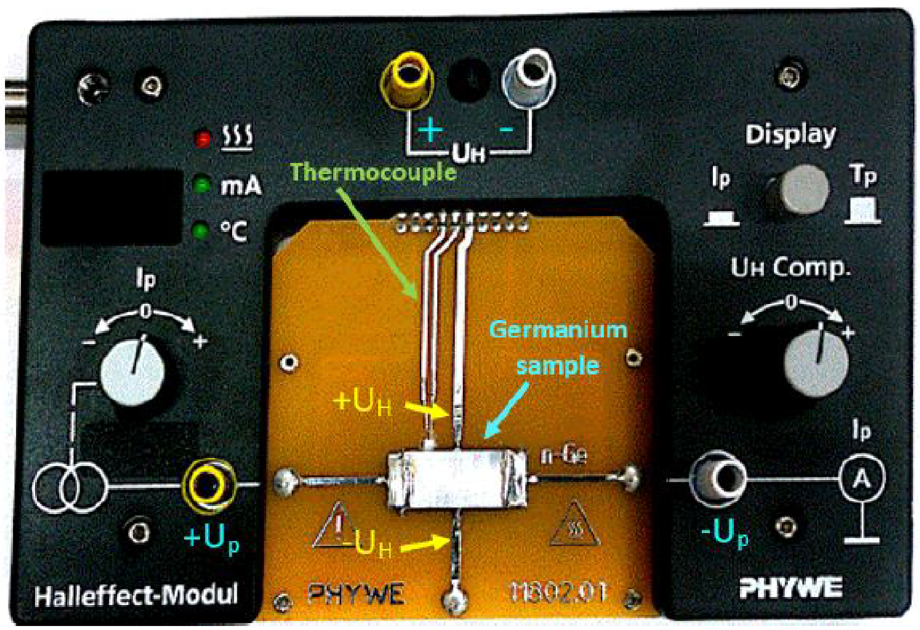
May 13, 2023

תקציר

בניסוי זה נחקרה התופעה של אפקט הול במוליך למחצה העשוי מדגם גרמניום (Ge). הניסוי בוצע במספר שלבים שבכל אחד מהם חובר המוליך למחצה למעגל חשמלי בתנאים משתנים (כגון זרם משתנה העובר דרך המוליך, שדה מגנטי הניצב לדוגמית וטמפרטורה) נמדדו תכונות המעגל כתלות בתנאים אלו ומהם הוסקו תכונות המערכת. בחלק 0, כחלק מקדים על מנת למדוד את התנגדות הדגם נמדד המתח עליו כתלות בזרם. לאחר מכן, בחלק 1, הופעל שדה מגנטי קבוע ונמדד מתח הול כתלות בזרם, לפי מתח זה וכיוון השדה המגנטי נקבע סוג נושאי המטען, צפיפותם והמוביליות שלהם - ערכים שהשווינו לערכים המקובלים בספרות ונמצאו להיות "?". בחלק 2, הוסקו גדלים אלו במדידה אחרת, של מתח הול כאשר הזרם היה קבוע והשדה המגנטי הוא זה שהשתנה. בחלק 3, נמדדה התנגדות הדגם כתלות בשדה המגנטי - תלות הנקראת מגנטורסיסטנס. בדקנו האם התלות הנצפית מוסברת במידה מספקת על ידי קיום שני סוגי נושאי מטען או שלאפקט של גודל סופי של הדגם יש גם תרומה לאפקט ואם כן איזה מהתופעות היא הדומיננטית יותר. בחלקים 4 ו5 נמדדו המתחים כתלות בטמפרטורה ומתלות זו בחלק מתחום מהמדידות הוסק פער האנרגיה - הפרש האנרגיה בין פס ההולכה לפס הערכיות, ערך זה הושבה לערך המקובל בספרות.

מבוא

מערכת הניסוי בחלקיו השונים הורכבה מרכיב "מודול-אפקט הול" המכיל דגם Ge שניתן לשלוט דרכו על הזרם I_p העובר ברכיב, במתח ההול ולמדוד את המתחים, U_p המתח במעגל דרכו זורם הזרם דרך הרכיב ואת U_H. כמו כן, המרכיב מכיל צג בו ניתן לצפות בטמפרטורה של הדגם T_p או בI_p. בנוסף ישנה אפשרות לחמם את הדגם על ידי לחיצה על כפתור חימום. הרכיב מוצג בתמונה הבאה:



איור 1:חלקו הקדמי של מרכיב "מודול- אפקט הול" (איור 6 בתדריך)

בתמונה מוצג דגם ה Ge והמעגל אליו הוא מחובר עם מתגי השליטה בו ,הצג וחיבורים למדידת המתח. כפתור החימום נמצא בצד האחורי.

המודול הורכב על גבי ליבת ברזל בצורת U שעל כל זרוע בה הוצב סליל בצורה כזו כך שבעת הזרמת זרם דרך הסליל נוצר שדה מכנטי דרך הליבה ועובר דרך רכיב הGe שעל המודול.

סידור מערכת הניסוי בשלמותו, יחד עם ספק הזרם, מד המתח והמגנטומטר מוצגים בתמונה הבאה:

איור 1:תמונה של מערכת הניסוי עם מכשירי המדידה (איור 8 בתדריך)

בצד ימין ניתן לראות את הולטמטר מתחת למגנטומטר, באמצע את המודול שהורכב על הליבה המגנטית והסלילים ומימין את ספק הזרם.

אפקט הול במוליך מלבני הוא אפקט שבו בעת הזרמת זרם דרך מוליך, עקב הפעלת שדה מגנטי ניצב לכיוון הזרם, נוצר כוח על נושאי המטען הניצב לזרם ולשדה (לפי כוח לורנץ) וגורם להצטברות מטענים מנוגדים בשניים מדפנות המוליך - הצטברות המטענים על הדפנות מבוטאת בהפרש מתחים הניתן למדידה הנקרא מתח הול ומסומן בניסוי זה בU_H.

במקרה שבו יש נושא מטען יחיד עקרי, בהנתן זרם דרך הדגם $I-[A]$, עובי הדגם $d-[m]$ ושדה מגנטי $B-[T]$ קבועים הביטוי למתח הול פרופורציוני לגודל הנקרא קבוע הול $R_H-[\frac{m^3}{C}]$ על ידי הנוסחא הבאה:

$$(1)\, R_H = \frac{U_H d}{IB} = \frac{1}{nq}$$

$n-[\frac{1}{m^3}]$ היא צפיפות המטען ו$q-[C]$ הוא מטען נושאי המטען.

המוביליות של נושאי המטען $\mu-[\frac{m^2}{V\cdot sec}]$ נתונה על ידי הקשר הבא:

$$(2)\, \mu = \frac{\sigma}{nq} = \frac{|R_H|}{\rho_0}$$

כש $\sigma - [\frac{1}{\Omega \cdot m}]$ היא המוליכות ו ρ_0 היא ההתנגדות הסגולית של הדגם בהנחה של חומר איזוטרופי כשהשדה המגנטי הוא 0 ונתון על ידי

$$(3)\ \rho_0 = \frac{R_0 \cdot d \cdot W}{L}$$

כש $R_0 - [\Omega]$ היא התנגדות הדגם כשלא מופעל עליו שדה מגנטי , $W - [m]$ רוחב הדגם ו$L - [m]$ הוא אורכו. במערכת שלנו $d = 1[mm],\ L = 16[mm]\,W = 10[mm]$.

בחלקים 1 ו2 של הניסוי השתמשנו בהתאמה של המדידות לנוסחאות אלה כדי למצוא את המוביליות של נושאי המטען בהנחה שיש נושא מטען יחיד עיקרי.

בחלק 3, אנו מודדים את U_p כתלות בשדה המגנטי ובודקים האם ישנה התאמה להיותה של הרכיבים האלכסוניים של טנזור ההתנגדות הסגולית תלויה ריבועית בשדה המגנטי ושהרכיבים הלא אלכסוניים תלויים לינארית לפי

$$(4)\ \rho_{xx} = \frac{1}{e(\mu_e n + \mu_h p)} + B^2 \frac{\mu_e n \mu_h p (\mu_e + \mu_h)^2}{e \cdot (\mu_e n + \mu_p p)^3}\ \rho_{yx} = -\rho_{xy} = B \cdot \frac{\mu_h^2 p - \mu_e^2 n}{e \cdot (\mu_e n + \mu_p p)^2} = B \cdot R_H$$

כש $\mu_{e,p} - [\frac{m^2}{V \cdot sec}]$ הן המוביליות של האלקטרונים (e) או החורים (p), $p - [\frac{1}{m^3}]$ צפיפות החורים ו $e - [C]$ הוא גודל מטען נושאי המטען שבמקרה שלנו הוא כמטען האלקטרון. בנוסף R_H מוגדר בנוסחא זו ברכיב ρ_{yx} עבור יותר מנושא מטען אחד (שונה מההגדרה הקודמת).

קיימת תלות נוספת של שינוי ההתנגדות של הדגם כתלות בשדה המגנטי עקב אפקט גיאומטרי הנתון לפי

$$(5)\ R(B) - R(0) = \frac{4\rho_{xx}}{\pi d} \frac{\Theta^2}{(\frac{\pi}{2})^2 - \Theta^2} = \frac{4}{\pi d} \frac{\rho_{xx} \rho_{xy}^2}{(\frac{\pi}{2})^2 - \rho_{xy}^2}$$

וחלק 3 אנו מודדים איזה מן ההשפעות נצפית בצורה משמעותית יותר בתוצאות הניסוי שלנו.

במוליכים למחצה כמו דגם הGe איתו עבדו קיים קשר בין טמפרטורת הרכיב להתנגדות שלו - קשר זה נבדק בחלקים 4 ו5 כשהציפיה מהתיאוריה היא שיתקיים

$$(6)\ \sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

כש $\sigma - [\frac{sec^3 A^2}{kg\cdot m^3}]$ היא המוליכות הסגולית, $k_B = 1.38\cdot 10^{-23}[\frac{J}{K}]$ קבוע בולצמן, $E_g - [J]$ פער האנרגיה ו$T - [K]$ טמפרטורת הדגם.

תוצאות הניסוי

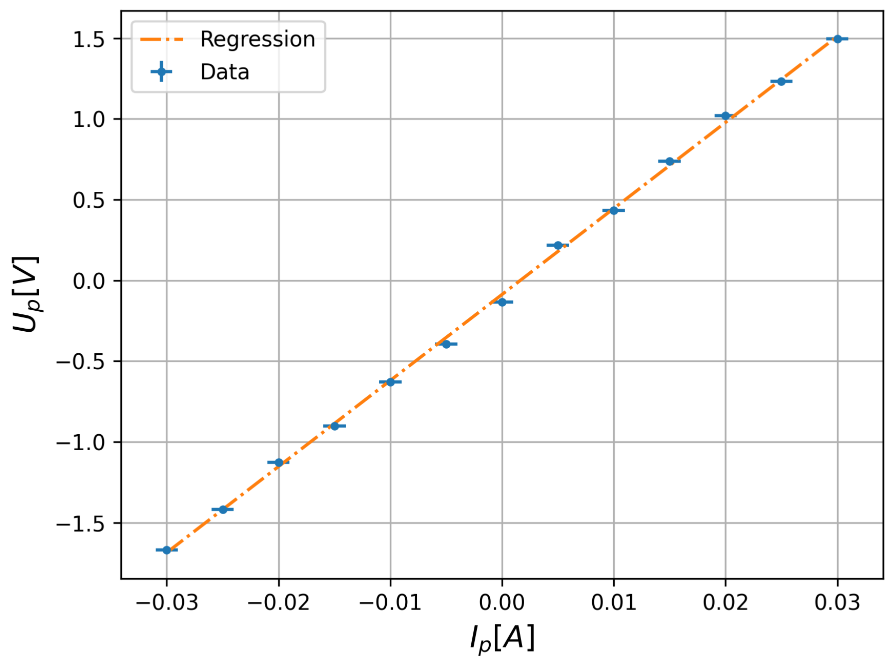
__לבדוק כתיבת שגיאות__.

חיברנו את המערכת כפי שמצוין בסרטוט (?).

<u>חלק 0: מדידה של המתח U_p כפונקציה של הזרם I_p</u>

הסרנט את החלק המודד את השדה המגנטי וחיברנו את המולטימטר במקביל למתח U_p. ביצענו דגימות של מתח זה עבור זרמים I_p בין בתחום $\pm 30mA$.

התקבלו התוצאות הבאות:



גרף 1: מתח הדגימה (U_p) כפונקציה של הזרם I_p

ציר הx מייצג את הזרם I_p בA וציר הy את המתח U_p בV. הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים.

ניתן לשים לב שמבחינה איכותית הגרף לינארי בקירוב טוב כפי שהיינו מצפים מחוק אוהם. לגרף בוצעה רגרסיה לינארית והתקבלה הפונקציה הבאה

$$y = (53.3 \pm 0.9)\, x + (-0.09 \pm 0.02)$$

עם התאמה של $R^2 = 0.9992$.

על פי חוק אוהם חילצנו את ההתנגדות

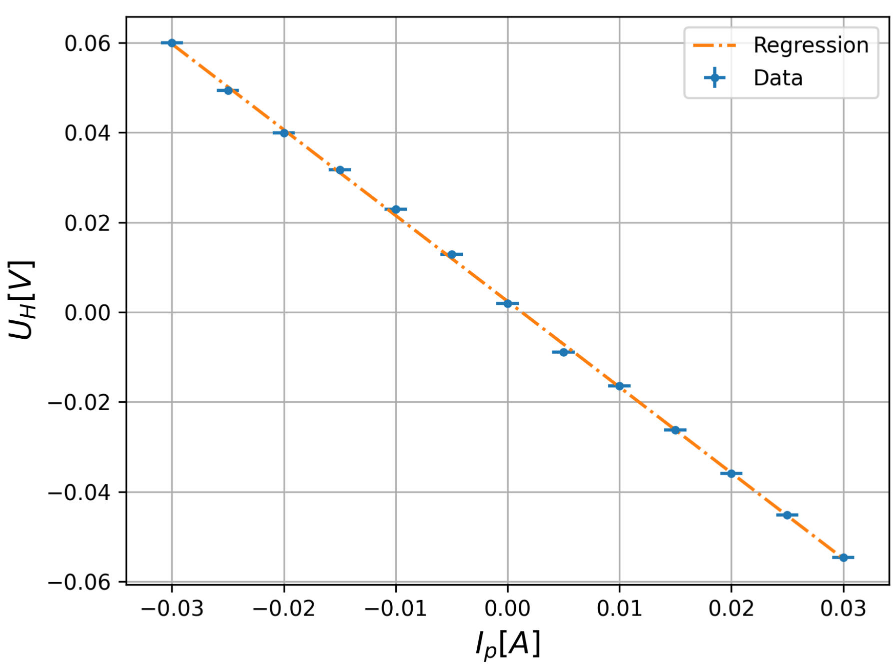
$$R_0 = 53.3 \pm 0.9\Omega$$

חלק 1: מדידה של המתח הול U_H כפונקציה של הזרם I_p

כעת חיברנו את המולטימטר למדוד את מתח הול U_H. כיילנו את הטסלמטר להציג שדה מגנטי אפסי כאשר המדיד רחוק מהמערכת ולאחר מכן הצבנו אותו במערכת כפי שמוצג בסרטוט.

הפעלנו מתח וזרם על הסלילים המגנטים כך שיווצר שדה מגנטי בעוצמה $251 \pm 1mT$. בשלב זה כיילנו את המערכת קח שהמתח U_H הנמדד במולטימטר יהיה יתאפס כאשר אין זרם I_p.

לאחר הכיול מדדנו את מתח הול כפונקציה של הזרם עבור זרמים $\pm 30mA$ התקבלו התוצאות הבאות:



גרף 2: מתח הול (U_H) כפונקציה של הזרם I_p

ציר הx מייצג את הזרם I_p בA וציר הy את המתח U_H בV. הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים.

ניתן לראות כי באופן איכותי כי בקירוב טוב הגרף לינארי כפי שמוצפה על פי נוסחה (?). לגרף בוצעה רגרסיה לניארית

והתקבלה הפונקציה

$$y = (-1.91 \pm 0.03)\,x + (0.0024 \pm 0.0005)$$

עם התאמה של $R^2 = 0.9995$. על פי נוסחה (?) ונתוני המערכת חולץ קבוע הול והתקבל

$$R_H^{(1)} = -0.0076 \pm 0.0002\frac{m^3}{C}$$

__האם צריך להסיר את המטען?__

מהדרך שבו נבנתה המערכת, מדידת מתח שלילי (וכתוצאה מכך R_H שלילי) מעיד על הצטברות מטענים חיובים (חורים) בחלקו התחתון של המל"מ (או מטענים שלילים בחלקו העליון) אך על פי כיוון השדה המגנטי וכיוון הזרם נסיק שהאפשרות היחידה היא שאלו מטענים חיובים בתחתית המל"מ, כלומר המל"מ הוא $P\ Type$. בדיקה של הלוח אכן אשרה שזהו המצב. מתוך הקשר (?) חולצה צפיפות רוב המטענים (החיובים) והתקבלה התוצאה:

$$p^{(1)} = (8.2 \pm 0.2)\,10^{20} m^{-3}$$

בעזרת R_0 שחישבנו בחלק 0 חילצנו לפי נוסחה (?) את המוביליוט של החורים

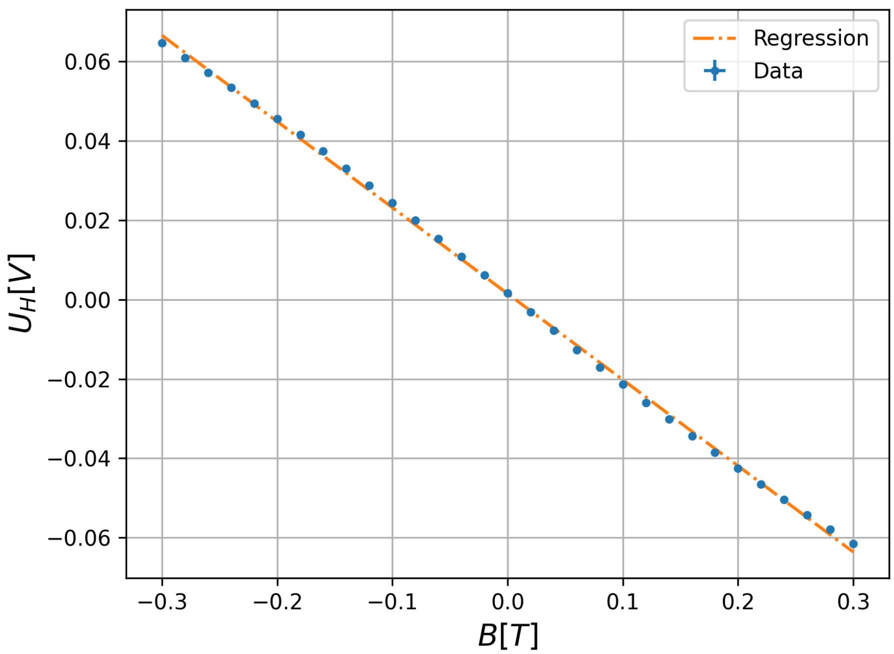
$$\mu_h^{(1)} = 0.229 \pm 0.005\frac{m^2}{V \cdot sec}$$

<u>חלק 2: מדידה של המתח הול U_H כפונקציה של השדה המגנטי</u>

בחלק זה קבענו את הזרם I_p ל$30 \pm 1mA$ ואת הזרם העובר בסלילים המגנטיים לאפס. כילנו את המערכת כך שמולטימטר יציג 0 עבור מדידה של U_H.

כעת מדדנו את מתח הול עבור ערכים שונים של השדה המגנטי בתחום $\pm 300mT$.

התקבלו התוצאות הבאות:



גרף 3: מתח הול (U_H) כפונקציה של השדה המגנטי (B)

ציר הx מייצג את השדה המגנטי B בT וציר הy את המתח U_H בV. הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים.

קווי השגיאה קטנים מכדי לראותם בגרף.

בדומה לחלק הקודם, ניתן לראות כי באופן איכותי כי בקירוב טוב הגרף לינארי כפי שמוצפה על פי נוסחה (?). לגרף בוצעה רגרסיה לניארית והתקבלה הפונקציה

$$y = (-0.217 +/- 0.003)\, x + (0.0015 +/- 0.0004)$$

עם התאמה של $R^2 = 0.9992$. על פי נוסחה (?) ונתוני המערכת חולץ קבוע הול והתקבל

$$R_H^{(2)} = -0.0072 +/- 0.0003 \frac{m^3}{C}$$

__האם צריך להסיר את המטען?__

כפי שניתן לראות יש חפיפה אם הערך שהתקבל במדידה מהמדידה הקודמת.

מתוך הקשר (?) חולצה צפיפות רוב המטענים (החיובים) והתקבלה התוצאה:

$$p^{(2)} = (8.6 \pm 0.3)\, 10^{20} m^{-3}$$

כפי שניתן לראות יש חפיפה בין התחומים שהתקבלו במדידה הזו ובמדידה הקודמת.

בעזרת R_0 שחישבנו בחלק 0 חילצנו לפי נוסחה (?) את המוביליוט של החורים

$$\mu_h^{(2)} = 0.217 \pm 0.008 \frac{m^2}{V \cdot sec}$$

כפי שניתן לראות יש חפיפה בין התחומים שהתקבלו במדידה הזו ובמדידה הקודמת.

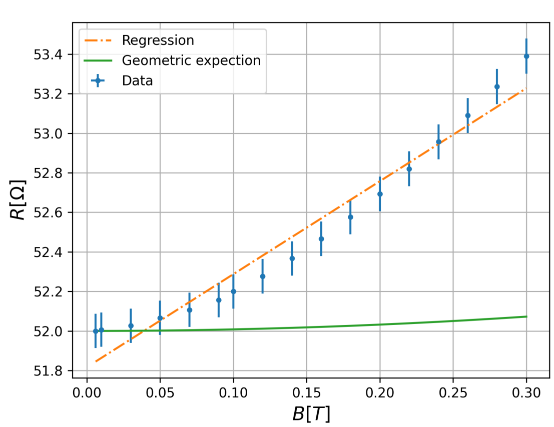
<u>חלק 3: מדידה של ההתנגדות R כפונקציה של השדה המגנטי</u>

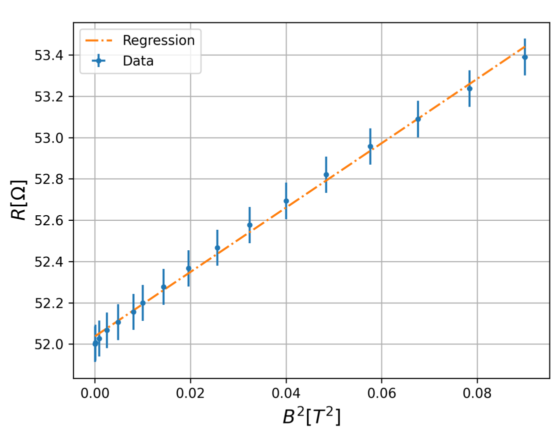
חיברנו את המולטימטר במקביל לU_p, קבענו את הזרם I_p ל$30 \pm 1mA$ ואת הזרם העובר בסלילים המגנטיים לאפס.

כעת מדדנו את המתח U_p עבור ערכים שונים של השדה המגנטי בתחום $[0, 300]\, mT$.

בעזרת הזרם והמתח חישבנו דרך חוק אוהם את ההתנגדות כפונקציה של השדה המגנטי הנמדד וכפונקציה של השדה המגנטי בריבוע.

התקבלו התוצאות הבאות:





גרף 4-5 (משמאל לימין): התנגדות המל"מ כפונקציה של השדה המגנטי (B) וריבוע השדה המגנטי (B^2)

ציר הx מייצג את השדה המגנטי B בT בגרף 1 ובגרף 2 את השדה בריבוע B^2 בT^2. ציר הy את המתח ההתנגדות בΩ.

הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים.

כמו כן עבור גרף 4 סרטטנו בקו ירוק את התחזית של השינוי בהתנגדות מהאפקט הגאומטרי לפי נוסחה (?) והנתונים שחולצו במהלך הניסוי.

עבור גרף 4, ניתן לראות איכותית כי ההתאמה הלינארית לא טובה מאוד. מתוך הרגרסיה התקבלה הפונקציה

$$y = (4.7 \pm 0.5)\, x + (51.82 \pm 0.09)$$

עם התאמה של $R^2 = 0.95526$ אשר מעיד באופן כמותי על כך שההתאמה אינה טובה.

עבור גרף 2, ניתן לראות איכותית כי ההתאמה הלינארית טובה יותר. מתוך הרגרסיה התקבלה הפונקציה

$$y = (15.6 \pm 0.5)\, x + (52.04 \pm 0.02)$$

עם התאמה של $R^2 = 0.9965$ אשר מעיד באופן כמותי כי אכן ההתאמה יותר מוצלחת.

__לוודא את המסקנה הבאה__

כפי שציינו ניתן לראות שההתנגדות מתנהגת בקירוב טוב באופן לינארי לריבוע השדה בהתאם לנוסחה (?), תוצאה זה עם העובדה שבאופן איכותי האפקט הגאומטרי נראה זניח ביחס לשינוי בהתנגדות בגרף 4.

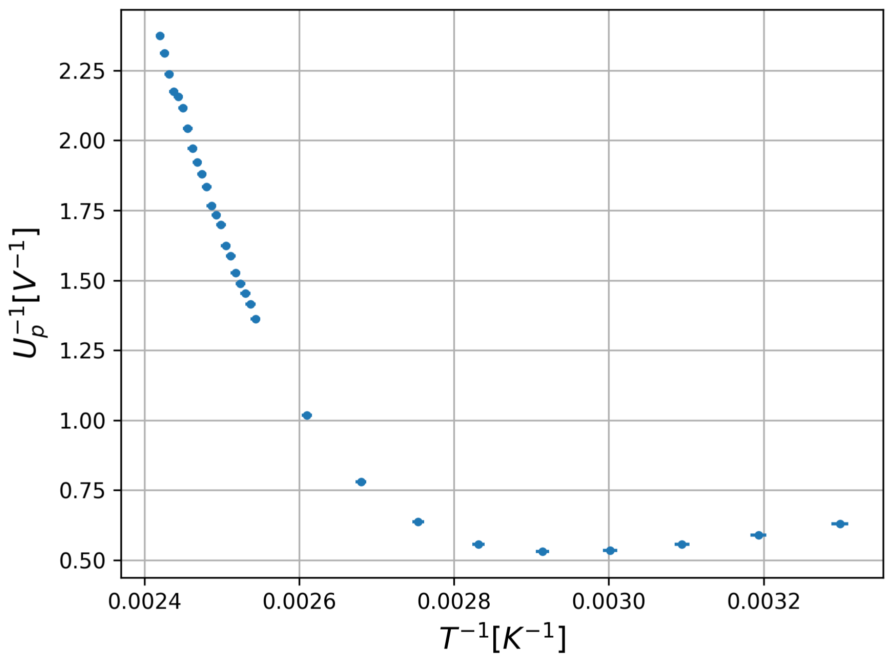
_האם צריך לעשות עוד משהו?__

<u>חלק 4: מדידה של המתח U_p כפונקציה של הטמפ'</u>

כיוונו את הזרם ל$30 \pm 1mA$ ואת השדה המגנטי לאפס, חיברנו את המולטימטר במקביל לU_p וכיוונו את הצוגה להציג את הטמפ' של המערכת.

חיממנו את המערכת עד $141^\circ \pm 1^\circ$ צלזיוס וצילמנו את המערכת בזמן שהיא התקררה לטמפ' החדר. מתוך הצילומים חילצנו את מדידות הטמפ' והמתח.

נציג את התוצאות כגרף של U_p^{-1} כפונקציה של T^{-1}:



גרף 6: U_p^{-1} כפונקציה של T^{-1}

ציר הx מייצג את אחד חלקי טמפ' המערכת בK^{-1} וציר הy את אחד חלקי המתח הנדגם בV^{-1}. הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו.

להסביר את החלק הימני של הגרף

להעביר את הפיתוחים הבאים למבוא

בחלקו השמאלי של הגרף המתייחס לטמפ' גבוהות ניתן לראות כי הגרף בקירוב טוב לינארי ניתן להבין זאת באופן הבא: הטמפ' גבוהות ולכן המל"מ נמצא במשטר האינטרינזי, במשטר זה מתקיים

$$n = p = n_i \sim e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

כמו כן

$$U_p = \frac{\rho_{xx} L}{Wd} I_x, \rho_{xx} = \frac{1}{e\left(n\mu_e + \mu_h p\right)} = \frac{1}{n_i e\left(\mu_e + \mu_h\right)}$$

$$\Rightarrow U_p^{-1} \sim n_i \sim e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

בנוסף, בטמפ' אלו מתקיים $T^{-1} << 1$ ולכן ניתן לקרב את האקספוננט לפונקציה לינארית ולקבל

$$U_p^{-1} \sim 1 - \frac{E_g}{2k_B} \cdot T^{-1}$$

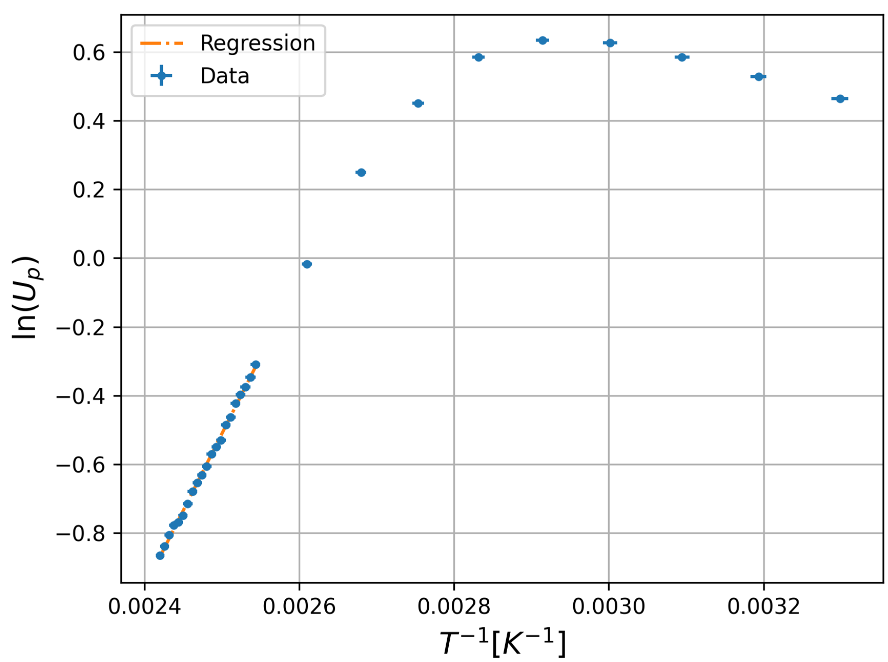
והרי שקיבלנו שבטמפ' גבוהות אכן אמור להתקיים יחס לינארי מקורב בין U_p^{-1} לבין T^{-1}.

כדי לחלץ את האנרגיה E_g נציג את לוג המתח כפונקציה של T^{-1} במקרה זה ניתן לכתוב

$$U_p = Ke^{\frac{E_g}{2k_B T}} \Rightarrow \ln U_p = \frac{E_g}{2k_B} T^{-1} + \ln K$$

כאשר K קבוע כלשהו.

בהצגה של התוצאות של $\ln U_p$ כפונקציה של T^{-1} התקבל הגרף הבא:



גרף 7: $\ln U_p$ כפונקציה של T^{-1}

ציר הx מייצג את אחד חלקי טמפ' המערכת בK^{-1} וציר הy את לן המתח הנדגם. הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים בתחום הלינארי.

ביצענו רגרסיה לינארית על התחום הלינארי (טמפ' גבוהות) והתקבלה הפונקציה הבאה:

$$y = (4.48 \pm 0.09)\, 10^3 x + (-11.7 \pm 0.3)$$

עם התאמה טובה של $R^2 = 0.9982$. מתוך השיפוע נחלץ את האנרגיה

$$m = \frac{E_g}{2k_B} \Rightarrow E_g = 2mk_B$$

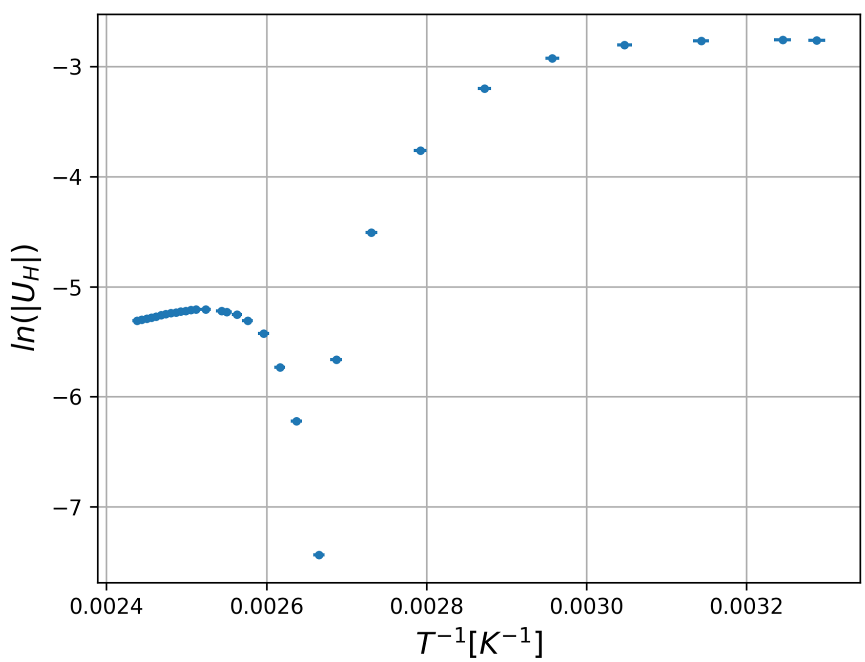
ונקבל

$$E_g = 0.77 \pm 0.02eV$$

חלק 5: מדידה של מתח הול U_H כפונקציה של הטמפ'

חיברנו את המולטימטר במקביל למתח הול U_H וכילנו אותו להיות אפס כאשר הזרם במערכת מתאפס. קבענו את הזרם $I_p = 30 \pm 1mA$ ואת השדה המגנטי ל$300 \pm 1mT$ ולבסוף חיממנו את המערכת עד כ$140°$ צלזיוס. במהלך ההתקררות של המערכת לטמפ' החדר צילמנו את המערכת ומכשירי המדידה ולאחר מכן חילצנו מהם את מדידות הטמפ' ומתח הול.

כפי שנחזה מהתדריך לפי נוסחה (?) R_H מחליף סימן ומכאן שU_H מחליף סימן, לכן חישבנו את $\ln |U_H|$ כפונקציה של T^{-1}, התקבלו התוצאות הבאות:



גרף 8: $\ln|U_H|$ כפונקציה של T^{-1}

ציר הx מייצג את אחד חלקי טמפ' המערכת בK^{-1} וציר הy את לן המתח הנדגם (בערך מוחלט). הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות .

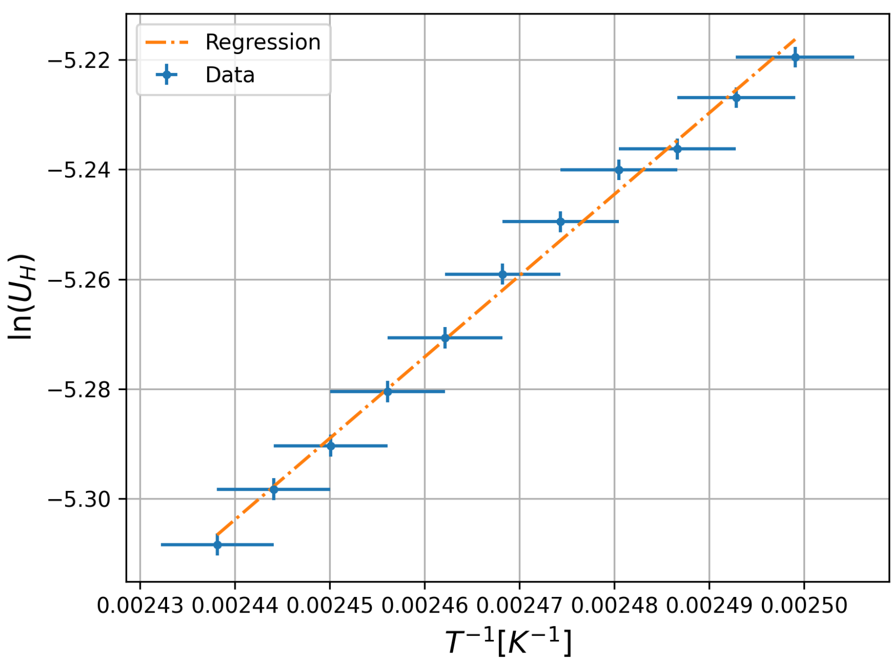
בטמפ' גבוהות כאשר המל"מ בתחום האינטרינזי מתקיים

$$U_H \sim \frac{1}{n_i} \sim e^{\frac{E_g}{2k_BT}}$$

ולכן

$$\ln U_H = K + \frac{E_g}{2k_B} T^{-1}$$

נזהה את התחום הלינארי עבור הטמפ' הגבוהות ונבצע עליו רגרסיה לינארית, התקבל הגרף הבא (טמפ' $120° - 140°$):



גרף 9: $\ln|U_H|$ כפונקציה של T^{-1}

ציר הx מייצג את אחד חלקי טמפ' המערכת בK^{-1} וציר הy את לן המתח הנדגם (בערך מוחלט). הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות והקו הכתום את הרגרסיה.

ביצענו רגרסיה לינארית על התחום הלינארי (טמפ' גבוהות) והתקבלה הפונקציה הבאה:

$$y = (1.48 \pm 0.08) \cdot 10^3 x + (-8.9 \pm 0.2)$$

עם התאמה של $R^2 = 0.9939$. מתוך השיפוע נחלץ את האנרגיה

$$m = \frac{E_g}{2k_B} \Rightarrow E_g = 2mk_B$$

ונקבל

$$E_g = 0.26 \pm 0.02eV$$

דיון בתוצאות

מסקנות

מקורות מידע

1) תדריך __.

נספח

- הנוסחא בה השתמשנו לחישוב השגיאות הנגררות בניסוי:

$$\delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\delta y\right)^2 + \dots}$$

כאשר $\delta x, \delta y, \dots$ הן השגיאות של $x, y, \dots$ ו-δF היא השגיאה הנגררת של F, שהיא פונקציה של המשתנים $x, y, \dots$.

- הנוסחה בה השתמשנו לחישוב השגיאה היחסית בין הערכים המדודים לתיאורטיים בניסוי:

$$\xi_{rel\ \ err} = \frac{\delta v}{v} \cdot 100\%$$