

בדיקת הקשר בין השינוי באורכי הגל ואמפליטודת הפיזור כפונקציה של זווית הפיזור בפיזור קומפטון

שם: נתיב מאור | ת"ז: 319002911 | דוא"ל: nativ.maor@campus.technion.ac.il

שם: דור חי שחם | ת"ז: 318258555 | דוא"ל: dor-hay.sha@campus.technion.ac.il

June 17, 2023

תקציר

בניסוי זה בחנו את תופעת הפיזור המתרחשת כאשר פוטונים פוגעים באלקטרונים חופשיים. דימינו אלקטרונים חופשיים ופיזרנו בעזרתם קרן פוטונים בתחום $Xray$. מערכת הניסוי הורכבה מתא $Xray$ ובתוכו גלאי שניתן לשלוט בזווית שלו ביחס לדוגמית שממוקמת על הציר האופטי ומהווה מקור לאלמנטים המפזרים (במקרה שלנו אלקטרונים קווי-חופשיים בפלקסיגלס). לאחר כיוול המערכת המאפשר המרה בין ערוץ בגלאי MCA לאנרגיה המתאימה לו (בעזרת דוגמית שקווי הפליטה שלה ידועים לנו), בדקנו את הקשר בין אורכי הגל הפוגעים והיוצאים מהפיזור בזוויות שונות. ציפינו שהקשר יקיים את נוסחאת קומפטון ואכן התקבלה התאמה טובה לכך מתוצאות הניסוי. הסקנו מההתאמה לנוסחת קומפטון את אורך גל קומפטון של האלקטרונים ומכך הסקנו את המסה שלהם, קיבלנו תוצאה שמכילה את הערך המקובל בספרות למסת האלקטרונים במרווח של שתי סטיות תקן. נוסף על כך, בדקנו את הקשר המתקבל בין זווית הפיזור ואורכי הגל הפוגעים והיוצאים של הפוטונים לעוצמת הפיזור והשווינו את הקשר לנוסחת קליין נישנה המנבאת קשר זה משיקולים תיאורטיים, קבלנו שאין התאמה בין הנוסחא למתקבל מהניסוי, נדון על פער זה בדיון ותוצאות.

מבוא

לשם דימוי מקור האלקטרונים החופשיים מהם הפוטונים מפוזרים השתמשנו בדוגמית פלקסיגלס בצורת מנסרה מלבנית. בפלקסיגלס יש אלקטרונים קוואזי-חופשיים, שהם אלקטרונים שאנרגית הקשר שלהם היא נמוכה מאוד בהשוואה לאנרגיה של הפוטונים הפוגעים בהם, ולכן הם מדמים בצורה טובה אלקטרונים חופשיים לשם הניסוי. הדוגמית הוצבה בתוך תא $Xray$ שבחלקו השמאלי שפופרת $Xray$ המכילה אטומי Mo הפולטת קרינת $Xray$ בתחום הקווים האופייניים ל- Mo . הקרינה עוברת אל התא הימני דרך חריץ, כשבתא הימני מוקמה זרוע שציר הסיבוב שלה ממוקם על הציר האופטי של הקרן ועליו הוצבה דוגמית הפלקסיגלס. בסוף הזרוע הוצב גלאי שניתן לקבוע את הזווית שלו ביחס לדוגמית. הקרן פוגעת בדוגמית ומפוזרת לכל הכיוונים ובין היתר גם אל הגלאי.

מערכת הניסוי מוצגת בתמונה הבאה:



תרשים 1: מערכת הניסוי. משמאל יחידת ה- $X-ray$ המכילה את שפופרת ה- $X-ray$ בתא השמאלי ותא ימני עם הגלאי והזרוע המחזיקה את הדוגמית.

חלק מקרינת הפיזור נקלט על ידי הגלאי שקריאותיו מוצגות בעזרת MCA (multichannel – analyzer) כמספר פולסים שהתקבלו בערוץ מסוים בגלאי. בגלאי איתו עבדנו אנו מצפים (בעקבות הוראות יצרן) שההמרה בין ערוץ הנקלט לאנרגיה הנקלטת תהיה המרה לינארית:

$$(1) \quad E = a \cdot C + b$$

כש E אנרגיה ביחידות $[keV]$, C הוא הערוץ (חסר יחידות) b,a הם קבועים של ההמרה שלהם יחידות של $[keV]$ גם כן.⁴ את המרה זו עשינו בעזרת כיוול מדוגמית שמרכיביה ידועים לנו. כמו כן, האנרגיה של הפוטונים מתקשרת לאורך הגל שלהם על ידי הנוסחא הבאה

$$(2) \quad E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$$

כש $h - [eV \cdot S]$ קבוע פלאנק, $c - [\frac{m}{sec}]$ מהירות האור, E האנרגיה של הפוטון ב $[eV]$ ו λ אורך גל הפוטון ב $[m]$. בעזרת הקשר הנ"ל ושיקולים של שימור אנרגיה ותנע נקבל את הקשר המתאר את פיזור קומפטון:

$$(3) \quad \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e} c (1 - \cos \theta)$$

כש $\lambda - [m]$ אורך הגל הפוגע, $\lambda' - [m]$ אורך הגל המפוזר, $m_e - [kg]$ מסת חלקיק הפיזור (שבמקרה שלנו הוא אלקטרון) ו $\theta - [rad]$ זווית הפיזור.

נוסף על כך, מפיתוחים הנובעים מאלקטרו דינמיקה קוונטית (QED) ניתן לקבל את חתך הפעולה הדפרנציאלי של פיזור קומפטון (שהוא פרופורציוני לעוצמת הקרן היוצאת המתגלת בגלאי לפי הגדרה) מהגדלים הידועים לנו מהנוסחא הקודמת:

$$(4) \quad I_{out}(\theta) \propto \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \left(\frac{\lambda}{\lambda'} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} - \sin^2 \theta \right)$$

כש I_{out} הוא גודל פרופורציוני לעוצמה של הקרינה המתגלת בגלאי, $\frac{d\sigma}{d\Omega} - [m^2]$ חתך הפעולה הדפרנציאלי ו $r_e[m]$ הוא "רדיוס האלקטרון הקלאסי".

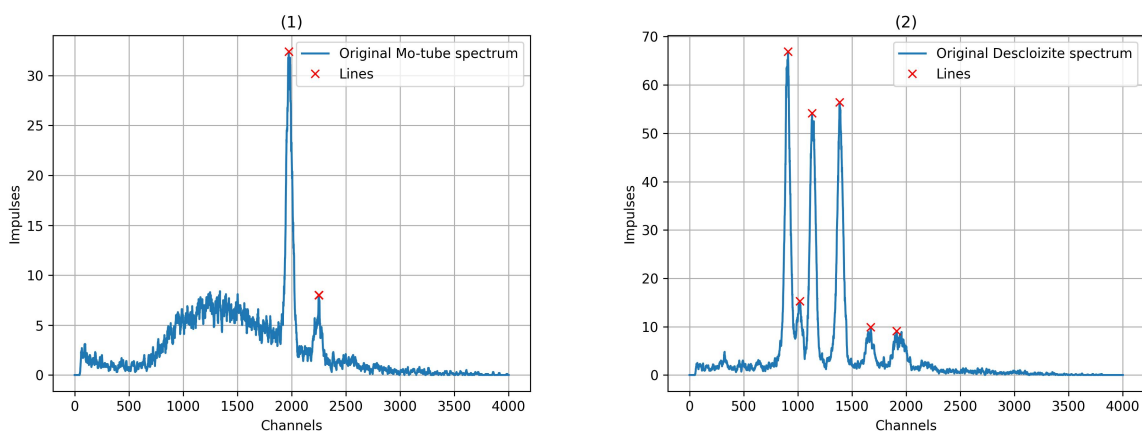
תוצאות הניסוי

כיוול המערכת:

הכנו את מערכת הניסוי המתוארת במבוא. קבענו את *offset* להיות 3 וה*gain* להיות 2 בשביל להעלים את רעשים ולקבל תמונה מלאה של הערוצים בהם נקלטים אותות בהתאמה.

לקחנו מדידה של הקרינה של המערכת בשביל לקבל מדידות של *Mo*. לאחר מכן מדדנו את הספקטרום של *Descloizite* ($PbZn(OH)VO_4$)

התקבלו ההיסטוגרמות הבאות:

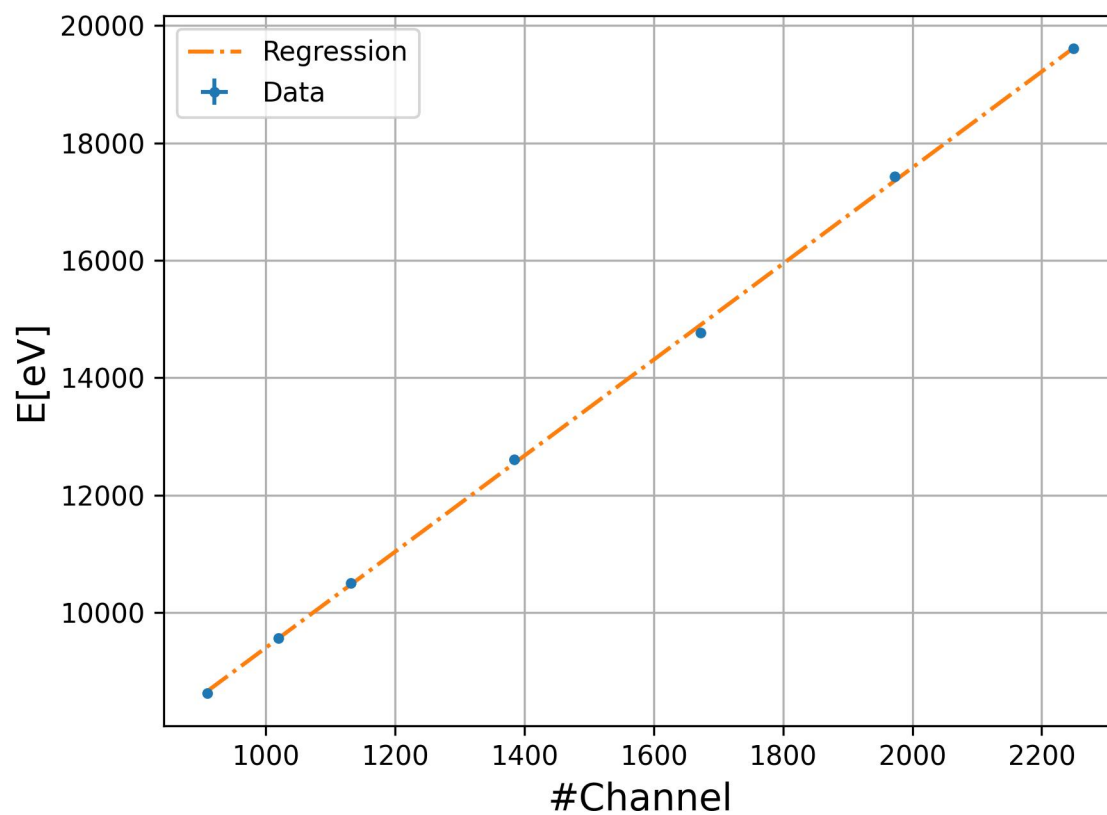


היסטוגרמה 1-2: היסטורגמה (1) מדידת *Mo* והיסטורגמה (2) מדידת *Descloizite*.

מספר הפולסים שנקלטו כפונקציה של מספר הערוץ. ב X מסומנים המקסימום אשר זוהו כקווי הפליטה.

זיהינו את השיאים שהתקבלו והתאמנו אותם לאנרגיות שמתאימות לקווי הפליטה המוכרים של יסודות אלו (במקרה של *Descloizite* - היסודות שמרכיבים אותו).

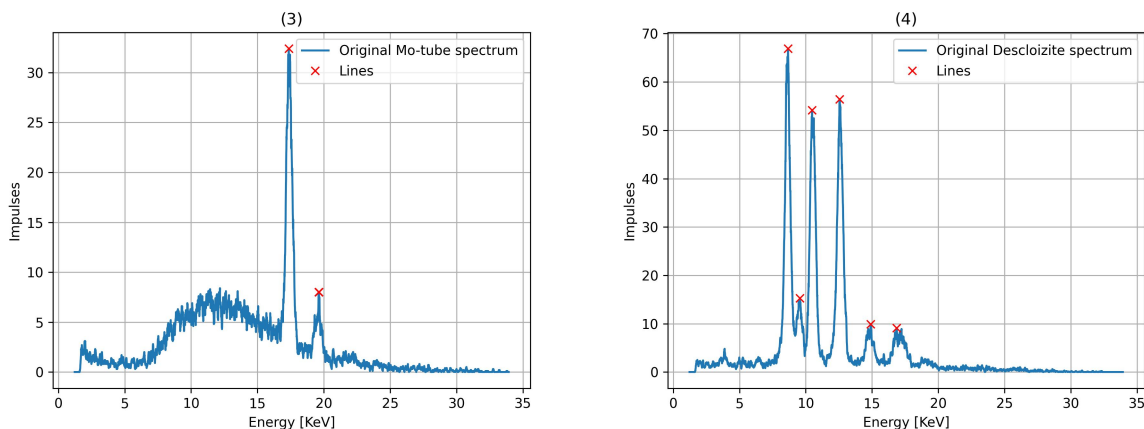
ביצענו רגרסיה לינארית להתאמה לפי נוסחא (1), התקבלו התוצאות הבאות:



גרף 1: אנרגיה כפונקציה של מספר הערוץ. הנקודות הכחולות הן הנקודות שנמדדו והקו הכתום מייצג את ההתאמה הלינארית.

ניתן לראות באופן איכותי שהתקבלה התאמה לינארית טובה מאוד, מבחינה כמותית התקבל $R^2 = 0.9997$. מתוך הרגרסיה קיבלנו את המקדמים של נוסחא (1) אשר מהווה המרה בין ערוצי ה-MCA לאנרגיות.

להלן ההמרה לאנרגיות של המדידות שביצענו לשם הכיול:



היסטוגרמה 3-4: היסטורגמה (3) מדידת *Mo* והיסטורגמה (4) מדידת *Descloizite*.

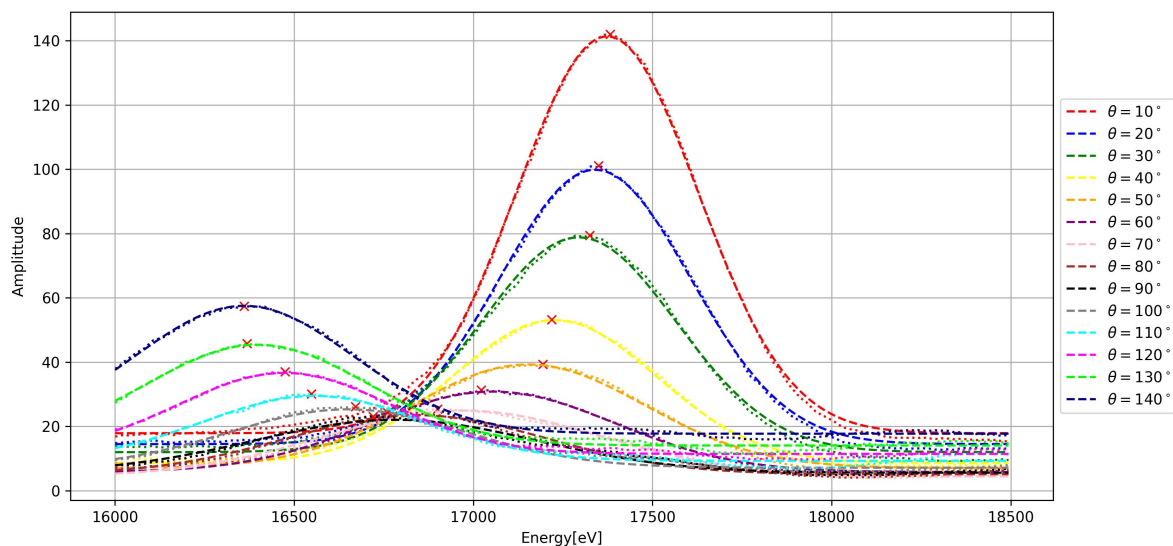
מספר הפולסים שנקלטו כפונקציה של האנרגיה. ב- X מסומנים המקסימום אשר זוהו כקווי הפליטה.

מדידת הפיזור:

הוצאנו את דוגמית *Descloizite* ומיקמנו במערכת דוגמית פלקסיגלס. בשביל למדוד את האנרגיה המתפזרת כתלות בזווית ביצענו מדידות במשך זמן קבוע של 5 דקות לכל זווית של הראש המודד בין 10° ל- 140° ביחס לדוגמית. הסיבה לזמן הקבוע היא שקצב הפליטה פורפורציוני לעוצמה (לאמפליטודה) ולכן בשביל למדוד את העוצמה יש למדוד את הקצב ומכאן שהזמן חייב להיות קבוע.

ביצענו התאמה לגאוסיאן של כל מדידה ובעזרתו זיהינו את עוצמת המדידה המקסימלית והאנרגיה בה היא מתקבלת כאשר נעזרנו בכיול בשביל להמיר את הערוצים לאנרגיות.

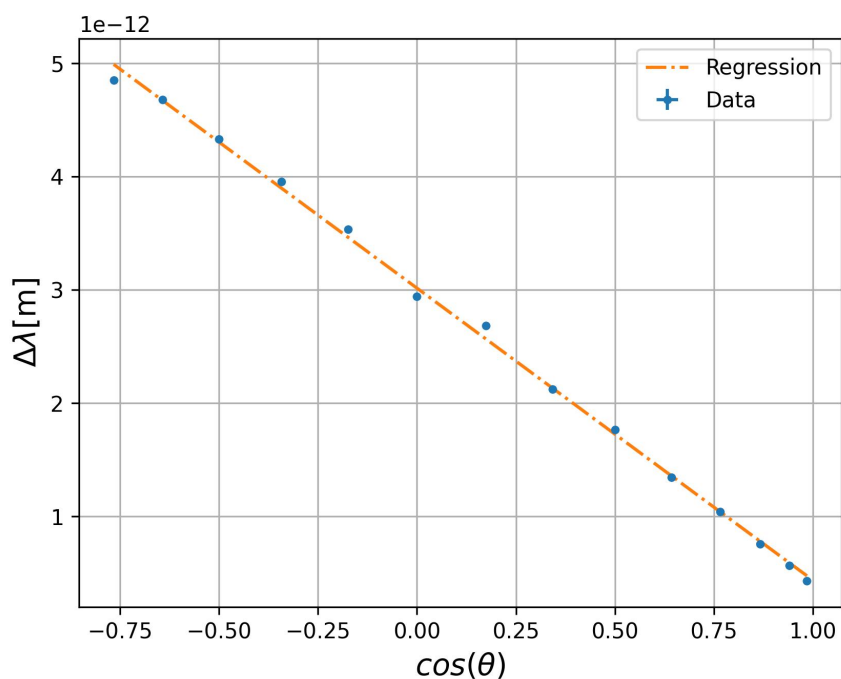
התקבל הגרף הבא:



גרף 2: עוצמת הפיזור בזוויות שונות כפונקציה של האנרגיה שנמדדה. ב- X אדום מסומנים השיאים שזוהו.

מתוך השיאים חילצנו את האנרגיות בהן התקבלו השיאים ומנוסחא (2) חילצנו את אורכי הגל המתאימים.

ביצענו רגרסיה לפי הקשר בין זווית הפיזור לשינוי באורך הגל לפי נוסחא (3) התקבל הגרף הבא:



גרף 3: השינוי באורך הגל במטרים כפונקציה של קוסינוס זווית הפיזור. הנקודות הכחולות הן הנקודות שנמדדו והקו הכתום מייצג את ההתאמה הליניארית.

ניתן לראות התאמה איכותית טובה (ומבחינה כמותית $R^2 = 0.9984$) כמצופה לפי הנוסחא לפיזור קומפטון. מתוך הרגרסיה חילצנו את אורך גל קומפטון לפי נוסחא (3) והתקבל

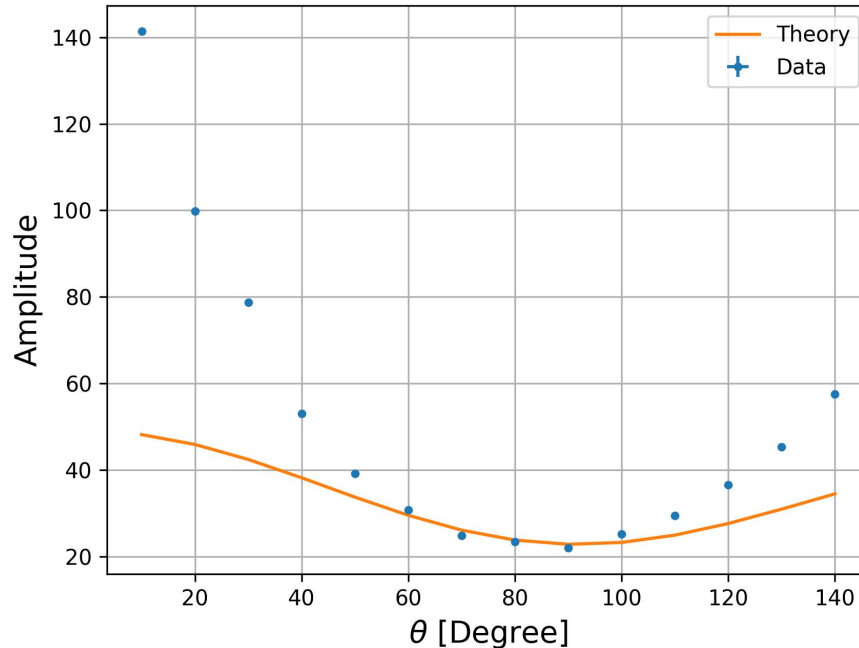
$$\lambda_e = (2.56 \pm 0.03) \cdot 10^{-12} m$$

כאשר השגיאות חולצו מהרגרסיה הלניארית והשגיאות הנגררות חושבו לפי הנוסחא בנספח. תוצאה זו מכילה את הערך התיאורטי $\lambda_e^{theory} = 2.51 \cdot 10^{-12} m$ במרווח של שתי סטיות תקן. בנוסף, מאורך גל קומפטון חולצה מסת האלקטרון לפי נוסחא (3) והתקבל

$$m_e = (8.9 \pm 0.1) \cdot 10^{-31} kg$$

תוצאה זו מכילה את הערך התיאורטי $\lambda_e^{theory} = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$ במרווח של שתי סטיות תקן.

לבסוף שרטטנו את המדידות של האמפליטודה כתלות בזווית הפיזור והשוונו לתוצאות התיאורטיות לפי נוסחא (4), התקבל הגרף הבא:



גרף 4: אמפליטודת הפיזור כפונקציה של זווית הפיזור במעלות. הנקודות הכחולות מייצגו תאית המדידות והקו הכתום את הערך התיאורטי.

ניתן לראות איכותית התנהגות דומה אך אין התאמה ממשית בין התוצאות הנסיוניות לתיאורטיות.

דיון בתוצאות

בשלב הכיול מצאנו התאמה מאוד טובה של קשר לינארי בין מספר הערוץ לכמות האנרגיה, הן מבחינה איכותית והן מבחינה כמותית ($R^2 = 0.9997$), דבר המעיד על כך שההנחה של היצרן לקשר לינארי אכן מוצדקת.

כאשר בדקנו את הקשר בין הפרש אורכי הגל הנכנס והיוצא לזווית הפיזור מצאנו שהקשר המצופה מנוסחא (3) מתקבל בקירוב טוב כשההתאמה ברגרסיה לינארית בין $\cos\theta$ להפרש אורכי הגל היוצא והנכנס היא מתאימה ממבט איכותי ובנוסף עם $R^2 = 0.9984$. מתוך ההתאמה לנוסחאת קומפטון חולץ אורך גל קומפטון $\lambda_e = (2.56 \pm 0.03) \cdot 10^{-12} m$ כשהערך המקובל בספרות הוא $\lambda_e^{theory} = 2.51 \cdot 10^{-12} m$, כלומר הערך התיאורטי מוכל בטווח שתי סטיות תקן. ממנו הסקנו את מסת האלקטרון $m_e = (8.9 \pm 0.1) \cdot 10^{-31} kg$ (עם שגיאה יחסית של 1.1%), כשהערך המקובל בספרות $m_e^{theory} = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$ מוכל בטווח של שתי סטיות תקן.

הקשר שהתקבל בין אורכי הגל היוצאים והנכנסים וזווית הפיזור אל האמפליטודה לא התאים לעקום התיאורטי של נוסחא (4), אומנם המינימום של שני העקומים הוא יחיד ומתקבל בזווית 90 מעלות, אך הגרפים לא מתלכדים עבור אף קבוע פרופורציה ונוסף על כך תחומי הקעירות שונים בין העקומים. יתכן שהפערים נובעים מכך שחלק מההנחות הנדרשות לפיתוח התיאורטי של קליין נישנה לא מתקיימות במערכת הניסוי. למשל, המודל התיאורטי מתעלם מהאפשרות של פיזור ממספר אלמנטים שונים (למשל אלקטרונים בשכבות שונות של הפלקסיגלס) והאפשרות של קליטת קרינה ישירה היוצאת מהחריץ שלא עוברת פיזור (דבר שיכול להסביר במידה מסוימת את השוני בעוצמה בזוויות הנמוכות).

מסקנות

מהניסוי נסיק שנוסחת קומפטון אכן מתקיימת בקירוב טוב. בנוסף, הסקנו שבעזרת פיזור קומפטון ניתן למדוד את מסת האלקטרון בדיוק לא רע (כ-1%).

כמו כן, נראה שמערכת הניסוי אינה מתאימה לבחון את נכונות נוסחת קליין-נשינה ולשם כך יש לתכנן ניסוי אשר יתחשב באידאליזציות שעשינו למערכת.

ניסוי המשך אפשרי אשר ינסה לכפות על רוב האלומה להתפזר בפקסיגלס כדי שלא תהיה פגיעה של קרינה לא מפורזת בגלאי.

ניסוי אפשרי נוסף הוא מדידת פיזור קומפטון עם דוגמיות שונות של פלקסיגלס בעלות עובי שונה בשביל לבדוק את השפעת הפיזורים השונים בתוך הפלקסיגלס על אמפליטודת הפיזור הנמדדת.

מקורות מידע

(1) תדריך פיזור קומפטון.

(2) ערכי הקבועים נלקחו מרשימת הקבועים ב-*scipy*.

נספח

• הנוסחא בה השתמשנו לחישוב השגיאות הנגררות בניסוי:

$$\delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \delta y\right)^2 + \dots}$$

כאשר $\delta x, \delta y, \dots$ הן השגיאות של x, y, \dots ו- δF היא השגיאה הנגררת של F , שהיא פונקציה של המשתנים

x, y, \dots .

• הנוסחא בה השתמשנו לחישוב השגיאה היחסית בין הערכים המדודים לתיאורטיים בניסוי:

$$\xi_{rel \ err} = \frac{\delta v}{v} \cdot 100\%$$