

**מדידת תופעות שונות של התפרקות גרעינית בעזרת מונה גייגר-מולר**

שם: נתיב מאור | ת"ז: 319002911 | דוא"ל: [nativ.maor@campus.technion.ac.il](mailto:nativ.maor@campus.technion.ac.il)

שם: דור חי שחם | ת"ז: 318258555 | דוא"ל: [dor-hay.sha@campus.technion.ac.il](mailto:dor-hay.sha@campus.technion.ac.il)

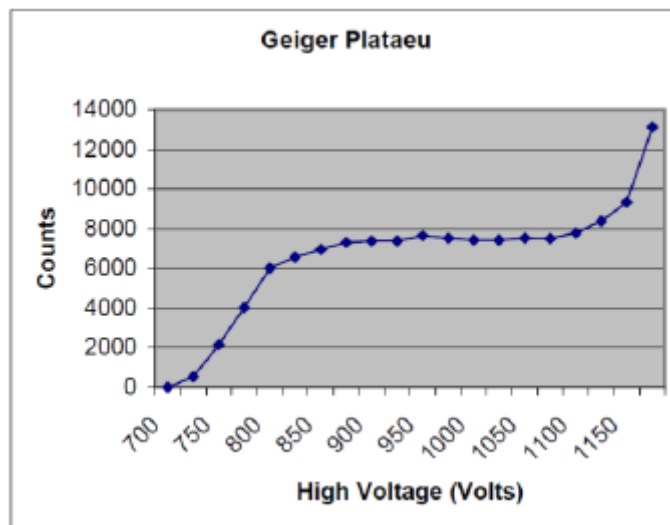
May 20, 2023

## תקציר

בניסוי זה צפינו במספר תופעות שונות של התפרקות גרעינית בעזרת מונה גייגר-מולר. הניסוי הורכב מחמישה חלקים - בחלק הראשון, כחלק מקדים לניסויים הבאים חיפשנו את 'המתח היציב', מתח שבהפעלתו על מונה הגייגר הוא מתפקד בצורה אופטימלית. יצרנו גרף של מספר המיתוגים (קצב מיתוגים  $\equiv$  קצב התפרקויות שנספרו במונה) כתלות במתח ובחרנו במתח שעונה על מספר קריטריונים. קבענו את מתח זה להיות מתח ההפעלה בשאר חלקי הניסוי. בחלק השני של הניסוי נמדד 'קצב הרקע', ספירת המונה כשלא הוצב מקור רדיואקטיבי ליד המונה. בקצב זה השתמשנו בשאר הניסויים על ידי כך שהפחתנו אותו מהמדידות של הקצבים שהתקבלו כשכן הצבנו מקור קורן ליד המונה. נוסף על כך מדדנו את שלושת המומנטים הסטטיסטיים הראשונים של קצב המיתוגים עבור מקור חלש והסקנו מכך האם האופו של ההתפלגות הוא גאوسي או פאוסוני - מצאנו שההתפלגות היא בעלת אופי פאוסוני. בחלק השלישי, בדקנו את הקשר בין מרחק המקור הקורן מהמונה על ידי לקיחת מספר מדידות כשהמקור הוצב במרחקים שונים. מצאנו שהקשר בין חוזק הקרינה והמרחק הוא ריבועי הפוך  $C \propto \frac{1}{d^2}$ , כשנדרש פקטור תיקון  $a$  למרחוק שנמדד בפועל  $x$  ל  $d = x + a$ . הסקנו את  $a$  מהמדידות והשתמשנו בו בשאר חלקי הניסוי. בחלק זה ראינו התאמה טובה לקשר ריבועי הפוך. בחלק הרביעי, מדדנו את הטווח שבו חלקיקי אלפא נבלעים באוויר. על ידי קירוב הדוגמית הקורנת אל הגלאי חיפשנו את המרחק מהגלאי שעבור מרחק גדול ממנו הקצב במונה דועך דרסטית אל ערך הקרוב לזה של קרינת הרקע. דרך הקשר בין חוזק הקרינה למרחק הערכנו את אנרגיית חלקיקי האלפא וקיבלנו שהערך שהתקבל תואם לערך המקובל בספרות. בחלק החמישי הצבנו מקור קורן של חלקיקי בטא מול הגלאי והצבנו מול הגלאי חוסמי קרינה עשויים אלומיניום בעובי משתנה. דרך הקשר בין עובי החוסמים לקצב המיתוגים הסקנו את מקדם הדעיכה  $\mu$  ואת טווח האנרגיה של חלקיקי הבטא. השוונו את התוצאות לערכים המקובלים בספרות וקיבלנו התאמה לספרות.

## מבוא

כלי המדידה המרכזי בכל חלקי הניסוי הוא מונה גייגר-מולר. המונה מאפשר זיהוי של קרינה מייננת. שפופרת המונה מכילה גז ושתי אלקטרודות שביניהן הפרש פוטנציאלים. כאשר הגז מיונן, נוצרים יונים חיוביים ואלקטרונים חופשיים. הם מואצים אל האלקטרודות בעקבות השדה החשמלי כשאלקטרונים חופשיים עולים ליינן אטומי גז נוספים וכך ליצור מפולת אלקטרונים - בעקבות אפקט זה נוצר פולס והפרש מתחים הניתן למדידה על ידי המונה ומתורגם לספירה של אירועי ינון. מתח עבודה על שפופרת המונה שיתן תוצאות אופטימליות נמצא ב'תחום היציב' וצריך לקיים שלושה קריטריונים: ראשית, להיות בטווח המתחים בהם הוא מספיק בשביל לאפשר פריקה מלאה לאורך האנודה בכל ספירה ('מעל הברך'). שנית, שינוי קל במתח לא ישנה או ישנה רק מעט את קצב הספירה. ושלישית שיהיה מתחת למתח הפריצה.



**איור 1:** גרף המציג את התחומים האופייניים עבור מתחים שונים כשבמרכז סביב  $1000[Volts]$  נמצא התחום היציב

לאחר שמצאנו מתח העונה על דרישות אלה עבדנו איתו במהלך שאר חלקי הניסוי.

אופי התפלגות התפרקות של חומרים רדיואקטיבים מתואר לרוב על ידי תהליך רנדומי פאוסוני שלו ההתפלגות:

$$(1) \quad \mathbb{P}(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}, \quad AVG = Var = STD^2 = K_3 = \lambda, \quad K_3 = \lambda$$

כש  $n$  מספר האירועים בטווח זמן קבוע כלשהו  $\tau[sec]$ .  $\lambda$  הוא פרמטר חסר יחידות המגדיר את ההתפלגות ובמקרה הזה שווה לשלושת המומנטים הראשונים של ההתפלגות  $K_1 = AVG = \langle n \rangle$ ,  $K_2 = Var = STD^2$ ,  $K_3 = K_3$  כש  $K_i$  הוא המומנט ה- $i$ .

ההערכה אמפירית של מומנטי התפלגות על פי  $m$  מדידות היא לפי

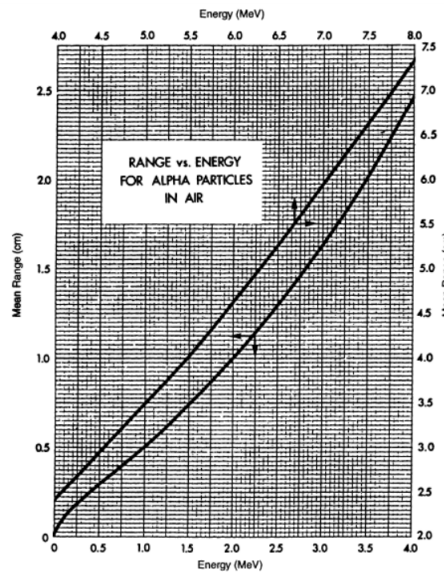
$$(2) \quad K_1 = \bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{m}, \quad K_2 = \frac{\sum_{i=1}^m (n_i - \bar{n})^2}{m - 1}, \quad K_3 = \frac{\sum_{i=1}^m (n_i - \bar{n})^3}{m - 1}$$

בחלק השלישי של הניסוי נבדק הקשר בין מרחק הדוגמית לעוצמת הקרינה. עוצמת קרינת התפרקות רדיואקטיבית צפויה להיות תלויה במרחק לפי Inverse Square Law -

$$(3) \quad I \propto R - R_b \propto \frac{1}{d^2} = \frac{1}{(x + a)^2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{R - R_b}} \propto x + a$$

כש  $I[\frac{W}{m^2}]$  עוצמת הקרינה,  $R_b$  קצב המיתוגים הכולל ו  $R_b$  קצב מיתוגים מהרקע,  $d[m]$  המרחק מהמקור ששווה ל  $x + a$  כש  $x$  הוא מרחק שנמדד  $a$  קבוע הזה.

בחלק הרביעי של הניסוי מדדנו את התלות של קצב המיתוגים במרחק המקור מהקולט כשהמקור הוא מהתפרקות אלפא. חלקיקי האלפא מאבדים אנרגיה באוויר ועבור מרחק גדול דיו מהקולט נצפה לקצב מיתוגים קרוב לרקע. לפי הקשר הנמדד בין  $R \cdot d^2$  (המתאר את העוצמה הכוללת - ההכפלה ב  $d^2$  מדמה חילוק בזווית המרחבית שבה המונה רואה את המקור) ל  $d$ . נקודת החיתוך עם ציר  $d$  נקראת הטווח הממוצע  $R_m$ . קשר בין  $R_m$  לאנרגיית חלקיקי האלפא ניתן על ידי האיור הבא:



**איור 2:** גרף המציג את הקשר בין הטווח הממוצע של הבליעה באוויר לאנרגיה של חלקיקי אלפא. איור 4 מתדריך הניסוי בחלק החמישי של הניסוי, כשהצבנו מקור של התפרקות בטא אל מול הגלאי והצבנו בין המקור לגלאי אלמנטי אלומניום חוסמים בעובי משתנה. בעזרת הקשר בין עובי החוסמים לקצב המיתוגים הסקנו את מקדם הדעיכה  $\mu$  לפי הקשר שנגזר מחוק Beer Lambert:

$$(4) \quad I = I_0 e^{-\mu t} \Rightarrow \ln(R - R_b) = \ln(CI_0) - \mu t$$

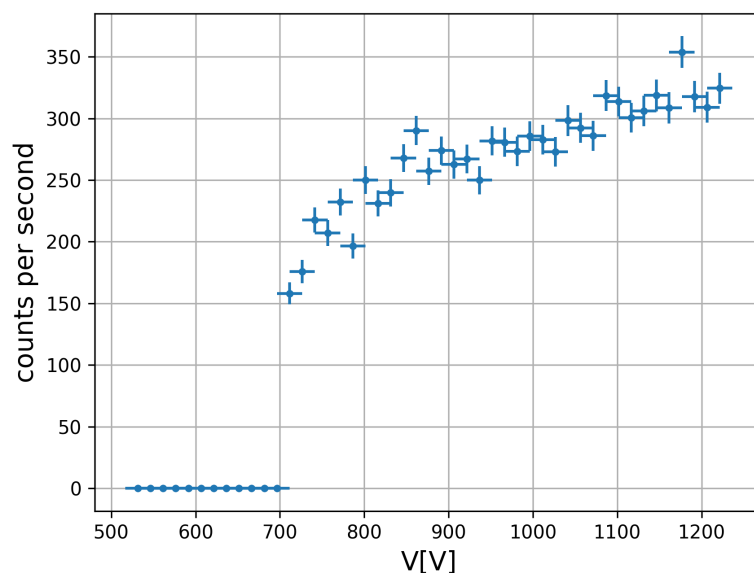
כש  $I_0$  היא עוצמת הקרינה ללא מחסום,  $\mu \left[ \frac{(cm)^2}{mg} \right]$  מקדם הדעיכה ו  $t \left[ \left( \frac{(cm)^2}{mg} \right)^{-1} \right]$  material density-thickness. כשהמעבר נובע מהקשר הפרופורציוני בין  $R - R_b$  ל  $I$  ו  $C$  הוא קבוע הפרופורציה. דרך  $\mu$  נגדיר גודל הנקרא טווח  $R = \frac{8 \ln(2)}{\mu}$  (*Range*) שממנו ניתן לגזור את האנרגיה המקסימלית של חליקיק הבטא לפי נוסחא אמפירית:

$$(5) \quad E_{max} = e^{6.63 - 3.2376 \sqrt{10.2145 - \ln R}} [MeV]$$

## תוצאות הניסוי

חלק ראשון - Plateau

הדלקנו את מערכת ה- $ST - 360$  ואת תוכנת המחשב  $STX$ , הנחנו את דגימת ה- $SR - 90$  במדף העליון במ"ג (מונה גייגר). ביצענו מדידה של כמות המיתוגים במונה כפונקציה של מתח העבודה בין המתחים  $V [500, 1200]$  כאשר המדידות התבצעו בקפיצות של  $15V$  למשך 2 שניות למדידה. התקבל הגרף הבא:



**גרף 1:** קצב המיתוגים של מ"ג כפונקציה של מתח העבודה.

השגיאות בכמות המיתוגים בחלק זה ובשאר חלקי הניסוי חושבו כשורש מספר המיתוגים. מתוך הגרף בחרנו אזור בו נראה שקצב המיתוגים (*counts per second*) אינה תלויה במתח ובתוכו בחרנו את מתח העבודה להיות  $V = 1000V$ . משלב זה כיוונו את מתח העבודה להיות  $1000V$  והשארנו אותו כך.

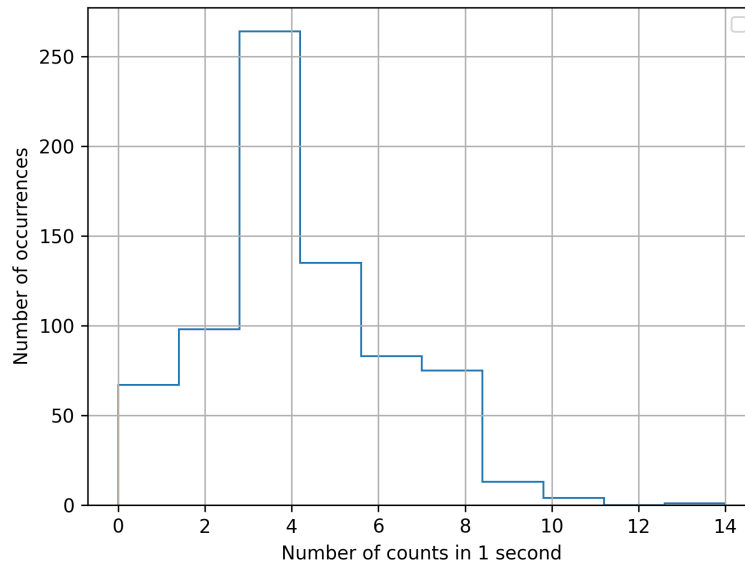
חלק שני - Statistics of counting and Background Radiation Measurement

הרחקנו את המקורות הרדיואקטיביים מהמ"ג ומדדנו את מספר המיתוגים (*counts*) במשך 100 שניות בשביל למצוא את קצב המיתוגים של קרינת הרקע, התקבל:

$$R_b = 0.29 \pm 0.05 \text{ cps}$$

כאשר  $cps \equiv \text{counts per second}$ .

לאחר מכן, לקחנו מקור רדיאקטיבי -  $Co - 60$  וביצענו כ-740 מדידות של שנייה אחת. התקבלה ההתפלגות הבאה:



**גרף 2:** התפלגות תצפיות המדידות מוצגת כהיסטוגרמה - ציר ה- $x$  מייצג את כמות המיתוגים בשנייה וציר ה- $y$  את כמות המופעים.

מתוך מדידות אלו חישבנו את הקצב הממוצע ואת סטיית התקן שלו לפי נוסחאות 2

$$\bar{n} = 4.181 \pm 0.075cps, \quad STD(n) = 2.045$$

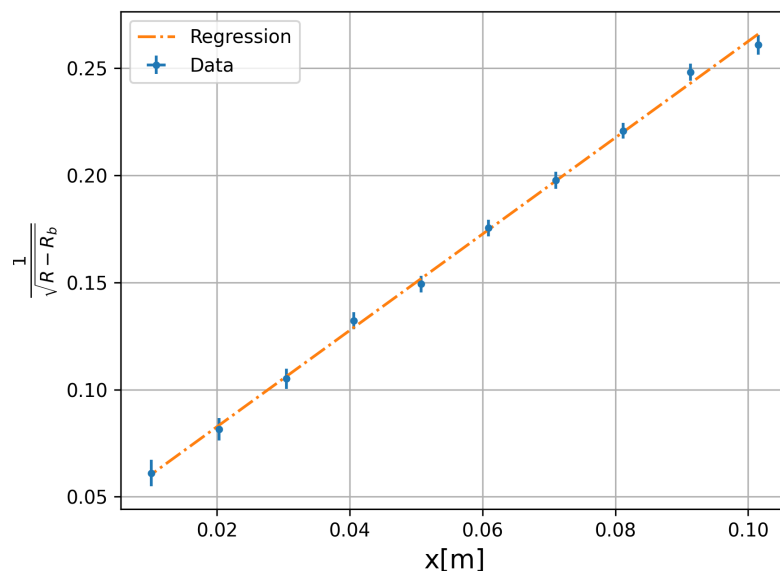
כאשר 0.075 היא סטיית התקן של  $\bar{n}$  ו-2.045 היא סטיית התקן של הקצב.

בנוסף חושב המקדם  $K_3$  וסטיית התקן שלו (גם לפי נוסחאות 2) והתקבל

$$K_3 = 3.7 \pm 1.7$$

קיבלנו שהתחום של  $\bar{n}$  מוכל בתחום של  $K_3$  לכן באופן מובהק סטטיסטי ניתן להגיד ש- $\bar{n} = K_3$  ולכן על פי התאוריה (נוסחא 1) קרינת מתפלגת פאוסונית.

מדדנו את המרחקים בין המדפים השונים במ"ג, לאחר מכן, הכנסו דגימה של  $Sr - 90$  למדף התחתון וביצענו מדידות במדפים השונים. בשביל לבדוק את Inverse Square Law חיסרנו מהמדידות את קרינת הרקע שמדדנו בחלק השני וביצענו התאמה לינארית לפי נוסחא 3. התקבלו התוצאות הבאות:



**גרף 3:**  $\frac{1}{\sqrt{R-R_b}}$  ביחידות של  $m^{-\frac{1}{2}}$  כפונקציה של  $x$  - מרחק הדגימה מהמ"ג במטרים. הדגימות מוצגות בכחול והגרסיה בכתום.

ניתן לראות שיש התאמה טובה לעקום לינארי הן מבחינה איכותית - העקום עובר דרך כל המדידות בטווח השגיאה והן מבחינה כמותית - התקבלה התאמה של  $R^2 = 0.998$ .

התאמה זו היא עדות חזקה לקיום התופעת Inverse Square Law. משוואת העקום שהתקבל היא:

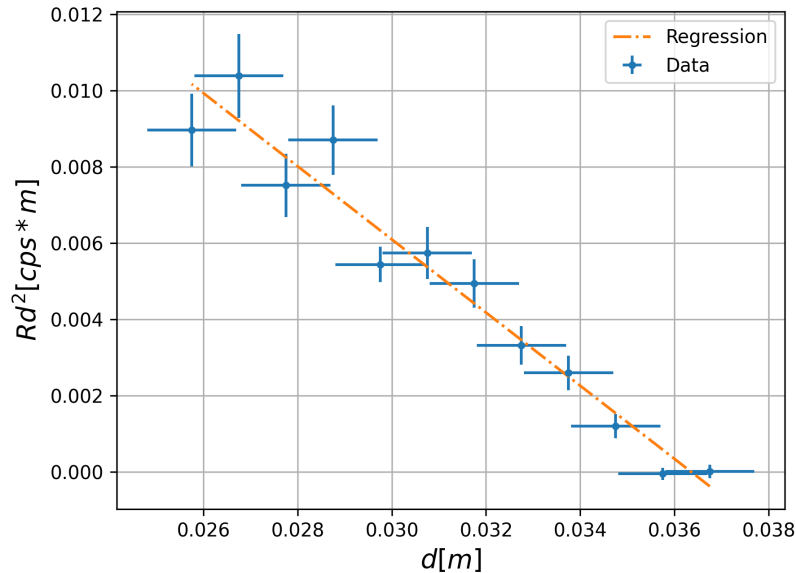
$$y = (2.248 \pm 0.032)x + (0.038 \pm 0.002)$$

מתוך נוסחא 3 והמשוואה שהתקבלה ניתן לחלץ את הפקטור הגיאומטרי  $a$  ולקבל

$$a = 0.0168 \pm 0.0009m$$



בחלק זה לקחנו מקור  $Po-210$  והנחנו אותו במדף השני הכי קרוב למ"ג, במדף זה מדדנו ומצאנו כי הקצב מתאים לקרינת הרקע. לאחר מכן ביצענו מדידות של הקצב בגבהים שונים בעזרת הנחת דיסקיות מתכת דקות שונות מתחת למקור. לאחר הפחתת קרינת הרקע מהקצב הנמדד התקבל הגרף הבא:



**גרף 4:** קצב המיתוגים המנורמל  $Rd^2$  ביחידות של  $\text{cps} \cdot \text{m}^2$  כפונקציה של  $d$  - מרחק הדגימה מהמ"ג במטרים. הדגימות מוצגות בכחול והרגרסיה בכתום.

המרחק  $d$  חושב על ידי המרחק הנמדד מהמ"ג בתוספת הפקטור הגאומטרי  $a$  שחושב סעיף קודם והקצב  $R$  תוקן בעזרת פקטור של  $d^2$ .

ניתן לראות שההתאמה לגרף הלינארי אינה טובה במיוחד אך רוב המדידות נמצאות בטווח השגיאה, התקבל מקדם התאמה של  $R^2 = 0.948$ .

מהרגרסיה התקבלה משוואת העקום:

$$y = (-0.96 \pm 0.07)x + (0.0349 \pm 0.0022)$$

ביצענו אקסטרפולציה לטווח בו קצב פליטת החלקיקים מתאפס, בעזרת גודל זה ואיור 2 הוערכה האנרגיה של חלקיקי  $\alpha$  להיות

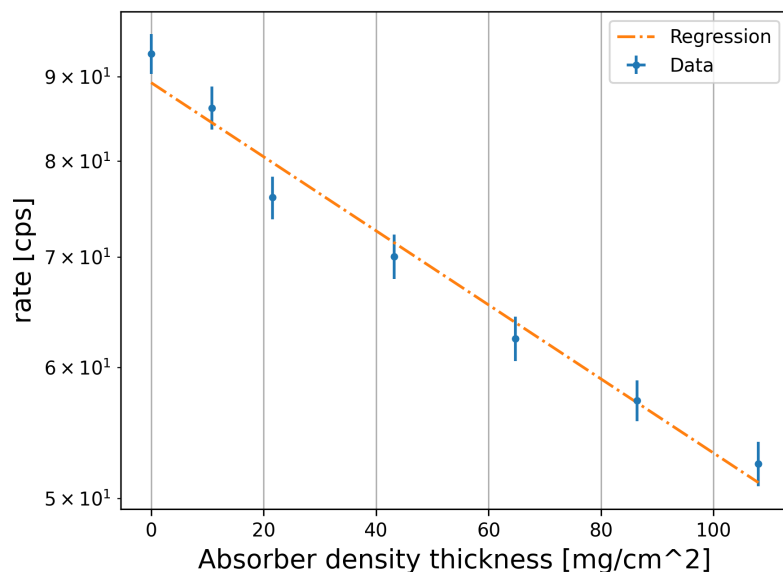
$$E_\alpha = 5.06 \pm 0.3 \text{ MeV}$$

טווח זה מכיל את הערך התיאורטי  $E_\alpha^{\text{theory}} = 5.3 \text{ MeV}$  [2].

### חלק חמישי - Absorption of Beta Particles and Beta Decay Energy

הנחנו מקור של  $Sr - 90$  בתוך המ"ג במדף השלישי מלמעלה. ביצענו מדידות כך שבכל מדידה שמנו חסם אלומיניום בעובי שונה ומדדנו את כמות המיתוגים שהתקבלה.

התקבלו התוצאות הבאות:



גרף 5: קצב המיתוגים (לאחר הפחתת קרינת הרקע) ביחידות של  $cps$  כפונקציה של צפיפות העובי ביחידות של  $\frac{mg}{cm^2}$ .

המדידות מסומנות בכחול והגרסיה בכתום. מוצג בסקלה לוגריתמית בציר  $y$ .

מקדם ההתאמה לגרסיה  $R^2 = 0.9775$  ומשוואת הרגרסיה שהתקבלה:

$$y = (-0.00516 \pm 0.00035) x + (4.492 \pm 0.021)$$

מתוך נוסחא 4 ומשוואת הרגרסיה נקבל את מקדם הבליעה

$$\mu = (5.16 \pm 0.35) \cdot 10^{-3} \frac{cm^2}{mg}$$

ערך זה אינו תואם את הערך התיאורטי [3]  $\mu_{theory} = 0.035 \frac{cm^2}{mg}$  נדון בפער זה בדיון.

מתוך ערך זה חישבנו את האנרגיה המקסימלית לפי נוסחא 5 וקיבלנו:

$$E_\beta = 2.24 \pm 0.14 MeV$$

אשר מכיל את התחום התיאורטי [2]  $E_{\beta}^{theory} = 2.3 MeV$

## דיון בתוצאות

בחלק הראשון מדדנו את מתח העבודה מצאנו שאכן יש טווח מתחים בו קצב המיתוגים אינו תלוי במתח בקירוב טוב כפי שמצופה מהתאוריה. בטווח זה בחרנו את מתח ההפעלה להיות  $V = 1000V$ .

בחלק השני מדדנו את הקצב של המיתוגים של קרינת הרקע וקיבלנו  $R_b = 0.29 \pm 0.05 \text{ cps}$  בקצב זה השתמשנו בשאר הניסויים בשביל לבדוד את הקצב של המקור. בעזרת מקור  $Co - 60$  עליו ביצענו הרבה מדידות מצאנו את הקצב הממוצע של פליטת חלקיקים  $\bar{n} = 4.184 \pm 0.075 \text{ cps}$  ואת סטיית התקן הממוצעת  $STD(n) = 2.045$ . כמו כן חישבנו את המקדם  $K_3$  וסטיית התקן שלו והתקבל  $K_3 = 3.7 \pm 1.7$ . תחת ההנחה של התפלגות פואסונית היינו מצפים לראות חפיפה בטווחים של  $K_3$  ו- $\bar{n}$  ועל פי הנחה של התפלגות נורמלית  $K_3$  אמור להכיל את 0 בטווח. מן התוצאות קיבלנו באופן מובהק סטטיסטי שיש חפיפה בין  $K_3$  ו- $\bar{n}$  וגם ש  $K_3$  אינו מכיל את 0 בתחום ולכן נסיק שההתפלגות של הקרינה היא פואסונית.

בחלק השלישי בדקנו התאמה של דעיכת עוצמת הקרינה לדעיכה ריבועית במרחק וקיבלנו התאמה לינארית טובה מאוד של  $R^2 = 0.998$  בנוסף ממדידה זו חילצנו את הקבוע הגאומטרי  $a = 0.0168 \pm 0.0009 \text{ m}$  אשר שימש אותנו לשאר המדידות. בחלק הרביעי מדדנו את האנרגיה ומרחק הדעיכה של חלקיק  $\alpha$  בעזרת מקור  $Po - 210$ . השגיאות שהתקבלו מהמדידה היו גדולות וההתאמה הלינארית לא טובה במיוחד  $R^2 = 0.948$  אך ניתן לראות בגרף 4 שרוב המדידות נמצאות בטווח השגיאה. אנו מייחסים את השגיאות הגדולות וחוסר ההתאמה לכך שהדוגמית מוקמה על משטחים מגביהם אשר הסתירו את הסימון על המדף שעזר לנו למקם את המקור באמצע התא, לכן במהלך חלק המהמדידות המקור לא נמצא באמצע התא ולכן הזווית בה היה ביחס למ"ג לא הייתה אופטימלית והשפיעה על תוצאות הניסוי. בנוסף, משום ששגיאת המדידה לינארית עם שורש כמות המיתוגים ברוב הניסויים דאגנו להמתין מספיק זמן כך שכמות המיתוגים תביא לשגיאה יחסית קטנה. אך במקור בו השתמשנו קצב המיתוגים היה מאוד איטי ולכן, משיקולי זמנים, נאלצו לקצר את המדידות, דבר אשר הגדיל את השגיאה היחסית. מתוך הגרסיה הלינארית חושב טווח הדעיכה של חלקיק  $\alpha$  והתקבל  $R_\alpha = 34.9 \pm 2.2 \text{ mm}$  בעל שגיאה יחסית של 6.3% ומתוך ערך זה חולצה האנרגיה של החלקיק והתקבלה  $E_\alpha = 5.06 \pm 0.3 \text{ MeV}$  בעלת שגיאה יחסית של 5.9%. האנרגיה הושוותה לתיאוריה [2] והתקבל שהיא מכילה את הערך התאורטי  $E_\alpha^{\text{theory}} = 5.3 \text{ MeV}$ .

בחלק החמישי חושב עבור קרינת  $\beta$  הנובעת ממקור  $Sr - 90$  מקדם הדעיכה באלומיניום והאנרגיה של הקרינה. בוצעה התאמה והתקבלה התאמה לינארית בינונית ללוג הקצב של  $R^2 = 0.9775$  מבחינה איכותית רוב הדיגמות נמצאות בטווח השגיאה מהגרסיה. אנו חושדים ששגיאות אלו נבעו מכך שמחסומי האלומיניום ששומשו לא היו בעל פני שטח חלקים דבר אשר גרם לפיזור חלקיקים לא עיקבי בין החסמים השונים והסיט את תוצאות המדידה. מתוך ההתאמה נמצא מקדם הדעיכה באלומיניום להיות  $\mu = (5.16 \pm 0.35) \cdot 10^{-3} \frac{\text{cm}^2}{\text{mg}}$  בעל שגיאה יחסית של 6.8%, ערך אשר לא תאם את הערך התיאורטי [3]  $\mu_{\text{theory}} = 0.035 \frac{\text{cm}^2}{\text{mg}}$  נדון בפער זה לאחר הדיון באנרגיה. מתוך גודל זה חושבה האנרגיה המקסימלית של

הקרינה  $E_\beta = 2.24 \pm 0.14 \text{ MeV}$  בעל שגיאה יחסית של 6.25% תחום זה מכיל את הערך התיאורטי עבור הדעיכה השנייה של  $^{90}\text{Sr}$   $E_\beta^{\text{theory}} = 2.3 \text{ MeV}$  [2].

כעת נדון בפער במקדם הדעיכה, על פי מקור 3 לפיו לקחנו את הערך התיאורטי של מקדם הדעיכה האנרגיה שמתאימה לקרינה בטא ב- $^{90}\text{Sr}$  היא  $0.54 \text{ MeV}$ , ערך אשר מתאים לדעיכה הראשונה של  $^{90}\text{Sr}$  על פי מקור 2. היות וראינו שהאנרגיה מחושבת על ידי מרחק הדעיכה והוא מחושב בעזרת  $\mu$  נסיק שהם תלויים. מקדם הדעיכה שהוצג במקור 2 מתאים לאנרגיה שונה מן האנרגיה אשר מצאנו במדידות שלנו לכן אין סיבה שמקדם זה יהיה יתאים למקדם שמצאנו בניסוי.

## מסקנות

מצאנו שלמעט מקדם הדעיכה  $\mu$  כל הגדלים הכילו את הגדלים המקובלים בספרות. כמו שראינו בדיון הפער במקדם הדעיכה נבע מחוסר התאמה בגודל הנמדד ולכן כמסקנה יש להשוות לספרות אשר מכילה גודל המתאים לגודל הנמדד. למרות ששאר הגדלים תאמו לתיאוריה השגיאות היחסיות היו לא קטנות (לפחות 6% מהגודל הנמדד ברוב המדידות), כפי שראינו בדיון אנו מייחסים שגיאות אלו לכמות המיתוגים שנלקחה בכל דגימה ושימוש אופטימלי בצידוד המעבדה. כמסקנות מכך ניתן להבא להקטין שגיאות אלו בעזרת הקצבת זמן ארוכה בהרבה לניסוי ובכך למדוד מספר גדול של מיתוגים. בנוסף ניתן לסמן על האלומיניום ששימש להגבהת מקור קרינת  $\alpha$  את המרכז בשביל לאפשר מיקום מדויק יותר של המקור באמצע הגלאי. מסקנה שלישית היא תכנון ניסוי למדידת האפקט הנובע מפני השטח הלא חלקים של מחסומי האלומיניום בחלק השלישי של הניסוי, אנו ציינו בדיון שאפקט זה יכל לגרום להשפעה על תוצאות המדידה אך יש לבדוק באופן מסודר אם אפקט זה מובהק סטטיסטית.

## מקורות מידע

(1) תדריך התפרקות גרעינית - Nuclear Physics Lab Manual 8March2023

(2) דף מקורות קרינה גרעינית.

(3)

Baltakmens, T., A simple method for determining the maximum energy of beta emitters by absorption measurements,

Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 82, 1970, pp. 264-268

## נספח

• הנוסחה בה השתמשנו לחישוב השגיאות הנגררות בניסוי:

$$\delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \delta y\right)^2 + \dots}$$

כאשר  $\delta x, \delta y, \dots$  הן השגיאות של  $x, y, \dots$  ו- $\delta F$  היא השגיאה הנגררת של  $F$ , שהיא פונקציה של המשתנים

$x, y, \dots$ .

• הנוסחה בה השתמשנו לחישוב השגיאה היחסית בין הערכים המדודים לתיאורטיים בניסוי:

$$\xi_{rel \ err} = \frac{\delta v}{v} \cdot 100\%$$