

אפקט הול במוליך למחצה עשוי גרמניום - מציאת סוג תכונות נושאי המטען, מגנטורסיסטנס ופער האנרגיה בין  
פס ההולכה לפס הערכיות

שם: נתיב מאור | ת"ז: 319002911 | דוא"ל: [nativ.maor@campus.technion.ac.il](mailto:nativ.maor@campus.technion.ac.il)

שם: דור חי שחם | ת"ז: 318258555 | דוא"ל: [dor-hay.sha@campus.technion.ac.il](mailto:dor-hay.sha@campus.technion.ac.il)

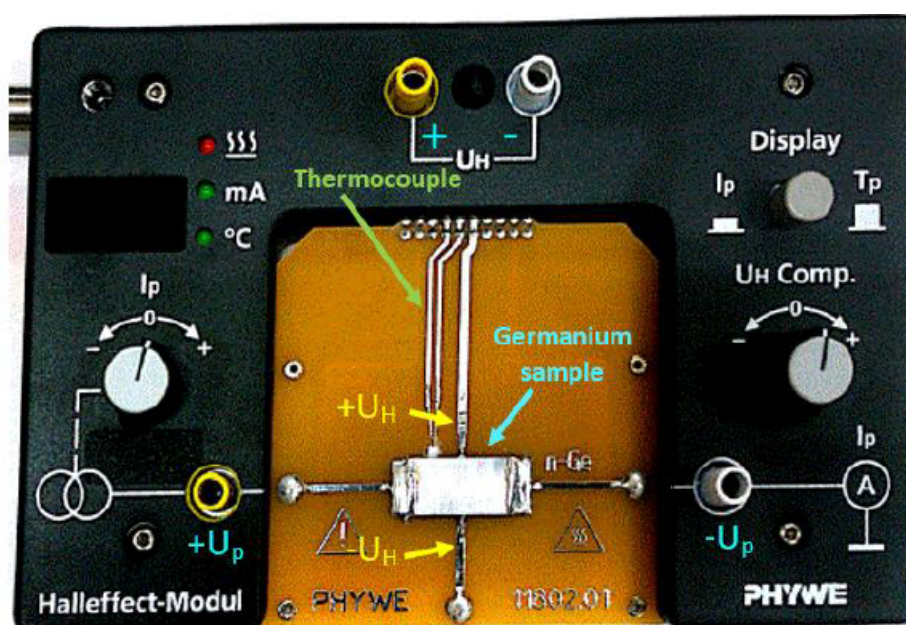
May 13, 2023

## תקציר

בניסוי זה נחקרה התופעה של אפקט הול במוליך למחצה העשוי מדגם גרמניום ( $Ge$ ). הניסוי בוצע במספר שלבים שבכל אחד מהם חובר המוליך למחצה למעגל חשמלי בתנאים משתנים (כגון זרם משתנה העובר דרך המוליך, שדה מגנטי הניצב לדוגמית וטמפרטורה) נמדדו תכונות המעגל כתלות בתנאים אלו ומהם הוסקו תכונות המערכת. בחלק 0, כחלק מקדים על מנת למדוד את התנגדות הדגם נמדד המתח עליו כתלות בזרם. לאחר מכן, בחלק 1, הופעל שדה מגנטי קבוע ונמדד מתח הול כתלות בזרם, לפי מתח זה וכיוון השדה המגנטי נקבע סוג נושאי המטען, צפיפותם והמוביליות שלהם - ערכים שהשווינו לערכים המקובלים בספרות ונמצאו להיות "??". בחלק 2, הוסקו גדלים אלו במדידה אחרת, של מתח הול כאשר הזרם היה קבוע והשדה הומגנטי הוא זה שהשתנה. בחלק 3, נמדדה התנגדות הדגם כתלות בשדה המגנטי - תלות הנקראת מגנטורסיסטנס. בדקנו האם התלות הנצפית מוסברת במידה מספקת על ידי קיום שני סוגי נושאי מטען או שלאפקט של גודל סופי של הדגם יש גם תרומה לאפקט ואם כן איזה מהתופעות היא הדומיננטית יותר. בחלקים 4 ו 5 נמדדו המתחים כתלות בטמפרטורה ומתלות זו בחלק מתחום מהמדידות הוסק פער האנרגיה - הפרש האנרגיה בין פס ההולכה לפס הערכיות, ערך זה הושבה לערך המקובל בספרות.

## מבוא

מערכת הניסוי בחלקיו השונים הורכבה מרכיב "מודול-אפקט הול" המכיל דגם  $Ge$  שניתן לשלוט דרכו על הזרם  $I_p$  העובר ברכיב, במתח ההול ולמדוד את המתחים,  $U_p$  המתח במעגל דרכו זורם הזרם דרך הרכיב ואת  $U_H$ . כמו כן, המרכיב מכיל צג בו ניתן לצפות בטמפרטורה של הדגם  $T_p$  או ב- $I_p$ . בנוסף ישנה אפשרות לחמם את הדגם על ידי לחיצה על כפתור חימום. הרכיב מוצג בתמונה הבאה:



### איור 1: חלקו הקדמי של מרכיב "מודול- אפקט הול" (איור 6 בתדריך)

בתמונה מוצג דגם ה-  $Ge$  והמעגל אליו הוא מחובר עם מתגי השליטה בו, הצג וחיבורים למדידת המתח. כפתור החימום נמצא בצד האחורי.

המודול הורכב על גבי ליבת ברזל בצורת  $U$  שעל כל זרוע בה הוצב סליל בצורה כזו כך שבעת הזרמת זרם דרך הסליל נוצר שדה מגנטי דרך הליבה ועובר דרך רכיב ה-  $Ge$  שעל המודול.

סידור מערכת הניסוי בשלמותו, יחד עם ספק הזרם, מד המתח והמגנטומטר מוצגים בתמונה הבאה:



### איור 2: תמונה של מערכת הניסוי עם מכשירי המדידה (איור 8 בתדריך)

בצד ימין ניתן לראות את הולטמטר מתחת למגנטומטר, באמצע את המודול שהורכב על הליבה המגנטית והסלילים ומימין את ספק הזרם.

אפקט הול במוליך מלבני הוא אפקט שבו בעת הזרמת זרם דרך מוליך, עקב הפעלת שדה מגנטי ניצב לכיוון הזרם, נוצר כוח על נושאי המטען הניצב לזרם ולשדה (לפי כוח לורנץ) וגורם להצטברות מטענים מנוגדים בשניים מדפנות המוליך - הצטברות המטענים על הדפנות מבוטאת בהפרש מתחים הניתן למדידה הנקרא מתח הול ומסומן בניסוי זה ב  $U_H$ . במקרה שבו יש נושא מטען יחיד עיקרי, בהנתן זרם דרך הדגם  $I - [A]$ , עובי הדגם  $d - [m]$  ושדה מגנטי  $B - [T]$  קבועים הביטוי למתח הול פרופורציוני לגודל הנקרא קבוע הול  $R_H - [\frac{m^3}{C}]$  על ידי הנוסחה הבאה:

$$(1) \quad R_H = \frac{U_H d}{IB} = \frac{1}{nq}$$

$n - [\frac{1}{m^3}]$  היא צפיפות המטען ו  $q - [C]$  הוא מטען נושאי המטען. המובילות של נושאי המטען  $\mu - [\frac{m^2}{V \cdot sec}]$  נתונה על ידי הקשר הבא:

$$(2) \quad \mu = \frac{\sigma}{nq} = \frac{|R_H|}{\rho_0}$$

כש  $\sigma - [\frac{1}{\Omega \cdot m}]$  היא המוליכות ו  $\rho_0$  היא ההתנגדות הסגולית של הדגם בהנחה של חומר איזוטרופי כשהשדה המגנטי הוא  $\delta$  ונתון על ידי

$$(3) \quad \rho_0 = \frac{R_0 \cdot d \cdot W}{L}$$

כש  $R_0 - [\Omega]$  היא התנגדות הדגם כשלא מופעל עליו שדה מגנטי,  $W - [m]$  רוחב הדגם ו  $L - [m]$  הוא אורכו. במערכת שלנו  $d = 1[mm]$ ,  $L = 16[mm]$   $W = 10[mm]$

בחלקים 1 ו 2 של הניסוי השתמשנו בהתאמה של המדידות לנוסחאות אלה כדי למצוא את המוביליות של נושאי המטען בהנחה שיש נושא מטען יחיד עיקרי.

בחלק 3, אנו מודדים את  $U_p$  כתלות בשדה המגנטי ובודקים האם ישנה התאמה להיותה של הרכיבים האלקטרוניים של טנזור ההתנגדות הסגולית תלויה ריבועית בשדה המגנטי ושהרכיבים הלא אלקטרוניים תלויים לינארית לפי

$$(4) \quad \rho_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{e(\mu_e n + \mu_h p)} + B^2 \frac{\mu_e n \mu_h p (\mu_e + \mu_h)^2}{e \cdot (\mu_e n + \mu_h p)^3} & ij = xx \\ B \cdot \frac{\mu_h^2 p - \mu_e^2 n}{e \cdot (\mu_e n + \mu_h p)^2} = B \cdot R_H & ij = yx \\ -B \cdot \frac{\mu_h^2 p - \mu_e^2 n}{e \cdot (\mu_e n + \mu_h p)^2} = -B \cdot R_H & ij = xy \end{cases}$$

כש  $\mu_{e,p} - [\frac{m^2}{V \cdot sec}]$  הן המוביליות של האלקטרונים ( $e$ ) או החורים ( $p$ ),  $p - [\frac{1}{m^3}]$  צפיפות החורים ו  $e - [C]$  הוא גודל מטען נושאי המטען שבמקרה שלנו הוא כמטען האלקטרון. בנוסף  $R_H$  מוגדר בנוסחה זו ברכיב  $\rho_{yx}$  עבור יותר מנושא מטען אחד (שונה מההגדרה הקודמת).

קיימת תלות נוספת של שינוי ההתנגדות של הדגם כתלות בשדה המגנטי עקב אפקט גיאומטרי הנתון לפי

$$(5) \quad R(B) - R(0) = \frac{4\rho_{xx}}{\pi d} \frac{\Theta^2}{(\frac{\pi}{2})^2 - \Theta^2} = \frac{4}{\pi d} \frac{\rho_{xx}^3 \rho_{xy}^2}{(\frac{\pi}{2})^2 \rho_{xx}^2 - \rho_{xy}^2}$$

וחלק 3 אנו מודדים איזה מן ההשפעות נצפית בצורה משמעותית יותר בתוצאות הניסוי שלנו.

במוליכים למחצה כמו דגם Gen איתו עבדו קיים קשר בין טמפרטורת הרכיב להתנגדות שלו - קשר זה נבדק בחלקים 4 ו 5 כשהציפיה מהתיאוריה היא שיתקיים שבטמפ' גבוהות כאשר המל"מ בתחום האינטרינזי מתקיים

$$(6) \quad U_{H/p} \sim \frac{1}{n_i} \sim e^{\frac{E_g}{2k_B T}} \Rightarrow \ln U_{H/p} = K + \frac{E_g}{2k_B} T^{-1}$$

כאשר  $K$  הוא קבוע פרופורציה חסר יחידות המתאים לפרופורציה בין  $U_H$  לאקספוננט,  $k_B = 8.617 \cdot 10^{-5} [\frac{eV}{K}]$  קבוע בולצמן,  $E_g - [eV]$  פער האנרגיה ו  $T - [K]$  טמפרטורת הדגם.

## תוצאות הניסוי

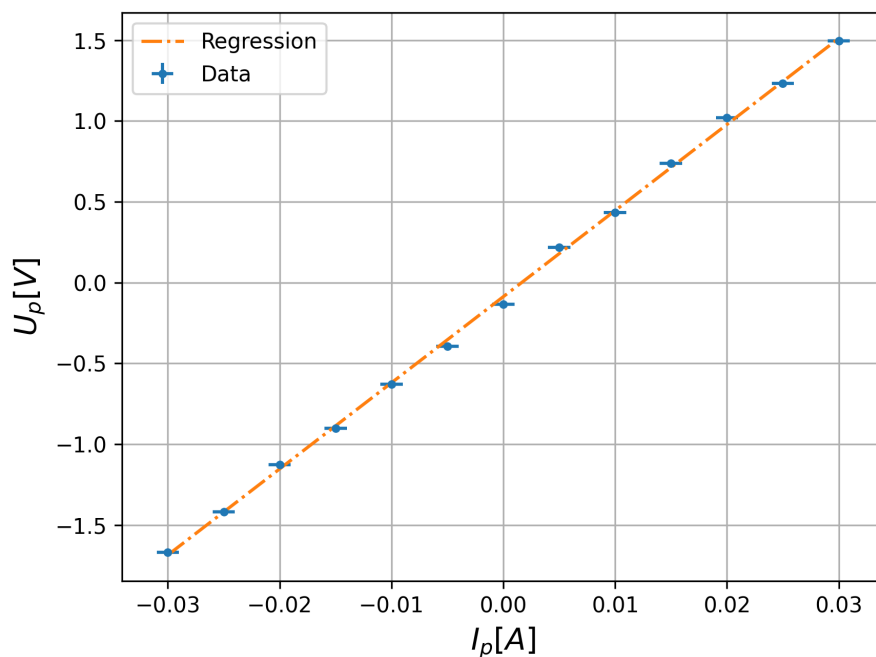
חיברנו את המערכת כפי שמצוין באיור 1.

חלק 0: מדידה של המתח  $U_p$  כפונקציה של הזרם  $I_p$

הסרנט את החלק המודד את השדה המגנטי וחיברנו את המולטימטר במקביל למתח  $U_p$ . ביצענו דגימות של מתח זה עבור

זרמים  $I_p$  בין בתחום  $\pm 30mA$ .

התקבלו התוצאות הבאות:



**גרף 1:** מתח הדגימה ( $U_p$ ) כפונקציה של הזרם  $I_p$

ציר ה- $x$  מייצג את הזרם  $I_p$  ב- $A$  וציר ה- $y$  את המתח  $U_p$  ב- $V$ . הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים.

ניתן לשים לב שמבחינה איכותית הגרף לינארי בקירוב טוב כפי שהיינו מצפים מחוק אוהם. לגרף בוצעה רגרסיה לינארית והתקבלה הפונקציה הבאה

$$y = (53.3 \pm 0.9) x + (-0.09 \pm 0.02)$$

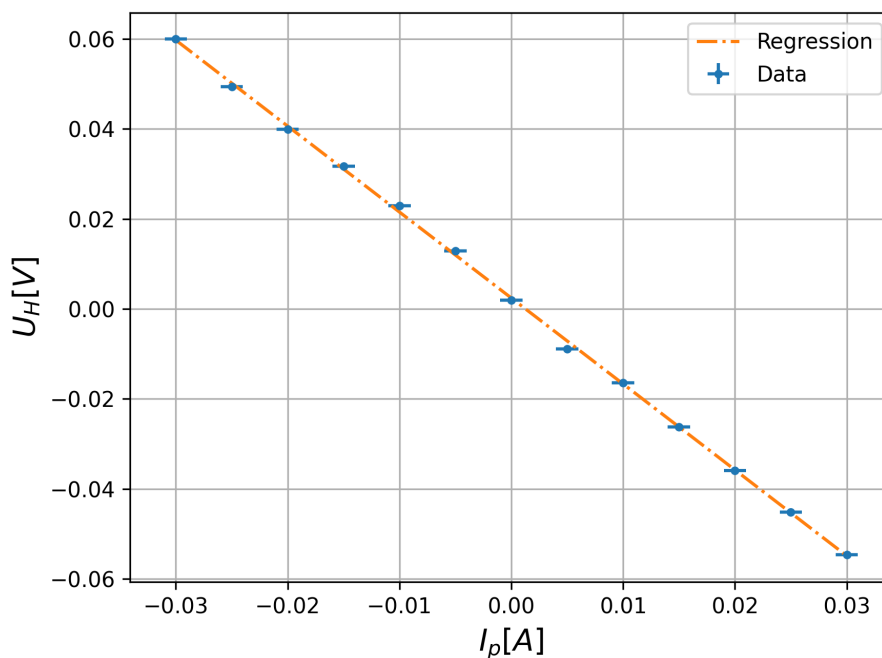
עם התאמה של  $R^2 = 0.9992$ .

על פי חוק אוהם חילצנו את ההתנגדות

$$R_0 = 53.3 \pm 0.9 \Omega$$

חלק 1: מדידה של המתח הול  $U_H$  כפונקציה של הזרם  $I_p$

כעת חיברנו את המולטימטר למדוד את מתח הול  $U_H$ . כילנו את הטסלמטר להציג שדה מגנטי אפסי כאשר המדיד רחוק מהמערכת ולאחר מכן הצבנו אותו במערכת כפי שמוצג בסרטוט. הפעלנו מתח זרם על הסלילים המגנטיים כך שיווצר שדה מגנטי בעוצמה  $251 \pm 1 mT$ . בשלב זה כילנו את המערכת קח שהמתח  $U_H$  הנמדד במולטימטר יהיה יתאפס כאשר אין זרם  $I_p$ . לאחר הכיול מדדנו את מתח הול כפונקציה של הזרם עבור זרמים  $\pm 30 mA$  התקבלו התוצאות הבאות:



**גרף 2: מתח הול ( $U_H$ ) כפונקציה של הזרם  $I_p$**

ציר ה- $x$  מייצג את הזרם  $I_p$  ב- $A$  וציר ה- $y$  את המתח  $U_H$  ב- $V$ . הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים.

ניתן לראות כי באופן איכותי כי בקירוב טוב הגרף לינארי כפי שמוצג על פי נוסחא 1. לגרף בוצעה רגרסיה לינארית



$$y = (-1.91 \pm 0.03)x + (0.0024 \pm 0.0005)$$

עם התאמה של  $R^2 = 0.9995$ . על פי נוסחא 1 ונתוני המערכת חולץ קבוע הול והתקבל

$$R_H^{(1)} = 0.0076 \pm 0.0002 \frac{m^3}{C}$$

מהדרך שבו נבנתה המערכת, מדידת מתח שלילי (וכתוצאה מכך  $R_H$  שלילי) מעיד על הצטברות מטענים חיוביים (חורים) בחלקו התחתון של המל"מ (או מטענים שלילים בחלקו העליון) אך על פי כיוון השדה המגנטי וכיוון הזרם נסיק שהאפשרות היחידה היא שאלו מטענים חיוביים בתחתית המל"מ, כלומר המל"מ הוא  $P$  Type. בדיקה של הלוח אכן אשרה שזהו המצב. מתוך הקשר 1 חולצה צפיפות רוב המטענים (החיוביים) והתקבלה התוצאה:

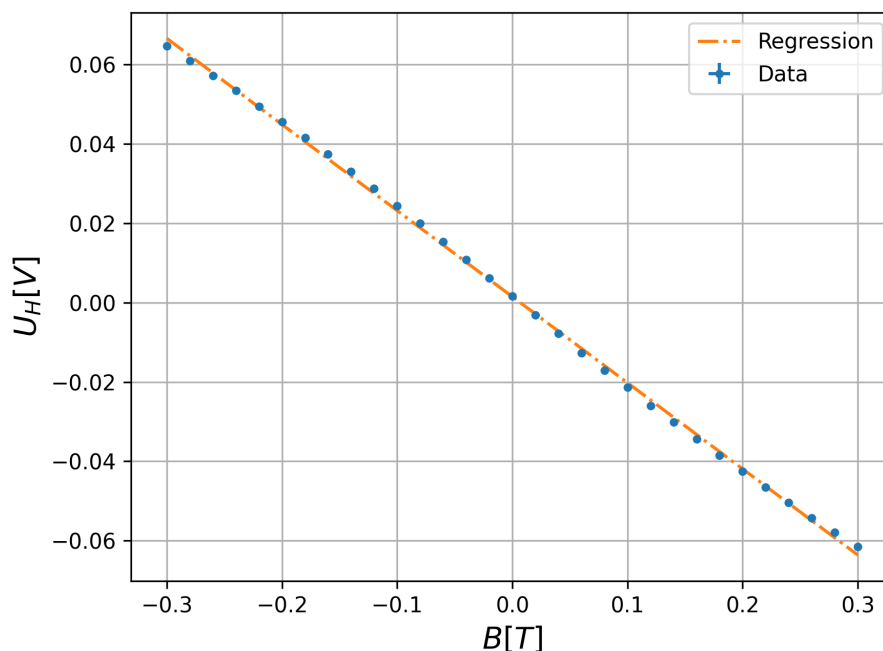
$$p^{(1)} = (8.2 \pm 0.2) 10^{20} m^{-3}$$

בעזרת  $R_0$  שחישבנו בחלק 0 וממדי המערכת חישבנו את  $\rho_0$  לפי 3 וממנו חילצנו בעזרת נוסחא 2 את המוביליות של החורים

$$\mu_h^{(1)} = 0.229 \pm 0.005 \frac{m^2}{V \cdot sec}$$

חלק 2: מדידה של המתח הול  $U_H$  כפונקציה של השדה המגנטי

בחלק זה קבענו את הזרם  $I_p$  ל  $30 \pm 1 mA$  ואת הזרם העובר בסלילים המגנטיים לאפס. כילנו את המערכת כך שמולטימטר יציג 0 עבור מדידה של  $U_H$ . כעת מדדנו את מתח הול עבור ערכים שונים של השדה המגנטי בתחום  $\pm 300 mT$ . התקבלו התוצאות הבאות:



**גרף 3:** מתח הול ( $U_H$ ) כפונקציה של השדה המגנטי ( $B$ )

ציר ה- $x$  מייצג את השדה המגנטי  $B$  בציר  $T$  וציר ה- $y$  את המתח  $U_H$  ב- $V$ . הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים. קווי השגיאה קטנים מכדי לראותם בגרף.

בדומה לחלק הקודם, ניתן לראות כי באופן איכותי כי בקירוב טוב הגרף לינארי כפי שמוצפה על פי נוסחא 1. לגרף בוצעה רגרסיה לינארית והתקבלה הפונקציה

$$y = (-0.217 \pm 0.003)x + (0.0015 \pm 0.0004)$$

עם התאמה של  $R^2 = 0.9992$ . על פי נוסחא 1 ונתוני המערכת חולץ קבוע הול והתקבל

$$R_H^{(2)} = 0.0072 \pm 0.0003 \frac{m^3}{C}$$

כפי שניתן לראות יש חפיפה אם הערך שהתקבל במדידה מהמדידה הקודמת. מתוך הקשר 1 חולצה צפיפות רוב המטענים (החיובים) והתקבלה התוצאה:

$$p^{(2)} = (8.6 \pm 0.3) 10^{20} m^{-3}$$

כפי שניתן לראות יש חפיפה בין התחומים שהתקבלו במדידה הזו ובמדידה הקודמת.

בעזרת  $\rho_0$  חילצנו לפי נוסחא 2 את המוביליט של החורים

$$\mu_h^{(2)} = 0.217 \pm 0.008 \frac{m^2}{V \cdot sec}$$

כפי שניתן לראות יש חפיפה בין התחומים שהתקבלו במדידה הזו ובמדידה הקודמת.

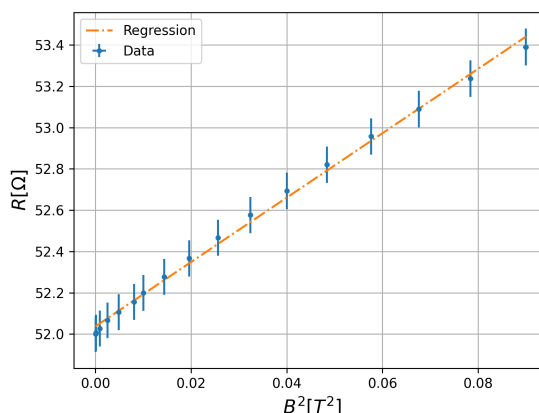
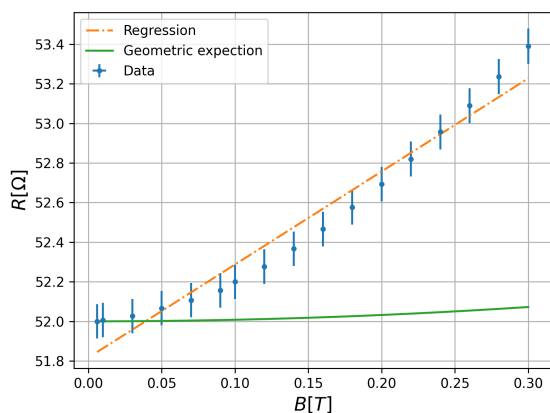
חלק 3: מדידה של ההתנגדות  $R$  כפונקציה של השדה המגנטי

חיברנו את המולטימטר במקביל ל  $U_p$ , קבענו את הזרם  $I_p$  ל  $30 \pm 1 mA$  ואת הזרם העובר בסלילים המגנטיים לאפס.

קעת מדדנו את המתח  $U_p$  עבור ערכים שונים של השדה המגנטי בתחום  $[0, 300] mT$ .

בעזרת הזרם והמתח חישבנו דרך חוק אוהם את ההתנגדות כפונקציה של השדה המגנטי הנמדד וכפונקציה של השדה המגנטי בריבוע.

התקבלו התוצאות הבאות:



**גרף 4-5 (משמאל לימין):** התנגדות המל"מ כפונקציה של השדה המגנטי  $B$  וריבוע השדה המגנטי  $B^2$

ציר ה  $x$  מייצג את השדה המגנטי  $B$  בגרף 1 ובגרף 2 את השדה בריבוע  $B^2$  ב  $T^2$ . ציר ה  $y$  את המתח ההתנגדות ב  $\Omega$ . הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים. כמו כן עבור גרף 4 סרטטנו בקו ירוק את התחזית של השינוי בהתנגדות מהאפקט הגאומטרי לפי נוסחה (?) והנתונים שחולצו במהלך הניסוי.

עבור גרף 4, ניתן לראות איכותית כי ההתאמה הלינארית לא טובה מאוד. מתוך הרגרסיה התקבלה הפונקציה

$$y = (4.7 \pm 0.5)x + (51.82 \pm 0.09)$$

עם התאמה של  $R^2 = 0.95526$  אשר מעיד באופן כמותי על כך שההתאמה אינה טובה. עבור גרף 2, ניתן לראות איכותית כי ההתאמה הלינארית טובה יותר. מתוך הרגרסיה התקבלה הפונקציה

$$y = (15.6 \pm 0.5)x + (52.04 \pm 0.02)$$

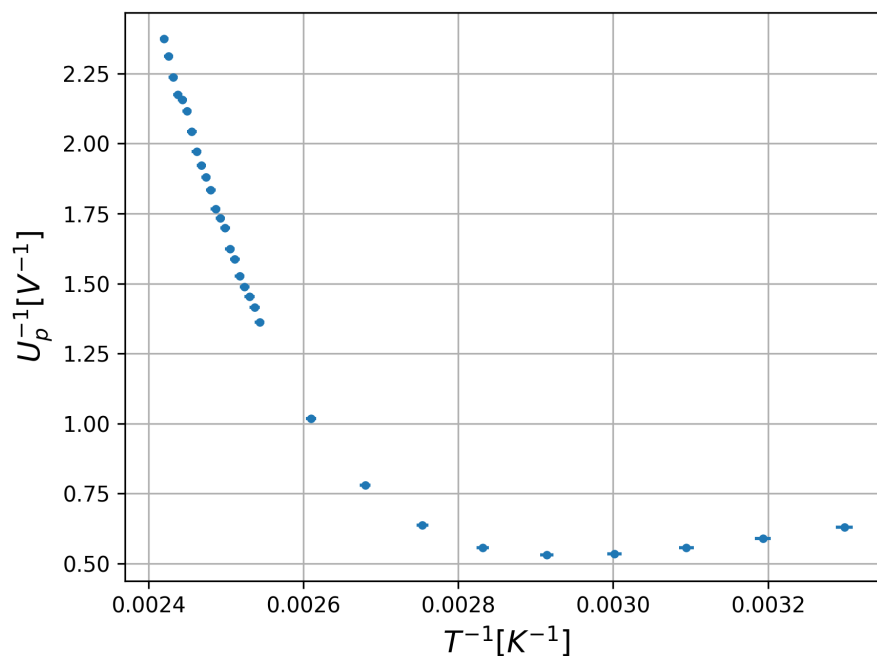
עם התאמה של  $R^2 = 0.9965$  אשר מעיד באופן כמותי כי אכן ההתאמה יותר מוצלחת. כפי שצינו ניתן לראות שההתנגדות מתנהגת בקירוב טוב באופן לינארי לריבוע השדה בהתאם לנוסחא 4. בנוסף לפי הביטוי עבור האופקט הגאומטרי 5 נחשב את ההשפעה התיאורטית, ניתן לראות בגרף 4 כי היא זניחה לעומת השינוי בהתנגדות.

חלק 4: מדידה של המתח  $U_p$  כפונקציה של הטמפ'

כיוונו את הזרם ל  $30 \pm 1 \text{ mA}$  ואת השדה המגנטי לאפס, חיברנו את המולטימטר במקביל ל  $U_p$  וכיוונו את הצוגה להציג את הטמפ' של המערכת.

חיממנו את המערכת עד  $141^\circ \pm 1^\circ$  צלזיוס וצילמנו את המערכת בזמן שהיא התקררה לטמפ' החדר. מתוך הצילומים חילצנו את מדידות הטמפ' והמתח.

נציג את התוצאות כגרף של  $U_p^{-1}$  כפונקציה של  $T^{-1}$ :



#### גרף 6: $U_p^{-1}$ כפונקציה של $T^{-1}$

ציר ה- $x$  מייצג את אחד חלקי טמפ' המערכת ב- $K^{-1}$  וציר ה- $y$  את אחד חלקי המתח הנדגם ב- $V^{-1}$ . הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו.

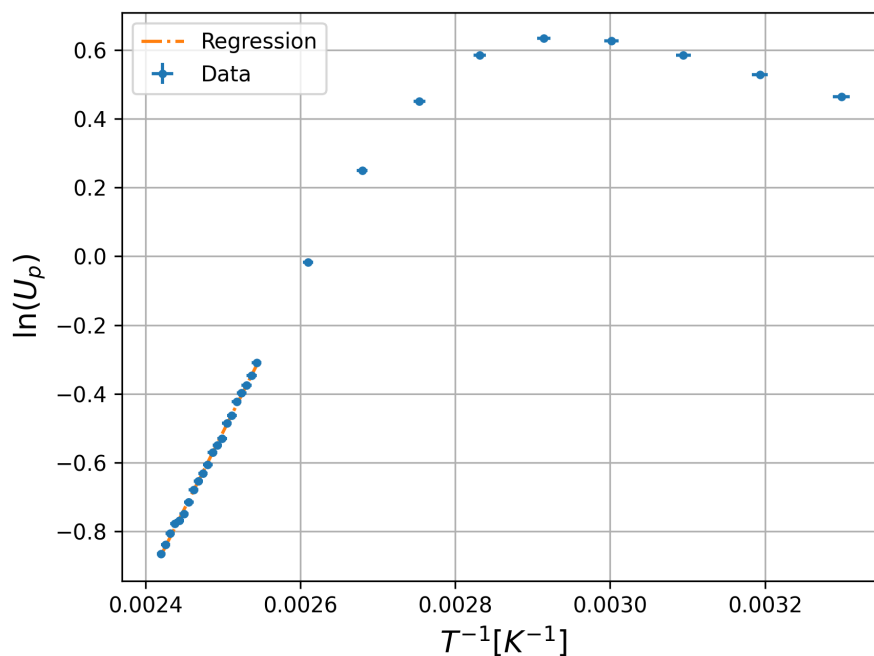
בחלקו השמאלי של הגרף המתייחס לטמפ' גבוהות ניתן לראות כי הגרף בקירוב טוב לינארי ניתן להבין זאת באופן הבא: הטמפ' גבוהות ולכן המל"מ נמצא במשטר האינטרינזי, לכן נעזר בנוסחא 6 (בביטוי לפני ביצוע הln), בטמפ' אלו מתקיים  $T^{-1} \ll 1$  ולכן ניתן לקרב את האקספוננט לפונקציה לינארית ולקבל

$$U_p^{-1} \sim 1 - \frac{E_g}{2k_B} \cdot T^{-1}$$

והרי שקיבלנו שבטמפ' גבוהות אכן אמור להתקיים יחס לינארי מקורב בין  $U_p^{-1}$  לבין  $T^{-1}$ .

כדי לחלץ את האנרגיה  $E_g$  נציג את לוג המתח כפונקציה של  $T^{-1}$  במקרה זה נעזר בחלק השני של הנוסחא 6 (לאחר ביצוע הln).

בהצגה של התוצאות כ- $\ln U_p$  כפונקציה של  $T^{-1}$  התקבל הגרף הבא:



גרף 7:  $\ln U_p$  כפונקציה של  $T^{-1}$

ציר ה- $x$  מייצג את אחד חלקי טמפ' המערכת ב- $K^{-1}$  וציר ה- $y$  את לן המתח הנדגם. הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות שנלקחו והקו הכתום את הרגרסיה שבוצעה לנתונים בתחום הלינארי. ביצענו רגרסיה לינארית על התחום הלינארי (טמפ' גבוהות) והתקבלה הפונקציה הבא:

$$y = (4.48 \pm 0.09) 10^3 x + (-11.7 \pm 0.3)$$

עם התאמה טובה של  $R^2 = 0.9982$ . מתוך השיפוע נחלץ את האנרגיה

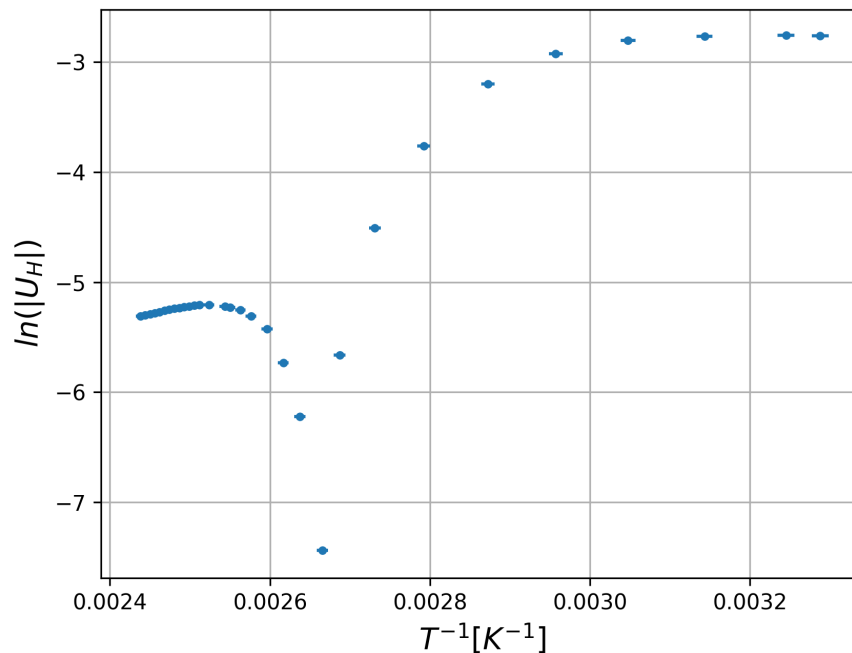
$$m = \frac{E_g}{2k_B} \Rightarrow E_g = 2mk_B$$

ונקבל

$$E_g = 0.77 \pm 0.02 eV$$

חלק 5: מדידה של מתח הול  $U_H$  כפונקציה של הטמפ'

חיברנו את המולטימטר במקביל למתח הול  $U_H$  וכילנו אותו להיות אפס כאשר הזרם במערכת מתאפס. קבענו את הזרם  $I_p = 30 \pm 1 \text{ mA}$  ואת השדה המגנטי ל  $300 \pm 1 \text{ mT}$  ולבסוף חיממנו את המערכת עד כ  $140^\circ$  צלזיוס. במהלך ההתקררות של המערכת לטמפ' החדר צילמנו את המערכת ומכשירי המדידה ולאחר מכן חילצנו מהם את מדידות הטמפ' ומתח הול. כפי שנחזה מהתדריך לפי נוסחא 4  $R_H$  מחליף סימן ומכאן ש  $U_H$  מחליף סימן, לכן חישבנו את  $\ln|U_H|$  כפונקציה של  $T^{-1}$ , התקבלו התוצאות הבאות:

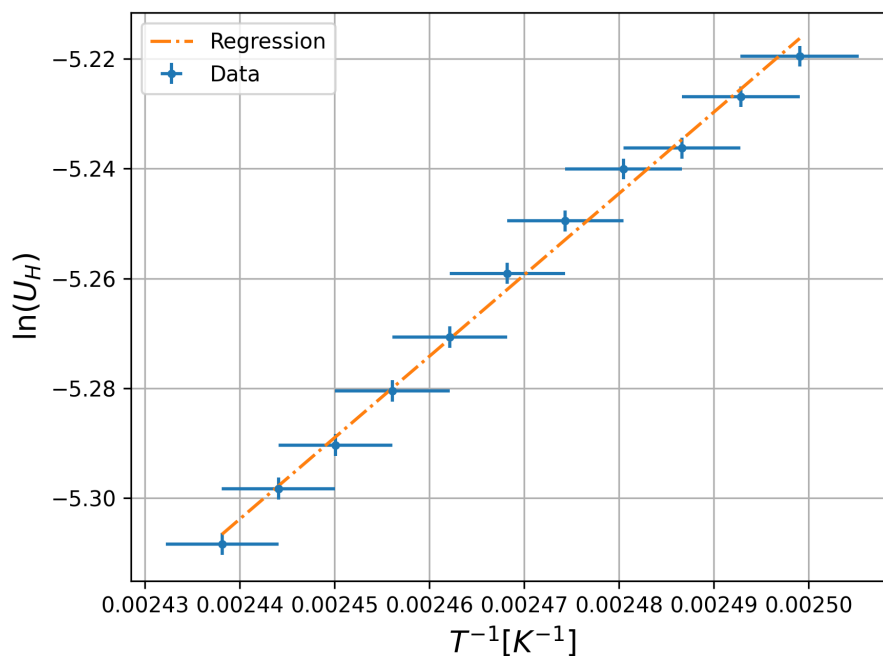


#### גרף 8: $\ln|U_H|$ כפונקציה של $T^{-1}$

ציר ה  $x$  מייצג את אחד חלקי טמפ' המערכת ב  $K^{-1}$  וציר ה  $y$  את  $\ln|U_H|$  המתח הנדגם (בערך מוחלט). הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות.

בשנית עבור הטמפ' הגבוהות נעזר בנוסחא 6 ונחזה קשר לינארי בין  $\ln(U_H)$  ל  $T^{-1}$ .

נחזה את התחום הלינארי עבור הטמפ' הגבוהות ונבצע עליו רגרסיה לינארית, התקבל הגרף הבא (טמפ'  $140^\circ - 120^\circ$ ):



גרף 9:  $\ln |U_H|$  כפונקציה של  $T^{-1}$

ציר ה- $x$  מייצג את אחד חלקי טמפר' המערכת ב- $K^{-1}$  וציר ה- $y$  את  $\ln$  הממתח הנדגם (בערך מוחלט). הנקודות הכחולות מייצגות את הדגימות והקו הכתום את הרגרסיה. ביצענו רגרסיה לינארית על התחום הלינארי (טמפר' גבוהות) והתקבלה הפונקציה הבא:

$$y = (1.48 \pm 0.08) \cdot 10^3 x + (-8.9 \pm 0.2)$$

עם התאמה של  $R^2 = 0.9939$ . מתוך השיפוע נחלץ את האנרגיה

$$m = \frac{E_g}{2k_B} \Rightarrow E_g = 2mk_B$$

ונקבל

$$E_g = 0.26 \pm 0.02 eV$$

נשים לב שערך זה הוא כשליש מהערך הקודם שחישבנו עבור האנרגיה, נדון בפער זה בדיון.





## דיון בתוצאות

## מסקנות

## מקורות מידע

(1) תדריך \_\_.

## נספח

- הנוסחה בה השתמשנו לחישוב השגיאות הנגררות בניסוי:

$$\delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \delta y\right)^2 + \dots}$$

כאשר  $\delta x, \delta y, \dots$  הן השגיאות של  $x, y, \dots$  ו- $\delta F$  היא השגיאה הנגררת של  $F$ , שהיא פונקציה של המשתנים  $x, y, \dots$ .

- הנוסחה בה השתמשנו לחישוב השגיאה היחסית בין הערכים המדודים לתיאורטיים בניסוי:

$$\xi_{rel \ err} = \frac{\delta v}{v} \cdot 100\%$$