

### Problem 1

- (a)weak partial order
- (b)equivalence relation
- (c)weak partial order
- (d)equivalence relation
- (e)none, 违反了传递性
- (f)empty relation的含义: <https://math.stackexchange.com/questions/1550802/what-is-the-empty-relation>
- 因为 $R$ 是empty relation, 所以 $(a, a) \notin R$ , 因此自反性不成立; 因为 $(u, v) \in R$ 永远为假, 所以transitive和asymmetric成立, 从而是strict partial order.
- (g)equivalence relation
- (h)weak partial order

### Problem 2

- (a)7

$$\emptyset \subset \{1\} \subset \{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\} \subset \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

- (b)如果 $\{1, \dots, 6\}$ 的两个子集元素数量相同, 那么这两个集合必然没有包含关系, 所以最大的antichain为

$$2^6 = 64$$

- (c)minimal:0,maximal:6。minimal集合是minimum, maximum集合是maximum。
- (d)只改变minimal部分, minimal为1, 所以minimal不是minimum。

### Problem 3

- (a)最长递增子列:

$$1258, 1238$$

- 最长递减子列:

$$641, 642, 643, 953$$

- (b)maximal元素: 8, 9

minimal元素: 1, 4, 6

- (c) $S$ 的递增序列是 $\prec$ 关系下的chain, 递减序列是 $\prec$ 关系下的antichain

(d)利用Dilworth's引理即可。

#### Problem 4

(a)略。

(b) $\forall a, a'$ , 如果

$$a R a'$$

那么

$$f(a) = f(a'), a \equiv_f a'$$

反之, 如果

$$a \equiv_f a'$$

那么

$$f(a) = f(a'), a R a'$$