

Problem 1

<i>R</i> is	iff R^{-1} is
total	a surjection
a function	an injection
a surjection	total
an injection	a function
a bijection	a bijection

Problem 2

$\forall (a_i, b_j) \in |A \times B|$, 构造映射 f , 其中 f 将 (a_i, b_j) 映射为 $(i + 1)(j + 1) - 1 = i + j + ij$, 所以

$$f(|A \times B|) = \{0, 1, \dots, mn - 1\}$$

Problem 3

(a)

$$|f(A)| \leq |B|$$

(b)

$$|A| \geq |B|$$

(c)

$$|f(A)| = |B|$$

(d)

$$|f(A)| \leq |A|$$

(e)

$$|A| = |B|$$

Problem 4

因为函数有 ≤ 1 的 out, 所以

$$|X| \geq |R(X)|$$

Problem 5

(a)

$$|A| \geq |B| \geq C \Rightarrow A \text{ surj } C$$

(b)因为

$$|A| \geq |B| \Leftrightarrow |B| \leq |A|$$

(c)由(a), (b)可得

$$\begin{aligned} A \text{ inj } B &\Leftrightarrow B \text{ surj } A \Leftrightarrow |B| \geq |A| \\ B \text{ inj } C &\Leftrightarrow C \text{ surj } B \Leftrightarrow |C| \geq |B| \end{aligned}$$

所以

$$|C| \geq |A|$$

因此

$$A \text{ inj } C$$

(d)因为

$$A \text{ inj } B$$

等价于

$$B \text{ surj } A$$

等价于存在从 B 到 A 的surjective function R , 由第一题可知 R^{-1} 为injective total relation, 所以等价于存在从 A 到 B 的injective total relation。