Problem 1

(a)因为组内可以排序，所以

$$k=(3!)^4=6^4$$

(b)忽略组间的顺序，所以

$$j=4!$$

(c)由(a)(b)可得分组的数量为

$$\frac{12!}{6^4\times 4!}$$

(d)

$$\frac{(3n)!}{6^n\times n!}$$

Problem 2

(a)拿走8本书将剩下的书分为9个部分，记每个部分的数量为x_i，那么

$$\sum_{i=1}^{9}x_i=22$$

由条件可知我们有

$$\begin{aligned}x_i&\geq 2, i=2,\ldots,8\\x_1&\geq 0\\x_9&\geq 0\end{aligned}$$

令

$$y_1=x_1+1, y_9=x_9+1, y_i=x_i-1$$

那么关于y_i的方程为

$$\sum_{i=1}^{9}y_i=17, y_i\geq 1$$

该方程解的数量为

$$C_{16}^{8}$$

所以拿书的方式一共有

$$C_{16}^{8}$$

(b)令$y_i = x_i + 1$，那么原方程等价于

$$\sum_{i=1}^{m} y_i = k + m$$

原方程的非负整数解等价于该方程的正整数解，利用隔板法可得数量为

$$C_{m+k-1}^{k-1}$$

(c)由上一部分Problem 3(a)可得数量为

$$C_{m+k}^{k}$$

(d)题目即问如下序列的数量

$$y_1 \le y_2 \le \cdots \le y_m \le k$$

由上一部分Problem 3(b)可得数量为

$$C_{m+k}^{k}$$

Problem 3

(a)

$$4! = 24$$

(b)

$$4! = 24$$

(c)略。

(d)2对1关系。

(e)

$$\frac{24}{2} = 12$$

(f)

$$6!$$

(g)略。

(h)6对1关系。

(i)

$$\frac{6!}{3!}$$

(j)

$$10!$$

(k)

$$\frac{10!}{2!}$$

(l)

$$\frac{10!}{2!2!}$$

(m)

$$\frac{10!}{2!2!3!}$$

(n)

$$\frac{10!}{5!2!2!}$$

(o)

$$\frac{52!}{17!23!12!}$$

Problem 4

(a)

$$C_{11}^{5}$$

(b)

$$3^8 \times 2^9 \times C_{17}^{8}$$

(c)

$$C_{5}^{3}$$

Problem 5

(a)利用多项式系数可得数量为

$$\frac{9!}{1!2!3!1!2!}$$

(b)因为最多六位，其中一位为9，所以设其余五个数字为

$$x_1, ..., x_5$$

由条件可得

$$\sum_{i=1}^{5} x_i = 9$$
$$x_i \geq 0$$

即非负整数解问题，所以满足条件的x_i的数量为

$$C_{14}^5$$

最后考虑9和这5个数字的相对位置关系，所以总数为

$$6 \times C_{14}^5$$