

Грамматики

1

**Романенко Владимир Васильевич,
к.т.н., доцент каф. АСУ ТУСУР**

Основные определения

2

Грамматикой называется четверка $G = (N, \Sigma, P, S)$, где:

- N – конечное множество нетерминальных символов или нетерминалов;
- Σ – непересекающееся с N конечное множество терминальных символов (терминалов);
- P – конечное подмножество множества $(N \cup \Sigma)^* N (N \cup \Sigma)^* \times (N \cup \Sigma)^*$, элемент (α, β) множества P называется правилом (порождающим правилом или продукцией) и записывается $\alpha \rightarrow \beta$;
- S – выделенный символ из N , называемый начальным (стартовым, исходным) символом.

Основные определения

3

Классификация грамматик по виду правил:

- Грамматики общего вида (или грамматики без ограничений):

$$\alpha \rightarrow \beta$$

- Контекстно-зависимые грамматики:

$$\alpha \rightarrow \beta, |\alpha| \leq |\beta|$$

$$\alpha \in (N \cup \Sigma)^* N (N \cup \Sigma)^*, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$$

- Контекстно-свободные грамматики:

$$A \rightarrow \beta, A \in N$$

$$A \in N, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$$

Основные определения

4

Грамматика определяет язык рекурсивным образом. Рекурсивность проявляется в задании особого рода цепочек, называемых выводимыми цепочками грамматики $G = (N, \Sigma, P, S)$, где:

- 1) S – выводимая цепочка;
- 2) если $\alpha\beta\gamma$ – выводимая цепочка и $\beta \rightarrow \delta \in P$, то $\alpha\delta\gamma$ – тоже выводимая цепочка.

Выводимая цепочка грамматики G , не содержащая нетерминальных символов, называется терминальной цепочкой, порождаемой грамматикой G .

Основные определения

5

Обозначение вывода:

- $\varphi \Rightarrow_G \psi$ – цепочка ψ непосредственно выводится из цепочки φ в языке, заданном грамматикой G (или просто $\varphi \Rightarrow \psi$).
- $\varphi \Rightarrow^k \psi$ – цепочка ψ выводится из цепочки φ за k операций вывода;
- $\varphi \Rightarrow^+ \psi$ – для вывода цепочки ψ из цепочки φ требуется от 1 и более операций вывода;
- $\varphi \Rightarrow^* \psi$ – для вывода цепочки ψ из цепочки φ требуется от 0 и более операций вывода.

Основные определения

6

Обозначение вывода:

- Левосторонний вывод. Если $\alpha \rightarrow \beta \in P$, то вывод

$$\varphi\alpha\psi \Rightarrow \varphi\beta\psi$$

называется левосторонним и обозначается

$$\varphi\alpha\psi \Rightarrow_L \varphi\beta\psi$$

- Правосторонний вывод. Если $\alpha \rightarrow \beta \in P$, то вывод

$$\varphi\beta\psi \Rightarrow \varphi\alpha\psi$$

называется правосторонним и обозначается

$$\varphi\alpha\psi \Rightarrow_R \varphi\beta\psi$$

Основные определения

7

Пример КЗ-грамматики:

$$S \rightarrow 0 A 1$$

$$0 A \rightarrow 0 0 A 1$$

$$A \rightarrow e$$

Левосторонний вывод:

$$S \Rightarrow_L 0 A 1 \Rightarrow_L 0 0 A 1 1 \Rightarrow_L 0 0 1 1$$

Поэтому можно сказать, что $S \Rightarrow_L^3 0 0 1 1$, или $S \Rightarrow_L^+ 0 0 1 1$, или $S \Rightarrow_L^* 0 0 1 1$.

Основные определения

8

Пример КЗ-грамматики:

$$S \rightarrow 0 A 1$$

$$0 A \rightarrow 0 0 A 1$$

$$A \rightarrow e$$

Правосторонний вывод:

$$0 0 1 1 \leftarrow_R 0 0 A 1 1 \leftarrow_R 0 A 1 \leftarrow_R S$$

Поэтому можно сказать, что $S \Rightarrow_R^3 0 0 1 1$, или $S \Rightarrow_R^+ 0 0 1 1$, или $S \Rightarrow_R^* 0 0 1 1$.

Контекстно-свободные грамматики

Основные определения

10

Классификация КС-грамматик:



Основные определения

11

Как проверить, что входная цепочка α является правильной в языке L ?

- Используя левосторонний вывод, вывести из стартового символа грамматики S искомую цепочку:

$$S \Rightarrow_L^* \alpha$$

- Используя правосторонний вывод, вывести из искомой цепочки стартовый символ грамматики S :

$$S \Leftarrow_R^* \alpha$$

- Построить деревья вывода. Если искомая цепочка является кроной одного из деревьев вывода, то она является правильной.

Деревья вывода

12

Упрощённый способ построения дерева вывода для цепочки $\alpha = \alpha_1\alpha_2...\alpha_n$:

1. Поместить цепочку α в корень дерева вывода.
2. Выбрать произвольный элемент цепочки α_i .
3. Если это нетерминал $\alpha_i = A \in N$, а во множестве правил P имеется правило вида $A \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_m$, то добавить в дерево новые узлы с цепочками $\alpha_1\alpha_2...\alpha_{i-1}\beta_j\alpha_{i+1}...\alpha_n$, где $j = 1, 2, \dots, m$.
4. Если в цепочке α не осталось нетерминалов, то это лист дерева. Повторять пункты 2-3, пока в дереве не останутся только листья.

Деревья вывода

13

Пример. Построим дерево вывода для грамматики

$$\text{FIXED} \rightarrow \text{SIGN MANT}$$
$$\text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e$$
$$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM} \mid \text{NUM FRACT}$$
$$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$$
$$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$$
$$\text{FRACT} \rightarrow . \text{NUM}_2 \mid e$$

Подряд идущие символы – конкатенация (читается как «**и**»), альтернатива – объединение (читается как «**или**»).

Деревья вывода

14

Примечание. Эту грамматику можно записать без использования знака альтернативы:

...

$\text{SIGN} \rightarrow +$

$\text{SIGN} \rightarrow -$

$\text{SIGN} \rightarrow e$

...

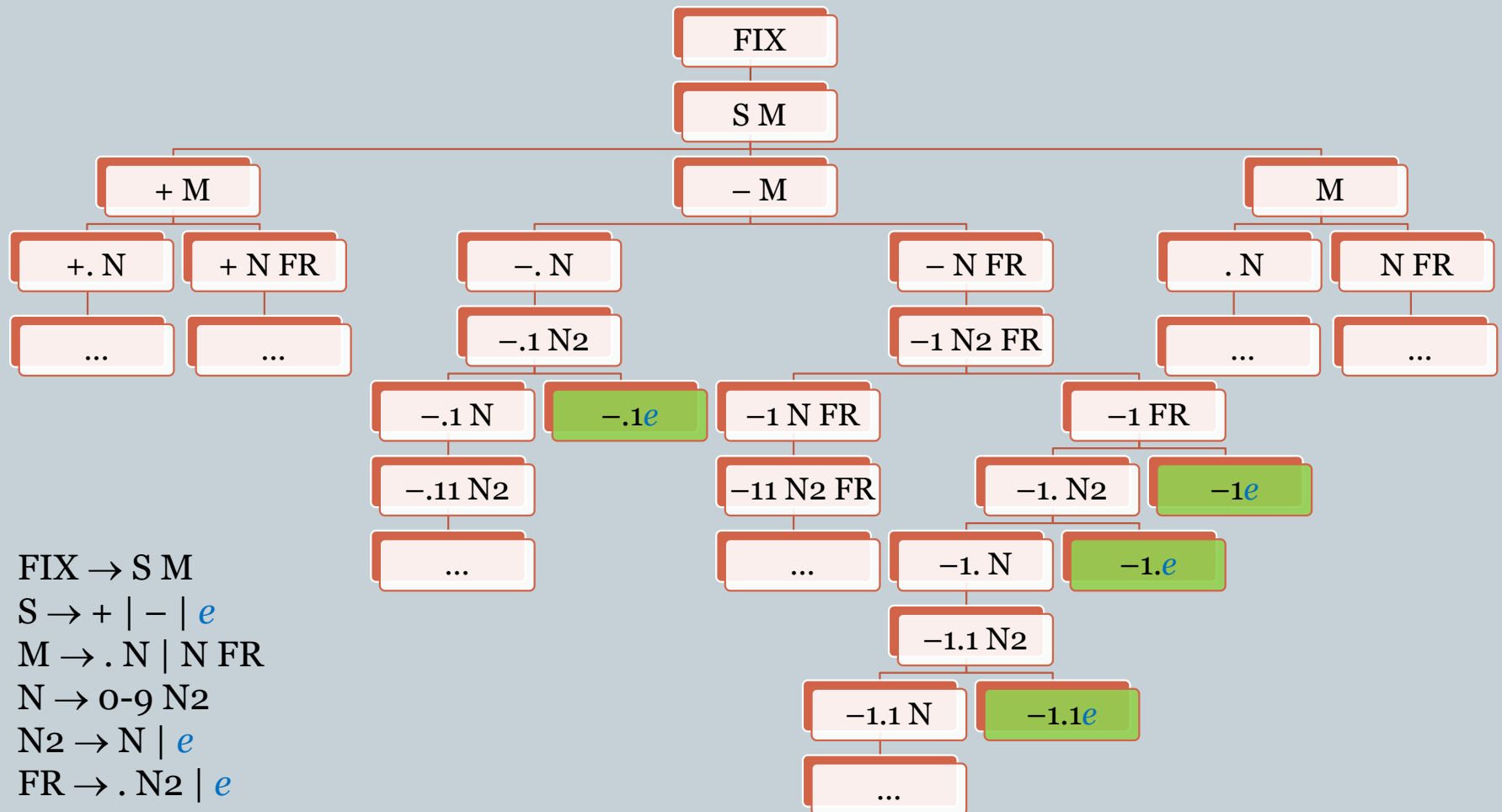
$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM}$

$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM FRACT}$

и т.д.

Деревья вывода

15



LL(k)- и LR(k)-грамматики

LL(k)-грамматики

17

Расшифровка названия:

- L – входная цепочка разбирается слева направо;
- L – используется левосторонний вывод;
- k – варианты порождающего правила выбираются с помощью предварительного просмотра k символов входной цепочки ($k \geq 1$).

Проверка корректности грамматики типа LL(**1**) осуществляется анализом множеств направляющих символов T . Если у альтернатив какого-либо правила множества T пересекаются, то грамматика не является LL(1)-грамматикой.

LL(k)-грамматики

18

Пример 1:

Правило	Множество T
$\text{FIXED} \rightarrow \text{SIGN MANT}$	$\{+, -, ., 0-9\}$
$\text{SIGN} \rightarrow +$	$\{+\}$
$\text{SIGN} \rightarrow -$	$\{-\}$
$\text{SIGN} \rightarrow e$	$\{., 0-9\}$
$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM}$	$\{.\}$
$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM FRACT}$	$\{0-9\}$
$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$	$\{0-9\}$
$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM}$	$\{0-9\}$
$\text{NUM}_2 \rightarrow e$	$\{., \perp\}$
$\text{FRACT} \rightarrow . \text{NUM}_2$	$\{.\}$
$\text{FRACT} \rightarrow e$	$\{\perp\}$

LL(k)-грамматики

19

Пример 2:

Правило	Множество T
$\text{FIXED} \rightarrow \text{SIGN MANT}$	$\{+, -, ., 0-9\}$
$\text{SIGN} \rightarrow +$	$\{+\}$
$\text{SIGN} \rightarrow -$	$\{-\}$
$\text{SIGN} \rightarrow e$	$\{., 0-9\}$
$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM}$	$\{.\}$
$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM}$	$\{0-9\}$
$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} .$	$\{0-9\}$
$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM}$	$\{0-9\}$
$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$	$\{0-9\}$
$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM}$	$\{0-9\}$
$\text{NUM}_2 \rightarrow e$	$\{., \perp\}$

LL(k)-грамматики

20

Пример 3. Проверим, является ли правильной цепочка
+12.5

Используем левосторонний вывод:

$\text{FIXED} \Rightarrow \text{SIGN MANT} \Rightarrow + \text{MANT} \Rightarrow$
 $\Rightarrow + \text{NUM FRACT} \Rightarrow +1 \text{ NUM}_2 \text{ FRACT} \Rightarrow$

$\text{FIXED} \rightarrow \text{SIGN MANT}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e$

$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM} \mid \text{NUM FRACT}$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$

$\text{FRACT} \rightarrow . \text{NUM}_2 \mid e$

LL(k)-грамматики

21

Пример 3. Проверим, является ли правильной цепочка

+12.5

Используем левосторонний вывод:

FIXED \Rightarrow SIGN MANT \Rightarrow + MANT \Rightarrow
 \Rightarrow + NUM FRACT \Rightarrow +1 **NUM₂** FRACT \Rightarrow

Продолжение вывода невозможно без построения
таблицы разбора!

FIXED \rightarrow SIGN MANT

SIGN \rightarrow + | - | *e*

MANT \rightarrow . NUM | NUM FRACT

NUM \rightarrow 0-9 NUM₂

NUM₂ \rightarrow NUM | *e*

FRACT \rightarrow . NUM₂ | *e*

LL(k)-грамматики

22

Пример 3. Проверим, является ли правильной цепочка

+12.5

Используем левосторонний вывод:

$$\begin{aligned} \text{FIXED} &\Rightarrow \text{SIGN MANT} \Rightarrow + \text{ MANT} \Rightarrow \\ &\Rightarrow + \text{ NUM FRACT} \Rightarrow +1 \text{ NUM}_2 \text{ FRACT} \Rightarrow \\ &\Rightarrow +1 \text{ NUM FRACT} \Rightarrow +12 \text{ NUM FRACT} \Rightarrow +12 \text{ FRACT} \Rightarrow \\ &\Rightarrow +12. \text{ NUM}_2 \Rightarrow +12.5 \text{ NUM}_2 \Rightarrow +12.5 \end{aligned}$$

$\text{FIXED} \rightarrow \text{SIGN MANT}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e$

$\text{MANT} \rightarrow . \text{ NUM} \mid \text{ NUM FRACT}$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{ NUM} \mid e$

$\text{FRACT} \rightarrow . \text{ NUM}_2 \mid e$

LR(k)-грамматики

23

Расшифровка названия:

- L – входная цепочка разбирается слева направо;
- R – используется правосторонний вывод;
- k – варианты порождающего правила выбираются с помощью предварительного просмотра k символов входной цепочки ($k \geq 0$).

Проверка корректности грамматики типа LR(0) и LR(1) осуществляется при заполнении таблицы разбора по наличию LR-конфликтов.

LR(k)-грамматики

24

Пример. Проверим, является ли правильной цепочка
+12.5

Для начала преобразуем грамматику из предыдущего примера к виду LR. Для этого используем алгоритм устранения *e*-правил:

FIXED \rightarrow SIGN MANT

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

MANT $\rightarrow . \text{NUM} \mid \text{NUM FRACT}$

NUM $\rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

NUM₂ $\rightarrow \text{NUM} \mid e$

FRACT $\rightarrow . \text{NUM}_2 \mid e$

LR(k)-грамматики

25

Пример. Проверим, является ли правильная цепочка
+12.5

Для начала преобразуем грамматику из предыдущего примера к виду LR. Для этого используем алгоритм устранения *e*-правил:

$\text{FIXED} \rightarrow \text{SIGN MANT} \mid \text{MANT}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid -$

$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM} \mid \text{NUM FRACT}$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$

$\text{FRACT} \rightarrow . \text{NUM}_2 \mid e$

LR(k)-грамматики

26

Пример. Проверим, является ли правильная цепочка
+12.5

Для начала преобразуем грамматику из предыдущего примера к виду LR. Для этого используем алгоритм устранения *e*-правил:

FIXED \rightarrow SIGN MANT | MANT

SIGN \rightarrow + | -

MANT \rightarrow . NUM | NUM FRACT

NUM \rightarrow 0-9 NUM | 0-9

FRACT \rightarrow . NUM | . | *e*

LR(k)-грамматики

27

Пример. Проверим, является ли правильная цепочка
+12.5

Для начала преобразуем грамматику из предыдущего примера к виду LR. Для этого используем алгоритм устранения *e*-правил:

$\text{FIXED} \rightarrow \text{SIGN MANT} \mid \text{MANT}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid -$

$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM} \mid \text{NUM FRACT} \mid \text{NUM}$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM} \mid 0-9$

$\text{FRACT} \rightarrow . \text{NUM} \mid .$

LR(k)-грамматики

28

Пример. Проверим, является ли правильной цепочка
+12.5

Для начала преобразуем грамматику из предыдущего примера к виду LR. **Возможны и другие формы записи, например:**

$\text{FIXED} \rightarrow + \text{MANT} \mid - \text{MANT} \mid \text{MANT}$

$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \mid \text{NUM}$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM} \mid 0-9$

LR(k)-грамматики

29

Пример. Проверим, является ли правильной цепочка

+12.5

Используем правосторонний вывод:

+12.5 \Rightarrow SIGN 12.5 \Rightarrow SIGN NUM 2.5 \Rightarrow SIGN MANT 2.5 \Rightarrow
 \Rightarrow FIXED 2.5 \Rightarrow FIXED NUM . 5 \Rightarrow^2 FIXED FIXED . 5 \Rightarrow
 \Rightarrow FIXED FIXED FRACT 5 \Rightarrow FIXED FIXED FRACT NUM \Rightarrow
 \Rightarrow^2 **FIXED FIXED FRACT FIXED**

FIXED \rightarrow SIGN MANT | MANT

SIGN \rightarrow + | -

MANT \rightarrow . NUM | NUM FRACT | NUM

NUM \rightarrow 0-9 NUM | 0-9

FRACT \rightarrow . NUM | .

LR(k)-грамматики

30

Пример. Проверим, является ли правильной цепочка

+12.5

Используем правосторонний вывод:

+12.5 \Rightarrow SIGN 12.5 \Rightarrow SIGN NUM 2.5 \Rightarrow SIGN MANT 2.5 \Rightarrow
 \Rightarrow FIXED 2.5 \Rightarrow FIXED NUM . 5 \Rightarrow^2 FIXED FIXED . 5 \Rightarrow
 \Rightarrow FIXED FIXED FRACT 5 \Rightarrow FIXED FIXED FRACT NUM \Rightarrow
 \Rightarrow^2 **FIXED FIXED FRACT FIXED**

Вывод зашёл в тупик. Причина – неправильно выполненные свёртки. Для решения проблемы нужна таблица разбора!

LR(k)-грамматики

31

Пример. Проверим, является ли правильной цепочка

+12.5

Используем правосторонний вывод:

$$\begin{aligned} +12.5 &\Rightarrow \text{SIGN } 12.5 \Rightarrow \text{SIGN } 1 \text{ NUM } . 5 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{SIGN NUM } . 5 \Rightarrow \text{SIGN NUM } . \text{NUM} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{SIGN NUM FRACT} \Rightarrow \text{SIGN MANT} \Rightarrow \text{FIXED} \end{aligned}$$

$\text{FIXED} \rightarrow \text{SIGN MANT} \mid \text{MANT}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid -$

$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM} \mid \text{NUM FRACT} \mid \text{NUM}$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM} \mid 0-9$

$\text{FRACT} \rightarrow . \text{NUM} \mid .$

Построение КС-грамматик

32

Построение КС-грамматик

33

КС-грамматика:

$$G = (N, \Sigma, P, S)$$

Алгоритм построения грамматики:

1. Определяем алфавит языка Σ .
2. Строим множество правил P .
3. Множество нетерминалов N определяется по левым частям правил, т.е. по символам, стоящим слева от знака вывода.
4. Стартовым символом S будет нетерминал, с которого должен начинаться вывод (корень дерева вывода).

Построение КС-грамматик

34

Как строить правила?

Вариант 1. Подобно построению функции переходов ДКА или ДМПА, продвигаясь по синтаксису входной цепочки слева направо:

1. Записываем стартовое правило грамматики

$$S \rightarrow \langle \lambda \rangle,$$

где $\langle \lambda \rangle$ – описание правильного предложения языка L на естественном языке. За стартовый символ грамматики принимаем S . Добавляем S во множество нетерминалов N .

2. В построенном множестве правил выбираем все правила вида

$$X \rightarrow \alpha \langle \lambda \rangle,$$

где α – уже составленная часть правила, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$, а $\langle \lambda \rangle$ – ещё не формализованная часть правила на естественном языке.

Построение КС-грамматик

35

3. Если предложение $\langle \lambda \rangle$ может начинаться с какой-то конструкции Y_1 , то производим уточнение правила:

$$X \rightarrow \alpha Y_1 \langle \lambda_1 \rangle$$

Если таких конструкций может быть несколько (Y_1, Y_2, \dots), то получим несколько альтернатив уточнённого правила

$$X \rightarrow \alpha Y_1 \langle \lambda_1 \rangle \mid \alpha Y_2 \langle \lambda_2 \rangle \mid \dots$$

Здесь $\langle \lambda_1 \rangle$ – оставшаяся часть входной цепочки, которая может следовать за Y_1 , $\langle \lambda_2 \rangle$ – за Y_2 , и т.д.

4. Если предложение $\langle \lambda \rangle$ может быть пустым, то также добавляем правило $X \rightarrow \alpha$.

5. Если конструкции Y_1, Y_2 и т.д. не являются элементами алфавита языка (терминальными символами), то добавляем их во множество нетерминалов N , и для каждого Y_i записываем новое правило

$$Y_i \rightarrow \langle \mu_i \rangle$$

Построение КС-грамматик

36

Примечание. Следует также проверить, возможно, некоторые требуемые конструкции Y_i уже описаны в других правилах грамматики $Z \rightarrow \beta$. Тогда новый нетерминал Y_i не вводится, а в правых частях правил вместо Y_i используем Z . Т.е. нетерминал – это некоторый аналог состояния КА, и мы стараемся избегать ввода в грамматику состояний, которые дублируют друг друга (хотя, по аналогии с КА, позже их можно удалить с помощью специальных алгоритмов).

6. Повторяем шаги 2-5 до тех пор, пока в грамматике не останется правил вида

$$X \rightarrow \alpha <\lambda>,$$

т.е. пока все предложения на естественном языке не будут формализованы и удалены из правил. Другими словами, все правила будут иметь вид

$$X \rightarrow \alpha,$$

где цепочка α либо является пустой ($\alpha = \epsilon$), либо состоит только из терминалов и нетерминалов грамматики, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$.

Построение КС-грамматик

37

Как строить правила?

Вариант 2. Методом декомпозиции, когда конструкции естественного языка декомпозируются до тех пор, пока не будут представлены в виде цепочек терминалов и нетерминалов:

1. Записываем стартовое правило грамматики

$$S \rightarrow \langle \lambda \rangle,$$

где $\langle \lambda \rangle$ – описание правильного предложения языка L на естественном языке. За стартовый символ грамматики принимаем S . Добавляем S во множество нетерминалов N .

2. В построенном множестве правил выбираем все правила вида

$$X \rightarrow \alpha \langle \lambda \rangle,$$

где α – уже составленная часть правила, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$, а $\langle \lambda \rangle$ – ещё не формализованная часть правила на естественном языке.

Построение КС-грамматик

38

3. Анализируем предложение $\langle \lambda \rangle$ – из каких конструкций Y_1, Y_2 , и т.д. оно состоит, и производим уточнение правила:

$$X \rightarrow \alpha Y_1 Y_2 \dots$$

Если вариантов таких конструкций может быть несколько, то получим несколько альтернатив уточнённого правила

$$X \rightarrow \alpha Y_{11} Y_{12} \dots \mid \alpha Y_{21} Y_{22} \dots \mid \dots$$

4. Если предложение $\langle \lambda \rangle$ может быть пустым, то также добавляем правило $X \rightarrow \alpha$.

5. Если конструкции Y_1, Y_2 и т.д. не являются элементами алфавита языка (терминальными символами), то добавляем их во множество нетерминалов N , и для каждого Y_i записываем новое правило

$$Y_i \rightarrow \langle \mu_i \rangle$$

6. Аналогично предыдущему случаю, повторяем шаги 2-5 до тех пор, пока в правилах не останется предложений на естественном языке.

Построение КС-грамматик

39

При составлении правил можно использовать следующие типовые приёмы:

Приём 1. Конкатенация. Если конструкции a и b должны следовать друг за другом, то этому будет соответствовать правило

$$X \rightarrow a b$$

Приём 2. Объединение. Если следующей конструкцией входной цепочки является либо a , либо b , то этому будет соответствовать правило

$$X \rightarrow a \mid b$$

Построение КС-грамматик

40

При составлении правил можно использовать следующие типовые приёмы:

Приём 3. Положительная итерация. Если конструкция a в данной части входной цепочки может повторяться от 1 и более раз, то этому будут соответствовать правила LL(1)-грамматики

$$X \rightarrow a Y$$

$$Y \rightarrow a Y \mid e \text{ или } Y \rightarrow X \mid e$$

или LR(k)-грамматики

$$X \rightarrow a \mid a X \text{ или } X \rightarrow a \mid X X$$

Построение КС-грамматик

41

При составлении правил можно использовать следующие типовые приёмы:

Приём 4. Обычная итерация. Если в предыдущем случае цепочка a может вообще отсутствовать, то в LL(1)-грамматике получим правила

$$X \rightarrow a X \mid e$$

Примечание. В LR(k)-грамматиках такое описать невозможно. Если X не является стартовым символом, то описываем положительную итерацию, но для всех правил вида $Y \rightarrow \alpha X \beta$ (т.е. с символом X в правой части) добавляем альтернативу $Y \rightarrow \alpha \beta$.

Построение КС-грамматик

42

При составлении правил можно использовать следующие типовые приёмы:

Приём 5. Конкатенация с итерацией. Если в данной части входной цепочки после конструкции a может повторяться от 0 и более раз другая конструкция b , то

$$X \rightarrow a Y$$

$$X \rightarrow a \mid a Y$$

$$Y \rightarrow b Y \mid e$$

$$Y \rightarrow b \mid Y Y \text{ или } Y \rightarrow b \mid b Y$$

Если конструкция b должна повторяться от 1 и более раз, то

$$X \rightarrow a b Y$$

$$X \rightarrow a b \mid a b Y$$

$$Y \rightarrow b Y \mid e$$

$$Y \rightarrow b \mid Y Y \text{ или } Y \rightarrow b \mid b Y$$

Построение КС-грамматик

43

При составлении правил можно использовать следующие типовые приёмы:

Приём 6. Итерация объединения. Если в данной части входной цепочки может в произвольном порядке располагаться произвольное количество (от 0 и более) конструкций a и b , то в LL(1)-грамматике получим правила

$$X \rightarrow Y X \mid e \text{ или } X \rightarrow a X \mid b X \mid e$$

$$Y \rightarrow a \mid b$$

Примечание. Для LR(k)-грамматик – аналогично предыдущему замечанию.

Построение КС-грамматик

44

При составлении правил можно использовать следующие типовые приёмы:

Приём 6. Итерация объединения. Если должна быть как минимум одна такая конструкция, то этому будут соответствовать правила LL(1)-грамматики

$$X \rightarrow a Y \mid b Y$$

$$Y \rightarrow a Y \mid b Y \mid e \text{ или } Y \rightarrow X \mid e$$

или LR(k)-грамматики

$$X \rightarrow a \mid b \mid a X \mid b X \text{ или } X \rightarrow a \mid b \mid X X$$

Построение КС-грамматик

45

При составлении правил можно использовать следующие типовые приёмы:

Приём 7. Итерация конкатенации. Если в данной части входной цепочки может располагаться произвольное количество (от 0 и более) конструкций a и b , следующих друг за другом, то в LL(1)-грамматике получим правила

$$X \rightarrow a b X \mid e$$

Примечание. Для LR(k)-грамматик – аналогично предыдущему замечанию.

Построение КС-грамматик

46

При составлении правил можно использовать следующие типовые приёмы:

Приём 7. Итерация конкатенации. Если должно быть как минимум одно вхождение таких конструкций, то этому будут соответствовать правила LL(1)-грамматики

$$X \rightarrow a b Y$$

$$Y \rightarrow a b Y \mid e \text{ или } Y \rightarrow X \mid e$$

или LR(k)-грамматики

$$X \rightarrow a b \mid a b X \text{ или } X \rightarrow a b \mid X X$$

Построение КС-грамматик

47

Как строить правила?

Вариант 3. Если имеется ДКА $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, можно построить соответствующую ему праволинейную грамматику $G = (Q, \Sigma, P, q_0)$. Правила грамматики P формируются следующим образом:

- 1) если имеется функция переходов $\delta(X_i, a) = X_j, a \in \Sigma$, то добавить в грамматику правило $X_i \rightarrow a X_j$;
- 2) если состояние X_i является конечным ($X_i \in F$ или $\delta(X_i, \perp) = \text{HALT}$), то добавить в грамматику правило $X_i \rightarrow e$.

Несложно выполнить обратное действие – преобразовать праволинейную грамматику в ДКА.

Примеры построения грамматик

48

Пример 1. Рассмотрим язык L , описывающий число с плавающей точкой. Такое число может начинаться со знака «+» или «-», далее следует мантисса числа, затем необязательная экспонента. Как мы уже говорили, разные языки программирования допускают различные формы записи мантиссы, в общем случае они могут быть следующими: « $N.M$ », « $N.$ », « $.M$ », « N », где N – целая, а M – дробная часть числа. Оба числа N и M имеют одинаковый формат – это последовательность из одной и более цифр в диапазоне от 0 до 9. Т.е. это обычные целые числа, и можно считать, что $N = M$ (имеется в виду формат чисел, а не их значения).

Примеры построения грамматик

49

Экспонента начинается с буквы «Е» или «е», далее может быть указан знак (если не указан – экспонента считается положительной). Далее следует от 1 и более цифр в диапазоне от 0 до 9. Таким образом, общий формат числа с плавающей точкой следующий:

$$[+|-](N.N|N.|.N|N)[(E|e)[+|-]N],$$

где $N = (0-9)^+$. Примеры:

+12.5	.57e-12	1E+4	-1.7e8
12.	-1024	.47	
2E-5	-2.56e+7	+2e2	3.E-4

Примеры построения грамматик

50

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT → <число с плавающей точкой>

Примеры построения грамматик

51

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT → <число без знака> |

+ <число без знака> |

– <число без знака>

Примеры построения грамматик

52

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT → UNSIGNED |

+ UNSIGNED |

– UNSIGNED

UNSIGNED → <число без знака>

Примеры построения грамматик

53

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT → + <число без знака> |
 – <число без знака> |
 0-9 <число с целой частью> |
 . <число без целой части>

Примеры построения грамматик

54

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow + UNSIGNED |

– UNSIGNED |

0-9 INTNUM |

. FRACTNUM

UNSIGNED \rightarrow <число без знака>

INTNUM \rightarrow <число с целой частью>

FRACTNUM \rightarrow <число без целой части>

Примеры построения грамматик

55

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT → <знак> <число без знака>

FLOAT

Примеры построения грамматик

56

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT → SIGN NUMBER

SIGN → <знак>

NUMBER → <число без знака>

FLOAT
SIGN
NUMBER

Примеры построения грамматик

57

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow <мантисса> <экспонента>

FLOAT
SIGN
NUMBER

Примеры построения грамматик

58

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow <мантисса>

EXP \rightarrow <экспонента>

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP

Примеры построения грамматик

59

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow . <дробная часть> \mid 0-9 <целая и дробная часть>

EXP \rightarrow E <знак экспоненты> <значение> \mid e <знак экспоненты> <значение>

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP

Примеры построения грамматик

60

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow . DIGITS \mid 0-9 <целая и дробная часть>

EXP \rightarrow E SIGN <значение> \mid e SIGN <значение>

DIGITS \rightarrow <дробная часть>

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP
DIGITS

Примеры построения грамматик

61

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow . DIGITS \mid 0-9 <целая и дробная часть>

EXP \rightarrow E SIGN <значение> \mid e SIGN <значение>

DIGITS \rightarrow 0-9 <оставшиеся цифры>

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP
DIGITS

Примеры построения грамматик

62

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow . DIGITS \mid 0-9 <целая и дробная часть>

EXP \rightarrow E SIGN <значение> \mid e SIGN <значение>

DIGITS \rightarrow 0-9 DIGITS₂

DIGITS₂ \rightarrow DIGITS $\mid e$

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP
DIGITS
DIGITS₂

Примеры построения грамматик

63

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow . DIGITS \mid 0-9 \langle целая и дробная часть \rangle

EXP \rightarrow E SIGN DIGITS \mid e SIGN DIGITS

DIGITS \rightarrow 0-9 DIGITS₂

DIGITS₂ \rightarrow DIGITS $\mid e$

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP
DIGITS
DIGITS₂

Примеры построения грамматик

64

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow . DIGITS \mid 0-9 MANT₂

EXP \rightarrow E SIGN DIGITS \mid e SIGN DIGITS

DIGITS \rightarrow 0-9 DIGITS₂

DIGITS₂ \rightarrow DIGITS \mid e

MANT₂ \rightarrow <оставшаяся целая часть> <дробная часть>

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP
DIGITS
DIGITS₂
MANT₂

Примеры построения грамматик

65

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow . DIGITS \mid 0-9 MANT₂

EXP \rightarrow E SIGN DIGITS \mid e SIGN DIGITS

DIGITS \rightarrow 0-9 DIGITS₂

DIGITS₂ \rightarrow DIGITS \mid e

MANT₂ \rightarrow DIGITS₂ FRACT

FRACT \rightarrow <дробная часть>

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP
DIGITS
DIGITS₂
MANT₂
FRACT

Примеры построения грамматик

66

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow . DIGITS \mid 0-9 MANT₂

EXP \rightarrow E SIGN DIGITS \mid e SIGN DIGITS

DIGITS \rightarrow 0-9 DIGITS₂

DIGITS₂ \rightarrow DIGITS \mid e

MANT₂ \rightarrow DIGITS₂ FRACT

FRACT $\rightarrow e \mid . \mid . <\text{цифры}>$

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP
DIGITS
DIGITS₂
MANT₂
FRACT

Примеры построения грамматик

67

Используем вариант построения правил №1:

FLOAT \rightarrow SIGN NUMBER

SIGN $\rightarrow + \mid - \mid e$

NUMBER \rightarrow MANT EXP \mid MANT

MANT \rightarrow . DIGITS \mid 0-9 MANT₂

EXP \rightarrow E SIGN DIGITS \mid e SIGN DIGITS

DIGITS \rightarrow 0-9 DIGITS₂

DIGITS₂ \rightarrow DIGITS \mid e

MANT₂ \rightarrow DIGITS₂ FRACT

FRACT $\rightarrow e \mid . \mid .$ DIGITS **или** FRACT $\rightarrow e \mid .$ DIGITS₂

FLOAT
SIGN
NUMBER
MANT
EXP
DIGITS
DIGITS₂
MANT₂
FRACT

Примеры построения грамматик

68

Используем вариант построения правил №2:

FLOAT → <знак> <мантисса> <экспонента>

FLOAT

Примеры построения грамматик

69

Используем вариант построения правил №2:

FLOAT \rightarrow SIGN MANT EXP

SIGN \rightarrow <знак>

MANT \rightarrow <мантисса>

EXP \rightarrow <экспонента>

FLOAT
SIGN
MANT
EXP

Примеры построения грамматик

70

Используем вариант построения правил №2:

$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e$

$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \mid . \text{NUM} \mid \text{NUM}$

$\text{EXP} \rightarrow \text{<символ экспоненты> <знак экспоненты> <значение экспоненты>} \mid e$

$\text{NUM} \rightarrow \text{<цифры>}$

FLOAT
SIGN
MANT
EXP
NUM

Примеры построения грамматик

71

Используем вариант построения правил №2:

$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e$

$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \mid . \text{NUM} \mid \text{NUM}$

$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM} \mid e$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

$\text{NUM}_2 \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2 \mid e \text{ или } \text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$

$\text{ESIGN} \rightarrow E \mid e$

FLOAT
SIGN
MANT
EXP
NUM
NUM₂
ESIGN

Примеры построения грамматик

72

Получили грамматику $G = (N, \Sigma, P, S)$, где:

- $N = \{\text{FLOAT, SIGN, MANT, EXP, NUM, NUM}_2, \text{ESIGN}\};$
- $\Sigma = \{+, -, 0-9, ., E, e\};$
- $P = \{\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP}, \text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e, \text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \mid . \text{NUM} \mid \text{NUM}, \text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM} \mid e, \text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2, \text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e, \text{ESIGN} \rightarrow E \mid e\};$
- $S = \text{FLOAT}.$

Данная грамматика не является ни LL(1)-грамматикой, ни LR(k)-грамматикой.

Примеры построения грамматик

73

Правило	Множество T
$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP}$	$\{+, -, ., 0-9\}$
$\text{SIGN} \rightarrow +$	$\{+\}$
$\text{SIGN} \rightarrow -$	$\{-\}$
$\text{SIGN} \rightarrow e$	$\{., 0-9\}$
$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM}$	$\{0-9\}$
$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} .$	$\{0-9\}$
$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM}$	$\{.\}$
$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM}$	$\{0-9\}$
$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM}$	$\{E, e\}$
$\text{EXP} \rightarrow e$	$\{\perp\}$
$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$	$\{0-9\}$
$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM}$	$\{0-9\}$
$\text{NUM}_2 \rightarrow e$	$\{., E, e, \perp\}$
$\text{ESIGN} \rightarrow E \mid e$	$\{E, e\}$

Примеры построения грамматик

74

Приведём грамматику к виду LL(1):

$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e$

$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \mid \text{NUM} \mid . \text{NUM}$

$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM} \mid e$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$

$\text{ESIGN} \rightarrow E \mid e$

Примеры построения грамматик

75

Приведём грамматику к виду LL(1):

$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e$

$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM}_2 \mid \text{NUM} \mid . \text{NUM}$

$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM} \mid e$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$

$\text{ESIGN} \rightarrow E \mid e$

Примеры построения грамматик

76

Приведём грамматику к виду LL(1):

$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e$

$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM FRACT} \mid . \text{NUM}$

$\text{FRACT} \rightarrow . \text{NUM}_2 \mid e$

$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM} \mid e$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$

$\text{ESIGN} \rightarrow E \mid e$

Примеры построения грамматик

77

Правило	Множество T
$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP}$	$\{+, -, ., 0-9\}$
$\text{SIGN} \rightarrow +$	$\{+\}$
$\text{SIGN} \rightarrow -$	$\{-\}$
$\text{SIGN} \rightarrow e$	$\{., 0-9\}$
$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM FRACT}$	$\{0-9\}$
$\text{MANT} \rightarrow . \text{NUM}$	$\{.\}$
$\text{FRACT} \rightarrow . \text{NUM}_2$	$\{.\}$
$\text{FRACT} \rightarrow e$	$\{E, e, \perp\}$
$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM}$	$\{E, e\}$
$\text{EXP} \rightarrow e$	$\{\perp\}$
$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$	$\{0-9\}$
$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM}$	$\{0-9\}$
$\text{NUM}_2 \rightarrow e$	$\{., E, e, \perp\}$
$\text{ESIGN} \rightarrow E \mid e$	$\{E, e\}$

Примеры построения грамматик

78

Приведём грамматику к праволинейному виду:

$$\text{FLOAT} \rightarrow + \text{UNSIGNED} \mid - \text{UNSIGNED} \mid 0-9 \text{ INT} \mid$$
$$. \text{FRACT}$$
$$\text{UNSIGNED} \rightarrow 0-9 \text{ INT} \mid . \text{FRACT}$$
$$\text{INT} \rightarrow 0-9 \text{ INT} \mid . \text{FRACT}_2 \mid e \text{ EXP} \mid E \text{ EXP} \mid e$$
$$\text{FRACT} \rightarrow 0-9 \text{ FRACT}_2$$
$$\text{FRACT}_2 \rightarrow 0-9 \text{ FRACT}_2 \mid e \text{ EXP} \mid E \text{ EXP} \mid e$$
$$\text{EXP} \rightarrow + \text{NUM} \mid - \text{NUM} \mid 0-9 \text{ NUM}_2$$
$$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$$
$$\text{NUM}_2 \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2 \mid e$$

Примеры построения грамматик

79

Праволинейную грамматику можно легко преобразовать в ДКА. Или, наоборот, из ДКА легко получить праволинейную грамматику.

Но для выполнения лабораторной работы это неприемлемый вариант. Праволинейная грамматика (равно как и ДКА) не позволяет описывать языки, содержащие рекурсивные конструкции.

Примеры построения грамматик

80

Приведём грамматику к виду LR(k):

$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid - \mid e$

$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \mid . \text{NUM} \mid \text{NUM}$

$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM} \mid e$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$

$\text{ESIGN} \rightarrow E \mid e$

Примеры построения грамматик

81

Приведём грамматику к виду LR(k):

$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP} \mid \text{MANT EXP}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid -$

$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \mid . \text{NUM} \mid \text{NUM}$

$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM} \mid \text{ESIGN NUM} \mid e$

$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$

$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$

$\text{ESIGN} \rightarrow E \mid e$

Примеры построения грамматик

82

Приведём грамматику к виду LR(k):

$$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP} \mid \text{MANT EXP} \mid \\ \text{SIGN MANT} \mid \text{MANT}$$
$$\text{SIGN} \rightarrow + \mid -$$
$$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \mid . \text{NUM} \mid \text{NUM}$$
$$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM} \mid \text{ESIGN NUM}$$
$$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_2$$
$$\text{NUM}_2 \rightarrow \text{NUM} \mid e$$
$$\text{ESIGN} \rightarrow E \mid e$$

Примеры построения грамматик

83

Приведём грамматику к виду LR(k):

$$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN MANT EXP} \mid \text{MANT EXP} \mid \\ \text{SIGN MANT} \mid \text{MANT}$$
$$\text{SIGN} \rightarrow + \mid -$$
$$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM} . \text{NUM} \mid \text{NUM} . \mid . \text{NUM} \mid \text{NUM}$$
$$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN SIGN NUM} \mid \text{ESIGN NUM}$$
$$\text{NUM} \rightarrow 0-9 \text{ NUM} \mid 0-9 \text{ или}$$
$$\text{NUM} \rightarrow \text{NUM NUM} \mid 0-9$$
$$\text{ESIGN} \rightarrow \text{E} \mid \text{e}$$

Примеры построения грамматик

84

Приведём грамматику к нормальной форме Хомского:

$\text{FLOAT} \rightarrow \text{SIGN UNSIGNED} \mid \text{MANT EXP} \mid \text{NUM EXP} \mid$
 $\text{SIGN MANT} \mid \text{SIGN NUM} \mid \text{NUM FRACT} \mid$
 $\text{DOT NUM} \mid \text{NUM NUM} \mid \text{o-9}$

$\text{SIGN} \rightarrow + \mid -$

$\text{UNSIGNED} \rightarrow \text{MANT EXP} \mid \text{NUM EXP}$

$\text{MANT} \rightarrow \text{NUM FRACT} \mid \text{DOT NUM}$

$\text{NUM} \rightarrow \text{NUM NUM} \mid \text{o-9}$

$\text{FRACT} \rightarrow \text{DOT NUM} \mid .$

$\text{EXP} \rightarrow \text{ESIGN EXP}_2 \mid \text{ESIGN NUM}$

$\text{EXP}_2 \rightarrow \text{SIGN NUM}$

$\text{ESIGN} \rightarrow \text{E} \mid \text{e}$

Примеры построения грамматик

85

Приведём грамматику к нормальной форме Грейбаха:

$$\begin{aligned}\text{FLOAT} &\rightarrow + \text{MANT EXP} \mid - \text{MANT EXP} \mid + \text{MANT} \mid \\ &\quad - \text{MANT} \mid 0-9 \text{ NUM FRACT EXP} \mid \\ &\quad 0-9 \text{ FRACT EXP} \mid 0-9 \text{ NUM EXP} \mid 0-9 \text{ EXP} \mid \\ &\quad . \text{ NUM EXP} \mid 0-9 \text{ NUM FRACT} \mid 0-9 \text{ FRACT} \mid \\ &\quad 0-9 \text{ NUM} \mid 0-9 \mid . \text{ NUM} \\ \text{MANT} &\rightarrow 0-9 \text{ NUM FRACT} \mid 0-9 \text{ FRACT} \mid 0-9 \text{ NUM} \mid 0-9 \mid \\ &\quad . \text{ NUM} \\ \text{FRACT} &\rightarrow . \text{ NUM} \mid . \\ \text{NUM} &\rightarrow 0-9 \text{ NUM} \mid 0-9 \\ \text{EXP} &\rightarrow \text{E SIGN NUM} \mid \text{e SIGN NUM} \\ \text{SIGN} &\rightarrow + \mid -\end{aligned}$$

Примеры построения грамматик

86

Пример 2. Язык, описывающий двоичные числа без
незначащих нулей.

	0	1	\perp
q_0	q_1	q_2	ERROR
q_1	ERROR	ERROR	HALT
q_2	q_2	q_2	HALT

Построим правила праволинейной грамматики:

$$q_0 \rightarrow 0 q_1 \mid 1 q_2$$

$$q_1 \rightarrow e$$

$$q_2 \rightarrow 0 q_2 \mid 1 q_2 \mid e$$

Т.е. $N = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $S = q_0$.

Примеры построения грамматик

87

Упростим:

$$q_0 \rightarrow 0 \mid 1 q_2$$

$$q_2 \rightarrow 0 q_2 \mid 1 q_2 \mid e$$

Получили грамматику $G = (N, \Sigma, P, S)$, где

- $N = \{q_0, q_2\}$;
- $\Sigma = \{0, 1\}$;
- $P = \{(q_0, 0), (q_0, 1 q_1), (q_2, 0 q_2), (q_2, 1 q_2), (q_2, e)\}$;
- $S = q_0$.

Примеры построения грамматик

88

Преобразуем в LR(1)-грамматику:

$$q_0 \rightarrow 0 \mid 1 \mid 1 q_2$$

$$q_2 \rightarrow 0 q_2 \mid 1 q_2 \mid 0 \mid 1$$

или

$$q_0 \rightarrow 0 \mid 1 \mid 1 q_2$$

$$q_2 \rightarrow 0 \mid 1 \mid q_2 q_2$$

или

$$q_0 \rightarrow q_1 \mid 1 q_2$$

$$q_1 \rightarrow 0 \mid 1$$

$$q_2 \rightarrow q_1 \mid q_2 q_2$$

Примеры построения грамматик

89

Пример 3. Язык, описывающий число с фиксированной точкой.

	$+, -$	$.$	$0-9$	\perp
q_0	q_1	q_2	q_3	
q_1		q_2	q_3	
q_2			q_4	
q_3		q_4	q_3	HALT
q_4			q_4	HALT

$q_0 \rightarrow + q_1 \mid - q_1 \mid . q_2 \mid 0-9 q_3$

$q_1 \rightarrow . q_2 \mid 0-9 q_3$

$q_3 \rightarrow . q_4 \mid 0-9 q_3 \mid e$

$q_2 \rightarrow 0-9 q_4$

$q_4 \rightarrow 0-9 q_4 \mid e$

Примеры построения грамматик

90

Упростим:

$$q_0 \rightarrow + q_1 \mid - q_1 \mid q_1$$
$$q_1 \rightarrow . q_2 \mid 0-9 q_3$$
$$q_2 \rightarrow 0-9 q_4$$
$$q_3 \rightarrow . q_4 \mid 0-9 q_3 \mid e$$
$$q_4 \rightarrow 0-9 q_4 \mid e$$
$$q_0 \rightarrow + q_1 \mid - q_1 \mid q_1$$
$$q_1 \rightarrow . 0-9 q_4 \mid 0-9 q_3$$
$$q_3 \rightarrow . q_4 \mid 0-9 q_3 \mid e$$
$$q_4 \rightarrow 0-9 q_4 \mid e$$
$$q_0 \rightarrow + q_1 \mid - q_1 \mid q_1$$
$$q_1 \rightarrow . q_2 \mid 0-9 q_3$$
$$q_2 \rightarrow 0-9 q_4$$
$$q_3 \rightarrow . q_4 \mid 0-9 q_3 \mid e$$
$$q_4 \rightarrow q_2 \mid e$$
$$q_0 \rightarrow \text{sign } q_1$$
$$\text{sign} \rightarrow + \mid - \mid e$$

...

Примеры построения грамматик

91

Пример 4. Язык, описывающий десятичные числа в диапазоне от 0 до 255, без ведущих нулей.

Правила LL(1)-грамматики:

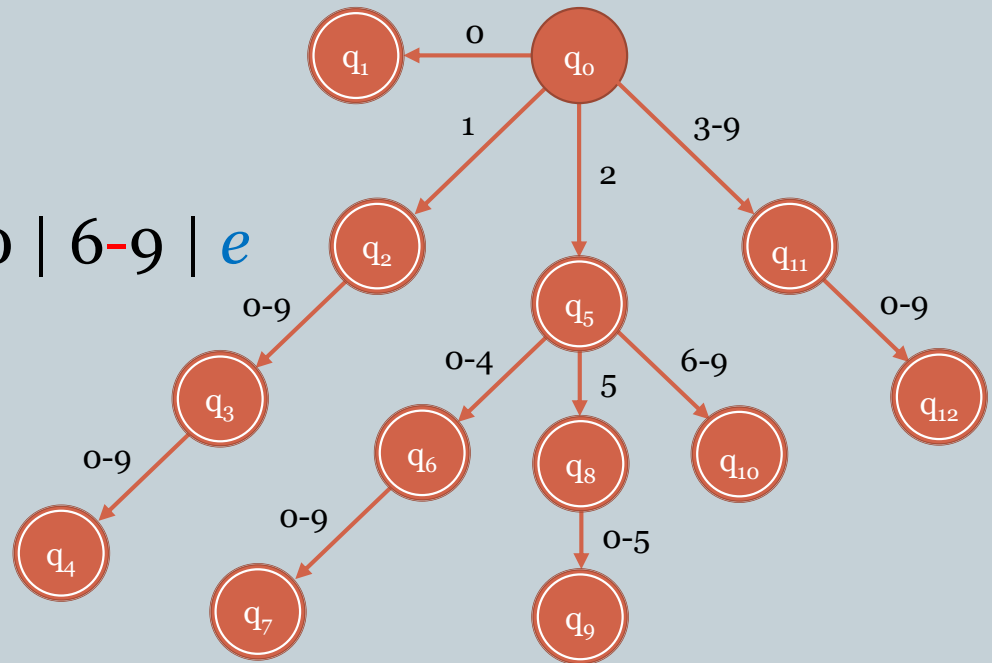
$\text{BYTE} \rightarrow 0 \mid 1 \text{ NUM}_2 \mid 2 \text{ N}_{200} \mid 3-9 \text{ NUM}_1$

$\text{NUM}_2 \rightarrow 0-9 \text{ NUM}_1 \mid e$

$\text{NUM}_1 \rightarrow 0-9 \mid e$

$\text{N}_{200} \rightarrow 0-4 \text{ NUM}_1 \mid 5 \text{ N}_{250} \mid 6-9 \mid e$

$\text{N}_{250} \rightarrow 0-5 \mid e$



Примеры построения грамматик

92

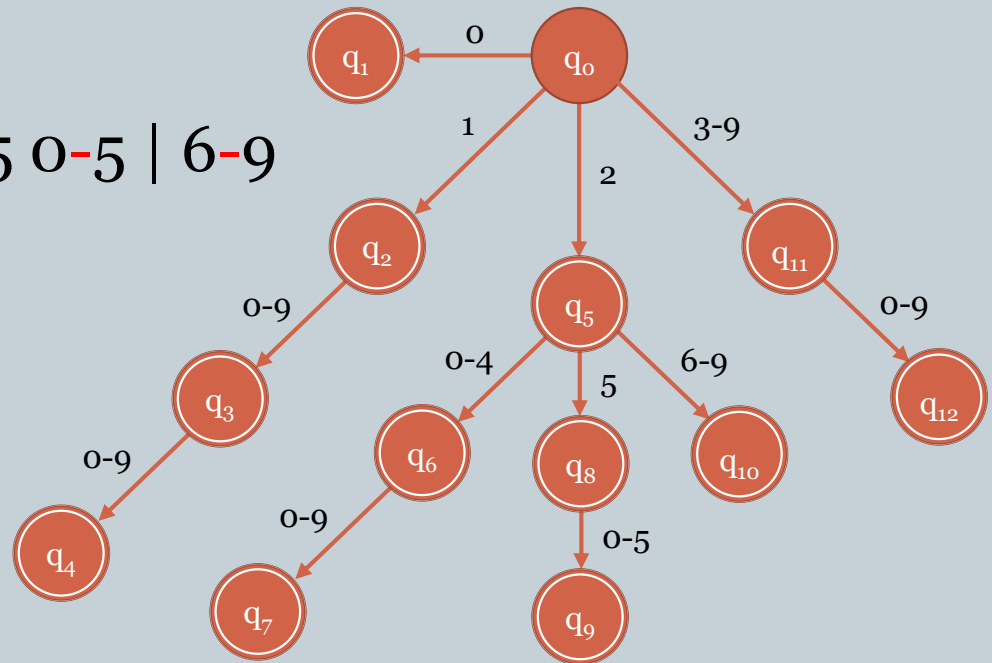
Пример 4. Язык, описывающий десятичные числа в диапазоне от 0 до 255, без ведущих нулей.

Правила LR(1)-грамматики:

$\text{BYTE} \rightarrow 0 \mid 1 \mid 1 \text{ NUM}_2 \mid 2 \mid 2 \text{ N}_{200} \mid 3-9 \mid 3-9 \text{ } 0-9$

$\text{NUM}_2 \rightarrow 0-9 \mid 0-9 \text{ } 0-9$

$\text{N}_{200} \rightarrow 0-4 \mid 0-4 \text{ } 0-9 \mid 5 \mid 5 \text{ } 0-5 \mid 6-9$



Примеры построения грамматик

93

Пример 5. Язык, описывающий обращение к элементу массива:

	a-z, <i>e</i>	0-9, <i>e</i>	[, <i>e</i>], +	,, +	<u>⊥</u> , ∅
q ₀	q ₁ , <i>e</i>					
q ₁	q ₁ , <i>e</i>	q ₁ , <i>e</i>	q ₂ , +			
q ₂	q ₄ , <i>e</i>	q ₃ , <i>e</i>				
q ₃		q ₃ , <i>e</i>		q ₅ , <i>e</i>	q ₂ , +	
q ₄	q ₄ , <i>e</i>	q ₄ , <i>e</i>	q ₂ , +	q ₅ , <i>e</i>	q ₂ , +	
q ₅				q ₅ , <i>e</i>	q ₂ , +	HALT

Примеры построения грамматик

94

Пример 5. Язык, описывающий обращение к элементу массива:

$q_0 \rightarrow a-z q_1$

$q_1 \rightarrow a-z q_1$

$q_1 \rightarrow 0-9 q_1$

$q_1 \rightarrow [q_2]$

$q_2 \rightarrow a-z q_4$

$q_2 \rightarrow 0-9 q_3$

$q_3 \rightarrow 0-9 q_3$

$q_3 \rightarrow e$

$q_3 \rightarrow , q_2$

$q_4 \rightarrow a-z q_4$

$q_4 \rightarrow 0-9 q_4$

$q_4 \rightarrow [q_2]$

$q_4 \rightarrow e$

$q_4 \rightarrow , q_2$

$q_0 \rightarrow a-z q_1$

$q_1 \rightarrow a-z q_1$

$q_1 \rightarrow 0-9 q_1$

$q_1 \rightarrow [q_2]$

$q_2 \rightarrow a-z q_4$

$q_2 \rightarrow a-z$

$q_2 \rightarrow 0-9 q_3$

$q_2 \rightarrow 0-9$

$q_3 \rightarrow 0-9 q_3$

$q_3 \rightarrow 0-9$

$q_3 \rightarrow , q_2$

$q_4 \rightarrow a-z q_4$

$q_4 \rightarrow a-z$

$q_4 \rightarrow 0-9 q_4$

$q_4 \rightarrow 0-9$

$q_4 \rightarrow [q_2]$

$q_4 \rightarrow , q_2$

Примеры построения грамматик

95

Пример 5. Язык, описывающий обращение к элементу массива:

- $a[1];$
- $a2[5, b[2], z];$
- $mas[x[4], y[4]]$ и т.д.

Правила LL(1)-грамматики:

$MASSELEM \rightarrow ID [INDICES]$

$INDICES \rightarrow INDEX MOREINDEX$

$MOREINDEX \rightarrow , INDICES \mid e$

$INDEX \rightarrow NUMBER \mid ID MAYBEMASS$

$MAYBEMASS \rightarrow [INDICES] \mid e$

$ID \rightarrow a-z MOREID$

$MOREID \rightarrow ID \mid 0-9 MOREID \mid e$

$NUMBER \rightarrow 0-9 MORENUM$

$MORENUM \rightarrow NUMBER \mid e$

Примеры построения грамматик

96

Пример 5. Язык, описывающий обращение к элементу массива:

- $a[1];$
- $a2[5, b[2], z];$
- $mas[x[4], y[4]]$ и т.д.

Правила LL(1)-грамматики:

$MASSELEM \rightarrow a-z ID [INDICES]$

$ID \rightarrow a-z ID \mid 0-9 ID \mid e$

$INDICES \rightarrow INDEX MOREINDEX$

$NUMBER \rightarrow 0-9 NUMBER \mid e$

$MOREINDEX \rightarrow , INDICES \mid e$

$INDEX \rightarrow 0-9 NUMBER \mid a-z ID MAYBEMASS$

$MAYBEMASS \rightarrow [INDICES] \mid e$

Примеры построения грамматик

97

Правила LR(1)-грамматики:

MASSELEM \rightarrow ID [INDICES]

INDICES \rightarrow INDEX , INDICES | INDEX

INDEX \rightarrow NUMBER | ID | ID [INDICES]

ID \rightarrow a-z | a-z MOREID

MOREID \rightarrow a-z | 0-9 | MOREID MOREID

NUMBER \rightarrow 0-9 | 0-9 NUMBER

Или:

...

INDEX \rightarrow NUMBER | ID | MASSELEM

...

NUMBER \rightarrow 0-9 | NUMBER NUMBER