

Грамматики вида LL(1)

1

**Романенко Владимир Васильевич,
к.т.н., доцент каф. АСУ ТУСУР**

Вид таблицы разбора LL(1)

2

```
declare 1 TABLE,  
        2 terminals LIST,  
        2 jump int,  
        2 accept bool,  
        2 stack bool,  
        2 return bool,  
        2 error bool;
```

где

```
declare 1 LIST,  
        2 term string,  
        2 next pointer;
```

№	terminals	jump	accept	stack	return	error

Поиск символов-предшественников

3

- Поиск символов-предшественников (START)

$$a \in S(\alpha) \Leftrightarrow \alpha \Rightarrow^* a\beta,$$

где:

a – терминал или пустая цепочка, $a \in \Sigma \cup \{e\}$;

α и β – произвольные цепочки терминалов и/или нетерминалов, $\alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$;

$S(\alpha)$ – множество символов-предшественников цепочки α .

Поиск символов-предшественников

4

- Поиск символов-предшественников (START)

Пусть $\alpha = X_1X_2...X_n$, где $X_i \in N \cup \Sigma \cup \{e\}$. Тогда:

$$S(\alpha) = \bigcup_{i=1}^k (S(X_i) - \{e\}) \cup \Delta,$$

где: $k = \begin{cases} j & | \quad e \notin S(X_j) \wedge e \in S(X_i), i < j, \\ n & | \quad e \in S(X_i), i = 1, 2, \dots, n, \end{cases}$

$$\Delta = \begin{cases} \{e\} & | \quad e \in S(X_i), i = 1, 2, \dots, n, \\ \emptyset & | \quad e \notin S(X_j) \wedge e \in S(X_i), i \neq j. \end{cases}$$

Поиск символов-предшественников

5

Пример:

$$A \rightarrow B C D F$$

$$B \rightarrow 1 \mid 2 \mid e$$

$$C \rightarrow a \mid b \mid e$$

$$D \rightarrow x$$

$$F \rightarrow y$$

Поиск символов-предшественников

6

- Поиск символов-предшественников (START)

Частные случаи:

- $S(a\beta) = \{a\}$, где $a \in \Sigma$, а β – произвольная цепочка;
- $S(e) = \{e\}$.

Поиск символов-предшественников

7

- Поиск символов-предшественников (START)

Алгоритм:

1. Для всех правил $(A \rightarrow \alpha) \in P$ положить $S(A) = \emptyset$.

2. Для каждого правила $(A \rightarrow \alpha) \in P$

$$S(A) = S(A) \cup S(\alpha).$$

При этом
$$S(X_i) = \begin{cases} \{X_i\} & | \ X_i \in \Sigma \cup \{e\}, \\ \bigcup_j S(X_j) & | \ X_i \in N \wedge (X_j \rightarrow \beta) \in P \wedge X_j = X_i. \end{cases}$$

3. Если были изменения – вернуться на шаг 2.

Поиск символов-предшественников

8

Пример:

$$E \rightarrow T E'$$

$$E' \rightarrow + T E'$$

$$E' \rightarrow e$$

$$T \rightarrow F T'$$

$$T' \rightarrow * F T'$$

$$T' \rightarrow e$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow a$$

Поиск последующих символов

9

- Поиск последующих символов (FOLLOW)

$$a \in F(A) \Leftrightarrow \alpha A \beta \Rightarrow^* \alpha A a \gamma,$$

где:

a – терминал или признак конца цепочки,
 $a \in \Sigma \cup \{\perp\}$;

α , β и γ – произвольные цепочки терминалов и/или нетерминалов, $\alpha, \beta, \gamma \in (N \cup \Sigma)^*$;

A – нетерминал, $A \in N$;

$F(A)$ – множество последующих символов для нетерминала A .

Поиск последующих символов

10

Пример:

$$A \rightarrow B C D F$$

$$B \rightarrow 1 \mid 2 \mid e$$

$$C \rightarrow a \mid b \mid e$$

$$D \rightarrow x$$

$$F \rightarrow y$$

Поиск последующих символов

11

- Поиск последующих символов (FOLLOW)

Для правила грамматики вида $B \rightarrow \alpha A \beta$

$$F(A) = (S(\beta) - \{e\}) \cup \begin{cases} F(B) & | \beta = e \vee e \in S(\beta), \\ \emptyset & | \beta \neq e \wedge e \notin S(\beta). \end{cases}$$

Поиск последующих символов

12

- Поиск последующих символов (FOLLOW)

Алгоритм:

1. Для всех нетерминалов $A \in N$ положить $F(A) = \emptyset$.
Для стартового нетерминала положить $F(S) = \{\perp\}$.
2. Для каждого вхождения нетерминала A в правую часть порождающих правил грамматики вида $(B \rightarrow \alpha A \beta) \in P$ добавить к множеству $F(A)$ новые элементы.
3. Если были изменения – вернуться на шаг 2.

Поиск последующих символов

13

Пример:

$$E \rightarrow T E'$$

$$E' \rightarrow + T E'$$

$$E' \rightarrow e$$

$$T \rightarrow F T'$$

$$T' \rightarrow * F T'$$

$$T' \rightarrow e$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow a$$

Поиск направляющих символов

14

- Поиск направляющих символов

Для нетерминалов в левой части правила:

$$T(A) = (S(A) - \{e\}) \cup \begin{cases} F(A) & | e \in S(A), \\ \emptyset & | e \notin S(A). \end{cases}$$

Для нетерминалов в правой части правила:

$$T(A) = \begin{cases} (S(A\beta) - \{e\}) \cup F(B) & | e \in S(A\beta), \\ S(A\beta) & | e \notin S(A\beta). \end{cases}$$

Поиск направляющих символов

15

Пример:

$$E \rightarrow T E'$$

$$E' \rightarrow + T E'$$

$$E' \rightarrow e$$

$$T \rightarrow F T'$$

$$T' \rightarrow * F T'$$

$$T' \rightarrow e$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow a$$

Поиск направляющих символов

16

- Поиск направляющих символов

Проверка грамматики:

$$A_1 \rightarrow \alpha_1$$

$$A_2 \rightarrow \alpha_2$$

.....

$$A_n \rightarrow \alpha_n$$

где $A_1 = A_2 = \dots = A_n$, тогда

$$T(A_i) \cap T(A_j) = \emptyset \text{ при } i \neq j.$$

Построение таблицы разбора

17

1. Разметить грамматику. Порядковые номера $i \in M$ присваиваются всем элементам грамматики, от первого правила к последнему, от левого символа к правому. При наличии у порождающего правила альтернатив сначала нумеруются левые части всех альтернативных правил, а уже затем их правые части. Еще одним важным требованием является то, что все альтернативные правила должны следовать друг за другом в списке правил.

Построение таблицы разбора

18

Пример:

$$E \rightarrow T E'$$

$$E' \rightarrow + T E'$$

$$E' \rightarrow e$$

$$T \rightarrow F T'$$

$$T' \rightarrow * F T'$$

$$T' \rightarrow e$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow a$$

Построение таблицы разбора

19

2. Построить два вспомогательных множества $M_L \subset M$ и $M_R \subset M$. В первое включить порядковые номера $i \in M$ элементов грамматики, расположенных в левой части порождающего правила, во второе – порядковые номера элементов, которыми заканчиваются правые части порождающих правил:

$$M_L = \{i \mid (X_i \rightarrow \alpha) \in P\},$$

$$M_R = \{j \mid (A \rightarrow \alpha X_j) \in P\}.$$

Построение таблицы разбора

20

Пример:

$$E_1 \rightarrow T_2 E'_3$$

$$E'_4 \rightarrow +_6 T_7 E'_8$$

$$E'_5 \rightarrow e_9$$

$$T_{10} \rightarrow F_{11} T'_{12}$$

$$T'_{13} \rightarrow *_{15} F_{16} T'_{17}$$

$$T'_{14} \rightarrow e_{18}$$

$$F_{19} \rightarrow (_{21} E_{22})_{23}$$

$$F_{20} \rightarrow a_{24}$$

Построение таблицы разбора

21

3. Построить таблицу, состоящую из столбцов **terminals, **jump**, **accept**, **stack**, **return**, **error**.** Количество строк таблицы определяется количеством элементов во множестве M – по одной строке на каждый элемент грамматики.

№	terminals	jump	accept	stack	return	error

Построение таблицы разбора

22

4. Заполнить ячейки таблицы

4.1. Определение множества направляющих символов **terminals**:

$$\mathbf{terminals}_i = \begin{cases} T(X_i) \mid X_i \in N, \\ \{X_i\} \mid X_i \in \Sigma, \\ T(X_j) \mid X_i = e \wedge (X_j \rightarrow X_i) \in P. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

23

Пример:

$$E_1 \rightarrow T_2 E'_3$$

$$E'_4 \rightarrow +_6 T_7 E'_8$$

$$E'_5 \rightarrow e_9$$

$$T_{10} \rightarrow F_{11} T'_{12}$$

$$T'_{13} \rightarrow *_{15} F_{16} T'_{17}$$

$$T'_{14} \rightarrow e_{18}$$

$$F_{19} \rightarrow (_{21} E_{22})_{23}$$

$$F_{20} \rightarrow a_{24}$$

$$\mathbf{terminals}_i = \begin{cases} T(X_i) \mid X_i \in N, \\ \{X_i\} \mid X_i \in \Sigma, \\ T(X_j) \mid X_i = e \wedge (X_j \rightarrow X_i) \in P. \end{cases}$$

$$T(A) = (S(A) - \{e\}) \cup \begin{cases} F(A) \mid e \in S(A), \\ \emptyset \mid e \notin S(A). \end{cases}$$

$$T(E_1) = \{ (, a \}$$

$$T(E'_4) = \{ + \}$$

$$T(E'_5) = \{), \perp \}$$

$$T(T_{10}) = \{ (, a \}$$

$$T(T'_{13}) = \{ * \}$$

$$T(T'_{14}) = \{ +,), \perp \}$$

$$T(F_{19}) = \{ (\}$$

$$T(F_{20}) = \{ a \}$$

Построение таблицы разбора

24

Пример:

$$E_1 \rightarrow T_2 E'_3$$

$$E'_4 \rightarrow +_6 T_7 E'_8$$

$$E'_5 \rightarrow e_9$$

$$T_{10} \rightarrow F_{11} T'_{12}$$

$$T'_{13} \rightarrow *_{15} F_{16} T'_{17}$$

$$T'_{14} \rightarrow e_{18}$$

$$F_{19} \rightarrow (_{21} E_{22})_{23}$$

$$F_{20} \rightarrow a_{24}$$

$$\mathbf{terminals}_i = \begin{cases} T(X_i) \mid X_i \in N, \\ \{X_i\} \mid X_i \in \Sigma, \\ T(X_j) \mid X_i = e \wedge (X_j \rightarrow X_i) \in P. \end{cases}$$

$$T(A) = \begin{cases} (S(A\beta) - \{e\}) \cup F(B) \mid e \in S(A\beta), \\ S(A\beta) \mid e \notin S(A\beta). \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

25

4. Заполнить ячейки таблицы

4.2. Определение номера строки для перехода
jump:

$$\text{jump}_i = \begin{cases} k \mid i \in M_L \wedge (X_i \rightarrow X_k \alpha) \in P, \\ k \mid X_i \in N \wedge i \notin M_L \wedge X_k = X_i \wedge k \in M_L \wedge k-1 \notin M_L, \\ i+1 \mid i \in \Sigma \wedge i \notin M_R, \\ 0 \mid i \in \Sigma \cup \{e\} \wedge i \in M_R. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

26

Пример:

$$E_1 \rightarrow T_2 E'_3$$

$$E'_4 \rightarrow +_6 T_7 E'_8$$

$$E'_5 \rightarrow e_9$$

$$T_{10} \rightarrow F_{11} T'_{12}$$

$$T'_{13} \rightarrow *_{15} F_{16} T'_{17}$$

$$T'_{14} \rightarrow e_{18}$$

$$F_{19} \rightarrow (_{21} E_{22})_{23}$$

$$F_{20} \rightarrow a_{24}$$

$$\mathbf{jump}_i = \begin{cases} k \mid i \in M_L \wedge (X_i \rightarrow X_k \alpha) \in P, \\ k \mid X_i \in N \wedge i \notin M_L \wedge X_k = X_i \wedge k \in M_L \wedge k-1 \notin M_L, \\ i+1 \mid i \in \Sigma \wedge i \notin M_R, \\ 0 \mid i \in \Sigma \cup \{e\} \wedge i \in M_R. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

27

4. Заполнить ячейки таблицы

4.3. Определение флага приема текущего символа
ассерт:

$$\text{accept}_i = \begin{cases} \text{true} & | \ X_i \in \Sigma, \\ \text{false} & | \ X_i \notin \Sigma. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

28

Пример:

$$E_1 \rightarrow T_2 E'_3$$

$$E'_4 \rightarrow +_6 T_7 E'_8$$

$$E'_5 \rightarrow e_9$$

$$T_{10} \rightarrow F_{11} T'_{12}$$

$$T'_{13} \rightarrow *_{15} F_{16} T'_{17}$$

$$T'_{14} \rightarrow e_{18}$$

$$F_{19} \rightarrow (_{21} E_{22})_{23}$$

$$F_{20} \rightarrow a_{24}$$

$$\text{accept}_i = \begin{cases} \text{true} & | X_i \in \Sigma, \\ \text{false} & | X_i \notin \Sigma. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

29

4. Заполнить ячейки таблицы

4.4. Определение флага помещения текущего состояния в стек **stack**:

$$\mathbf{stack}_i = \begin{cases} \text{true} & | \ X_i \in N \wedge i \notin M_L \wedge i \notin M_R, \\ \text{false} & | \ X_i \notin N \vee i \in M_L \vee i \in M_R. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

30

Пример:

$$E_1 \rightarrow T_2 E'_3$$

$$E'_4 \rightarrow +_6 T_7 E'_8$$

$$E'_5 \rightarrow e_9$$

$$T_{10} \rightarrow F_{11} T'_{12}$$

$$T'_{13} \rightarrow *_{15} F_{16} T'_{17}$$

$$T'_{14} \rightarrow e_{18}$$

$$F_{19} \rightarrow (_{21} E_{22})_{23}$$

$$F_{20} \rightarrow a_{24}$$

$$\mathbf{stack}_i = \begin{cases} \text{true} & | X_i \in N \wedge i \notin M_L \wedge i \notin M_R, \\ \text{false} & | X_i \notin N \vee i \in M_L \vee i \in M_R. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

31

4. Заполнить ячейки таблицы

4.5. Определение флага возврата к предыдущему состоянию **return**:

$$\mathbf{return}_i = \begin{cases} \text{true} & | \ i \in \Sigma \cup \{e\} \wedge i \in M_R, \\ \text{false} & | \ i \notin \Sigma \cup \{e\} \vee i \notin M_R. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

32

Пример:

$$E_1 \rightarrow T_2 E'_3$$

$$E'_4 \rightarrow +_6 T_7 E'_8$$

$$E'_5 \rightarrow e_9$$

$$T_{10} \rightarrow F_{11} T'_{12}$$

$$T'_{13} \rightarrow *_{15} F_{16} T'_{17}$$

$$T'_{14} \rightarrow e_{18}$$

$$F_{19} \rightarrow (_{21} E_{22})_{23}$$

$$F_{20} \rightarrow a_{24}$$

$$\mathbf{return}_i = \begin{cases} \text{true} & | i \in \Sigma \cup \{e\} \wedge i \in M_R, \\ \text{false} & | i \notin \Sigma \cup \{e\} \vee i \notin M_R. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

33

4. Заполнить ячейки таблицы

4.5. Определение флага ошибки **error**:

$$\mathbf{error}_i = \begin{cases} \text{false} & | i \in M_L \wedge i+1 \in M_L, \\ \text{true} & | i \notin M_L \vee i+1 \notin M_L. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

34

Пример:

$$E_1 \rightarrow T_2 E'_3$$

$$E'_4 \rightarrow +_6 T_7 E'_8$$

$$E'_5 \rightarrow e_9$$

$$T_{10} \rightarrow F_{11} T'_{12}$$

$$T'_{13} \rightarrow *_{15} F_{16} T'_{17}$$

$$T'_{14} \rightarrow e_{18}$$

$$F_{19} \rightarrow (_{21} E_{22})_{23}$$

$$F_{20} \rightarrow a_{24}$$

$$\mathbf{error}_i = \begin{cases} \text{false} & | i \in M_L \wedge i+1 \in M_L, \\ \text{true} & | i \notin M_L \vee i+1 \notin M_L. \end{cases}$$

Построение таблицы разбора

35

i	X	terminals	jump	accept	stack	return	error
1	E	(, a	2				
2	T	(, a	10		true		
3	E'	+,), \perp	4				
4	E'	+	6				false
5	E'), \perp	9				
6	+	+	7	true			
7	T	(, a	10		true		
8	E'	+,), \perp	4				
9	e), \perp	0			true	
10	T	(, a	11				
11	F	(, a	19		true		
12	T'	+, *,), \perp	13				
13	T'	*	15				false
14	T'	+,), \perp	18				
15	*	*	16	true			
16	F	(, a	19		true		
17	T'	+, *,), \perp	13				
18	e	+,), \perp	0			true	
19	F	(21				false
20	F	a	24				
21	((22	true			
22	E	(, a	1		true		
23))	0	true		true	
24	a	a	0	true		true	

Разбор цепочки по таблице

36

Исходные данные:

- таблица разбора;
- анализируемая цепочка $\alpha = a_1a_2...a_n\perp$.

Драйвер (ядро компилятора):

- k – текущий символ цепочки;
- M – магазин (стек), для которого определена операция помещения символа в магазин ($M \leftarrow x$) и извлечения символа из магазина ($M \rightarrow x$);
- i – текущая строка таблицы разбора.

Разбор цепочки по таблице

37

Алгоритм работы драйвера:

1. Положить $i := 1$.
2. Положить $k := 1$.
3. $M \leftarrow 0$.
4. Если $a_k \in \mathbf{terminals}_i$, то:
 - 4.1. Если $\mathbf{accept}_i = \text{true}$, то $k := k + 1$.
 - 4.2. Если $\mathbf{stack}_i = \text{true}$, то $M \leftarrow i$.

Разбор цепочки по таблице

38

Алгоритм работы драйвера:

4.3. Если **return**_{*i*} = true, то:

4.3.1. $M \rightarrow i$;

4.3.2. Если $i = 0$, то перейти на шаг 6;

4.3.3. $i := i + 1$;

4.3.4. Вернуться на шаг 4.

4.4. Если **jump**_{*i*} $\neq 0$, то:

4.4.1. $i := \text{jump}_i$;

4.4.2. Вернуться на шаг 4.

Разбор цепочки по таблице

39

Алгоритм работы драйвера:

5. Иначе если **error**_{*i*} = false, то:

5.1. $i := i + 1$;

5.2. Вернуться на шаг 4.

6. В противном случае разбор окончен. Если при этом стек M пуст, а $a_k = \perp$, то разбор завершен успешно. Иначе цепочка содержит синтаксическую ошибку и k – позиция этой ошибки.

Разбор цепочки по таблице

40

Пример: $\alpha = (a+a)^*a\perp$.

i	M	$a_k \dots a_n$
1	0	$(a+a)^*a\perp$
2	0	$(a+a)^*a\perp$
10	0 2	$(a+a)^*a\perp$
11	0 2	$(a+a)^*a\perp$
19	0 2 11	$(a+a)^*a\perp$
21	0 2 11	$(a+a)^*a\perp$
22	0 2 11	$a+a)^*a\perp$
1	0 2 11 22	$a+a)^*a\perp$
2	0 2 11 22	$a+a)^*a\perp$
10	0 2 11 22 2	$a+a)^*a\perp$
11	0 2 11 22 2	$a+a)^*a\perp$
19	0 2 11 22 2 11	$a+a)^*a\perp$
20	0 2 11 22 2 11	$a+a)^*a\perp$
24	0 2 11 22 2 11	$a+a)^*a\perp$

i	terminals	jump	accept	stack	return	error
1	(, a	2				
2	(, a	10		true		
3	+,), \perp	4				
4	+	6				false
5), \perp	9				
6	+	7	true			
7	(, a	10		true		
8	+,), \perp	4				
9), \perp	0			true	
10	(, a	11				
11	(, a	19		true		
12	+, *,), \perp	13				
13	*	15				false
14	+,), \perp	18				
15	*	16	true			
16	(, a	19		true		
17	+, *,), \perp	13				
18	+,), \perp	0			true	
19	(21				false
20	a	24				
21	(22	true			
22	(, a	1		true		
23)	0	true		true	
24	a	0	true		true	

Разбор цепочки по таблице

41

Пример: $\alpha = (a+a)^*a\perp$.

i	M	$a_k \dots a_n$
12	0 2 11 22 2	$+a)^*a\perp$
13	0 2 11 22 2	$+a)^*a\perp$
14	0 2 11 22 2	$+a)^*a\perp$
18	0 2 11 22 2	$+a)^*a\perp$
3	0 2 11 22	$+a)^*a\perp$
4	0 2 11 22	$+a)^*a\perp$
6	0 2 11 22	$+a)^*a\perp$
7	0 2 11 22	$a)^*a\perp$
10	0 2 11 22 7	$a)^*a\perp$
11	0 2 11 22 7	$a)^*a\perp$
19	0 2 11 22 7 11	$a)^*a\perp$
20	0 2 11 22 7 11	$a)^*a\perp$
24	0 2 11 22 7 11	$a)^*a\perp$
12	0 2 11 22 7	$)^*a\perp$

i	terminals	jump	accept	stack	return	error
1	(, a	2				
2	(, a	10		true		
3	+,), \perp	4				
4	+	6				false
5), \perp	9				
6	+	7	true			
7	(, a	10		true		
8	+,), \perp	4				
9), \perp	0			true	
10	(, a	11				
11	(, a	19		true		
12	+, *,), \perp	13				
13	*	15				false
14	+,), \perp	18				
15	*	16	true			
16	(, a	19		true		
17	+, *,), \perp	13				
18	+,), \perp	0			true	
19	(21				false
20	a	24				
21	(22	true			
22	(, a	1		true		
23)	0	true		true	
24	a	0	true		true	

Разбор цепочки по таблице

42

Пример: $\alpha = (a+a)^*a\perp$.

i	M	$a_k \dots a_n$
13	0 2 11 22 7) [*] a⊥
14	0 2 11 22 7) [*] a⊥
18	0 2 11 22 7) [*] a⊥
8	0 2 11 22) [*] a⊥
4	0 2 11 22) [*] a⊥
5	0 2 11 22) [*] a⊥
9	0 2 11 22) [*] a⊥
23	0 2 11) [*] a⊥
12	0 2	[*] a⊥
13	0 2	[*] a⊥
15	0 2	[*] a⊥
16	0 2	a⊥
19	0 2 16	a⊥
20	0 2 16	a⊥

i	terminals	jump	accept	stack	return	error
1	(, a	2				
2	(, a	10		true		
3	+,), ⊥	4				
4	+	6				false
5), ⊥	9				
6	+	7	true			
7	(, a	10		true		
8	+,), ⊥	4				
9), ⊥	0			true	
10	(, a	11				
11	(, a	19		true		
12	+, *,), ⊥	13				
13	*	15				false
14	+,), ⊥	18				
15	*	16	true			
16	(, a	19		true		
17	+, *,), ⊥	13				
18	+,), ⊥	0			true	
19	(21				false
20	a	24				
21	(22	true			
22	(, a	1		true		
23)	0	true		true	
24	a	0	true		true	

Разбор цепочки по таблице

43

Пример: $\alpha = (a+a)^*a\perp$.

i	M	$a_k \dots a_n$
24	0 2 16	$a\perp$
17	0 2	\perp
13	0 2	\perp
14	0 2	\perp
18	0 2	\perp
3	0	\perp
4	0	\perp
5	0	\perp
9	0	\perp
	HALT	

i	terminals	jump	accept	stack	return	error
1	(, a	2				
2	(, a	10		true		
3	+,), \perp	4				
4	+	6				false
5), \perp	9				
6	+	7	true			
7	(, a	10		true		
8	+,), \perp	4				
9), \perp	0			true	
10	(, a	11				
11	(, a	19		true		
12	+, *,), \perp	13				
13	*	15				false
14	+,), \perp	18				
15	*	16	true			
16	(, a	19		true		
17	+, *,), \perp	13				
18	+,), \perp	0			true	
19	(21				false
20	a	24				
21	(22	true			
22	(, a	1		true		
23)	0	true		true	
24	a	0	true		true	