Системный анализ

Тема 4. Моделирование сложных систем

Лектор: Захарова Александра Александровна

д.т.н.

2020

Содержание

1. **Проблема принятия решений по выбору методу моделирования**
2. **Классификация методов моделирования сложных систем**
3. **Классификация видов моделирования**
4. **Методы формализованного представления систем**
5. **Методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов**
6. **Измерение и оценивание систем**

Моделирование

Моделирование - процесс исследования реальной системы или реальной задачи, включающий создание модели, изучение ее свойств и перенос полученных сведения на исследуемую систему или решаемую задачу.

Моделирование имеет большое значение в системах и задачах, где реальные эксперименты невозможны (сложность, большие затраты, уникальность, длительность эксперимента).

Проблема выбора метода моделирования возникает при решении каких-либо конкретных задач.

Проблема принятия решения

- ✓ Когда решение задачи базируется на законах физики, химии и других фундаментальных областей знаний или когда задача может быть поставлена в терминах конкретного класса прикладных задач, для которого разработан соответствующий математический аппарат, применять термин «проблема принятия решения» нет необходимости.
- ✓ Когда задача настолько усложняется, что для ее постановки и решения не может быть сразу определен подходящий аппарат формализации, когда процесс постановки задачи требует участия специалистов различных областей знаний, то постановка задачи становится проблемой, для решения которой нужно разрабатывать специальные подходы, приемы, методы. В таких случаях возникает необходимость <u>определить область проблемы принятия решения (проблемную ситуацию);</u> выявить факторы, влияющие на ее решение; подобрать приемы и методы, которые позволят сформулировать или поставить задачу таким образом, чтобы решение было принято.

Проблема принятия решения

<u>Пример — задача по перемещению из одного пункта в другой.</u>

1. <u>Дано:</u>

- цель — достичь пункта А (переместить груз из пункта В в пункт А)
- возможные средства — путь (дорога) и транспорт (различные транспортные средства передвижения или средства доставки грузов).

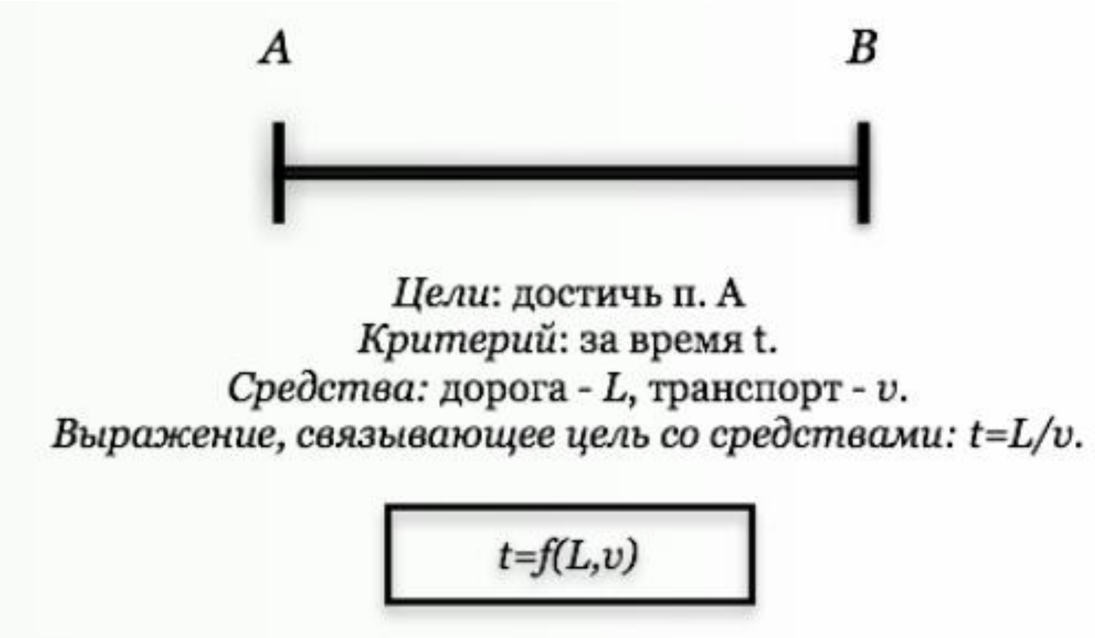
<u>Требуется:</u> обеспечить реализацию цели.

Если нет никаких других оговорок, требований, **<u>то задачи нет,</u>** поскольку безразлично, какой маршрут и какие транспортные средства выбирать. Для того чтобы возникла необходимость принимать решение (возникла задача), нужно ввести ***критерий (или несколько критериев),*** отражающий ***требования к достижению цели.***

<u>Нет задачи</u> и в тех случаях, когда ЛПР не может задать требования, сформулировать критерий достижения цели или неизвестен набор средств достижения цели, т.е. имеет место задача с неопределенностью.

Проблема принятия решения

2. Введем критерий: за время *t*.



Для решения задачи нужно определить взаимосвязи цели со средствами ее достижения, что в данной задаче сделать легко:

- оценить средства
  (дорога оценивается длиной пути *L*, транспорт — скоростью *v* - в простейшем случае — средней скоростью)
- и установить связи этих оценок с критерием.

- В данном случае в качестве выражения, связывающего цель со средствами, можно использовать закон движения, который в случае равномерного прямолинейного движения имеет вид $t=L/v$, а в общем виде $t=f(L,v)$.
- Варьируя *v* (по видам транспортных средств) мы можем найти решение задачи.

Проблема принятия решения

Для принятия решения нужно получить ***выражение, связывающее цель со средствами ее достижения*** с помощью вводимых ***критериев*** оценки достижимости цели и оценки средств.

Такие выражения получили в прикладных направлениях носят различные названия:

- критерий функционирования;
- критерий, или показатель, эффективности;
- целевая, или критериальная, функция;
- функция цели и т.п.

Проблема принятия решения

3. При постановке рассматриваемой задачи могут быть учтены не только обязательные, основные требования, отражаемые с помощью критерия, но и **дополнительные требования**, которые могут выступать в качестве **<u>ограничений</u>**, например:

- затраты на создание или приобретение средства транспортировки грузов,
- наличие денежных средств у человека, выбирающего вид транспорта и др.

Тогда для решения задачи формируют комплекс соотношений, включающий также соотношения-неравенства (как правило, хотя могут быть и равенства).

Разработан широкий спектр методов решения задач математического программирования.

Проблема принятия решения

Выражения, связывающие цель со средствами ее достижения, могут представлять собой **составные критерии (показатели)** аддитивного или мультипликативного вида.

В этом случае могут возникнуть вычислительные сложности, при преодолении которых может потребоваться вновь обратиться к постановке задачи.

Однако полученное формализованное ее представление позволяет в дальнейшем применять формализованные методы анализа проблемной ситуации.

НО: При постановке задачи в числе критериев могут быть и принципиально неформализуемые.

Проблема принятия решения

4. Например, для нашей задачи неформализуемые критерии:

- безопасность транспортировки грузов для рабочих,
- удобство приведения в действие транспортно-распределительных устройств или их остановки,
- «комфорт» и др.

С учетом последнего критерия, даже при коротких расстояниях и небольшом выигрыше во времени, можно выбрать такси вместо общественного транспорта, если конечно позволяют денежные средства;
или при передвижении между населенными пунктами иногда лучше выбрать более длинную, но асфальтированную дорогу, чем более короткую, но ухабистую.

Можно выбирать транспортное средство с учетом вида груза. Например, в случае скоропортящейся продукции лучше использовать более дорогостоящий рефрижератор, чем обычный грузовой автомобиль и т.д.

Проблема принятия решения

Получить выражения, связывающие цель со средствами ее достижения, легко, если известен ***закон***, позволяющий связать цель со средствами.

Если закон неизвестен, то:

- стараются определить ***закономерности*** на основе статистических исследований либо исходя из наиболее часто встречающихся на практике экономических или функциональных зависимостей.
- Если и это не удается сделать, то выбирают или разрабатывают ***теорию***, в которой содержится ряд утверждений и правил, позволяющих сформулировать ***концепцию*** и сконструировать на ее основе процесс принятия решения.
- Если и теории не существует, то выдвигается ***гипотеза***, и на ее основе создаются ***модели***, с помощью которых исследуются возможные варианты решения.

Проблема принятия решения

В общем виде для ситуаций различной сложности процесс отображения проблемной ситуации можно представить, воспользовавшись многоуровневыми структурами типа «слоев» М. Месаровича.

Далеко не всегда существует теория. Два верхних уровня можно менять местами, т.е. начинать исследование с выбора теории или формулирования концепции, а затем на их основе формировать модель.

Проблема принятия решения

При решении задач в современных организациях необходимо учитывать все большее число факторов различной природы, являющихся предметом исследования различных областей знаний.

- Один человек уже не может принять решение о выборе факторов, влияющих на достижение цели, не может определить существенные взаимосвязи между целями и средствами.
- В формировании и анализе модели принятия решения должны участвовать коллективы разработчиков, состоящие из специалистов различных областей знаний, между которыми нужно организовать взаимодействие и взаимопонимание.

Проблема принятия решений становится проблемой выбора целей, критериев, средств и вариантов достижения цели, т.е. ***проблемой коллективного принятия решения.***

Проблема принятия решения

- Число и сложность проблем, для которых невозможно сразу получить критерий эффективности в аналитической форме, по мере развития цивилизации возрастает; возрастает также и цена неверно принятого решения.
- Для проблем принятия решения характерно, как правило, сочетание качественных и количественных методов.
- Принятие решений в системах управления часто связано с дефицитом времени: *лучше принять не самое хорошее решение, но в требуемый срок, так как в противном случае лучшее решение может уже и не понадобиться.*
- Поэтому решение часто приходится *принимать в условиях неполной информации (ее неопределенности или даже дефицита),* и нужно обеспечить возможность как можно в более сжатые сроки определить наиболее значимые для принятия решений сведения и наиболее объективные предпочтения, лежащие в основе принятия решения.

Проблема принятия решения

Чтобы помочь:

- в более сжатые сроки поставить задачу,
- проанализировать цели,
- определить возможные средства,
- отобрать требуемую информацию (характеризующую условия принятия решения и влияющую на выбор критериев и ограничений),
- ***а в идеале*** — получить выражение, связывающее цель со средствами,

применяют системные представления, приемы и методы системного анализа.

Содержание

1. **Проблема принятия решений по выбору методу моделирования**
2. **Классификация методов моделирования сложных систем**
3. **Классификация видов моделирования**
4. **Методы формализованного представления систем**
5. **Методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов**
6. **Измерение и оценивание систем**

Формализация задачи

Постановка любой задачи заключается в том, чтобы перевести ее *вербальное* (словесное) описание в *формальное*.

В случае относительно простых задач такой переход осуществляется в сознании человека, который не всегда даже может объяснить, как он это сделал (например, выбрал маршрут следования).

Если полученная **формальная модель** (математическая зависимость между величинами в виде формулы, уравнения, системы уравнений) опирается на *фундаментальный закон или подтверждается экспериментом*, то этим доказывается ее **адекватность** отображаемой ситуации, и модель рекомендуется для решения задач соответствующего класса (например, «транспортная задача», «задача о раскрое» и т.д.).

Формализация задачи

По мере усложнения задач получение модели и доказательство ее адекватности усложняется (эксперимент становится дорогостоящим и опасным, а применительно к экономическим объектам — практически нереализуемым).

Тогда задача переходит в **класс проблем принятия решений**, и постановка задачи, формирование модели, т.е. перевод вербального описания в формальное, становятся важной составной частью процесса принятия решения.

ПРИЧЕМ: не всегда можно выделить как отдельный этап, завершив который, можно обращаться с полученной формальной моделью так же, как с обычным математическим описанием; строгим и абсолютно справедливым.

Формализация задачи

Для самоорганизующихся систем модели должны постоянно корректироваться и развиваться.
При этом возможно изменение не только модели, но и метода моделирования, что часто является средством развития представления ЛПР о моделируемой ситуации.

То есть формализация задачи (проблемной ситуации) становятся неотъемлемой частью практически каждого этапа моделирования сложной развивающейся системы (что требует создания «механизма» моделирования, «механизма» принятия решений).

Вопросы формирования таких моделей и доказательства их адекватности являются основным предметом теории систем и системного анализа.

Формализация задачи

Для решения проблемы формализации исследователи двигались с двух сторон:

- в разных областях деятельности разрабатывались специальные методы и приемы («мозговой атаки», «сценариев», экспертных оценок, «дерева целей» и т.п.)
- математика шла по пути расширения средств постановки и решения трудно формализуемых задач. Возникла теория вероятностей и математическая статистика (как средство доказательства адекватности модели на основе представительной выборки и понятия вероятности правомерности использования модели и результатов моделирования). Для задач с большей степенью неопределенности инженеры стали привлекать теорию множеств, математическую логику, математическую лингвистику, теорию графов. Иными словами, математика стала постепенно накапливать средства работы с неопределенностью, со смыслом, который классическая математика исключала из объектов своего рассмотрения.

Классификация методов моделирования сложных систем

История развития и распространения методов исследования сложных систем определяет классификацию методов по возрастанию формализованности:

- от качественных методов (с которыми первоначально в основном был связан системный анализ);
- до количественных методов с применением ЭВМ.

Классификация методов моделирования сложных систем

Качественные методы - основное внимание уделяется организации постановки задачи, новому этапу ее формализации, формированию вариантов, выбору подхода к оценке вариантов, использованию опыта и интуиции человека, его предпочтений, которые не всегда могут быть выражены в количественных оценках.

Количественные методы связаны с проведением анализа вариантов, с их количественными характеристиками корректности, точности, сходимости и т.д. Для поставки задач эти методы не имеют средств и почти полностью оставляют этот этап за человеком.

Классификация методов моделирования сложных систем

Между этими двумя крайними классами методов располагаются методы, которые стремятся использовать их достоинства:

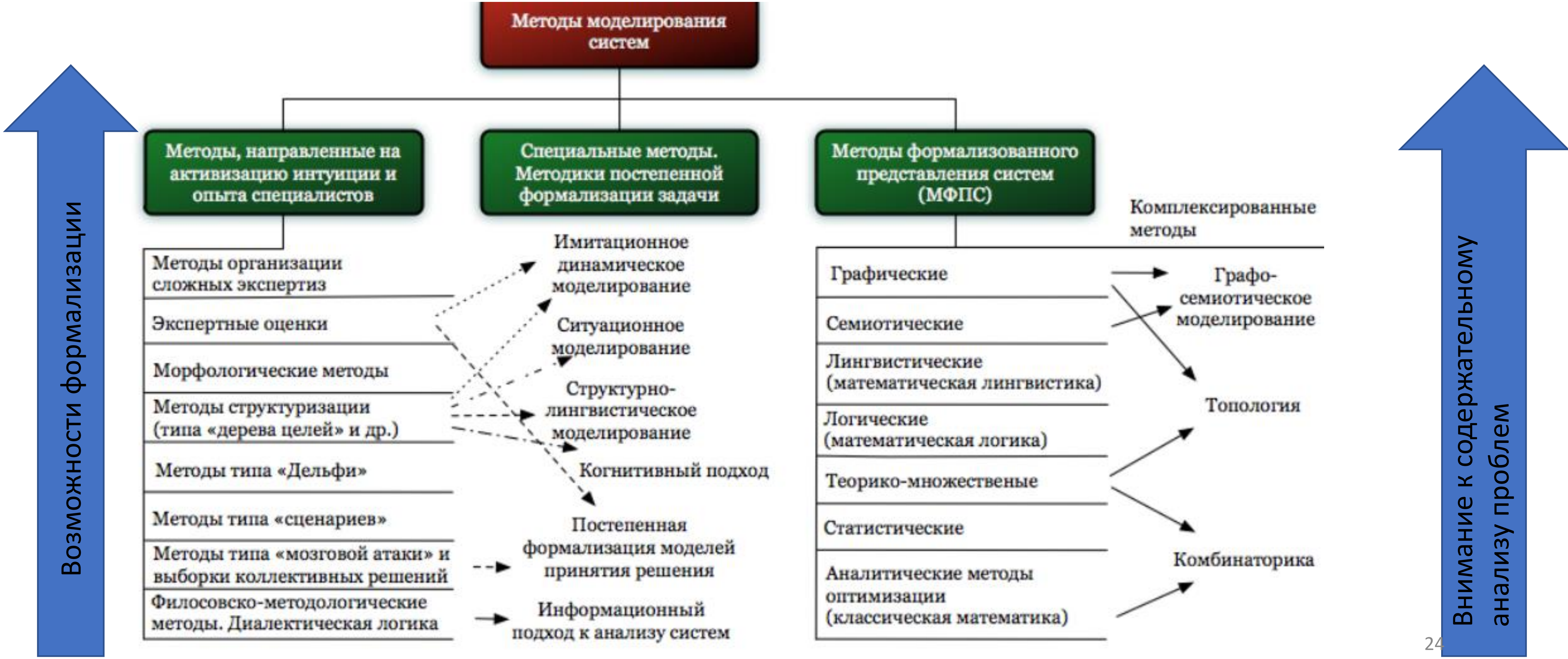
- этап постановки задачи, разработки вариантов
- и этап оценки и количественного анализа вариантов,

но делают это с привлечением разных исходных концепций и терминологии, на разном уровне формализованности.

Ф.Е. Темников называет эти два класса по-другому:

- Методы формализованного представления систем (**МФПС**)
- Методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов (**МАИС**).

Классификация методов моделирования сложных систем



Классификация методов моделирования сложных систем

<u>Классификации МАИС и особенно МФПС могут быть разными.</u>
Разрабатывать классификацию нужно обязательно с учетом конкретных условий, особенностей моделируемых систем (процессов принятия решений) и предпочтений ЛПР, которым можно предложить выбрать классификацию.
Новые методы моделирования часто создаются на основе сочетания ранее существовавших классов методов.
Так, методы, названные <u>комплексированными</u> (комбинаторика, топология), начинали развиваться параллельно в рамках линейной алгебры, теории множеств, теории графов, а затем оформились в самостоятельные направления.
Существуют также новые методы, базирующиеся на сочетании средств МАИС и МФПС. Эта группа методов представлена на рисунке в качестве самостоятельной группы методов моделирования, обобщенно названной <u>специальными методами</u>.

Содержание

1. **Проблема принятия решений по выбору методу моделирования**
2. **Классификация методов моделирования сложных систем**
3. **Классификация видов моделирования**
4. **Методы формализованного представления систем**
5. **Методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов**
6. **Измерение и оценивание систем**

Классификация видов моделирования

Классификация видов моделирования

По степени полноты:

- **полное** - модели идентичны объекту во времени и пространстве.
- **неполное** моделирование - идентичность не сохраняется.
- **приближенное** моделирование лежит подобие, при котором некоторые стороны функционирования реального объекта не моделируются совсем.

В зависимости от характера изучаемых процессов в системе:

- детерминированное - отображает процессы, в которых предполагается отсутствие случайных воздействий
- стохастическое - учитывает вероятностные процессы и события.

Классификация видов моделирования

В зависимости от характера изучаемых процессов в системе:

- статические
- динамические,

В зависимости от характера изучаемых процессов в системе:

- дискретные,
- непрерывные и
- дискретно-непрерывные.

Используются для описания процессов, имеющих изменение во времени. При этом оперируют цифровыми, аналоговыми и аналого-цифровыми моделями.

Классификация видов моделирования

В зависимости от формы представления объекта моделирование:

- мысленное
- реальное.

Мысленное моделирование применяется тогда, когда модели не реализуемы в заданном интервале времени либо отсутствуют условия для их физического создания (например, ситуации микромира).

Мысленное моделирование:

- наглядное
- символическое
- математическое

Наглядное моделирование

При **наглядном моделировании** на базе представлений человека о реальных объектах создаются наглядные модели, отображающие явления и процессы, протекающие в объекте (рисунки, схемы, диаграммы и др.).

В основу **гипотетического моделирования** закладывается гипотеза о закономерностях протекания процесса в реальном объекте, которая отражает уровень знаний исследователя об объекте и базируется на причинно-следственных связях между входом и выходом изучаемого объекта. Знаний об объекте недостаточно для построения формальных моделей.

(Модель «черного ящика»)

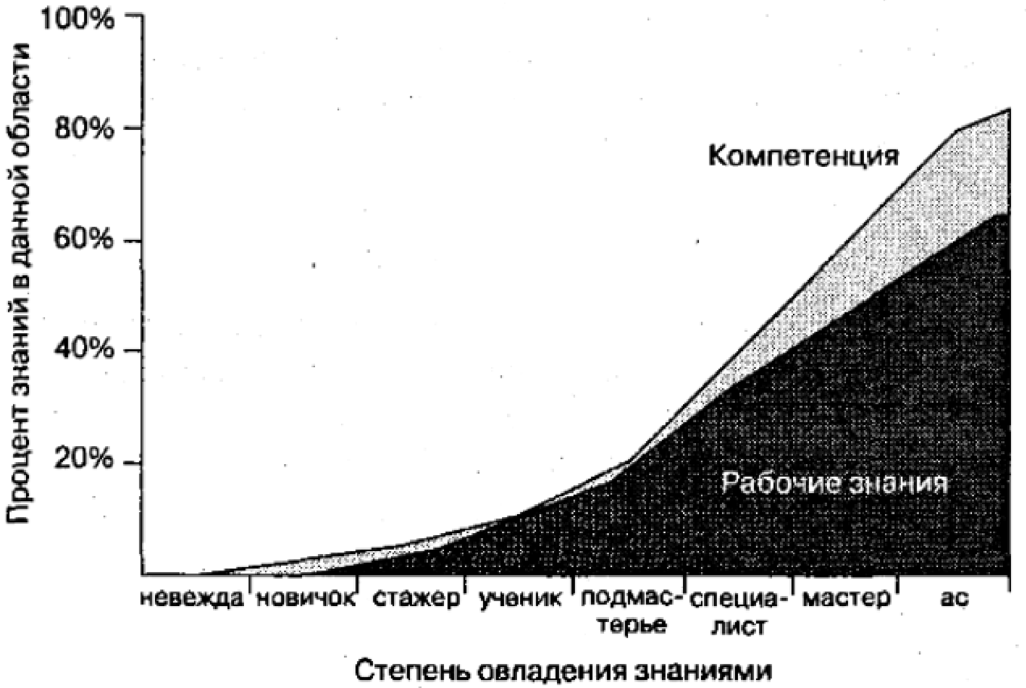


Рис.10.2. Гипотетическая модель возрастания уровня компетенции и качества исполнения работы в зависимости от степени овладения знаниями (скопировано из: Karl Wiig «Knowledge Management Foundation» (Карл Вииг «Основы управления знаниями»), опубликовано «Schema Press» в 1993 г.)

Наглядное моделирование

Аналоговое моделирование основывается на применении аналогий различных уровней. Для достаточно простых объектов наивысшим уровнем является полная аналогия. С усложнением системы используются аналогии последующих уровней, когда аналоговая модель отображает несколько либо только одну сторону функционирования объекта. Это моделирование, основанное на аналогии процессов и явлений, имеющих различную физическую природу, но одинаково описываемых формально (одними и теми же математическими соотношениями, логическими и структурными схемами).

Наиболее простой пример такого рода — изучение механических колебаний с помощью электрической системы, описываемой теми же дифференциальными уравнениями. Поскольку эксперименты с электрической системой обычно значительно проще, естественно изучать аналогичную электрическую систему вместо механической.

До создания цифровых электронных вычислительных машин в конце 1940-х гг. М. а. было основным способом «предметно-математического моделирования» многих процессов, связанных с распространением электромагнитных и звуковых волн, диффузии газов и жидкостей, движения и фильтрации жидкостей в пористых средах, кручения стержней и др. (в связи с чем его часто называли тогда просто «математическим моделированием»), причём для каждой конкретной задачи моделирования строилась своя «сеточная» модель (основными её элементами служили соединённые в плоскую сеточную схему электрические сопротивления различных видов), а *аналоговые вычислительные машины* позволяли проводить М. а. целых классов однородных задач. В настоящее время значение М. а. значительно уменьшилось, поскольку моделирование на ЭВМ имеет большие преимущества перед ним в отношении точности моделирования и универсальности.

Наглядное моделирование

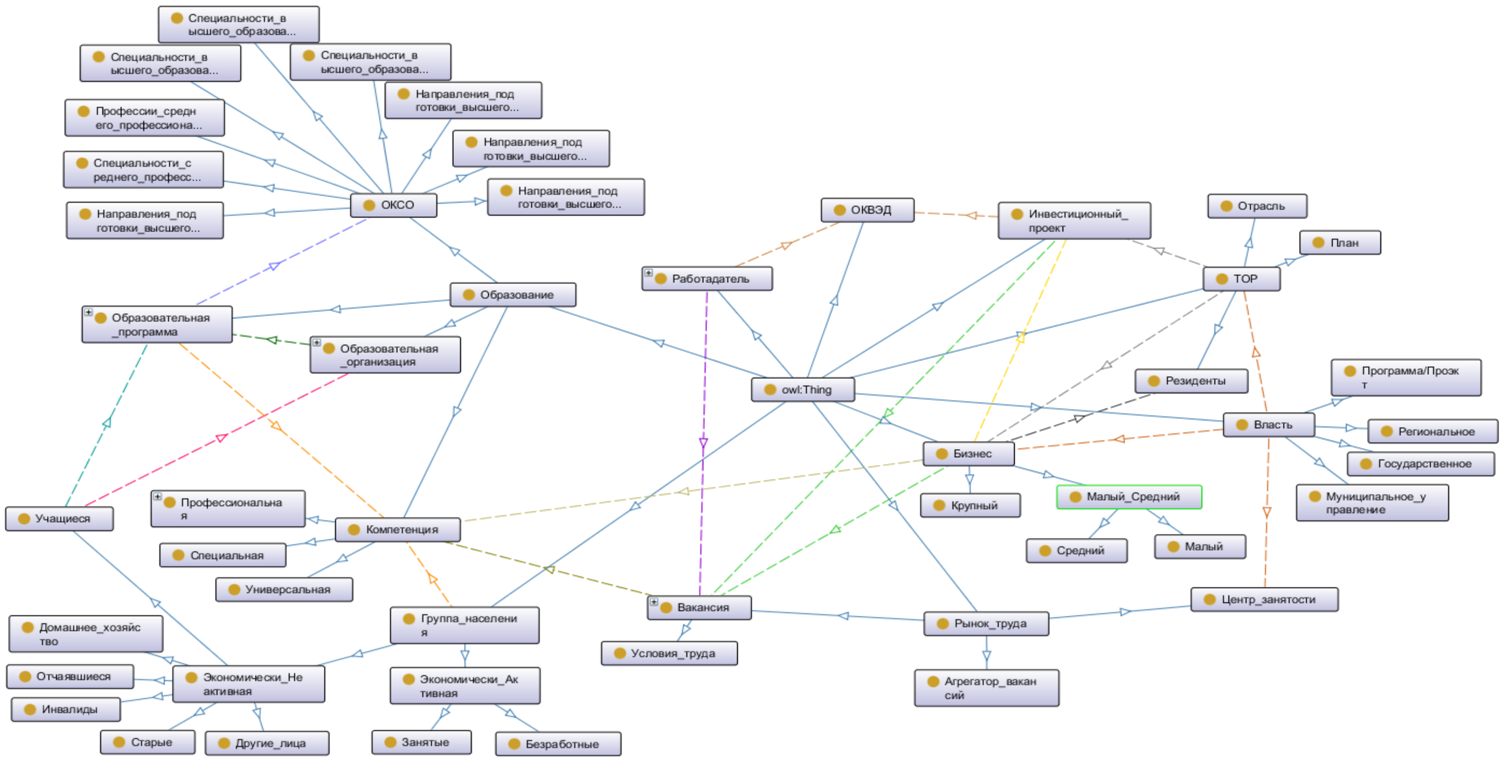
Макетирование применяется, когда протекающие в реальном объекте процессы не поддаются физическому моделированию либо могут предшествовать проведению других видов моделирования. В основе построения мысленных макетов также лежат аналогии, обычно базирующиеся на причинно-следственных связях между явлениями и процессами в объекте.

Макет межвузовского студенческого кампуса. Томск

Символическое моделирование

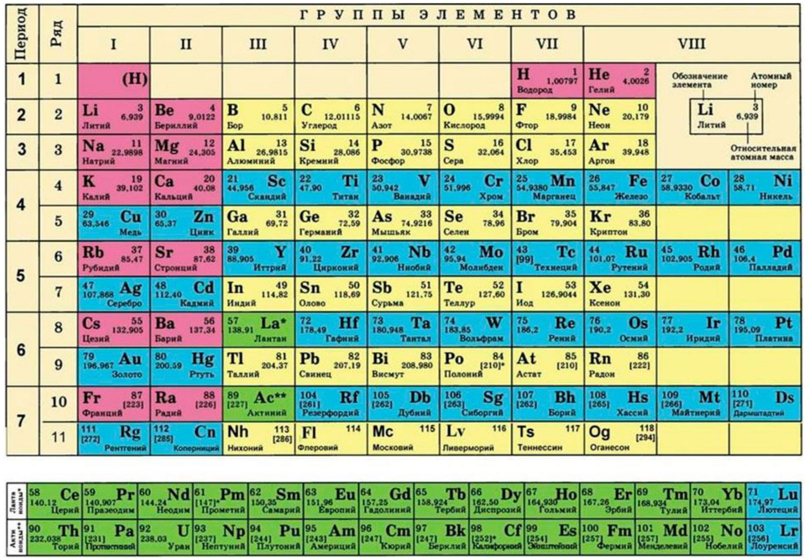
Символическое моделирование представляет собой искусственный процесс создания логического объекта, который замещает реальный и выражает его основные свойства с помощью определенной системы знаков и символов.

В основе **языкового** моделирования лежит некоторый тезаурус, который образуется из набора понятий исследуемой предметной области, причем этот набор должен быть фиксированным.



Онтограф основных классов для системы опережающей подготовки кадров моногорода

Символическое моделирование



Если ввести условное обозначение отдельных понятий, т.е. знаки, а также определенные операции между этими знаками, то можно реализовать **знаковое** моделировани е и с помощью знаков отображать набор понятий — составлять отдельные цепочки из слов и предложений.

Используя операции объединения, пересечения и дополнения теории множеств, можно в отдельных символах дать описание какого-то реального объекта.

показатель личности $N_м$:

$N_м$ определено на множестве [0; 100];

$P_1(N_м)$ = «$N_м$ принадлежит отрезку $[0; a_1)$»;

L_1 = «штрафному баллу присваивается значение $b_{м1}$»;

$P_2(N_м)$ = «$N_м$ принадлежит отрезку $[a_1; a_2)$»;

L_2 = «штрафному баллу присваивается значение $b_{м2}$»;

$P_3(N_м)$ = «$N_м$ принадлежит отрезку $[a_2; a_3)$»;

L_3 = «штрафному баллу присваивается значение $b_{м3}$»;

$P_4(N_м)$ = «$N_м$ принадлежит отрезку $[a_3;100]$»;

L_4 = «штрафному баллу присваивается значение $b_{м4}$».

Тогда получим, что показатель медицинского осмотра будет выглядеть следующим образом:

$$P_1(N_м)L_1 \vee P_2(N_м)L_2 \vee P_3(N_м)L_3 \vee P_4(N_м)L_4. \quad (2)$$

Математическое моделирование

Математическое моделирование — это процесс установления соответствия данному реальному объекту некоторого математического объекта, называемого математической моделью. Вид математической модели зависит как от природы реального объекта, так и от задач исследования объекта, от требуемой достоверности и точности решения задачи. Любая математическая модель, как и всякая другая, описывает реальный объект с некоторой степенью приближения.

Основные формы записи модели:

- инвариантная,
- аналитическая,
- алгоритмическая и
- схемная (графическая).

Инвариантная форма — запись соотношений модели с помощью традиционного математического языка безотносительно к методу решения уравнений модели. В этом случае модель может быть представлена как совокупность входов, выходов, переменных состояния и глобальных уравнений системы.

Математическое моделирование

Аналитическая форма — запись модели в виде результата решения исходных уравнений модели. Обычно модели в аналитической форме представляют собой явные выражения выходных параметров как функций входов и переменных состояния.

Для **аналитического** моделирования характерно то, что в основном моделируется только функциональный аспект системы. При этом глобальные уравнения системы, описывающие закон (алгоритм) ее функционирования, записываются в виде некоторых аналитических соотношений (алгебраических, интегродифференциальных, конечноразностных и т.д.) или логических условий. Аналитическая модель исследуется несколькими методами:

- <u>аналитическим</u>, когда стремятся получить в общем виде явные зависимости, связывающие искомые характеристики с начальными условиями, параметрами и переменными состояния системы;
- <u>численным</u>, когда, не умея решать уравнения в общем виде, стремятся получить числовые результаты при конкретных начальных данных (напомним, что такие модели называются цифровыми);
- <u>качественным</u>, когда, не имея решения в явном виде, можно найти некоторые свойства решения (например, оценить устойчивость решения).

Математическое моделирование

Алгоритмическая форма — запись соотношений модели и выбранного численного метода решения в форме алгоритма. Среди алгоритмических моделей важный класс составляют имитационные модели, предназначенные для имитации физических или информационных процессов при различных внешних воздействиях.

При **имитационном** моделировании воспроизводится алгоритм функционирования системы во времени — поведение системы, причем имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания, что позволяет по исходным данным получить сведения о состояниях процесса в определенные моменты времени, дающие возможность оценить характеристики системы.
Основным преимуществом имитационного моделирования по сравнению с аналитическим является возможность решения более сложных задач. Имитационные модели позволяют достаточно просто учитывать такие факторы, как наличие дискретных и непрерывных элементов, нелинейные характеристики элементов системы, многочисленные случайные воздействия и другие, которые часто создают трудности при аналитических исследованиях.

Математическое моделирование

Комбинированное (**аналитико-имитационное**) моделирование позволяет объединить достоинства аналитического и имитационного моделирования.

При построении комбинированных моделей производится предварительная декомпозиция процесса функционирования объекта на составляющие подпроцессы, и для тех из них, где это возможно, используются аналитические модели, а для остальных подпроцессов строятся имитационные модели.

Такой подход дает возможность охватить качественно новые классы систем, которые не могут быть исследованы с использованием аналитического или имитационного моделирования в отдельности.

Математическое моделирование

Информационное (**кибернетическое**) моделирование связано с исследованием моделей, в которых отсутствует непосредственное подобие физических процессов, происходящих в моделях, реальным процессам.
В этом случае стремятся отобразить лишь некоторую функцию, рассматривают реальный объект как «черный ящик», имеющий ряд входов и выходов, и моделируют некоторые связи между выходами и входами.
В основе информационных (кибернетических) моделей лежит отражение некоторых информационных процессов управления, что позволяет оценить поведение реального объекта.
Для построения модели в этом случае необходимо выделить исследуемую функцию реального объекта, попытаться формализовать эту функцию в виде некоторых операторов связи между входом и выходом и воспроизвести данную функцию на имитационной модели, причем на совершенно другом математическом языке и иной физической реализации процесса.

Так, например, экспертные системы являются моделями ЛПР.

Математическое моделирование

Структурное моделирование системного анализа базируется на некоторых специфических особенностях структур определенного вида, которые используются как средство исследования систем или служат для разработки на их основе специфических подходов к моделированию с применением других методов формализованного представления систем (теоретико-множественных, лингвистических, кибернетических и т.п.).

Развитием структурного моделирования является **объектно-ориентированное** моделирование.

Структурное моделирование системного анализа включает:

- методы сетевого моделирования;
- сочетание методов структуризации с лингвистическими;
- структурный подход в направлении формализации построения и исследования структур разного типа (иерархических, матричных, произвольных графов) на основе теоретико-множественных представлений и понятия номинальной шкалы теории измерений.

При этом термин «структура модели» может применяться как функциям, так и к элементам системы. Соответствующие структуры называются функциональными и морфологическими.

Объектно-ориентированное моделирование объединяет структуры обоих типов в иерархию классов, включающих как элементы, так и функции.

Математическое моделирование

Ситуационное моделирование опирается на модельную теорию мышления, в рамках которой можно описать основные механизмы регулирования процессов принятия решений.

В центре модельной теории мышления лежит представление о формировании в структурах мозга информационной модели объекта и внешнего мира. Эта информация воспринимается человеком на базе уже имеющихся у него знаний и опыта.

Целесообразное поведение человека строится путем формирования целевой ситуации и мысленного преобразования исходной ситуации в целевую. Основой построения модели является описание объекта в виде совокупности элементов, связанных между собой определенными отношениями, отображающими семантику предметной области.

Модель объекта имеет многоуровневую структуру и представляет собой тот информационный контекст, на фоне которого протекают процессы управления. Чем богаче информационная модель объекта и выше возможности манипулирования ею, тем лучше и многообразнее качество принимаемых решений при управлении.

Реальное моделирование

При **реальном** моделировании используется возможность исследования характеристик либо на реальном объекте целиком, либо на его части. Реальное моделирование является наиболее адекватным, но его возможности ограничены.

Натурным моделированием называют проведение исследования на реальном объекте с последующей обработкой результатов эксперимента на основе теории подобия. производственный эксперимент.

- **Научный эксперимент** характеризуется широким использованием средств автоматизации, применением разнообразных средств обработки информации, возможностью вмешательства человека в процесс проведения эксперимента.
- **Комплексные испытания**, в процессе которых вследствие повторения испытаний объектов в целом (или больших частей системы) выявляются общие закономерности о характеристиках качества, надежности этих объектов. В этом случае моделирование осуществляется путем обработки и обобщения сведений о группе однородных явлений.
- **Производственном эксперимент –** специально организованные испытания не проводятся, а моделирование осуществляется путем обобщения опыта, накопленного в ходе производственного процесса.

Отличие эксперимента от реального протекания процесса: в эксперименте могут появиться отдельные критические ситуации и определиться границы устойчивости процесса. В ходе эксперимента вводятся новые факторы возмущающие воздействия в процесс функционирования объекта.

Реальное моделирование

Физическое моделирование, отличается от натурного тем, что исследование проводится а установках, которые сохраняют природу явлений и обладают физическим подобием.

В процессе физического моделирования задаются некоторые характеристики внешней среды и исследуется поведение либо реального объекта, либо его модели при заданных или создаваемых искусственно воздействиях внешней среды.

Физическое моделирование может протекать в реальном и модельном (псевдореальном) масштабах времени или рассматриваться без учета времени. В последнем случае изучению подлежат так называемые «замороженные» процессы, фиксируемые в некоторый момент времени.

Содержание

1. **Проблема принятия решений по выбору методу моделирования**
2. **Классификация методов моделирования сложных систем**
3. **Классификация видов моделирования**
4. **Методы формализованного представления систем**
5. **Методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов**
6. **Измерение и оценивание систем**

Методы формального представления систем

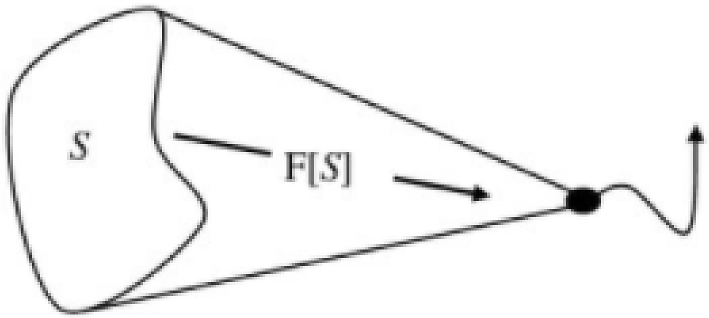
Классификация Ф. Е. Темникова:
•**аналитические** (методы классической математики, включая интегро-дифференциальное исчисление, методы поиска экстремумов функций, вариационное исчисление и т.п.; методы математического программирования; первые работы по теории игр и т.п.);
•**статистические** (включающие и теоретические разделы математики — теорию вероятностей, математическую статистику, и направления прикладной математики, использующие стохастические представления, — теорию массового обслуживания, методы статистических испытаний, основанные на методе Монте-Карло, метод выдвижения и проверки статистических гипотез А. Вальда и другие методы статистического имитационного моделирования);
•**теоретико-множественные, логические, лингвистические, семиотические представления (методы дискретной математики)**, составляющие теоретическую основу разработки языков моделирования, автоматизации проектирования, информационно-поисковых языков;
•**графические** (теория графов и разного рода графические представления информации типа диаграмм, гистограмм и других графиков).

Методы формального представления систем

Аналитическими методами в рассматриваемой классификации названы методы, которые отображают реальные объекты и процессы в виде точек (безразмерных в строгих математических доказательствах), совершающих какие-либо перемещения в пространстве или взаимодействующих между собой.

Основу понятийного (терминологического) аппарата этих представлений составляют понятия классической математики (*величина, формула, функция, уравнение, система уравнений, логарифм, дифференциал, интеграл* и т.д.).

Для аналитических представлений характерно не только стремление к строгости терминологии, но и закрепление за некоторыми специальными величинами определенных букв (пи)



Аналитическое представление системы

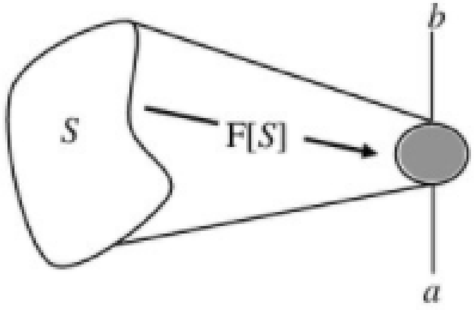
Методы формального представления систем

На базе аналитических представлений возникли и развиваются математические теории различной сложности — от аппарата классического *математического анализа* до новых разделов современной математики (*математическое программирование, теория игр* и т.п.). Эти теоретические направления стали основой многих прикладных дисциплин, в том числе теории автоматического управления, теории оптимальных решений и т.д.
Большинство из направлений математики не содержит средств постановки задачи и доказательства адекватности модели. Адекватность модели доказывается экспериментом, который по мере усложнения проблем становится также все более сложным, дорогостоящим, не всегда бесспорен и реализуем.

В то же время в состав этого класса методов входит относительно новое направление математики — *математическое программирование*, которое содержит средства постановки задачи и расширяет возможности доказательства адекватности моделей.

Методы формального представления систем

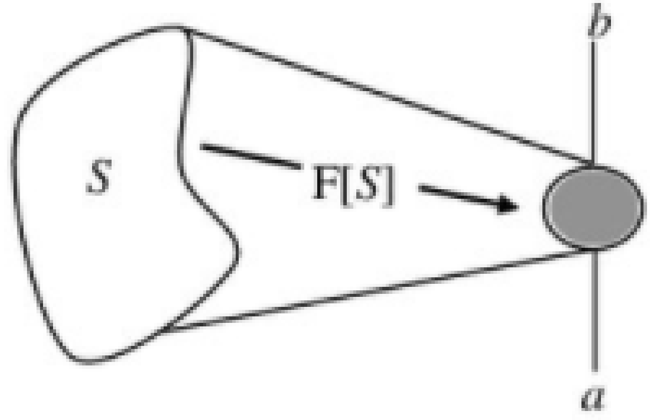
Статистические методы - основу их составляет отображение явлений и процессов с помощью случайных (стохастических) событий и их поведений, которые описываются соответствующими вероятностными (статистическими) характеристиками и статистическими закономерностями. Статистические отображения системы в общем случае (по аналогии с аналитическими) представлены символическим образом, как бы в виде «размытой» точки (размытой области) в n-мерном пространстве, в которую переводит учитываемые в модели свойства системы оператор Ф [Sx][Sx]. Границы области заданы с некоторой вероятностью p («размыты») и движение точки описывается некоторой случайной функцией.



Статистическое представление системы

Методы формального представления систем

Закрепляя все параметры этой области, кроме одного, получим «срез» по линии *a—b*, смысл которого — воздействие данного параметра на поведение системы, которое можно описать статистическим распределением по этому параметру, одномерной статистической закономерностью. Аналогично можно получить двумерную, трехмерную и т.д. картины статистического распределения.



Статистическое представление системы

Методы формального представления систем

На базе статистических представлений развивается ряд математических теорий, которые можно разделить на четыре основные группы:

•*математическая статистика*, объединяющая различные методы статистического анализа (регрессионный, дисперсионный, корреляционный, факторный и т.п.);

•*теория статистических испытаний;*
основой этой теории является метод Монте-Карло; развитием — *теория статистического имитационного моделирования;*

•*теория выдвижения и проверки статистических гипотез;*
возникла для оценки процессов передачи сигналов на расстоянии; базируется на общей теории статистических решающих функций;

•*теория потенциальной помехоустойчивости;*
обобщает последние два направления теории статистических решений.

Методы формального представления систем

Расширение в статистических методах возможностей отображения сложных систем и процессов по сравнению с аналитическими методами можно объяснить тем, что процесс постановки задачи как бы частично заменяется статистическими исследованиями, позволяющими, не выявляя все детерминированные связи между изучаемыми объектами (событиями) или учитываемыми компонентами сложной системы, на основе выборочного исследования (исследования репрезентативной выборки) получать статистические закономерности и распространять их на поведение системы в целом.

В то же время не всегда может быть определена репрезентативная выборка, доказана правомерность применения полученных на ее основе статистических закономерностей. Если не удается доказать репрезентативность выборки или для этого требуется недопустимо большое время, то применение статистических методов может привести к неверным результатам.

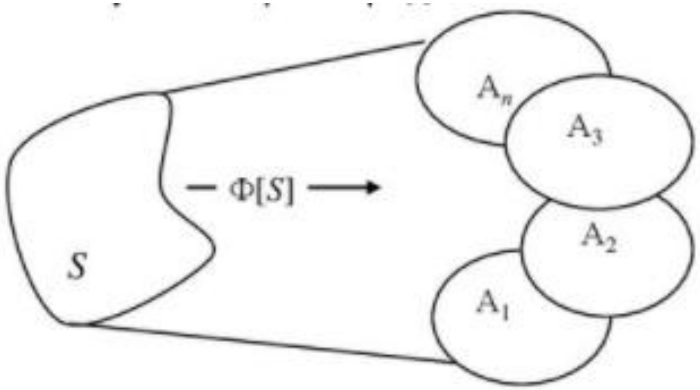
Методы формального представления систем

Методы дискретной математики

Характеризуемые далее методы возникали как самостоятельные направления и первоначально развивались параллельно и независимо друг от друга. Но обобщающий аппарат теоретико-множественных представлений оказался настолько удобным средством пояснения основных понятий, а часто и доказательства теорем в математической логике, математической лингвистике и даже в теории графов, что постепенно все эти методы стали объединять в единую область — *дискретную математику*.

Необходимость в использовании методов дискретной математики возникает в тех случаях, когда алгоритм, который всегда в конечном итоге желательно получить для обеспечения повторяемости процесса принятия решения, не удается сразу представить с помощью аналитических или статистических методов. В этих случаях *теоретико-множественные, логические, лингвистические* или *графические методы* помогают зафиксировать в алгоритме опыт или эвристики ЛПР.

Методы формального представления систем



Теоретико-множественное представление системы

$A_i, i=\overline{1,n}$ - подмножества, с элементами a_{ij}

Понятие системы в теоретико - множественных терминах:

$$S \subset \times\{A_i, i \in I\} \qquad (*)$$

A_i - вес компоненты; $\times A_i$ - декартова произведения, называемые объектами системы ; I - множества индексов.

Пример системы (*) с двумя объектами: входным и выходным

$$S \subset X \times Y$$

утем указания некоторого характеристического *свойства АА (экстенсионально)*. Например, *«множество натуральных чисел*

Методы формального представления систем

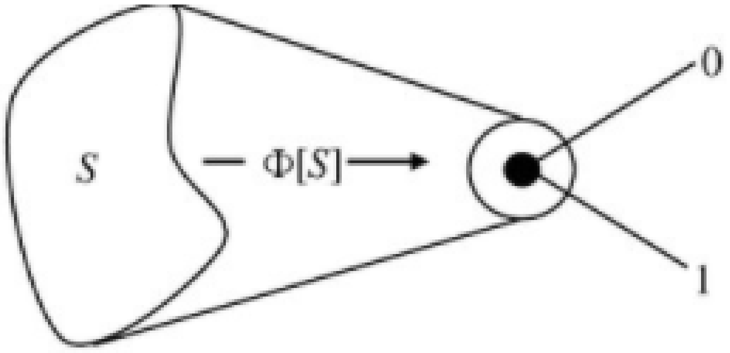
Теоретико-множественные представления. Базируются на понятиях «множество», «элементы множества», «отношения на множествах».
Понятие «множество» относится к числу интуитивно постигаемых понятий, которым трудно дать определение. Это понятие содержательно эквивалентно понятиям «совокупность», «собрание», «ансамбль», «коллекция», «семейство», «класс». Множества могут задаваться следующими способами:
•списком, *перечислекием (интенсионально)*;
•Путем указания некоторого характеристического свойства А (экс*тенсионально)*.
(например, множество натуральных чисел)

При данном способе представления систем можно вводить любые отношения, что позволяет организовать взаимодействие и взаимопонимание между специалистами различных областей знаний.

Методы формального представления систем

Математическая логика.
Логические представления переводят реальную систему и отношения в ней на язык одной из алгебр логики (двузначной, многозначной), основанных на применении алгебраических методов для выражения законов формальной логики. Наибольш распространение получила бинарная алгебра логики Буля.

Базовыми понятиями математической логики являются высказывание, предикат, логические функции (операции) кванторы, логический базис, логические законы (законы алгебры логики).
В ней доказываются теоремы, приобретающие затем силу логических законов, применяя которые, можно преобразовывать систему из одного описания в другое с целью ее совершенствования (например, получит более простую структуру).



Логическое представление системы

Методы формального представления систем

Логические методы применяются при исследовании новых структур систем разнообразной природы (технических объектов, текстов и др.), в которых характер взаимодействия между элементами еще не настолько ясен, чтобы возможно было их представление аналитическими методами, а статистические исследования либо затруднены, либо не приводят к выявлению устойчивых закономерностей.

Методы формального представления систем

Математическая лингвистика и семиотика — самые «молодые» методы формализованного отображения систем. Включение их в разряд математических нельзя считать общепризнанным.

Основными понятиями, на которых базируются лингвистические представления, являются понятия:

- тезаурус (множество смысловыражающих элементов языка с заданными смысловыми отношениям),
- грамматика (правила образования смысловыражающих элементов различных уровней тезаруса),
- семантика (смысловое содержание формируемых фраз, предложения и других смысловыражающих элементов)
- Прагматика (смысла для данной задачи, цели).

Методы формального представления систем

Семиотические представления основываются на понятиях:

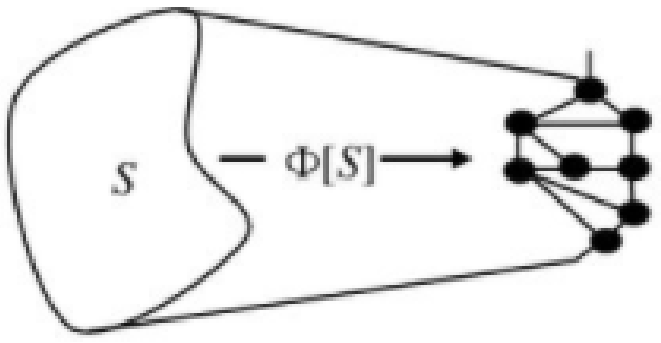
- Знак
- Знаковая система
- Знаковая ситуация.

Для практических целей модели лингвистических и семиотических представлений можно рассматривать как один класс МФПС.

На их основе разрабатывают языки моделирования, автоматизации проектирования и т.д.

Методы формального представления систем

Графические представления
- такие средства отображения результатов анализа информации, как графики, диаграммы, гистограммы, древовидные структуры, которые можно отнести к средствам активизации интуиции специалистов, *графики Ганта*, (т.е. «время-операция» в прямоугольных координатах и т.д.) и возникшие на основе графических отображений теории: *теория графов, теория сетевого планирования и управления* и т.п., т.е. все, что позволяет наглядно представить процессы, происходящие в системах, и облегчить таким образом их анализ для человека (лица, принимающего решения).



Графическое (графовое) представление системы

Содержание

1. **Проблема принятия решений по выбору методу моделирования**
2. **Классификация методов моделирования сложных систем**
3. **Классификация видов моделирования**
4. **Методы формализованного представления систем**
5. **Методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов**
6. **Измерение и оценивание систем**

МАИС. Качественные методы

Методы типа «мозговой атаки», или коллективной генерации идей

Концепция «мозговой атаки», или *«мозгового штурма»*, получила широкое распространение с начала 50-х гг. XX в. как метод систематической тренировки творческого мышления, направленный на открытие новых идей и достижение согласия группы людей на основе интуитивного мышления.

Метод «мозговой атаки» основан на гипотезе, что среди большого числа идей имеются по меньшей мере несколько хороших, полезных для решения проблемы, которые нужно выявить. Методы этого типа известны также под названиями *коллективной генерации идей* (КГИ), *конференций идей, обмена мнениями*.

В зависимости от принятых правил и жесткости их выполнения различают *прямую «мозговую атаку», метод обмена мнениями, методы типа комиссий, судов* (в последнем случае создается две группы: одна группа вносит как можно больше предложений, а вторая старается максимально их раскритиковать).

МАИС. Качественные методы

Методы подготовки и согласования представлений о проблеме или анализируемом объекте, изложенные в письменном виде, получили название **«сценариев».** Первоначально этот метод предполагал подготовку текста, содержащего логическую последовательность событий или возможные варианты решения проблемы, развернутые во времени. Однако позднее обязательное требование временных координат было снято, и сценарием стали называть любой документ, содержащий анализ рассматриваемой проблемы и предложения по ее решению или по развитию системы, независимо от того, в какой форме он представлен.

Как правило, на практике предложения для подготовки подобных документов пишутся экспертами вначале индивидуально, а затем формируется согласованный текст.

«Сценарий» предусматривает не только содержательные рассуждения, помогающие не упустить детали, которые невозможно учесть в формальной модели (в этом собственно и заключается основная роль сценария), но и содержит, как правило, результаты количественного технико-экономического или статистического анализа состояния страны, региона, отрасли с предварительными выводами. Группа экспертов, подготавливающая сценарий, пользуется обычно правом получения необходимых сведений от предприятий и организаций, необходимых консультаций.

МАИС. Качественные методы

Методы структуризации.

Структурные представления разного рода позволяют разделить сложную проблему с большой неопределенностью на более мелкие, лучше поддающиеся исследованию. Это само по себе можно рассматривать как некоторый метод исследования, именуемый иногда **системно-структурным**. Методы структуризации являются основой любой методики системного анализа, любого сложного алгоритма организации проектирования или принятия управленческого решения.

МАИС. Качественные методы

Методы типа «дерева целей». Идею метода *«дерева целей»* впервые предложил У. Черчмен в связи с проблемами принятия решений в промышленности. Термин «дерево» подразумевает использование иерархической структуры, получаемой путем расчленения общей цели на подцели, а их, в свою очередь, на более детальные составляющие, которые в конкретных приложениях называют подцелями нижележащих уровней, *направлениями, проблемами*, а начиная с некоторого уровня — *функциями*.

При использовании метода «дерева целей» в качестве средства принятия решений часто применяют термин «**дерево решений**». При применении метода для выявления и уточнения функций системы управления принят также термин «дерево целей и функций». При структуризации тематики научно-исследовательской организации пользуются термином «**дерево проблемы**», а при разработке прогнозов — «**дерево направлений развития** (прогнозирования развития)» или «**прогнозный граф**».

Метод «дерева целей» ориентирован на получение полной и относительно устойчивой структуры целей, проблем, направлений, т.е. такой структуры, которая на протяжении какого-то периода времени мало изменялась бы при неизбежных изменениях, происходящих в любой развивающейся системе.

МАИС. Качественные методы

Методы экспертных оценок

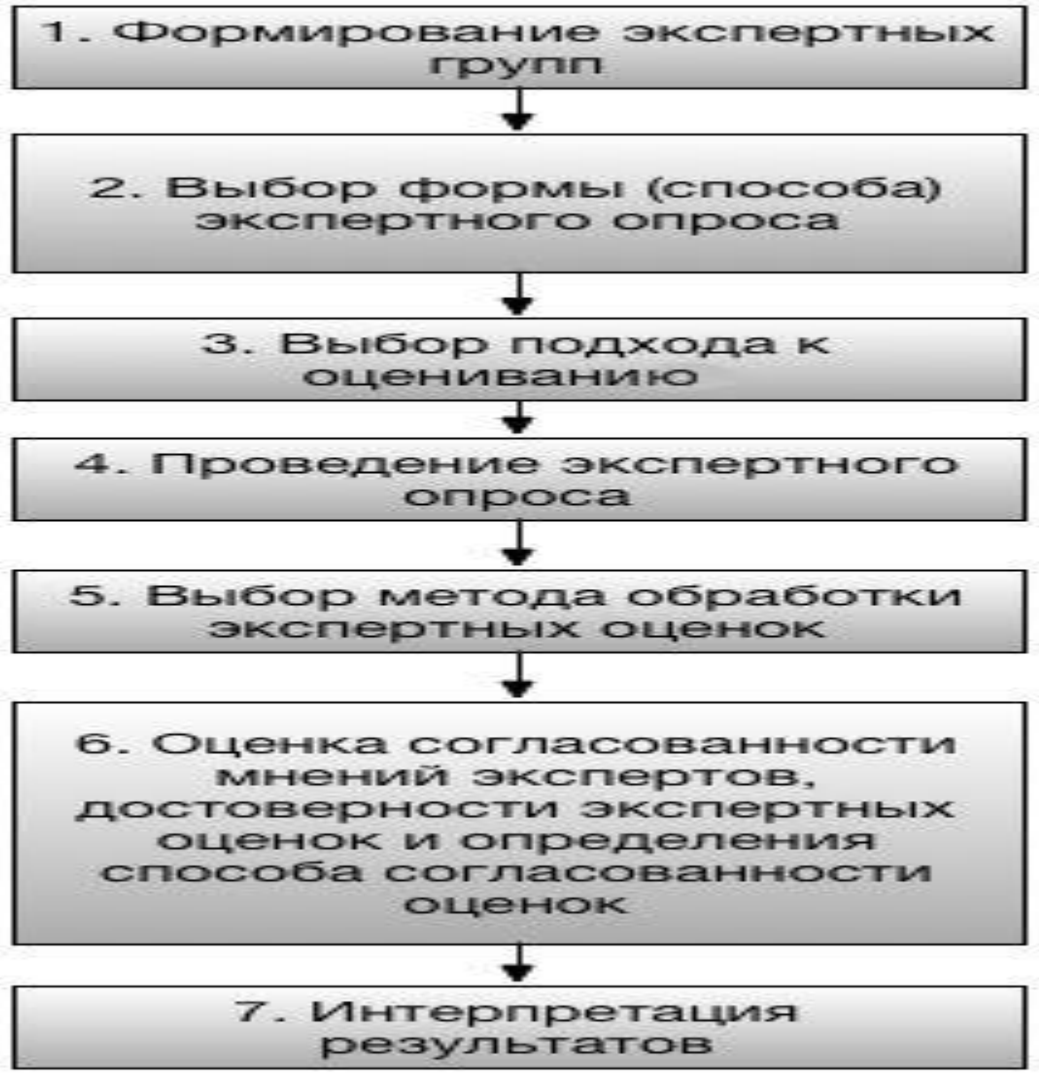
Экспертными оценками называют группу методов, используемых для оценивания сложных систем на качественном уровне. Термин «эксперт» происходит от латинского слова *expert*, означающего «опытный».

При использовании экспертных оценок обычно предполагается, что мнение группы экспертов надежнее, чем мнение отдельного эксперта.

В некоторых теоретических исследованиях отмечается, что это предположение не является очевидным, но одновременно утверждается, что при соблюдении определенных требований в ряде случаев для некоторых проблем групповые оценки можно сделать надежнее индивидуальных.

Поэтому важно при организации экспертных опросов вводить определенные правила и использовать соответствующие методы получения и обработки экспертных оценок.

МАИС. Качественные методы



Алгоритм организации экспертных опросов

МАИС. Качественные методы

Метод «Дельфи», или метод «дельфийского оракула», первоначально был предложен О. Хелмером и его коллегами как итеративная процедура при проведении «мозговой атаки», которая способствовала бы снижению влияния психологических факторов при проведении заседаний и повышению объективности результатов. Однако почти одновременно «Дельфи»-процедуры стали средством повышения объективности экспертных опросов с использованием количественных оценок при сравнительном анализе составляющих «деревьев целей» и при разработке «сценариев». Основные средства повышения объективности результатов при применении метода «Дельфи» — *использование обратной связи*, ознакомление экспертов с результатами предшествующего тура опроса и учет этих результатов при оценке значимости мнений экспертов.

В последнее время «Дельфи»-процедура в той или иной форме обычно сопутствует любым другим методам моделирования систем — методу «дерева целей», морфологическому, сетевому и т.п.

Содержание

Понятие и место измерений в управлении организацией

В процессе принятия решений ЛПР и эксперты формируют ситуации, цели, ограничения, варианты решений и производят **измерение** их характеристик. Эти измерения могут носить качественный или количественный характер и могут быть объективными или субъективными.

- **Объективные** качественные или количественные измерения производятся измерительными приборами, действие которых основано на использовании физических законов. (Объективные измерения могут проводиться человеком без применения приборов, например, подсчет количества, но, поскольку в данном случае не имеет значения его субъективное мнение, эти измерения считают объективными).

- **Субъективные** измерения производятся человеком, который выполняет роль измерительного прибора. Естественно, что при этом на результаты измерений влияют психологические особенности мышления человека.

Измерение

Измерение определяется как процедура сравнения объектов по определенным показателям (признакам).

- Объектами могут быть предметы, явления, события, решения и т.п.
- В качестве показателей сравнения объектов используются пространственные, временные, физические, физиологические, социологические, психологические и другие свойства и характеристики объектов. Т.е. измеряются не сами объекты, а их свойства.
- Процедура сравнения включает определение отношений между объектами и способ их сравнения. Введение конкретных показателей сравнения позволяет установить отношения между объектами, например: “больше”, “меньше”, “равны”, “хуже”, “предпочтительнее” и т.д.

Существуют различные способы сравнения объектов между собой:
- последовательно с одним объектом, принимаемым за эталон,
- друг с другом в произвольной или упорядоченной последовательности.

Измерение

Измерением называется процедура, с помощью которой значения измеряемого свойства отображаются на определенную знаковую (например, числовую) систему с соответствующими отношениями между знаками (числами).

Знаковые системы называются **шкалами**. Они могут быть как количественными, так и качественными.

При измерении исследуемым свойствам сопоставляются определенные значения на выбранной шкале. Например, при измерении возраста измеряемым объектам (людям) могут присваиваться числовые значения, соответствующие количеству прожитых лет.

Измерение – это алгоритмическая операция, которая данному наблюдаемому состоянию системы (объекта, процесса, явления) ставит в соответствие определенное обозначение: число, номер или символ.

Эмпирическая система

Эмпирическая система – вводится для формального описания множества объектов и отношений между ними при фиксированных показателях сравнения**:**

M=<X, R>,

- где $X = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ - множество объектов, в качестве которых могут рассматриваться, например, ситуации, цели, решения и т.п.;
- $R=(R_1, R_2, \ldots, R_s)$ - множество отношений между объектами.

Универсальная система с отношениями

Измерение заключается в отображении объектов эмпирической системы на множество знаков в знаковой системе таким образом, чтобы отношения между значениями, отображающими объекты, сохраняли отношения между самими объектами.

$M=\langle X, R \rangle$
$\Downarrow f$
$N=\langle C, S \rangle$.

- С помощью отображения (функции) f каждому объекту эмпирической системы приписывается значение (например, число) $c_i=f(x_i)$.
- При таком отображении отношения между числами должны сохранять отношения между объектами. Например, если x_i ($\geq$) x_j, то $c_i=f(x_i) \geq c_j=f(x_j)$.

Понятие шкалы

Шкалой называется совокупность эмпирической системы M, знаковой (числовой) системы N и отображения *f*:

$$Ш=\langle M, N, f\rangle.$$

Один и тот же объект эмпирической системы x_i может быть отображен разными значениями или числами с помощью разных шкал, различающихся функциями отображения:

$c'_i = f_1 (x_i)$, $c''_i = f_2 (x_i)$, ….

В зависимости от вида и свойств функции отображения f различают типы шкал измерений.

Основные атрибуты шкал

Выделяют три основных атрибута измерительных шкал, наличие или отсутствие которых определяет принадлежность шкалы к той или иной категории:

- 1. **Упорядоченность данных** означает, что один пункт шкалы, соответствующий измеряемому свойству, больше, меньше или равен другому пункту;
- 2. **Интервальность пунктов шкалы** означает, что интервал между любой парой чисел, соответствующих измеряемым свойствам, больше, меньше или равен интервалу между другой парой чисел;
- 3. **Нулевая точка (или точка отсчета**) означает, что набор чисел, соответствующих измеряемым свойствам, имеет точку отсчета, обозначаемую за ноль, что соответствует полному отсутствию измеряемого свойства.

Шкала наименований

Шкала наименований используется для идентификации объектов, а также для описания принадлежности объектов к определенным классам. В последнем случае всем объектам одного и того же класса присваивается одно и то же значение, а объектам разных классов – разные значения. В связи с этим шкала наименований часто называется шкалой классификации.

Здесь отсутствуют все главные атрибуты измерительных шкал, а именно упорядоченность, интервальность, нулевая точка.
Шкала представляет собой конечный набор обозначений для никак не связанных между собой состояний (свойств) объекта

При большом числе классов используют иерархические шкалы наименований. Наиболее известными примерами таких шкал являются шкалы, используемые для классификации животных и растений.

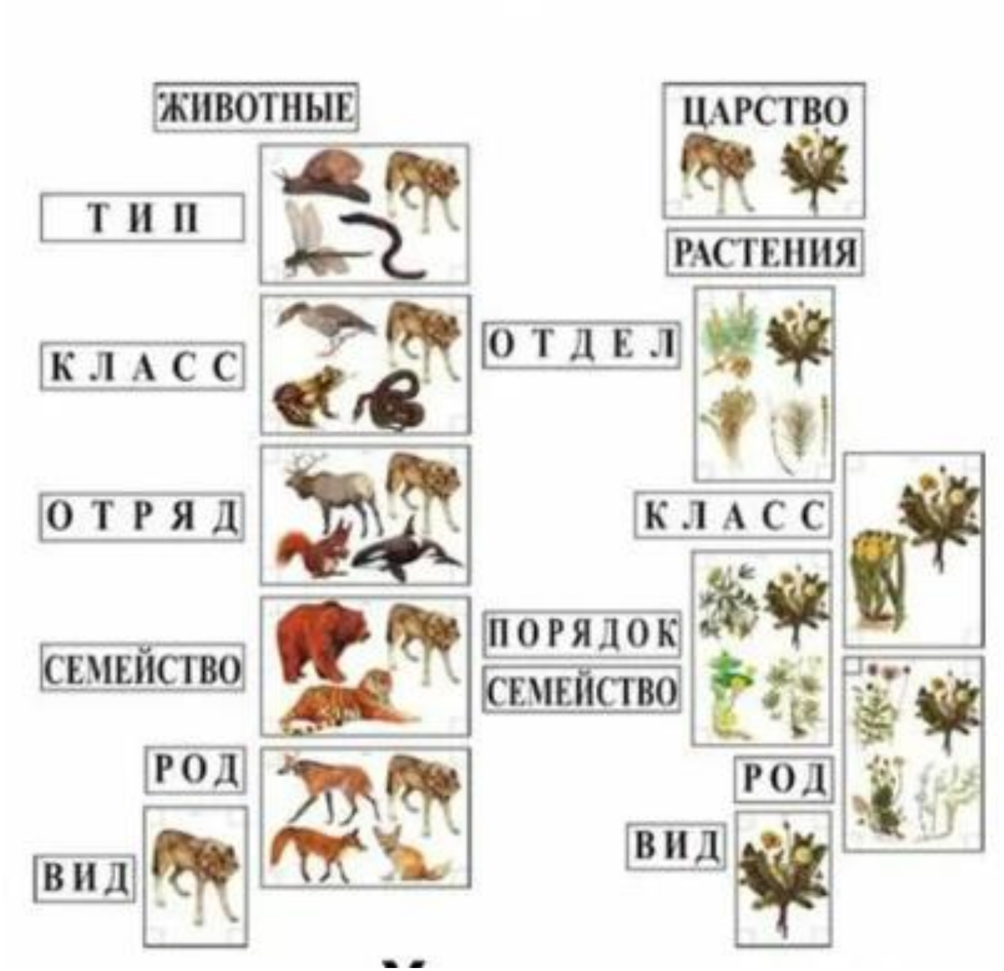
Шкала наименований

Используется для измерения значений качественных признаков. Значением такого признака является наименование класса эквивалентности, к которому принадлежит рассматриваемый объект. Такие признаки удовлетворяют аксиомам тождества:

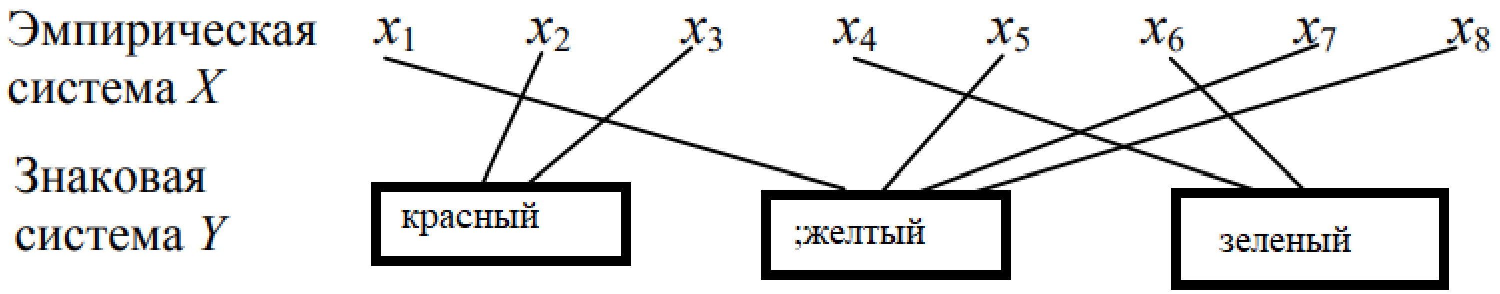
- Либо $A = B$, либо $A \neq B$; $A=A$ (рефлексивность)
- Если $A = B$, то $B = A$; (симметричность)
- Если $A = B$ и $B = C$, то $A = C$. (транзитивность)

Арифметические операции не имеют смысла для шкал наименований. При обработке экспериментальных данных, зафиксированных в номинальной шкале, непосредственно с самими данными можно выполнять только операцию проверки их совпадения или несовпадения.

Шкала наименований



Шкала наименований



При обработке данных, зафиксированных по шкале наименований, можно выполнять только операцию проверки их совпадения или несовпадения. Для этого используется символ Кронекера:

$$\delta_{ij} = \{1 : \varphi(x_i) = \varphi(x_j);\ 0 : \varphi(x_i) \neq \varphi(x_j)\}.$$

Шкала наименований

Для обозначения измеряемого (или оцениваемого) свойства в номинальной шкале могут быть использованы:

- слова естественного языка (например, географические названия, собственные имена людей и т. д.);
- произвольные символы (гербы и флаги государств, эмблемы родов войск, всевозможные значки и т.д.);
- номера (регистрационные номера автомобилей, официальных документов, номера на майках спортсменов);
- их различные комбинации (например, почтовые адреса, экслибрисы личных библиотек, печати и пр.).

!!! Необходимо понимать, что обозначения классов — это только символы, даже если для этого использованы номера. С этими номерами нельзя обращаться как с числами — это только цифры.

Шкала наименований

Расписание → Факультет систем управления

ФАКУЛЬТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

1 курс

402-1 402-М 422-1 422-2 422-3 422-4 422-М1 432-1 432-2 432-3 432-М1 432-М2 442-1 442-2 472-1 472-М

2 курс

401-1 401-М 421-1 421-2 421-3 421-4 421-М1 431-1 431-2 431-3 431-М1 431-М2 441-1 441-2 471-1 471-М

3 курс

400-1 420-1 420-2 420-3 420-4 430-1 430-2 430-3 430-4 440-1 440-2 470-1

4 курс

409-1 429-1 429-2 439-1 439-2 439-3 439-4 449-1 479-1

Шкала наименований

В шкале наименований можно использовать достаточно большой класс статистических процедур:

- – нахождение абсолютной и относительной частоты каждого класса;
- – вычисление моды – класса с наибольшей абсолютной частотой, которую можно использовать для решения задач прогноза;
- – нахождение показателей корреляции качественных признаков, например наличия или отсутствия взаимосвязи между успеваемостью учащихся и их полом;
- – определение близости распределения признаков, например эмпирического с теоретическим равномерным при помощью критерия Хи-квадрат;
- – проверка гипотез относительно долей признаков с помощью биномиального критерия.

Порядковая шкала

Порядковая шкала (ранговая) применяется для измерения упорядочения объектов по одному или совокупности признаков (например, шкала твердости минералов).

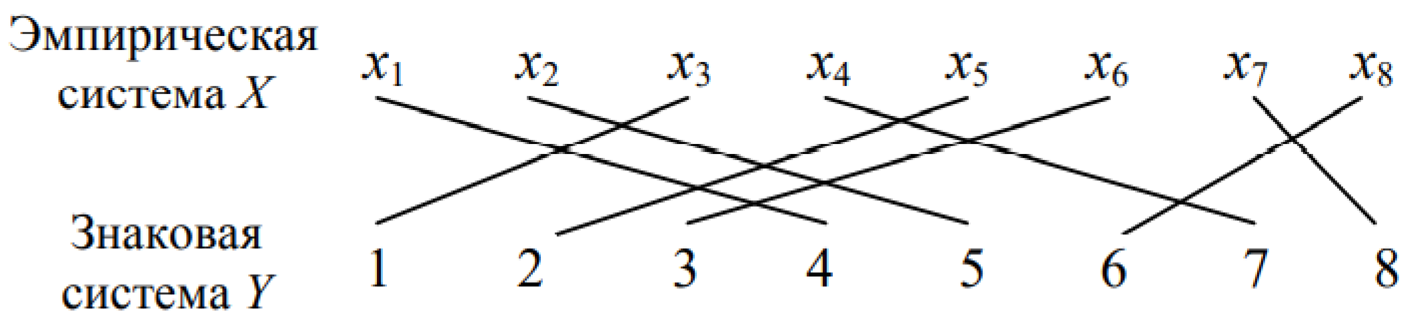
Данная шкала позволяет не только разбивать данные на классы, но и упорядочить сами классы. Каждому классу присваивается различные обозначения так, чтобы порядок обозначений соответствовал порядку классов.
Шкала порядка используется при экспертном оценивании для упорядочения объектов.

Для порядковой шкалы функцией отображения f является любой монотонный ряд чисел.

Числа в шкале определяют порядок следования объектов **и не показывают на сколько или во сколько раз один объект предпочтительнее другого.**

В этой шкале также отсутствуют понятия масштаба (интервальности) и начала отсчета.

Порядковая шкала



Иногда оказывается, что не каждую пару объектов можно упорядочить по предпочтению: некоторые объекты считаются равными. В таком случае используют шкалу квазипорядка. При этом равные объекты могут иметь одинаковый ранг или им присваиваются ранги от младшего до старшего случайным образом.
Также может возникнуть отношение частичного порядка – когда имеются пары несравнимых классов (например, человеку сложно упорядочить по предпочтению любимые занятия, книги и т.д.).

Порядковая шкала

Измерение в шкале порядка может применяться, например, в следующих ситуациях:

- когда необходимо упорядочить объекты во времени или пространстве. Это ситуация, когда интересуются не сравнением степени выраженности какого-либо их качества, а лишь взаимным пространственным или временным расположением этих объектов;
- когда нужно упорядочить объекты в соответствии с каким-либо качеством, но при этом не требуется производить его точное измерение;
- когда какое-либо качество в принципе измеримо, но в настоящий момент не может быть измерено по причинам практического или теоретического характера.

Порядковая шкала

Порядковые экспериментальные данные, даже если они изображены цифрами, нельзя рассматривать как числа.

Т.о., особенностями шкал порядка являются:

- отсутствие единицы измерений, одинаковой для всего диапазона;
- отсутствие точных математических зависимостей при переходе от одной шкалы порядка к другой;
- отсутствие естественно нуля;
- единицы измерений всегда бывают условными и приближенными.

Математические операции, выполняемые с величинами:
$=$ или $\neq$, $>$ или $<$
Нельзя складывать величины и точно перевести из одной шкалы в другую (только приближенно) Например, нельзя вычислять выборочное среднее порядковых измерений.

Порядковая шкала

Помимо шкалы Мооса есть и другие методы определения твёрдости, но различные шкалы твёрдости нельзя однозначно соотнести друг с другом.

Практикой приняты несколько более точных систем измерения твёрдости материалов, ни одна из которых не покрывает весь спектр шкалы Мооса.

Порядковая шкала

Двенадцатибалльная шкала интенсивности землетрясений Медведева-Шпонхойера-Карника (MSK-64)

Балл. Сила землетрясения	Краткая характеристика
I. Не ощущается	Не ощущается. Отмечается только сейсмическими приборами.
II. Очень слабые толчки	Отмечается сейсмическими приборами. Ощущается только отдельными людьми, находящимися в состоянии полного покоя в верхних этажах зданий, и очень чуткими домашними животными.
III. Слабое	Ощущается только внутри некоторых зданий, как сотрясение от грузовика.
IV. Интенсивное	Распознаётся по лёгкому дребезжанию и колебанию предметов, посуды и оконных стёкол, скрипу дверей и стен. Внутри здания сотрясение ощущает большинство людей.
V. Довольно сильное	Под открытым небом ощущается многими, внутри домов — всеми. Общее сотрясение здания, колебание мебели. Маятники часов останавливаются. Трещины в оконных стёклах и штукатурке. Пробуждение спящих. Ощущается людьми и вне зданий, качаются тонкие ветки деревьев. Хлопают двери.
VI. Сильное	Ощущается всеми. Многие в испуге выбегают на улицу. Картины падают со стен. Отдельные куски штукатурки откалываются.
VII. Очень сильное	Повреждения (трещины) в стенах каменных домов. Антисейсмические, а также деревянные и плетневые постройки остаются невредимыми.
VIII. Разрушительное	Трещины на крутых склонах и на сырой почве. Памятники сдвигаются с места или опрокидываются. Дома сильно повреждаются. Падают фабричные трубы.
IX. Опустошительное	Сильное повреждение и разрушение каменных домов. Старые деревянные дома кривятся.
X. Уничтожающее	Трещины в почве иногда до метра шириной. Оползни и обвалы со склонов. Разрушение каменных построек. Искривление железнодорожных рельсов.
XI. Катастрофа	Широкие трещины в поверхностных слоях земли. Многочисленные оползни и обвалы. Каменные дома почти полностью разрушаются. Сильное искривление и выпучивание железнодорожных рельсов, разрушаются мосты.
XII. Сильная катастрофа	Изменения в почве достигают огромных размеров. Многочисленные трещины, обвалы, оползни. Возникновение водопадов, подпруд на озёрах, отклонение течения рек. Изменяется рельеф. Ни одно сооружение не выдерживает.

Порядковая шкала

Шкала Бофорта

Балл	Название	Скорость, м/с
0	Штиль	0 – 0,2
1	Тихий ветер	0,3 – 1,5
2	Легкий ветер	1,6 – 3,3
3	Слабый ветер	3,4 – 5,4
4	Умеренный ветер	5,5 – 7,9
5	Свежий ветер	8,0 – 10,0
6	Сильный ветер	10,1 – 13,8
7	Крепкий ветер	13,9 – 17,1
8	Очень крепкий ветер	17,2 – 20,7
9	Шторм	20,8 – 24,4
10	Сильный шторм	24,5 – 28,4
11	Жестокий шторм	28,5 – 32,6
12	Ураган	Более 32,6

Порядковая шкала

Для обработки данных, полученных с помощью порядковой шкалы, можно использовать все статистические процедуры, которые применимы к данным, полученным в шкале наименований.

Кроме того, можно использовать:

- – медиану – в качестве меры центральной тенденции выборки;
- – квантили – в качестве меры разброса объектов выборки по тому или иному показателю;
- – так называемые ранговые критерии, которые позволяют проверять статистические гипотезы именно на основе рангов, например коэффициент ранговой корреляции Спирмена для определения взаимосвязи между двумя выборками, критерий для сравнения двух зависимых выборок и др.

Шкала интервалов

Шкала интервалов применяется для отображения величины различия между свойствами объектов. При экспертном оценивании шкала интервалов применяется для оценки полезности объектов.

Данный вид шкал используется в случаях, когда упорядочение объектов можно выполнить настолько точно, что <u>известны расстояния между любыми двумя из них</u>.
Все расстояния выражаются в некоторых единицах, одинаковых по всей длине шкалы.
Объективно равные интервалы измеряются одинаковыми по длине отрезками шкалы.

Таким образом, в шкале интервалов можно ввести систему координат: одна из точек играет роль начала координат, а расстояние между ней и некоторой другой точкой — роль единичного интервала.

В шкале интервалов измеряются величины, которые *по физической природе не имеют абсолютного нуля* <u>**либо**</u> *допускают свободу выбора в установлении начала отсчета.*
Примерами таких величин являются температура, время (летоисчисление), высота местности.

Шкала интервалов

Применяется для объектов, свойства которых удовлетворяют отношениям эквивалентности, порядка, аддитивности.

В шкале интервалов присутствуют упорядоченность и интервальность, но нет нулевой точки. Шкалы могут иметь произвольные начала отсчета, а связь между показаниями в таких шкалах является линейной.

Возможен точный перевод из одной шкалы в другую

Шкала интервалов

Основным свойством шкалы интервалов является равенство интервалов. <u>Интервальная шкала может иметь произвольные точки отсчета и масштаб.</u>

Функцией отображения f для шкалы интервалов является линейное преобразование $f(x)=ax+b$, где a – масштаб; b – начало отсчета.

В этой шкале отношение разности чисел в двух числовых системах определяется масштабом измерения.

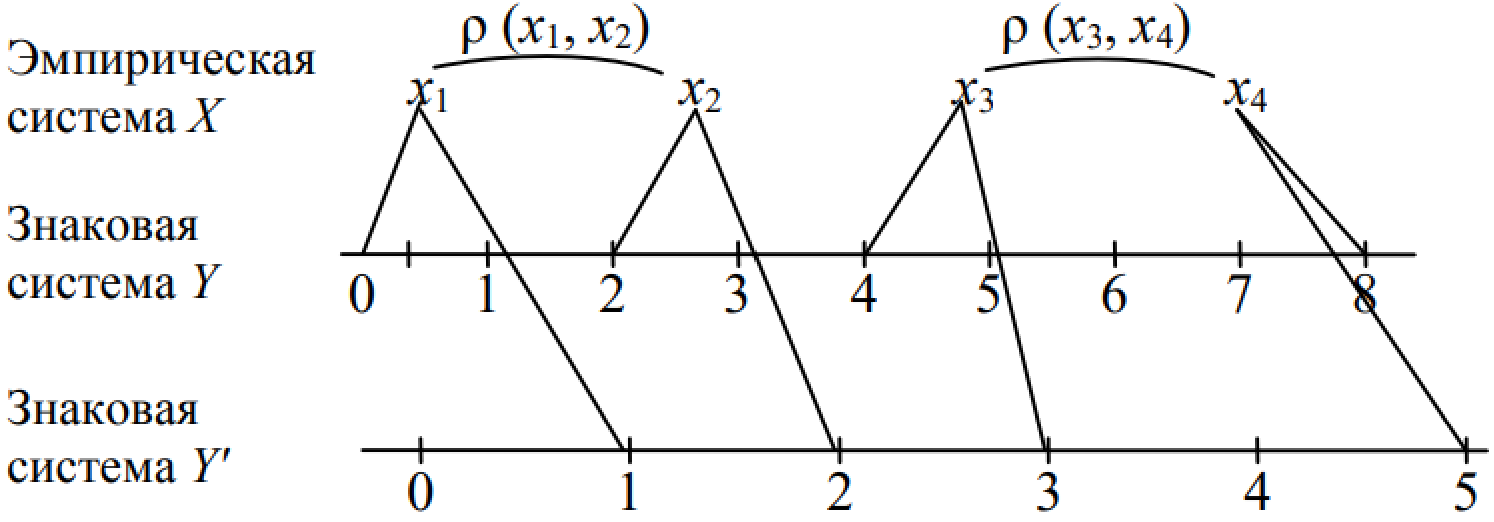
Можно ввести несколько интервальных шкал для измерения одного и того же свойства элементов эмпирической системы.

Например, для измерения температуры используются разные шкалы (шкала Цельсия, шкала Фаренгейта), системы летоисчисления также могут отличаться (у христиан оно ведется от рождества Христова, у мусульман — от переезда Мухаммеда в Медину).

Шкала интервалов

Но независимо от того, какое значение принято за начало отсчета и какова единица длины в каждой из шкал, **отношения двух интервалов должны быть**

$$\frac{\varphi(x_1)-\varphi(x_2)}{\varphi(x_3)-\varphi(x_4)}=\frac{\varphi'(x_1)-\varphi'(x_2)}{\varphi'(x_3)-\varphi'(x_4)}$$ **ік**



$$\varphi'(x)=a\varphi(x)+b$$

Шкала интервалов единственна
 с точностью до линейных
преобразований вида

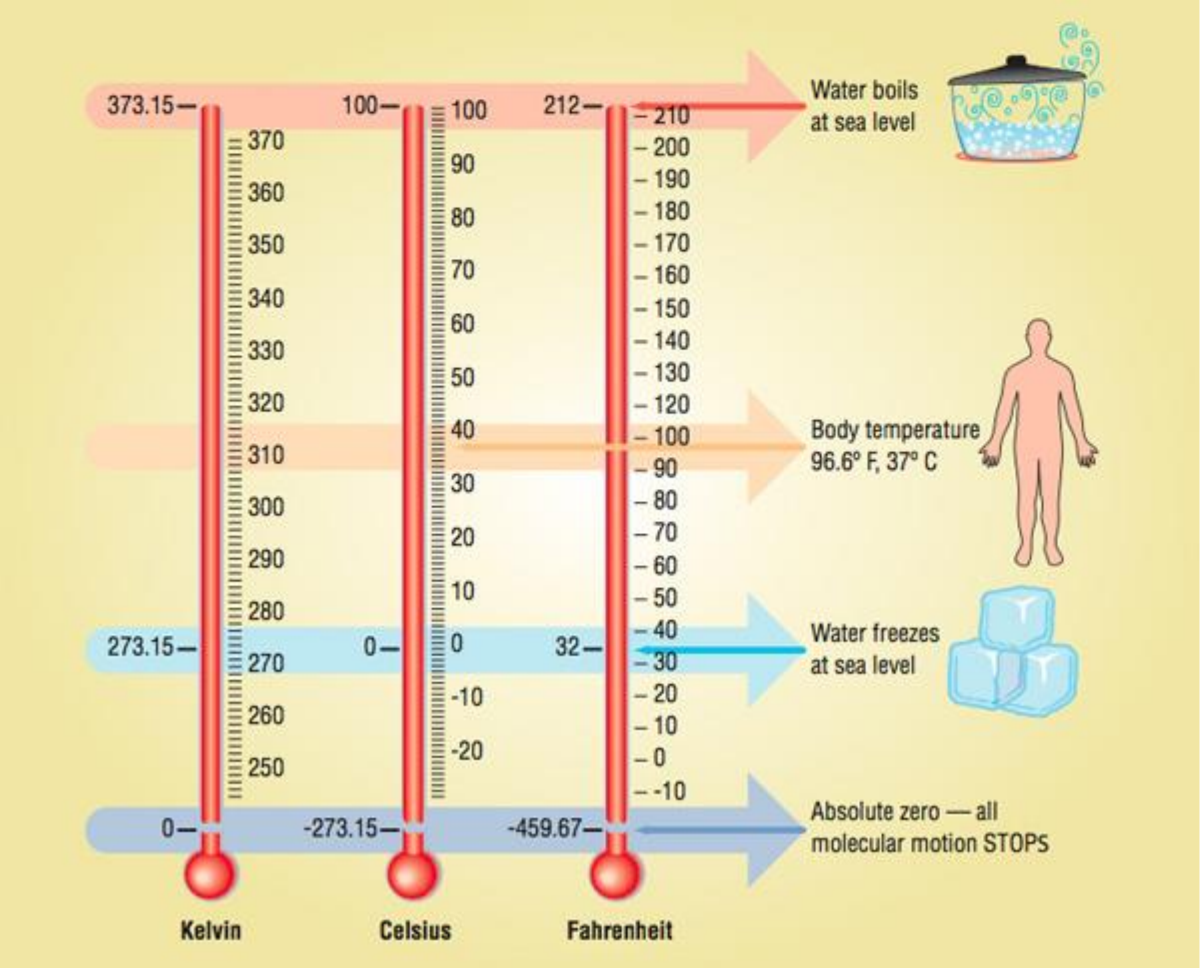
Шкала интервалов

Примером использования этой шкалы является отображение в градусах Цельсия температуры, представленной в градусах Фаренгейта:

$$t_C = \frac{5}{9} \cdot (t_F - 32) \qquad t_F = \frac{9}{5} \cdot t_C + 32$$

Именно поэтому, например, нельзя сказать, что температура воды увеличилась в два раза при ее нагреве от 9 °C до 18 °C , так как по шкале Фаренгейта температура изменится от 48,2 до 64,4.

* По изначальному предложению ноль по шкале Фаренгейта определялся по самоподдерживающейся температуре смеси воды, льда и хлорида аммония (соответствует примерно −17,8 °C), а +96 °F — температуре тела здорового человека (во рту, по современной шкале +98 °F)



Шкала интервалов

Шкала летосчисления в разных религиозных традициях

(Примеры условного задания начала отсчета летосчисления или «0»):

- «0»в Христианском календаре – от рождества Христова, 0 год н.э. Но одновременно существует Юлианский календарь (введен Юлием цезарем), по которому живет православная церковь и Григорианский (введен в 1582г Папой римским Григорием XIII), по которому живет Европа и Северная Америка.
- «0»в Иудаистском календаре – от сотворения мира 3760 г до н.э., год лунный, в году 354 (355) дней,
- «0»в Мусульманском календаре –622 год н.э. – от даты переселения пророка Мухаммеда из Мекки в Медин;
- «0»в Буддистском календаре – 543 г до н.э., год перехода Будды Гаутамы в Нирвану.
- А возможно и от Большого взрыва или от возникновения планеты Земля (~4,5 млрд лет) и т.д.

Шкала интервалов

Принципы построения шкалы интервалов:

- 1) Выбираются 2 реперные точки, которые назначаются условно, обычно они связаны с каким- то событием или состоянием.
- 1) Интервал между этими 2-мя точками делится на несколько частей, причем количество частей может быть произвольным.
- 2) Единица/интервал получаются естественно (год, сутки) или условно (неделя, градус Цельсия, градус по Фаренгейту), «0» – устанавливается условно (это одна из реперных точек).

Математические операции, выполняемые с величинами:

- = или ≠ (эквивалентность); > или < (порядок)
- +Δ или -Δ (аддитивность), но складывать и вычитать имеет смысл только интервалы значений, а не значения целиком.

Например:

- 1941г + 4г =1945г- это выражение имеет смысл,
- а 1945г+1945г = 3990г – смысла не имеет.

Шкала интервалов

- Интервальная шкала позволяет применять для анализа данных практически все статистические методы.

- Помимо медианы и моды для характеристики центральной тенденции используется среднее арифметическое, а для оценки разброса – дисперсия. Можно вычислять коэффициенты асимметрии, эксцесса и другие параметры распределения. Для оценки величины статистической связи между переменными применяется коэффициент линейной корреляции Пирсона и др.

- Исключение составляет вычисление коэффициента вариации, который определяется по формуле $V = s / x$, где x – среднее значение выборки, s – среднеквадратическое отклонение. Это объясняется следующим. Если начало отсчета на шкале выбрано так, что $x = 0$, то выражение для V не имеет смысла.

Шкала отношений

Шкала отношений. В этой шкале числа отражают отношения свойств объектов, т.е. во сколько раз свойство одного объекта превосходит это же свойство другого объекта. Функцией отображения для шкалы отношений является преобразование подобия: f(x)=ax.
Следовательно, шкала отношений является частным случаем шкалы интервалов при выборе нулевой точки отсчета: b=0.

Величины, измеряемые в шкале отношений, имеют естественный абсолютный нуль, хотя остается свобода в выборе единиц. Примерами таких величин являются вес и длина объектов. Вес можно измерять в килограммах, в фунтах, в пудах. Длину можно измерять в метрах, в аршинах, в ярдах.
Основным свойством шкал отношений является сохранение отношения двух шкальных значений при переходе от одной шкалы к другой:

$$\frac{\varphi(x_1)}{\varphi(x_2)} = \frac{\varphi'(x_1)}{\varphi'(x_2)}$$

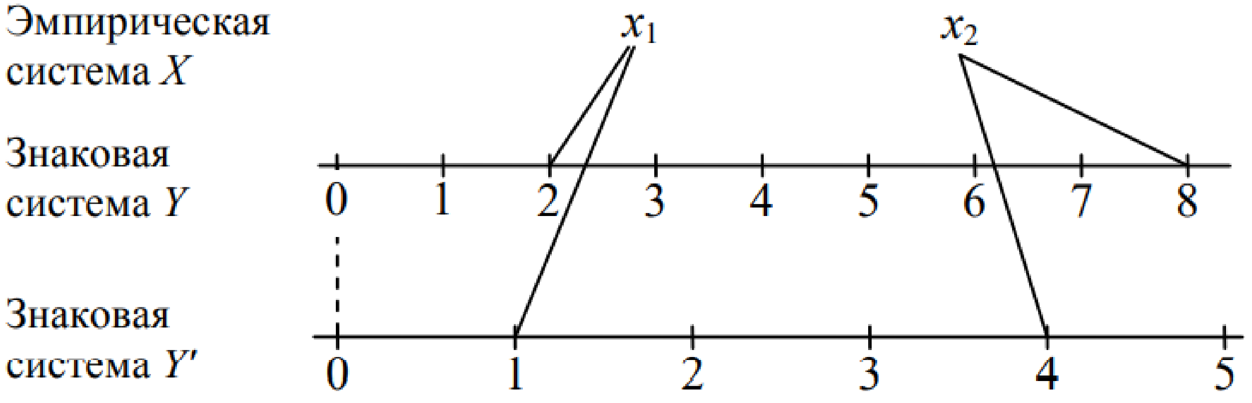
Шкала отношений

- **Шкала отношений.** В этой шкале числа отражают отношения свойств объектов, т.е. во сколько Величины, характеризующие свойства объекта, полученные по такой шкале являются «полноправными» числами, с ними можно выполнять любые арифметические действия, здесь присутствуют все атрибуты измерительных шкал: упорядоченность, интервальность, нулевая точка. Эти шкалы описывают свойства объектов, которым присущи отношения эквивалентности, порядка, аддитивности и пропорциональности.

Характеристики:

- 1) Естественный «0» или естественное начало отсчета;
- 2) Упорядоченность значений;
- 3) Единицы измерения - условные (назначаются по договоренности);
- 4) К значениям, полученным по этой шкале применимы все арифметические действия (= или ≠,+,-,*,/).

Шкала отношений



Шкала отношений единственна с точностью до линейных преобразований вида

$$\varphi'(x) = a\varphi(x).$$

- В шкале отношений к измерениям применимы все арифметические операции и, следовательно, все понятия и методы математической статистики.
- Для интервальной шкалы и шкалы отношений используются одни и те же методы статистического анализа. Поэтому обе эти шкалы часто объединяются термином «линейная шкала».

Шкала разностей

Шкала разностей используется для измерения свойств объектов при необходимости установления, на сколько отличаются одноименные свойства сравниваемых объектов.

Эта шкала является частным случаем шкалы интервалов при выборе единичного масштаба.

Следовательно, функция отображения для шкалы разностей есть преобразование сдвига: $f(x)=x+b$.

Постоянная b является характерным параметром шкалы и называется её **периодом**. Шкалу также называют **периодической или циклической.**

В таких шкалах измеряется направление из одной точки (шкала компаса, роза ветров), время суток (циферблат часов), фаза колебаний (в градусах или радианах)

В шкале разностей есть естественная единица измерения, но нет естественного начала отсчета. Время измеряется по шкале разностей, если год (или сутки - от полудня до полудня) принимаем естественной единицей измерения, и по шкале интервалов в общем случае. Допустимыми преобразованиями шкале разностей являются сдвиги.

Примером использования этой шкалы является представление температуры в градусах Цельсия и Кельвина: 0C=0K-273.

Абсолютная шкала

Абсолютная шкала является частным случаем шкалы интервалов.

В этой шкале принимается нулевая точка отсчета и единичный масштаб. Функцией отображения для абсолютной шкалы является тождественное преобразование, т.е. $f(x)=x$.

Это означает, что существует одно и только одно отображение объектов в числовую систему. Отсюда и следует название шкалы, т.к. для нее единственность отображения понимается в буквальном, абсолютном смысле. **Это уникальная шкала, т. е. других, эквивалентных ей шкал не существует.**

Разновидностью абсолютных шкал являются **дискретные (счетные)** шкалы, в которых результат измерения выражается числом частиц, квантов, или других объектов, эквивалентных по проявлению измеряемого свойства. Например, шкалы для электрического заряда ядер атомов, числа квантов (в фотохимии), количества информации. Иногда за единицу измерений (со специальным названием) в таких шкалах принимают какое-то определенное число частиц (квантов), например один моль – число частиц, равное числу Авогадро.

Абсолютная шкала применяется, например, для измерения количества объектов (предметов, событий, решений и т.п.). Количество объектов измеряется единственным образом с помощью натуральных чисел 1,2,…,n.

Абсолютная шкала

Абсолютная шкала, диапазон значений которой находится в пределах от нуля до единицы (или некоторого предельного значения по спецификации шкалы) называют абсолютной ограниченной шкалой.

С использованием абсолютных шкал измеряют коэффициенты усиления, ослабления, амплитудной модуляции, нелинейных искажений, отражения, коэффициент полезного действия и т. п. Результаты измерений в абсолютных шкалах при необходимости выражают в процентах, промилле, байтах, битах, децибелах.

Типы шкал измерений

- Существуют и другие, такие, например, как степенная, логарифмическая и др.

- Кроме того, наблюдения делятся на: **дискретные** и **непрерывные**.

- Именованные и порядковые данные всегда дискретны, а интервальные и относительные могут быть как дискретными, так и непрерывными.

Температура может принимать любое значение

Количество звонков конечно (1,2,3 и т.д.)

Типы шкал измерений

- Шкалы наименований и порядка являются **качественными** шкалами. В шкале наименований описывается различие или эквивалентность объектов, а в шкале порядка – качественное превосходство, отличие объектов. В этих шкалах нет понятия начала отсчета и масштаба измерения.
- Шкалы интервалов, отношений, разностей и абсолютная шкала являются **количественными** шкалами. В этих шкалах существуют понятия начала отсчета и масштаба, которые могут выбираться произвольно. Количественные шкалы позволяют измерить, на сколько (шкалы интервалов и разностей) или во сколько раз (шкалы отношений и абсолютная) один объект отличается от другого по выбранному показателю.
- Выбор той или иной шкалы для измерения определяется характером отношений между объектами эмпирической системы, наличием информации об этих отношениях и целями принятия решения. Применение количественных шкал требует значительно более полной информации об объектах по сравнению с применением качественных шкал.

Выбор типа шкалы

Шкала наименований используется в случае, если определяющим является отношение эквивалентности, удовлетворяющее аксиомам тождества:

1) $A = A$ (рефлексивность);

2) если $A = B$, то $B = A$ (симметричность);

3) если $A = B$ и $B = C$, то $A = C$ (транзитивность).

Порядковая шкала используется, если определяющее отношение удовлетворяет аксиомам упорядоченности:

1) если $A \neq B$, то либо $A > B$, либо $B > A$ (антисимметричность);

2) если $A > B$ и $B > C$, то $A > C$ (транзитивность).

Выбор типа шкалы

Шкала интервалов применяется не только при выполнении аксиом упорядоченности, но и в случае, если известны расстояния между объектами, причем расстояния измеряются в единицах, одинаковых по всей длине шкалы.

Использование шкалы отношений допустимо, только если в дополнение к аксиомам упорядоченности выполняются и аксиомы аддитивности:

1) если $A = P$ и $B > 0$, то $(A + B) > P$;

2) $A + B = B + A$;

3) если $A = P$ и $B = Q$, то $(A + B) = (P + Q)$;

4) $(A + B) + C = A + (B + C)$.

Для того чтобы можно было использовать абсолютную шкалу, помимо выполнения аксиом для всех предыдущих шкал необходимо наличие абсолютного нуля и абсолютной единицы.

Сводные данные по шкалам

Название шкалы	Определяющие отношения	Эквивалентное преобразование шкал	Первичная обработка данных	Вторичная обработка
Наиме-нований	Эквивалентность	Перестановки наименований	Вычисление символа Кронекера δ_{ij}	Вычисление относи-тельных частот, опера-ции над ними
Порядка	Эквивалентность, предпочтение	Не изменяющее порядка (монотонное)	Вычисление δ_{ij} и рангов	Вычисление относи-тельных частот, выбо-рочных квантилей, операции над ними
Интервалов	Эквивалентность, предпочтение, сохранение отношения интервалов	Линейное преобразование $y = ax + b$	Вычисление δ_{ij}, рангов и интервалов	Арифметические действия над интервалами

Сводные данные по шкалам

Название шкалы	Определяющие отношения	Эквивалентное преобразование шкал	Первичная обработка данных	Вторичная обработка
Разностей (Циклическая)	Эквивалентность, предпочтение, сохранение отношения интервалов, периодичность	Сдвиг Y=x+nb B=const N=0, 1, 2, …	Вычисление δ_{ij}, рангов и интервалов (разностей между наблюдениями)	Арифметические действия над интервалами
Отношений	Эквивалентность, предпочтение, сохранение отношения интервалов, сохранение отношения значений	Растяжение $y = ax$	Все арифметические операции	Любая подходящая обработка
Абсолютная	Эквивалентность, предпочтение, сохранение отношения интервалов, сохранение отношения значений, абсолютная и безразмерная единица, абсолютный нуль	Шкала уникальна	Все арифметические операции, использование в качестве показателя степени, основания логарифма	Любая необходимая обработка

Содержание

1. **Проблема принятия решений по выбору методу моделирования**
2. **Классификация методов моделирования сложных систем**
3. **Классификация видов моделирования**
4. **Методы формализованного представления систем**
5. **Методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов**
6. **Измерение и оценивание систем**

6.1. Типы шкал

6.2. Методы субъективных измерений в условиях определенности

6.3. Методы интеграции измерений

6.4. Методы измерений в условиях неопределенности

Методы измерений/оценки в условиях определенности

Рассмотрим методы субъективного измерения свойств системы и их использования для оценивания систем и принятия решений в условиях отсутствия статистической неопределенности (система не подвержена воздействию случайных событий) и отсутствия нечеткости, расплывчатости (мнения экспертов о свойствах системы считаются четкими и достоверными).

Субъективные измерения — это результат мыслительной деятельности человека, играющего в данном случае роль измерительного прибора. Субъективное измерение обычно производится экспертом (группой экспертов) или лицом, принимающим решения (ЛПР). Сравнивая объекты измерения между собой или с эталоном, эксперт выносит суждения, например, об их предпочтительности, степени соответствия требованиям, уровне их эффективности и т. д. Чаще всего целью субъективных измерений является оценивание системы по тому или иному качественному признаку.

Результатом оценивания является **оценка** — число, отражающее меру (интенсивность) выраженности качественного свойства или приоритет объекта среди множества других по данному свойству.

Методы измерений/оценки в условиях определенности

- Объекты могут быть измерены с помощью субъективных и объективных измерений по множеству различных признаков, как качественных, так и количественных, для удобства сравнения объектов друг с другом необходима **обобщенная или интегральная оценка**.
- Если удается нормализовать значения частных критериев, т. е. привести их к значениям, измеряемым в одной шкале, используются методы интеграции (свертки).
- Оценивание играет важную роль при решении задач выбора, так как позволяет выявить предпочтения на множестве альтернативных вариантов.
- Рассмотрим две группы методов экспертных оценок — методы выявления предпочтений экспертов и методы интеграции измерений.

Методы измерений/оценки в условиях определенности

- Объекты могут быть измерены с помощью субъективных и объективных измерений по множеству различных признаков, как качественных, так и количественных, для удобства сравнения объектов друг с другом необходима **обобщенная или интегральная оценка**.
- Если удается нормализовать значения частных критериев, т. е. привести их к значениям, измеряемым в одной шкале, используются <u>методы интеграции (свертки).</u>
- Оценивание играет важную роль при решении задач выбора, так как позволяет выявить предпочтения на множестве альтернативных вариантов.
- Рассмотрим две группы методов экспертных оценок — методы выявления предпочтений экспертов и методы интеграции измерений.

Методы субъективных измерений

Для осуществления субъективных измерений применяются различные методы, наиболее употребительными из которых являются:

- ранжирование,
- парное сравнение,
- непосредственная оценка
- последовательное сравнение.

При описании перечисленных методов будет предполагаться, что:

- имеется конечное число измеряемых объектов $X=(x_1,\ldots,x_m)$,
- сформулирован один или несколько признаков сравнения, по которым осуществляется сравнение свойств объектов.

Следовательно, методы измерения будут различаться лишь процедурой сравнения объектов. Эта процедура включает:

- построение отношений между объектами эмпирической системы,
- выбор отображающей функции f ,
- определение типа шкалы измерений.

Ранжирование

Ранжирование представляет собой процедуру упорядочения объектов, выполняемую ЛПР или экспертом.

На основе знаний и опыта ЛПР или эксперт располагает объекты в порядке предпочтения, руководствуясь одним или несколькими выбранными показателями сравнения, и приписывает им соответствующие числовые представления.
Эти числовые представления могут быть любыми, но должны удовлетворять единственному условию - их последовательность должна быть монотонна.

В практике ранжирования чаще всего в качестве числового представления последовательности упорядоченных объектов используется натуральный ряд чисел, называемых рангами и обозначаемых буквой **r**. При этом наиболее **предпочтительному объекту** присваивается **ранг 1**, а по мере убывания предпочтения значение ранга возрастает. Эквивалентным объектам присваиваются одинаковые ранги.

Ранжирование

Например, пусть имеется упорядоченная последовательность объектов:

- x_1 (>) x_2 (>) $x_3 \sim x_4 \sim x_5$ (>) x_6 (>) ... (>) $x_{m-1} \sim x_m$

Так как в этой последовательности есть эквивалентные объекты, она образует нестрогий порядок.

- Ранжирование объектов этой последовательности может быть произведено следующим образом:

  $r_1=f(x_1)=1$; $r_2=f(x_2)=2$; $r_3=r_4=r_5=3$; $r_6=4$;
- С точки зрения удобства последующей обработки применяется и другой способ присвоения рангов эквивалентным объектам, при котором им назначаются одинаковые ранги, равные среднему арифметическому значению порядковых номеров этих объектов. Такие ранги называют связанными рангами.

Для примера упорядочения при $m = 10$ ранги эквивалентных объектов x_3, x_4, x_5 будут равными: $r_3 = r_4 = r_5 = (3 + 4 + 5)/3 = 4$. Ранги объектов x_9, x_{10} также одинаковы и равны среднему арифметическому $r_9 = r_{10} = (9 + 10)/2 = 9{,}5$.

Как следует из этого примера, связанные ранги могут быть дробными числами.

Ранжирование

- При групповом ранжировании каждый s-й эксперт присваивает каждому i-му объекту ранг r_{is}. В результате проведения экспертизы получается матрица рангов i_s r размерности m×d, где d – число экспертов, m - число объектов (s = 1, 2, ..., d; i = 1, 2, ..., m). Удобно представить результаты группового экспертного ранжирования в виде таблицы:
- Аналогичный вид имеет таблица, если осуществляется ранжирование объектов одним ЛПР (или экспертом) по нескольким показателям сравнения. В этом случае вместо экспертов в таблице указываются показатели сравнения.

Эксперты / Объекты	$Э_1$	$Э_2$	. . .	$Э_d$
X_1	r_{11}	r_{12}	. . .	r_{1d}
X_2	r_{21}	r_{22}	. . .	r_{2d}
X_m	r_{m1}	r_{m2}	. . .	r_{md}

Ранжирование

- Для агрегирования мнений нескольких экспертов чаще всего используется метод суммы мест. Для каждого объекта ранги, присвоенные экспертами, суммируются. Обобщенные ранги присваиваются в соответствии с увеличением (убыванием) сумм рангов.

Пример результатов ранжирования

- +

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Эксперт 1	3	7	1	2	6	4	5
Эксперт 2	1	5	2	3	7	4	6
Эксперт 3	1	6	4	2	7	3	5
Сумма рангов	5	18	7	7	20	11	16
Обобщенный ранг	1	6	2,5	2,5	7	4	5

- Данный метод допустимо использовать только когда предполагается, что «расстояние» между рангами приблизительно одинаковы, т. е. когда ранги, по сути, являются баллами, а шкала в строгом смысле не является порядковой и может быть отнесена к интервальной.

Ранжирование

- Для оценки согласованности мнений экспертов используется дисперсионный **коэффициент конкордации**. При наличии связанных рангов используется формула:

$$K = (12\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{m} r_{ij} - \bar{r}\right)^2)/(m^2(n^3 - n) - m\sum_{s=1}^{m} T_s),$$

где m — количес

n — количество объектов ранжирования;

r — оценка математического ожидания равная $\bar{r} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} r_{ij};$

Ts — показатель связанных рангов в s-й ранжировке.

Показатель Ts определяется по формуле , $T_s = \sum_{k=1}^{H_s} h_k{}^3 - h_k$

где Hs — число групп равных рангов в s-й ранжировке;

hk — число равных рангов в k-й группе связанных рангов. Если совпадающих рангов нет, то Ts = 0

Ранжирование

- Качественная оценка согласованности мнений экспертов, определяемая на основе коэффициента конкордации K, приведена в таблице:

Значение K	$< 0,3$	0,3–0,5	0,5–0,7	0,7–0,9	$> 0,9$
Характеристика согласованности	слабая	умеренная	заметная	высокая	очень высокая

Ранжирование

- Ранги объектов определяют только порядок расположения объектов по показателям сравнения. Ранги как числа не дают возможности сделать вывод о том, на сколько или во сколько раз предпочтительнее один объект по сравнению с другими.

- Достоинством ранжирования как метода субъективного измерения является простота осуществления процедур, не требующая какого-либо трудоемкого обучения экспертов.

- Недостатком ранжирования является практическая невозможность упорядочения большого числа объектов. Как показывает опыт, при числе объектов, большем 15-20, эксперты затрудняются в построении ранжировки. Это объясняется тем, что в процессе ранжирования эксперт должен установить взаимосвязь между всеми объектами, рассматривая их как единую совокупность. Поэтому при ранжировании большого числа объектов эксперты могут допускать существенные ошибки.

Парное сравнение

- **Парное сравнение** представляет собой процедуру установления предпочтения объектов при сравнении всех возможных пар.

- В отличие от ранжирования, в котором осуществляется упорядочение всех объектов, парное сравнение объектов представляет собой более простую задачу.
- При сравнении пары объектов возможно либо отношение строгого порядка, либо отношение эквивалентности. Отсюда следует, что парное сравнение, так же как и ранжирование, есть измерение в порядковой шкале.

- В результате сравнения пары объектов x_i, x_j эксперт упорядочивает ее, высказывая либо $x_i(>)x_j$, либо $x_i(>\sim)x_j$, либо $x_i \sim x_j$.

Выбор числового представления $f(x_i)$ можно произвести так:
- если $x_i(>)x_j$, то $f(x_i) > f(x_j)$;
- если предпочтение в паре обратное, то $f(x_i)<f(x_j)$.
- если объекты эквивалентны, то естественно считать, что $f(x_i) = f(x_j)$.

Парное сравнение

- В практике парного сравнения используются следующие варианты числовых представлений:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ если } x_i(> \sim)x_j \\ 0 \text{ если } x_i(<)x_j \end{cases} \quad i,= \overline{1,m}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	1	1	1	0
x_2	0	1	1	1	0
x_3	0	0	1	1	0
x_4	0	0	1	1	0
x_5	1	1	1	1	1

Таблица 1

$$c_{ij} = \begin{cases} 2 \text{ если } x_i(>)x_j \\ 1 \text{ если } x_i(\sim)x_j \\ 0 \text{ если } x_i(<)x_j \end{cases} \quad i,= \overline{1,m}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	2	2	2	0
x_2	0	1	2	2	0
x_3	0	0	1	1	0
x_4	0	0	1	1	0
x_5	2	2	2	2	1

Таблица 2

Матрица должна быть согласована, т.е.:
cij=1 (i=j)
Если cij=1, то cji=0
Если cij=1 и cjk=1, то cik=1

Парное сравнение

- На основе матрицы парных сравнений с булевыми значениями можно определить ранги объектов. Сумма элементов матрицы по строке дает возможность определить ранг объекта: чем больше сумма, тем ранг объекта выше. При суммировании элементов матрицы по столбцу – наоборот, чем больше сумма, тем ранг объекта ниже.
- Например, суммирование по строкам матрицы, приведенной в таблице ниже, дает следующие ранги: r1 = 1, r2 = 5, r3 = 3, r4 = 4, r5 = 2.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	1	1	1	1
x_2	0	1	0	0	0
x_3	0	1	1	1	0
x_4	0	1	0	1	0
x_5	0	1	1	1	1

Парное сравнение

- Если имеется несколько экспертов, то каждый из экспертов строит свою матрицу парных сравнений. Для построения обобщенной матрицы чаще всего используют метод нахождения медианы. Вводится понятие расстояния между матрицами, которое определяется числом поразрядных несовпадений всех значений элементов матрицы (метрика Хэмминга).
- Медианой называют матрицу, сумма расстояний от которой до всех матриц, построенных экспертами, является минимальной. Все элементы медианы определяются по правилу большинства голосов, т. е. элемент обобщенной матрицы равен 1 только в том случае, если половина или больше экспертов посчитали этот элемент равным 1.
- Для оценки степени согласованности мнений экспертов можно преобразовать матрицы парных сравнений в ранжировки и оценить степень их согласованности с помощью вычисления дисперсионного коэффициента конкордации

$y^1 =$

	o_1	o_2	o_3	o_4
o_1	1	1	1	1
o_2	0	1	1	1
o_3	0	1	1	1
o_4	0	0	0	1

$y^2 =$

	o_1	o_2	o_3	o_4
o_1	1	1	1	1
o_2	1	1	1	1
o_3	1	1	1	1
o_4	0	0	0	1

$y^3 =$

	o_1	o_2	o_3	o_4
o_1	1	0	0	1
o_2	1	1	1	1
o_3	1	0	1	1
o_4	1	0	0	1

$y^4 =$

	o_1	o_2	o_3	o_4
o_1	1	0	0	1
o_2	1	1	0	1
o_3	1	1	1	1
o_4	0	0	0	1

$y^5 =$

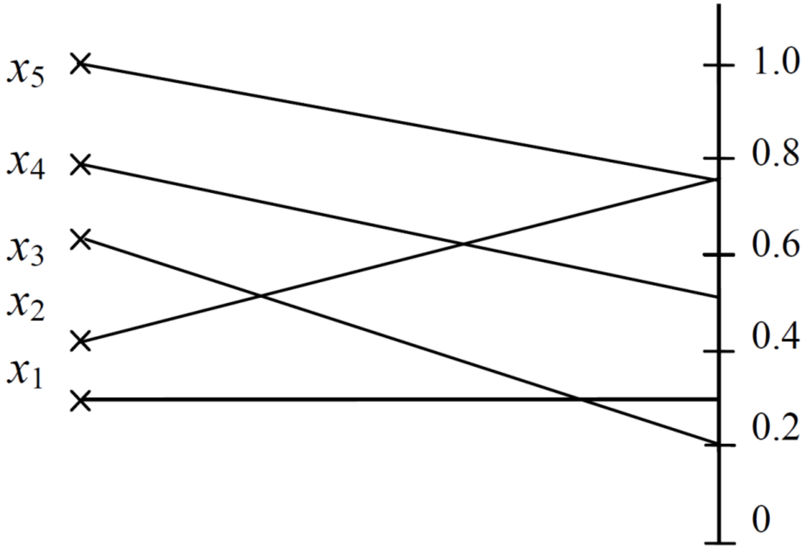
	o_1	o_2	o_3	o_4
o_1	1	0	0	0
o_2	1	1	1	1
o_3	1	0	1	0
o_4	1	1	1	1

$y =$

	o_1	o_2	o_3	o_4
o_1	1	0	0	1
o_2	1	1	1	1
o_3	1	1	1	1
o_4	0	0	0	1

Непосредственная оценка

• **Непосредственная оценка** представляет собой процедуру приписывания объектам числовых значений в шкале интервалов.
• ЛПР или эксперту необходимо поставить в соответствие каждому объекту точку на определенном отрезке числовой оси.
• При этом эквивалентным объектам приписываются одинаковые числа. Удобно результат приписывания объектам чисел представить графически.
• Из рисунка ниже следует, что числовые представления объектов равны: f(x1) = 0,28; f(x2) = f(x5)=0,75; f(x3)=0,2; f(x4) = 0,5.



Непосредственная оценка

- Могут использоваться действительные числа на определенном интервале числовой оси, например на отрезке [0, 1].
- Чаще применяют балльную оценку по 5-, 10-, 100-балльной шкале. Иногда эксперты используют лингвистические значения, которые затем переводятся в балльные значения, например: «отлично» — 1,0; «очень хорошо» — 0,75; «хорошо» — 0,625; «удовлетворительно» — 0,5; «посредственно» — 0,25; «неудовлетворительно» — 0.

- В случае групповой экспертизы обобщенные оценки объектов строятся на основе применения методов осреднения. Например, обобщенная оценка a_i объекта x_i может вычисляться по формуле среднего арифметического:

$$a_i = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}\,, \qquad a_i = \sum_{j=1}^{m} k_j a_{ij}$$

- где a_{ij} — оценка i-го объекта, выставленная j-м экспертом;
- m — количество экспертов.
- k_j - коэффициенты компетентности экспертов– числа в интервале [0, 1]. $\sum_{j=1}^{m} k_j = 1$

Последовательное сравнение (Метод Черчмена-Акоффа)

Представляет собой комплексную процедуру измерения, включающую как ранжирование, так и непосредственную оценку.

При последовательном сравнении ЛПР (эксперт) выполняет следующие операции:

- а) осуществляет ранжирование объектов;
- б) производит непосредственную оценку объектов на отрезке [0,1], полагая, что числовая оценка первого в ранжировке объекта равна единице, т.е. $f(x_1) = 1$;
- в) решает, будет ли первый объект превосходить по предпочтительности все остальные объекты вместе взятые. Если да, то эксперт увеличивает значение числовой оценки первого объекта так, чтобы она стала больше суммы числовых оценок остальных объектов, т.е. $f(x_1) > \sum_{i=2}^{m} f(x_i)$. В противном случае он изменяет величину $f(x_1)$ так, чтобы она стала меньше, чем сумма оценок остальных объектов;
- г) решает, будет ли второй объект предпочтительнее, чем все последующие вместе взятые объекты, и изменяет $f(x_2)$ так же, как это описано для $f(x_1)$ в пункте в);
- д) продолжает операцию сравнения предпочтительности последующих объектов и изменяет числовые оценки этих объектов в зависимости от своего решения о предпочтении;
- е) повторяет п.п. в), г), д) до тех пор, пока не будут выполнены указанные условия.

Последовательное сравнение
(Метод Черчмена-Акоффа)

Объекты	Исходные оценки	1[я] итерация	2[я] итерация	Нормированные оценки (приведенные к интервалу [0,1])
x_1	1	2	2,5	1
x_2	0,8	1,2	1,2	0,48
x_3	0,5	0,6	0,6	0,24
x_4	0,3	0,3	0,3	0,12
x_5	0,2	0,2	0,2	0,08

Содержание

Методы интеграции измерений (свертки).

- Пусть имеется конечное число объектов $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$, сравниваемых по множеству частных признаков (критериев) $q_1 \ldots q_m$.
- Для каждого объекта определены значения частных критериев:
  $q_1(x_i), \ldots, q_m(x_i), i = \overline{1,n}$.
- Это могут быть как экспертные оценки (в случае групповой экспертизы используются обобщенные оценки), так и результаты объективных измерений.
- Необходимо определить интегральные оценки объектов $\hat{q}(x_i), i = \overline{1,n}$.
- Оценки по интегральному критерию зависят от значений частных критериев, т. е. являются их функцией:

$$\hat{q}(x_i) = f(q_1(x_i), \ldots q_m(x_i)), i = \overline{1,n}.$$

Методы интеграции измерений (свертки): нормирование.

- В случае если частные критерии имеют различную размерность (измеряются в различных шкалах), предварительно необходимо **нормировать** значения частных критериев, т. е. привести их к одному масштабу. Большинство способов свертки предполагает, что значения должны быть представлены в шкале, по типу являющейся шкалой отношений.
- Чаще всего используется отношение абсолютного значения критерия $q_j^{ab}(x_i)$ к некоторому нормирующему значению q_j^{et} («идеальному», эталонному, максимальному), измеренному в тех же единицах:

$$q_j(x_i) = q_j^{ab}(x_i) / q_j^{et}$$

- Например, чтобы нормировать рост человека, измеренный в метрах, можно поделить его на нормирующий показатель, равный максимальному росту (допустим, 2,5 м). Тогда росту 1,5 м будет соответствовать нормированное значение 0,6,; росту 1,8 м — 0,72.

Методы интеграции измерений (свертки): нормирование.

- В качестве нормирующего значения может выступать **сумма нормируемых значений** по всем сравниваемым объектам. *Например, нормирование объемов производства различных цехов предприятия может осуществляться путем вычисления соответствующих долей в общем объеме производства.*

- В случае, когда чем меньше значение критерия, тем оно должно оцениваться выше, используется отношение разницы между максимальным и абсолютным значением к разнице между минимальным и максимальным значениями:

$$q_j(x_i) = (q_j^{\max} - q_j^{ab}(x_i))/(q_j^{\max} - q_j^{\min})$$

где $q_j^{\min}, q_j^{\max}$ - соответственно минимальное и максимальное значения j-го критерия

Методы интеграции измерений (свертки): нормирование.

- Иногда для нормирования используются так называемые **«приростные» показатели**. В этом случае находится доля прироста – отношение разницы между текущим значением показателя $q_j^{\,t}(x_i)$ и некоторым базовым значением $q_j^{\,b}(x_i)$ к базовому значению

$$q_j(x_i) = (q_j^{\,t}(x_i) - q_j^{\,b}(x_i)) / q_j^{\,b}(x_i).$$

- При этом значения, выходящие за рамки интервала [0;1] обрезаются (значение, превышающее единицу, приравнивается к 1, отрицательное значение считается равным 0). В случае если не увеличение, а снижение значения показателя оценивается как положительная тенденция, определяется не прирост, а убыль текущего значения по отношению к базовому. Этот способ нормирования чаще всего используют при оценке динамики изменения состояния системы во времени. Текущим считается состояние в настоящий момент времени, базовым — состояние в некоторый предыдущий момент времени.

Аддитивная свертка частных критериев.

- Значение интегрального критерия определяется как сумма значений частных критериев, поделенная на количество частных критериев:

$$\hat{q}(x_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} q_j(x_i), i = \overline{1,n}.$$

- В случае если частные критерии имеют различную важность (вес), вместо формулы среднеарифметического для определения значения интегрального критерия используют средневзвешенное арифметическое:

$$\hat{q}(x_i) = \sum_{j=1}^{m} v_j q_j(x_i), i = \overline{1,n},$$

где v_j — вес j-го критерия, отражающий вклад частного критерия в интегральный. Это число в интервале [0, 1]. Причем сумма весовых коэффициентов всех частных критериев должна быть равна 1.

Аддитивная свертка частных критериев.

- Для определения весовых коэффициентов может быть использован метод непосредственной оценки. Если оценка производится по 5- (10- ,100- ...) балльной шкале, то для нормирования можно использовать отношение к сумме баллов по всем критериям.
- Иногда используют методы ранжирования. В частности, для определения весов на основе рангов используется формула:

$$v_j = r_j / \sum_{i=1}^{m} r_i$$

(если наилучший критерий имеет максимальный ранг)

или

$$v_j = (m + 1 - r_j) / \sum_{i=1}^{m} r_i$$

(если наилучший критерий имеет ранг 1). Однако этот способ позволяет определять веса весьма приблизительно и результаты будут отличаться от непосредственной оценки.

Мультипликативная свертка частных критериев.

- Если частные критерии имеют одинаковый вес, значение интегрального критерия определяется по формуле среднегеометрического

$$\hat{q}(x_i) = \sqrt[m]{\prod_{j=1}^{m} q_j(x_i)},\ i = \overline{1,n}\ .$$

- Если же частные критерии имеют различную важность, то определяется средневзвешенное геометрическое

$$\hat{q}(x_i) = \prod_{j=1}^{m} q_j(x_i)^{v_j}\ ,\ i = \overline{1,n}\ .$$

- Как и в случае аддитивной свертки, сумма весовых коэффициентов должна быть равна 1.
- Основным недостатком методов свертки является то, что низкие значения по одним критериям компенсируются высокими значениями по другим. Если же требуется обеспечить равномерное подтягивание всех показателей к наилучшему уровню (к «идеалу»), то используется метод идеальной точки.

Метод идеальной точки

- Прежде всего, необходимо задать идеальную точку x_0, т. е. объект с наилучшими значениями по всем критериям. Для этого по каждому из частных критериев q_j необходимо определить наилучшее значение $q_j(x_0)$. Как правило, $q_j(x_0) = \max_i q_j(x_i)$.
- Значение интегрального критерия для объекта x_i определяется через евклидовое расстояние между ним и идеальной точкой x_0 по всем частным критериям:
$$\hat{q}(x_i) = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}(q_j(x_0) - q_j(x_i))^2}, i = \overline{1,n}.$$
- Наилучшим является объект, имеющий минимальное значение критерия.
- В случае различной важности частных критериев используется взвешенная сумма расстояний
- $$\hat{q}(x_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} v_j (q_j(x_0) - q_j(x_i))^2}, i = \overline{1,n}.$$

Метод идеальной точки

- Если оценки объектов по частным критериям получены в порядковой (ранговой) шкале измерений, то расстояние между точками x_i и x_0 определяется по формулам (соответственно, при равенстве и разной важност

$$\hat{q}(x_i) = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}(1 - r_j(x_i))^2}; \quad \hat{q}(x_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} v_j (1 - r_j(x_i))^2}, \; i = \overline{1, n}$$

- Существуют и различные модификации метода идеальной точки. В частности, расстояния по каждому из частных критериев не суммируются, а находится максимальное отклонение:

$$\hat{q}(x_i) = \max_j \sqrt{v_j (q_j(x_0) - q_j(x_i))^2}, \; i = \overline{1, n}.$$

- Наилучшим считается объект, у которого максимальное отклонение минимально. Этот критерий позволяет «отбраковывать» альтернативы с большими отклонениями по отдельным критериям.

Содержание

1. **Проблема принятия решений по выбору методу моделирования**
2. **Классификация методов моделирования сложных систем**
3. **Классификация видов моделирования**
4. **Методы формализованного представления систем**
5. **Методы, направленные на активизацию использования интуиции и опыта специалистов**
6. **Измерение и оценивание систем**

6.1. Типы шкал

6.2. Методы субъективных измерений в условиях определенности

6.3. Методы интеграции измерений

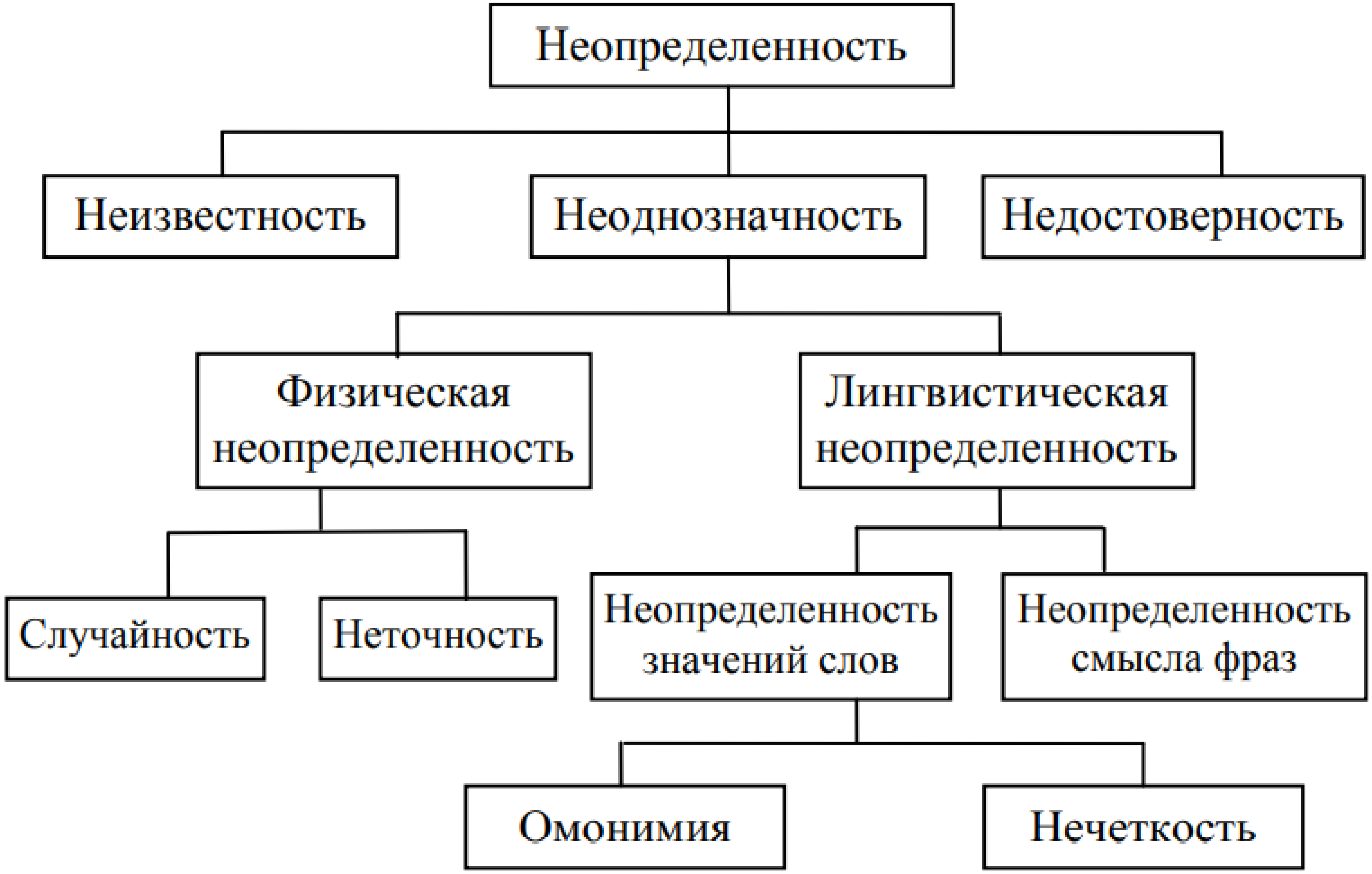
6.4. Методы измерений в условиях неопределенности

Виды неопределенности

В процессе моделирования происходит отображение реальной ситуации на некоторый формализованный язык.

В случае, когда отображение устанавливает взаимно однозначное соответствие между объектами отображаемой реальности и объектами языка, имеет место моделирование в условиях определенности.
В противном случае говорят о наличии **неопределенности**.

Виды неопределенности



Виды неопределенности

Первый уровень дерева образован терминами, качественно характеризующими количество отсутствующей информации:

- **неизвестность** - информация практически отсутствует.
- **недостоверность** - когда информация собрана не полностью или собранная информация характеризует объекты реальности приблизительно (неадекватно). Наличие этого вида неопределенности связано либо с тем, что процесс сбора информации временно приостановлен, либо с нехваткой ресурсов, выделенных для сбора информации.
- **неоднозначность** - когда вся возможная информация собрана, однако полностью определенное описание не получено и не может быть получено

Виды неопределенности

Второй уровень дерева описывает источники (причины) неоднозначности, которыми являются внешняя среда (физическая неопределенность) или используемый исследователем профессиональный язык (лингвистическая неопределенность).

Физическая неопределенность:

- **типа случайности** (стохастическая неопределенность) связана с наличием во внешней среде нескольких возможностей, каждая из которых случайным образом становится действительностью.
- неточность, которая связана с **неточностью измерений** вполне определенной величины, выполняемых физическими приборами.

Виды неопределенности

Лингвистическая неопределенность связана с использованием естественного языка. Она обусловлена необходимостью оперировать конечным числом слов и ограниченным числом структур фраз для описания бесконечного множества разнообразных ситуаций.

Лингвистическая неопределенность порождается:

- неопределенностью значений слов (понятий и отношений) языка, которую условно называют **полисемией,**
- неоднозначностью смысла фраз.

Виды неопределенности

Два вида полисемии:

- **омонимия** - если отображаемые одним и тем же словом объекты существенно различны. Например, словом «ключ» обозначают такие разные объекты, как вид родник, ключ от замка, ключ-инструмент и т.д.

- **нечеткость**. Полисемия типа нечеткости имеет место, когда применение того или иного слова для отображения объектов неоднозначно. Например, рост 177 см можно обозначить словом «высокий», а можно — словом «средний».

Виды неопределенности

Неоднозначность смысла фраз может быть:
синтаксической - например, правильная расстановка знаков препинания в предложении «казнить нельзя помиловать» позволяет избежать неоднозначности и понять смысл фразы;
семантической - несмотря на правильность синтаксиса, смысл отдельных слов и всей фразы неясен. Классический пример — фраза «*Глокая куздра штеко будланула бокра и кудрячит бокренка».*
прагматической - связана с неоднозначностью использования понятной информации для достижения целей деятельности.

Измерения в условиях неопределенности состояний внешней среды.

Рассмотрим процедуры оценки, используемые в задачах выбора управления в условиях риска.

Имеется ряд альтернативных вариантов управления u_i ($i = 1, \ldots, m$) системой, а также ряд возможных состояний w_j ($j = 1, \ldots n$) внешней среды.

Каждому i-му варианту управления для каждого j-го состояния среды могут быть сопоставлены значения эффективности системы k_{ij}.

Оценки эффективности системы можно представить в виде таблицы:

Варианты управления	Возможные состояния среды			
	w_1	w_2	…	w_n
u_1	k_{11}	k_{12}	…	k_{1n}
u_2	k_{21}	k_{22}	…	k_{2n}
…	…	…	…	…
u_m	k_{m1}	k_{m2}	…	k_{mn}

Критерии выбора

Необходимо выбрать наиболее предпочтительный вариант управления. В зависимости от характера предпочтений лица, принимающего решения, используются различные критерии выбора.

Критерий среднего выигрыша. Данный критерий предполагает задание вероятностей состояний среды p_j . Эффективность вариантов управления оценивается как среднее ожидаемое значение (математическое ожидание) оценок эффективности по всем состояниям среды:

$$K(u_i) = \sum_{j=1}^{n} p_j k_{ij}, \quad i = 1, \ldots, m.$$

Наилучшим считается вариант, имеющий максимальную эффективность:

$$u^{\text{opt}} = \arg\max_i K(u_i).$$

Критерии выбора

Критерий Лапласа представляет собой частный случай критерия среднего выигрыша. Он применяется в случае, когда неизвестны вероятности состояний среды. В основе критерия лежит предположение, что поскольку о состояниях обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятными. Исходя из этого

$$K(u_i) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} k_{ij}, \quad i = 1, \ldots, m;$$

Наилучшим считается вариант, имеющий максимальную эффективность:

$$u^{\text{opt}} = \arg\max_i K(u_i).$$

Критерии выбора

Критерий максимина (Вальда). Другое название — *критерий осторожного наблюдателя,* так как он гарантирует определенный выигрыш при наихудших условиях.

Критерий основывается на том, что, если состояние обстановки неизвестно, нужно поступать самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждого варианта. Для каждого варианта находится минимальная из оценок по различным состояниям среды:

$$K(u_i) = \min_j k_{ij},\ \bar{i} = 1,\ \ldots,\ m,\ j = 1,\ \ldots,\ n.$$

Наилучшим считается вариант, имеющий максимальную эффективность:

$$\bar{u}^{\mathrm{opt}} = \arg\max_i K(u_i).$$

Критерии выбора

Критерий максимакса. Это самый оптимистический критерий. Те, кто предпочитает им пользоваться, всегда надеются на лучшее состояние обстановки и, естественно, в большой степени рискуют. Варианты оцениваются по максимальному значению эффективности и в качестве оптимального выбирается вариант, обладающий наибольшим из максимумов:

$$\bar{K}(u_i) = \max_{i} k_{ij}\,,\; i = 1, \ldots, m\,;$$

Наилучшим считается вариант, имеющий максимальную эффективность:

$$u^{\text{opt}} = \arg\max_{i} K(u_i).$$

Критерии выбора

Критерий пессимизма-оптимизма (Гурвица). Согласно данному критерию при оценке и выборе систем неразумно проявлять как осторожность, так и азарт, а следует, учитывая самое высокое и самое низкое значения эффективности, занимать промежуточную позицию (взвешивать наихудшие и наилучшие условия). Для этого вводится коэффициент оптимизма $\alpha\left(0 \le \alpha \le 1\right)$, характеризующий отношение к риску лица, принимающего решение. Эффективность систем находится как взвешенная с помощью коэффициента α сумма максимальной и минимальной оценок:

$$K\left(u_i\right) = \alpha \max_j k_{ij} + \left(1-\alpha\right) \min_j k_{ij};$$

Наилучшим считается вариант, имеющий максимальную эффективность:

$$u^{\text{opt}} = \arg\max_i K\left(u_i\right).$$

При α = 0 критерий Гурвица сводится к критерию максимина, при α =1— к критерию максимакса. Значение α может определяться методом экспертных оценок.

Критерии выбора

Критерий минимакса (Сэвиджа). Как и критерий максимина (Вальда) он минимизирует потери эффективности при наихудших условиях. Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска). Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным (по всем вариантам) и текущим (для данного варианта) значениями оценок эффективности:

$$\Delta k_{ij} = \max_i k_{ij} - k_{ij} .$$

Затем оцените эффективность каждого варианта управления по формуле:

$$u^{\text{opt}} = \arg\min_i K(u_i).$$

Критерии выбора

На выбор того или иного критерия оказывает влияние ряд факторов:

- природа конкретной задачи и ее цель (для одних целей допустим риск, для других — нужен гарантированный результат);
- причины неопределенности (одно дело, когда неопределенность является случайным результатом действия объективных законов природы, и другое, когда она вызывается действиями разумного противника, стремящегося помешать в достижении цели);
- характер лица, принимающего решение (одни люди склонны к риску в надежде добиться большего успеха, другие предпочитают действовать всегда осторожно).

Критерии выбора

Пример расчета эффективности по различным критериям. При вычислении эффективности по критерию Гурвица использовался коэффициент оптимизма $\alpha = 0.6$.

Варианты	Эффективность для разных состояний среды				Эффективность по критериям					
	$w_1(p_1 = 0,3)$	$w_2(p_2 = 0,2)$	$w_3(p_3 = 0,4)$	$w_4(p_4 = 0,1)$	Среднего выигрыша	Лапласа	Вальда	Максимакса	Гурвица	Сэвиджа
u_1	0,4	0,3	0,2	0,5	0,31	0,35	0,2	0,5	0,38	0,3
u_2	0,2	0,4	0,1	0,3	0,21	0,25	0,1	0,4	0,28	0,4
u_3	0,3	0,1	0,5	0,4	0,35	0,325	0,1	0,5	0,34	0,3

Критерии выбора

Эффективность для варианта u_1 по различным критериям рассчитывалась следующим образом:

1) критерию среднего выигрыша:

$$K(u_1) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 + 0{,}3 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}4 + 0{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}31.$$

2) критерию Лапласа:

$$K(u_1) = (0{,}4 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}5) / 4 = 0{,}35.$$

3) критерию Вальда:

$$K(u_1) = \min\,(0{,}4;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0{,}5) = 0{,}2.$$

4) критерию максимакса:

$$K(u_1) = \max\,(0{,}4;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0{,}5) = 0{,}5.$$

5) критерию Гурвица:

$$K(u_1) = 0{,}6 \cdot \max\,(0{,}4;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0{,}5) + 0{,}4 \cdot \min\,(0{,}4;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0{,}5) = 0{,}38.$$

6) критерию Сэвиджа:

$$K(u_1) = \max\,(0{,}4 - 0{,}4;\ 0{,}4 - 0{,}3;\ 0{,}5 - 0{,}2;\ 0{,}5 - 0{,}5) = 0{,}3.$$

Нечеткие измерения

Типовые шкалы основаны на справедливости отношения эквивалентности: два измерения либо тождественны, либо различимы.

Но люди часто пользуются нечеткими, расплывчатыми понятиями, не позволяющими однозначно отнести измеряемые объекты к тому или иному классу эквивалентности.

Например, человека ростом 169 см, можно отнести как классу «низкий», так и к классу «средний». Примеры подобных понятий: «молодой», «сильный», «толстый», «высокий», «низкий», «немного», «медленно» и т. п.

Математическая теория нечетких множеств Л. Заде, позволяет описывать нечеткие понятия и знания, оперировать этими знаниями и делать нечеткие выводы.

Основные понятия нечетких множеств

Пусть $X = \{x\}$ — базовое множество, а G — некоторое свойство.

Обычное (четкое) подмножество A базового множества X, элементы которого удовлетворяют свойству G, можно задать, сопоставив каждому элементу x значение характеристической функции $\mu_A(x)$, принимающей значение 1, если x удовлетворяет свойству G, и 0 — в противном случае:

$$A = \{x / \mu_A(x)\}.$$

Например, базовое множество составляют дни недели: {пн, вт, ср, чт, пт, сб, вс}, а измеряемое свойство — «являться выходным днем».

Тогда четкое множество «выходной день» (при пятидневной рабочей неделе) можно задать следующим образом:

{пн/0, вт/0, ср/0, чт/0, пт/0, сб/1, вс/1}

или, опустив элементы с нулевым значением характеристической функции, как:

{сб/1, вс/1}.

Основные понятия нечетких множеств

Нечеткое множество отличается от обычного тем, что для элементов *x* нет однозначного ответа, удовлетворяют ли они свойству G, можно это утверждать лишь с некоторой степенью уверенности.

Степень уверенности выражается числом в интервале [0, 1]. При этом 1 означает полную уверенность, что x удовлетворяет свойству G, 0 — полную уверенность, что x не удовлетворяет свойству G, промежуточные значения означают частичную уверенность (чем больше число, тем больше степень уверенности).

Таким образом, в случае нечеткого множества имеет место формула .

$$0 \le \mu_A(x) \le 1.$$

Характеристическая функция при этом называется **функцией принадлежности**

Основные понятия нечетких множеств

Например, нечеткое множество «выходной день» для случая, если неизвестно, имеется в виду пятидневная или шестидневная рабочая неделя, может быть задано следующим образом:

$$\{\text{пн}/0,\ \text{вт}/0,\ \text{ср}/0,\ \text{чт}/0,\ \text{пт}/0,\ \text{сб}/0.75,\ \text{вс}/1\}$$

Или:

$$\{\text{сб}/0.75,\ \text{вс}/1\}.$$

Основные понятия нечетких множеств

Например, нечеткое множество «выходной день» для случая, если неизвестно, имеется в виду пятидневная или шестидневная рабочая неделя, может быть задано следующим образом:

Для описания нечетких свойств объектов используются также **лингвистические переменные**, значения которых - нечеткие множества.

Для примера рассмотрим лингвистическую переменную «возраст» со значениями «молодой», «средний», «пожилой». Каждому из этих значений соответствует нечеткое множество.

$$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_7\}$$

Основные понятия нечетких множеств

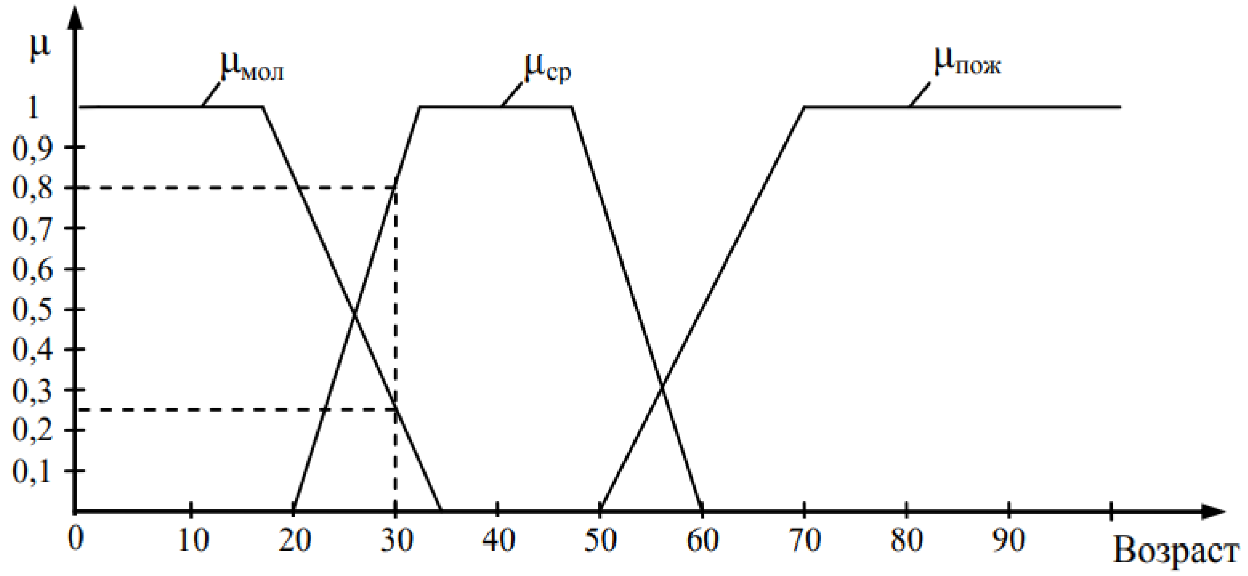
Множества можно задать, используя в качестве базового множества множество конкретных людей $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_7\}$ например:

«молодой» = $\{x_1/0{,}3;\ x_2/1;\ x_3/0{,}8\}$;
«средний» = $\{x_1/0{,}6;\ x_3/0{,}25;\ x_4/1;\ x_5/1;\ x_6/0{,}4\}$;
«пожилой» = $\{x_6/0{,}7;\ x_7/1\}$.

Основные понятия нечетких множеств

Значения лингвистической переменной «возраст» можно задать и на базовом множестве, представляющем собой значения возраста в годах.

Если рассматривать переменную, соответствующую возрасту в годах, как непрерывную величину, то областью определения функций принадлежности нечетких множеств «молодой», «средний», «пожилой» будет отрезок числовой оси от 0 до 100.



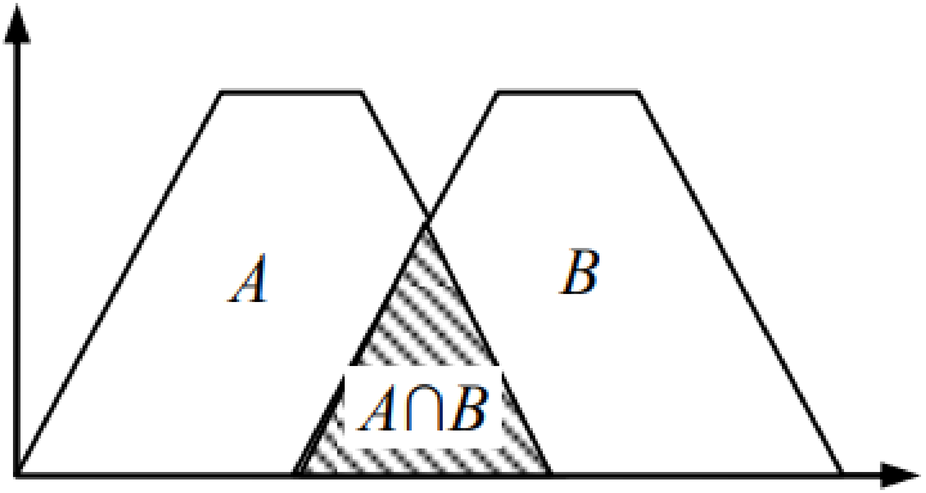
Основные понятия нечетких множеств

Переход от четкого значения на базовом множестве к нечеткому называется **фаззификацией** (от англ. fuzzy — нечеткость), обратный переход — **дефаззификацией**.

Над нечеткими множествами можно производить логические операции — объединение, пересечение, дополнение, включение, разность и т. д.

Пересечением $A \cap B$ нечетких множеств А и В является наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в А и В (с функцией принадлежности

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) .$$

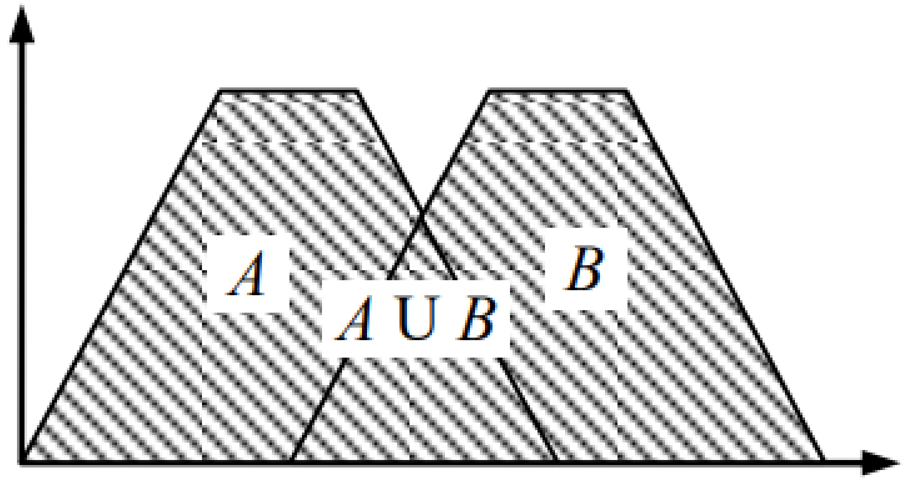


Операцию пересечения используют для конъюнкции нечетких высказываний типа «а есть А» (а — нечеткая переменная, А — значение): $T_{A \cap B} = \min(T_{\text{A}}; T_B$

Основные понятия нечетких множеств

Объединением $A \cup B$ нечетких множеств A и B является наименьшее нечеткое множество, включающее как A, так и B, с функцией принадлежности

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)).$$



- Операцию объединения используют для дизъюнкции нечетких высказываний типа «a есть A» (a — нечеткая переменная, A — значение):

$$T_{A \cap B} = \max(T_{\text{A}}; T_B)$$

Например, степень уверенности утверждения (x есть «молодой») И (x есть «высокий») определяется как минимум степеней уверенности в истинности каждого из высказываний, входящих в это утверждение.

Например, степень уверенности утверждения (x есть «молодой») ИЛИ (x есть «высокий») определяется как минимум степеней уверенности в истинности каждого из высказываний, входящих в это утверждение

Основные понятия нечетких множеств

Пример: Имеется три варианта организации бизнес-процесса — В1, В2, В3, характеризуемых лингвистическими переменными «качество», «стоимость», «эффективность».

Переменная «качество» принимает значения:

- <'п' (плохое), 'у' (удовлетворительное), 'х' (хорошее)>,

а переменные «стоимость» и «эффективность»:

- <'н' (низкая), 'с' (средняя), 'в' (высокая)>.

Значения переменной «стоимость» для каждого из вариантов может определяться с помощью функций принадлежности (базовым множеством может выступать стоимость процесса, заданная в рублях). Пусть:

В1 — 'н'/0.8, для В2 — 'в'/0,75, для В3 — 'с'/0,6.

Значения переменной «качество» могут задаваться непосредственно экспертами для каждого из вариантов. Пусть:

В1 — 'х'/0,7, В2 — 'у'/0,65, В3 — 'у'/0,9.

Основные понятия нечетких множеств

Переменная «эффективность» выступает критерием эффективности и определяется с помощью правил-продукций «Если … и … то» («If … & … then»):

П1: **If** «стоимость» = 'н' **&** «качество» = 'х' **then** «эффективность» = 'в’;

П2: **If** «стоимость» = 'с' **&** «качество» = 'у' **then** «эффективность» = 'с’;

П3: **If** «стоимость» = 'в' **&** «качество» = 'у' **then** «эффективность» = 'н’;

…… И т.д

При выводе последовательно перебираются правила, и для каждого проверяется выполнение условной части (предпосылки, части «If»).

При этом если условная часть содержит несколько высказываний, соединенных конъюнкцией (&, «и»), то степень уверенности в одновременном выполнении всех предпосылок определяется как **минимум** от степеней уверенности для отдельных высказываний.

Основные понятия нечетких множеств

Если истинность левой части правила отлична от 0, то истинность заключения (правой части, части «then») также считается ненулевой. При этом степень уверенности для высказывания, содержащегося в заключении правила, равна степени уверенности для предпосылки правила.

Например, в процессе вывода оценки варианта В1 («стоимость» = 'н'/0,8 и «качество» = 'х'/0,7) ненулевое значение истинности имеет правило П1. Степень уверенности для его левой части определяется как min (0,8; 0,7) и равна 0,7. Следовательно, для этого варианта «эффективность» = 'в'/0,7.

Для варианта В2 срабатывает правило П3 и выводится значение «эффективность» = 'н'/0,65.

Для варианта В3 подходит правило П2, в соответствии с которым «эффективность» = 'с'/0,6.

Различия между вероятностным подходом и подходом на основе нечеткости

Случайность и нечеткость имеют много общего. Обе описывают неопределенность числами в интервале [0,1] и оперируют множествами согласно законам ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности.

НО:

1. Применение вероятностей оправданно там, где речь идет об однородных случайных событиях массового характера. В том случае, если статистической однородности нет, применение классических вероятностей в анализе неправильно.

Нечеткость используется как характеристика уверенности субъекта в правильности суждений о явлениях, которые могут даже не носить случайного характера.

2. Законами распределения вероятностей описываются объективные закономерности, функции принадлежности же всегда субъективны.

3. Сумма вероятностей двух взаимно исключающих друг друга событий всегда равна <u>единице</u>, в то время как сумма значений функций принадлежности для элемента, принадлежащего двум нечетким множествам, описывающим два различных понятия, может быть <u>и меньше, и больше единицы.</u>

Список источников

- Основы теории систем и системного анализа: Учебное пособие / Силич М. П., Силич В. А. - 2013. 342 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://edu.tusur.ru/publications/5452 , дата обращения: 01.09.2020.
- Кориков А.М. Теория систем и системный анализ: учебн. пособие. – / А.М. Кориков, С.Н. Павлов. – Томск: ТУСУР, 2007.- 344 с.