

Оценивание целей методом анализа иерархий

Метод анализа иерархий (МАИ)

Был предложен Т. Саати при разработке теории и методологии для моделирования неструктурированных задач в экономике, науке управления и социальных науках.

Изложен подробно, например, в книге автора:

Т. Саати. Принятия решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.

Краткое объяснение метода можете посмотреть в:

Основы теории систем и системного анализа: Учебное пособие / Силич М. П., Силич В. А. - 2013. 342 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/5452> **с.181-190**

Этапы МАИ

1. Иерархическое представление проблемы.
2. Построение множества матриц парных сравнений.
3. Расчет векторов локальных приоритетов.
4. Проверка согласованности полученных результатов.
5. Вычисление глобальных приоритетов.

Этапы МАИ:

1. Иерархическое представление проблемы

1. В курсовой работе иерархия должна состоять не менее, чем из четырех уровней. Не рекомендуется делать количество уровней более 5.

2. На первом уровне сформулируйте глобальную цель, отталкиваясь от формулировки изначально поставленной проблемы. *Например, если проблема состоит в низкой удовлетворенности клиентов качеством услуг, то формулировка цели должна быть связана с повышением качества оказываемых услуг.*



Этапы МАИ:

1. Иерархическое представление проблемы

3. Затем осуществляется декомпозиция глобальной цели на подцели второго и последующих уровней. При этом внизу дерева должны быть представлены элементарные цели, по сути – конкретные задачи.

Например, «создать систему мотивации персонала», «внедрить CRM», «создать систему повышения квалификации персонала», «осуществить смену поставщика», «выбрать новый целевой сегмент рынка» и т.п.



Этапы МАИ:

1. Иерархическое представление проблемы

4. При формировании дерева целей можно использовать стандартные основания декомпозиции, результаты моделирования системы, дерево причин.

Например, в методе анализа иерархий (МАИ) предлагается следующая последовательности уровней дерева целей: «фокус» (проблема), «акторы», «цели акторов», «политики акторов» - «сценарии».

Дерево целей может в какой-то мере повторять структуру дерева причин, поскольку для решения выявленных проблем и подпроблем следует назначить цели и подцели их решения.



Этапы МАИ:

1. Иерархическое представление проблемы

5. Учтите следующие моменты:

- Каждая из подцелей должна иметь логическую связь с глобальной.
- Количество уровней для каждой из ветвей должно быть одинаковым.
- Каждая родительская (направляемый элемент) цель должна иметь минимум две дочерних.
- Не рекомендуется, чтобы цель нижнего уровня служила для достижения только одной родительской цели.



Этапы МАИ: 2. Построение множества матриц парных сравнений.

Элементы любого уровня сравниваются друг с другом относительно их воздействия на направляемый элемент.

Для каждой совокупности элементов, связанных с одним вышестоящим элементом, строится матрица парных сравнений.

В примере на рисунке будет 8 матриц парных сравнений: одна для элементов второго уровня; две для третьего уровня, пять — для четвертого.



Этапы МАИ: 2. Построение множества матриц парных сравнений.

Парные сравнения проводятся в терминах доминирования одного элемента над другим.

Для проведения субъективных парных сравнений разработана шкала относительной важности.

Должны выполняться условия:

- 1) $1 \leq a_{ij} \leq 9$, если i -й элемент важнее j -го или эквивалентен ему;
- 2) $a_{ij} = 1/a_{ji}, a_{ii} = 1$.

Оценка важности	Определение	Объяснения
1	Равная важность	Равный вклад двух элементов в цель
3	Умеренное превосходство	Опыт и суждения дают легкое превосходство одному элементу над другим
5	Существенное или сильное превосходство	Опыт и суждения дают сильное превосходство одному элементу над другим
7	Значительное превосходство	Одному элементу дается настолько сильное превосходство, что оно становится практически значительным
9	Очень сильное превосходство	Очевидность превосходства одного элемента над другим подтверждается наиболее сильно
2, 4, 6, 8	Промежуточные значения	Применяются в компромиссном случае

Этапы МАИ: 2. Построение множества матриц парных сравнений.

	Ошибки в регламенте	Подготовка сотрудников	Специальные источники
Ошибки в регламенте	1	1/3	5
Подготовка сотрудников	3	1	3
Специальные источники	1/5	1/3	1

То есть фактически нужно заполнить оценки только с одной стороны главной диагонали матрицы, а с другой стороны диагонали заполнить обратными значениями.

Этапы МАИ: 3. Расчет векторов локальных приоритетов.

Существует несколько способов приблизительного вычисления векторов локальных приоритетов:

1. Суммировать элементы каждой строки и нормализовать делением каждой суммы на сумму всех элементов; сумма полученных результатов будет равна единице.
2. Суммировать элементы каждого столбца и получить обратные величины этих сумм. Нормализовать их так, чтобы их сумма равнялась единице, разделить каждую обратную величину на сумму всех обратных величин.
3. Разделить элементы каждого столбца на сумму элементов этого столбца (т. е. нормализовать столбец), затем сложить элементы каждой полученной строки и разделить эту сумму на число элементов строки. Это – процесс усреднения по нормализованным столбцам.
4. Умножить n элементов каждой строки и извлечь корень n -й степени среднее геометрическое. Нормализовать полученные числа (разделить их на сумму).

ЭТОТ ВАРИАНТ ВЫБИРАЙТЕ ДЛЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Этапы МАИ: 3. Расчет векторов локальных приоритетов.

Существует несколько способов приблизительного вычисления векторов локальных приоритетов:

1. Суммировать элементы каждой строки и нормализовать делением каждой суммы на сумму всех элементов; сумма полученных результатов будет равна единице.
2. Суммировать элементы каждого столбца и получить обратные величины этих сумм. Нормализовать их так, чтобы их сумма равнялась единице, разделить каждую обратную величину на сумму всех обратных величин.
3. Разделить элементы каждого столбца на сумму элементов этого столбца (т. е. нормализовать столбец), затем сложить элементы каждой полученной строки и разделить эту сумму на число элементов строки. Это – процесс усреднения по нормализованным столбцам.
4. Умножить n элементов каждой строки и извлечь корень n -й степени среднее геометрическое. Нормализовать полученные числа (разделить их на сумму).

ЭТОТ ВАРИАНТ ВЫБИРАЙТЕ ДЛЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Этапы МАИ: 3. Расчет векторов локальных приоритетов.

	Ошибки в регламенте	Подготовка сотрудников	Специальные источники	Локальный приоритет
Ошибки в регламенте	1	1/3	5	0,323
Подготовка сотрудников	3	1	3	0,567
Специальные источники	1/5	1/3	1	0,11
Индекс согласованности				0,145
Отношение согласованности				0,25 (>0.1)

!!! Если элемент иерархии влияет на несколько направляемых элементов, то он будет представлен в нескольких матрицах парных сравнений (по одной для каждого направляемого элемента) и для него будут рассчитаны приоритеты по каждой из этих матриц.

Этапы МАИ: 4. Проверка согласованности полученных результатов.

При составлении матриц парных сравнений экспертные суждения не должны нарушать аксиомы упорядоченности. В частности, если один элемент лучше другого, а тот, в свою очередь, лучше третьего, то первый также должен быть лучше третьего, причем сила предпочтения первого элемента над третьим должна быть больше, чем первого над вторым и второго над третьим. Эксперты могут ошибаться.

Чтобы проверить согласованность матрицы, нужно рассчитать:

- Индекс согласованности и
- Отношение согласованности.

Этапы МАИ: 4. Проверка согласованности полученных результатов.

Индекс согласованности обратносимметричной матрицы парных сравнений вычисляется по формуле

$$\text{ИС} = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1),$$

где n — размерность матрицы (число сравниваемых элементов); λ_{\max} — наибольшее собственное значение матрицы.

Наибольшее собственное значение может быть вычислено следующим образом:

- сначала суммируется каждый столбец матрицы,
- затем сумма первого столбца умножается на величину первой компоненты нормализованного вектора приоритетов, сумма второго столбца — на вторую компоненту и т. д.,
- затем полученные числа суммируются.

Этапы МАИ: 4. Проверка согласованности полученных результатов.

Чтобы судить о согласованности матрицы по вычисленному для нее индексу согласованности, нужно сравнить этот ИС с индексом, вычисленным для абсолютно не согласованной матрицы, полученной при случайном выборе суждений.

Индексы согласованности для случайных матриц
разного порядка

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Случайная согласованность	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Этапы МАИ: 4. Проверка согласованности полученных результатов.

- Рассчитываем Отношение согласованности по формуле:

$$ОС = ИС / ИС_{сл.м.}$$

где ИС – индекс согласованности проверяемой матрицы;
ИС_{сл.м.} – индекс согласованности случайной матрицы.

- Проверяем условие согласованности: **(ОС < 0,1).**
- Если отношение согласованности более 0,1 – пересмотрите матрицу парных сравнений. И снова проверьте её согласованность.

Этапы МАИ: 4. Проверка согласованности полученных результатов.

Все матрицы с рассчитанными локальными приоритетами представьте в виде таблиц (пример представлен ниже).

	Ошибки в регламенте	Подготовка сотрудников	Специальные источники	Локальный приоритет
Ошибки в регламенте	1	1/3	5	0,323
Подготовка сотрудников	3	1	3	0,567
Специальные источники	1/5	1/3	1	0,11
Индекс согласованности				0,145
Отношение согласованности				0,25 (>0.1)

Мы видим, что условие согласованности в таблице не выполнено, следовательно такую матрицу принимать для оценивания нельзя и оценки в ней нужно изменить. В пояснительной записке приводите матрицы, добившись их согласованности.

Этапы МАИ: 5. Вычисление глобальных приоритетов.

- Глобальные приоритеты рассчитываются, начиная со второго уровня вниз.
- Локальные приоритеты элементов второго уровня умножаются на приоритет глобальной цели. Однако, учитывая, что вес единственной цели самого верхнего уровня всегда равен единице, глобальные приоритеты элементов второго уровня равны их локальным приоритетам.
- Для определения глобального приоритета элемента третьего уровня его локальный приоритет «взвешивается», т. е. умножается на глобальный приоритет направляемого элемента. Если направляемых элементов несколько, то находится сумма взвешенных приоритетов по всем направляемым элементам.
- Аналогичным образом определяются глобальные приоритеты элементов следующего уровня.
- Процедура продолжается до самого нижнего уровня.

Этапы МАИ: 5. Вычисление глобальных приоритетов.

Представьте результаты в виде таблицы:

Уровень иерархии	Наименование элемента иерархии	Глобальный приоритет

Представьте результаты на дереве целей.

Проверьте: сумма глобальных приоритетов элементов одного уровня должна быть равна единице

