

# Лабораторная работа №2

---

Доре Стевенсон Эдгар

РУДН, 19 мая 2022 Москва, Россия

---

## Прагматика выполнения работы

---

- Изучение основ построения математических моделей на примере задачи о погоне.
  - Умение строить графики траекторий движения.
- 

## Цель выполнения работы

---

- Научиться строить математические модели для выбора правильной стратегии при решении задач поиска, рассмотрев задачу преследования браконьеров береговой охраной(задачу о погоне).
- 

## Задание лабораторной работы

---

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
  2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
  3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки.
- 

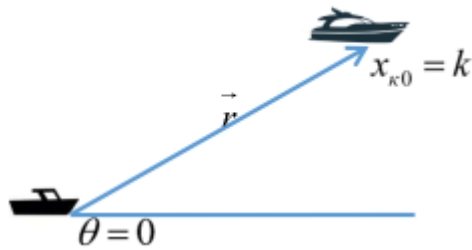
## Результаты выполнения лабораторной работы

---

### 1. Вывод уравнения, описывающее движение катера:

---

1. Принимаем за  $t_0=0$ ,  $x_{l0}$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, а за  $x_{k0}=k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Полюс - это точка обнаружения лодки  $x_{l0}$  ( $\theta=x_{l0}=0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера.



{ #fig:001 width=70% }

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса  $\theta$ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

Поэтому катер должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка. После этого катер должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка.

4. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $k-x$  (или  $k+x$  в зависимости от начального положения катера). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $x/v$  или  $k-x/nv$  (во втором случае  $k+x/nv$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:

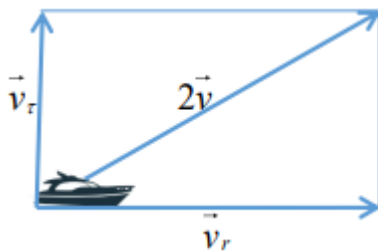
$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{nv}$  в первом случае или

$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{nv}$  во втором.

Отсюда мы найдем два значения  $x_1 = \frac{k}{n+1} = \frac{16.3}{5.1}$  и  $x_2 = \frac{k}{n-1} = \frac{16.3}{3.1}$ , задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ .

Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  - радиальная скорость и  $v_{\tau}$  - тангенциальная скорость.



{ #fig:002 width=70% }

$v_r = \frac{dr}{dt}$ . Нам нужно, чтобы радиальная скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $\frac{dr}{dt} = v$ ;

Тангенциальная скорость равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $v_{\tau} = r \frac{d\theta}{dt}$ ;

Из рисунка видно:  $v_{\tau} = \sqrt{n^2 v^2 - v^2} = \sqrt{15.81}v$  (учитывая, что радиальная скорость равна  $v$ ). Тогда получаем:  $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81}v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

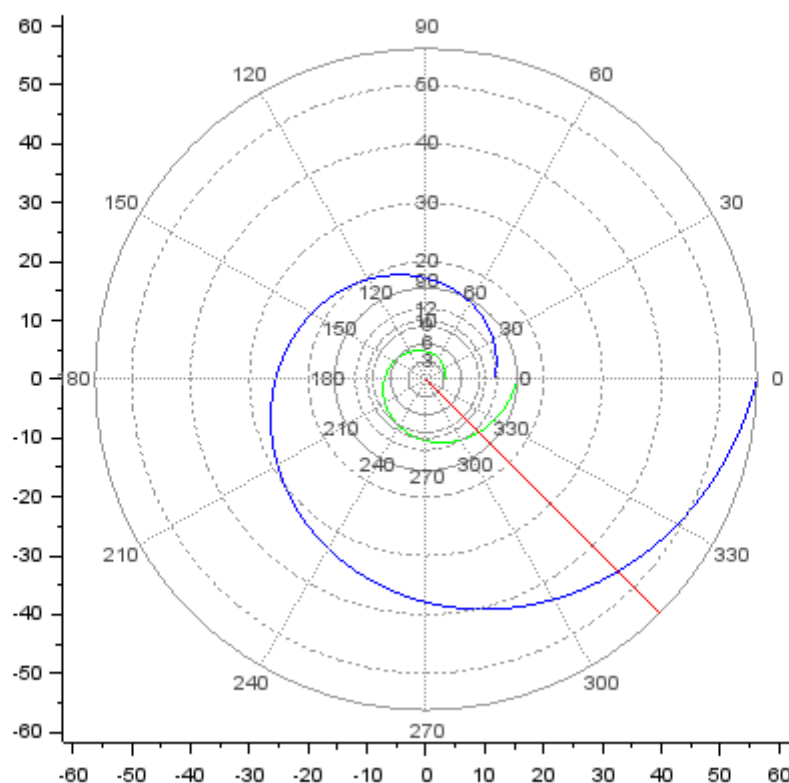
$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81}v \end{cases}$  с начальными условиями  $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{16.3}{5.1} \end{cases}$  или  $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{16.3}{3.1} \end{cases}$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{15.81}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## 2. Построение траектории движения катера и лодки:

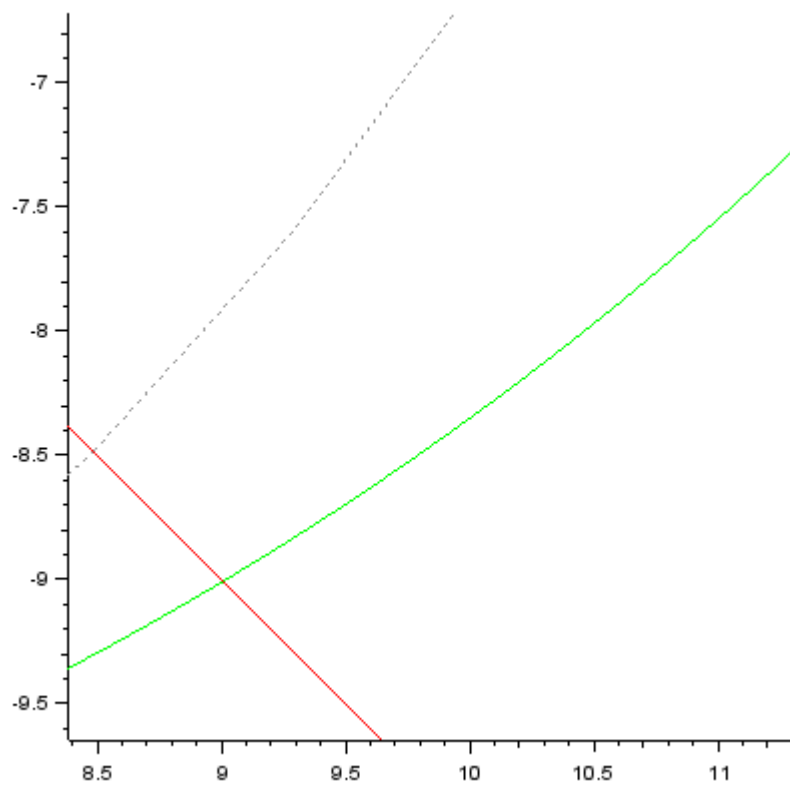


{ #fig:003

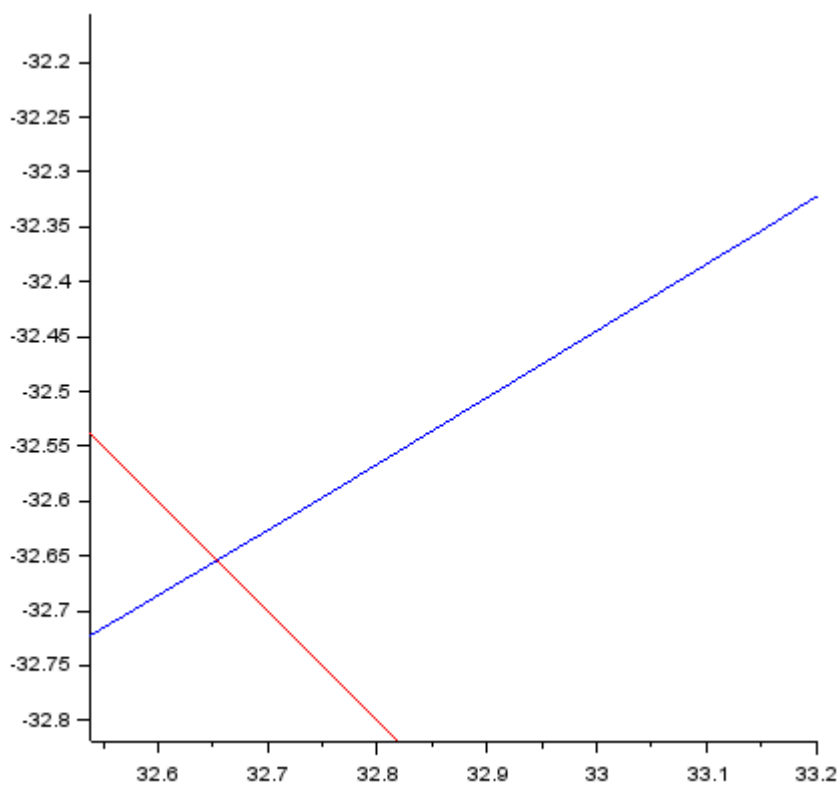
width=70% }

## 3. Нахождение точек пересечения траектории катера и лодки:

- Первый случай:



- 
- Второй случай:



---

Спасибо за внимание!

---