

Лабораторная работа №2

Василий Худицкий

РУДН, 19 Февраля 2022 Москва, Россия

Прагматика выполнения работы

- Изучение основ построения математических моделей на примере задачи о погоне.
 - Умение строить графики траекторий движения.
-

Цель выполнения работы

- Научиться строить математические модели для выбора правильной стратегии при решении задач поиска, рассмотрев задачу преследования браконьеров береговой охраной(задачу о погоне).
-

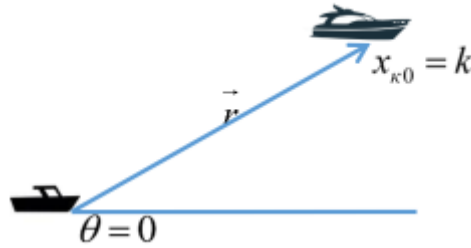
Задание лабораторной работы

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
 2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
 3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки.
-

Результаты выполнения лабораторной работы

1. Вывод уравнения, описывающее движение катера:

1. Принимаем за $t_0 = 0$, $x_{л0}$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, а за $x_{к0} = \kappa$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Полюс - это точка обнаружения лодки $x_{л0}(\theta = x_{л0} = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера.



3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

Поэтому катер должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка. После этого катер должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка.

4. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/nv$ (во втором случае $k + x/nv$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

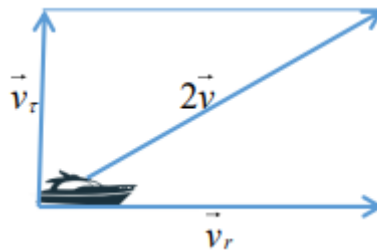
$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{nv} \text{ в первом случае или}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{nv} \text{ во втором.}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{k}{n+1} = \frac{16.3}{5.1}$ и $x_2 = \frac{k}{n-1} = \frac{16.3}{3.1}$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v .

Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость.



$v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы радиальная скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$;

Тангенциальная скорость равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$;

Из рисунка видно: $v_\tau = \sqrt{n^2 v^2 - v^2} = \sqrt{15.81} v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем: $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81} v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

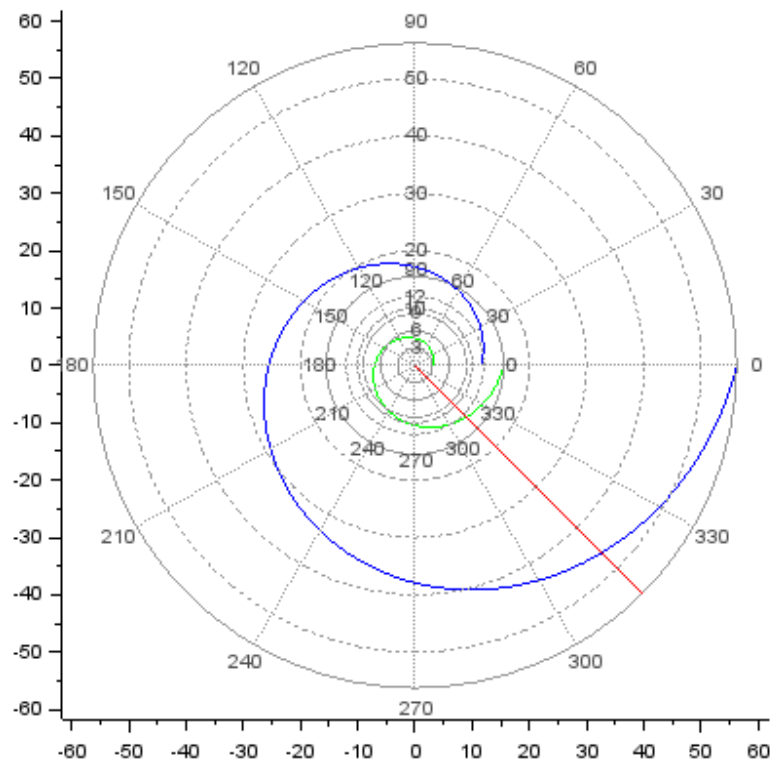
$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81}v \end{cases} \text{ с начальными условиями } \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{16.3}{5.1} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{16.3}{3.1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{15.81}}$$

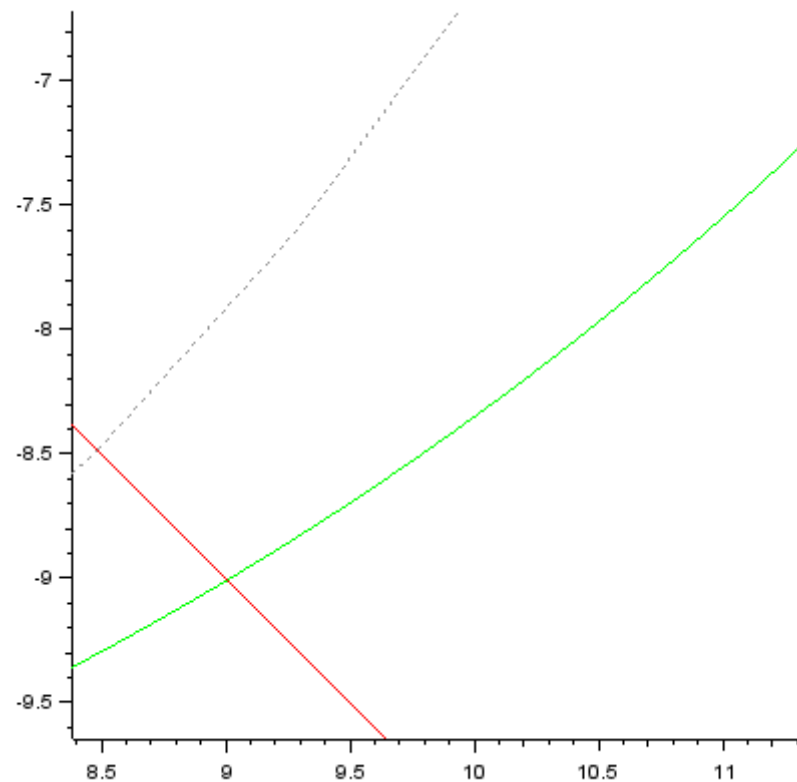
Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

2. Построение траектории движения катера и лодки:

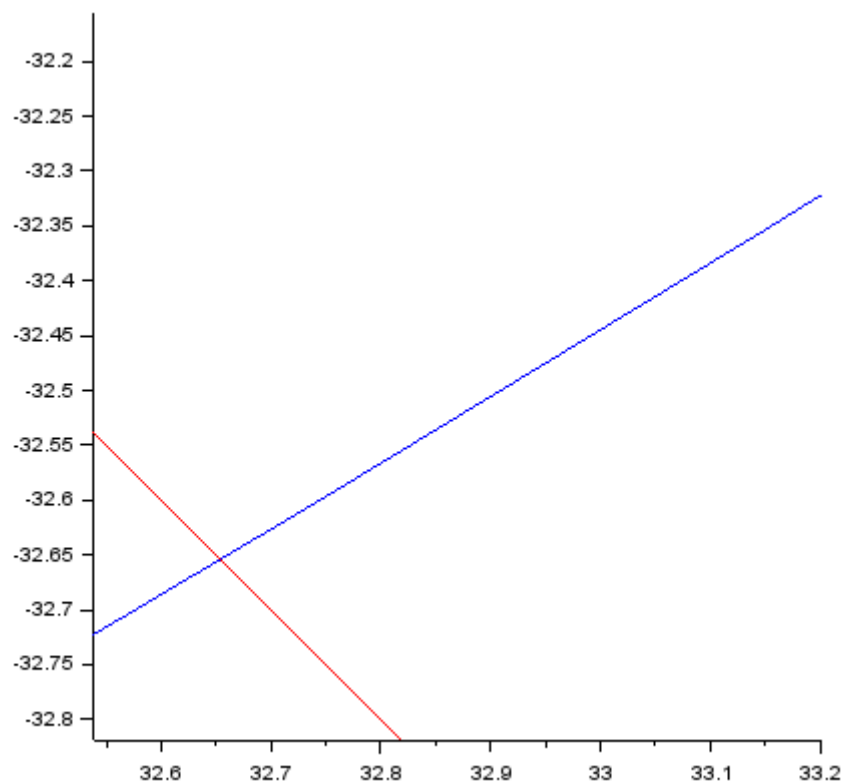


3. Нахождение точек пересечения траектории катера и лодки:

- Первый случай:



- Второй случай:



Спасибо за внимание!

