# Отчет по лабораторной работе №8

### Модель конкуренции двух фирм - вариант 30

Доре Стевенсон Эдгар НКНбд-01-19

### Содержание

1	I	<b>Цел</b> і	ь работы	1
			тание	
			олнение лабораторной работы	
			Теоретические сведения	
			Задача	
			30ДЫ	
	Список литературы			

## 1 Цель работы

Изучить модель конкуренции

### 2 Задание

- 1. Изучить модель конкуренции двух фирм
- 2. Построить графики изменения оборотных средств в двух случаях

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

#### Обозначим:

N - число потребителей производимого продукта.

S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

М – оборотные средства предприятия

au - длительность производственного цикла

р - рыночная цена товара

 $ilde{p}$  - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

 $\delta$  - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

k - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

Q(S/p) – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}})$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p=p_{cr}$  (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина  $p_{cr}=Sq/k$ . Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, Q(S/p)=0 при  $p\geq p_{cr}$ ) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma \left(-\frac{M\delta}{\tau \tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})\right)$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр  $\gamma$  зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла  $\tau$ . При заданном М уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены р равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau \tilde{p} N q})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} \left( \frac{p}{p_{cr}} - 1 \right) - M^2 \left( \frac{\delta}{\tau \tilde{p}} \right)^2 \frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию dM/dt=0

$$\widetilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}), b = kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае  $a^2 < 4b$ ) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть,  $b << a^2$ ) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При b << a стационарные значения M равны

$$\widetilde{M_{+}} = Nq \frac{\tau}{\delta} (1 - \frac{\widetilde{p}}{p_{cr}}) \widetilde{p}, \widetilde{M_{-}} = k \widetilde{p} \frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \widetilde{p})}$$

Первое состояние  $\widetilde{M}_+$  устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \widetilde{M\_{-}} неустойчиво, так, что при  $M < \widetilde{M}_-$  оборотные средства падают (dM/dt < 0), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу  $\widetilde{M}_-$  соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр  $\delta$  всюду входит в сочетании с  $\tau$ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим:  $\delta=1$ , а параметр  $\tau$  будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

#### 3.2 Задача

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

где

$$a_{1} = \frac{p_{cr}}{\tau_{1}^{2}\tilde{p}_{1}^{2}Nq}$$

$$a_{2} = \frac{p_{cr}}{\tau_{2}^{2}\tilde{p}_{2}^{2}Nq}$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_{1}^{2}\tilde{p}_{1}^{2}\tau_{2}^{2}\tilde{p}_{2}^{2}Nq}$$

$$c_{1} = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_{1}}{\tau_{1}\tilde{p}_{1}}$$

$$c_{2} = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_{2}}{\tau_{2}\tilde{p}_{2}}$$

также введена нормировка  $t=c_1\Theta$ 

#### Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.0002)M_1M_2 - \frac{a1}{c1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 8.8 M_0^2 = 9.9$$
 $p_{cr} = 30 N = 80 q = 1$ 
 $\tau_1 = 25 \tau_2 = 20$ 
 $\tilde{p}_1 = 10.1 \, \tilde{p}_2 = 11.5$ 

```
model Project
  parameter Real p_cr = 30;
  parameter Real N = 80;
  parameter Real q = 1;
  parameter Real tau1 = 25;
  parameter Real tau2 = 20;
  parameter Real p1 = 10.1;
  parameter Real p2 = 11.5;
  parameter Real d = 0.0002;
  parameter Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
  parameter Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
  parameter Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
  parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
  parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
  Real M1_1(start=8.8);
  Real M2 1(start=9.9);
  Real M1 2(start=8.8);
  Real M2 2(start=9.9);
  equation
    der(M1_1) = M1_1 - (a1/c1)*M1_1*M1_1 - (b/c1)*M1_1*M2_1;
    der(M2_1) = (c2/c1)*M2_1 - (a2/c1)*M2_1*M2_1 - (b/c1)*M1_1*M2_1;
  equation
    der(M1\ 2) = M1\ 2 - (a1/c1)*M1\ 2*M1\ 2 - (b/c1)*M1\ 2*M2\ 2;
    der(M2\ 2) = (c2/c1)*M2\ 2 - (a2/c1)*M2\ 2*M2\ 2 - (b/c1+d)*M1\ 2*M2\ 2;
  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=20, Tplerance=1e-
```

06,Interval=0.05));

### end Project;

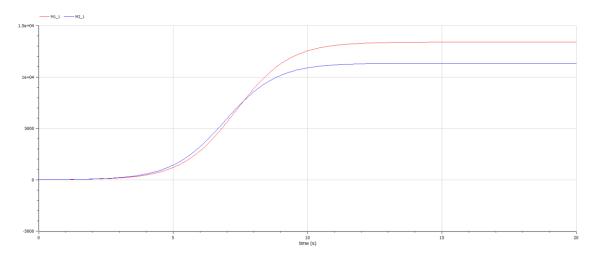


Figure 1: График для случая 1

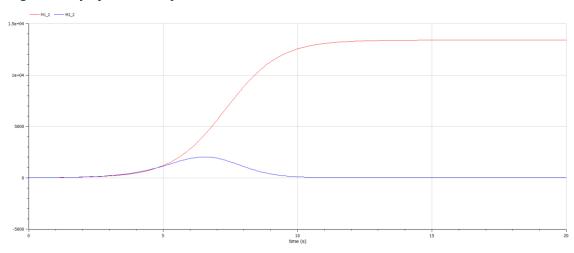


Figure 2: График для случая 2

# 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель конкуренции и построены графики.

## Список литературы

- 1. Математические модели конкурентной среды
- 2. Разработка математических моделей конкурентных процессов