Отчет по лабораторной работе №6

Модель эпидемии - вариант 30

Доре Стевенсон Эдгар НКНбд-01-19

Содержание

1 Цель работы

Изучить модель эпидемии SIR

2 Задание

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда

$I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & ,\text{если } I(t) > I^* \\ 0 & ,\text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & ,\text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & ,\text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 11700$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 270$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 49$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1. $I(0) \leq I^*$ 2. $I(0) > I^*$

```
model Project
  parameter  Real a=0.17;
  parameter  Real b=0.04;


  Real S(start=11381);
  Real I(start=270);
  Real R(start=49);

  equation
```

```
    der(S) = 0;
    der(I) = -b*I;
    der(R) = b*I;

  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=200, Tplerance=1e-
06,Interval=0.05));

end Project;
```

```
model Project
  parameter  Real a=0.17;
  parameter  Real b=0.04;


  Real S(start=11381);
  Real I(start=270);
  Real R(start=49);

  equation
    der(S) = -a*S;
    der(I) = a*S-b*I;
    der(R) = b*I;

  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=200, Tplerance=1e-
06,Interval=0.05));

end Project;
```

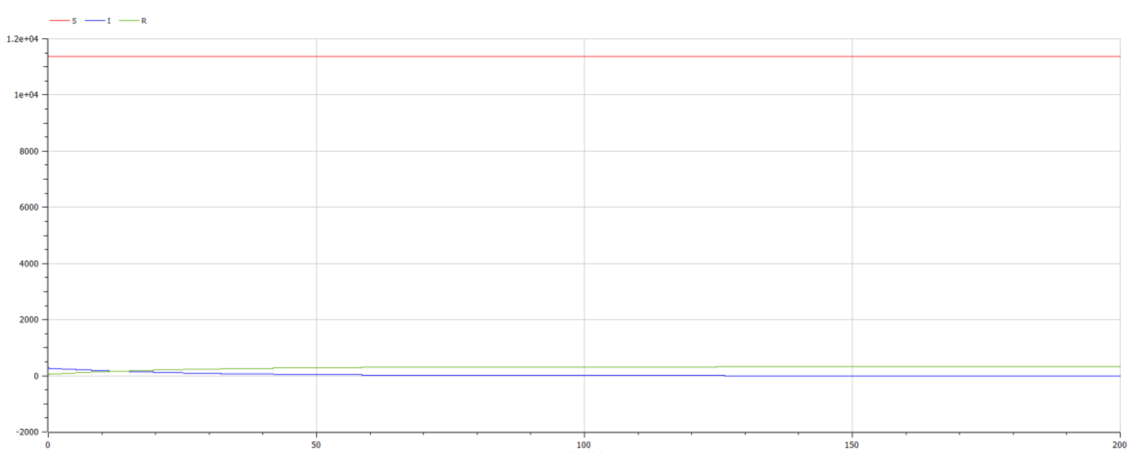

Figure 1: Графики численности в случае $I(0) \le I^*$

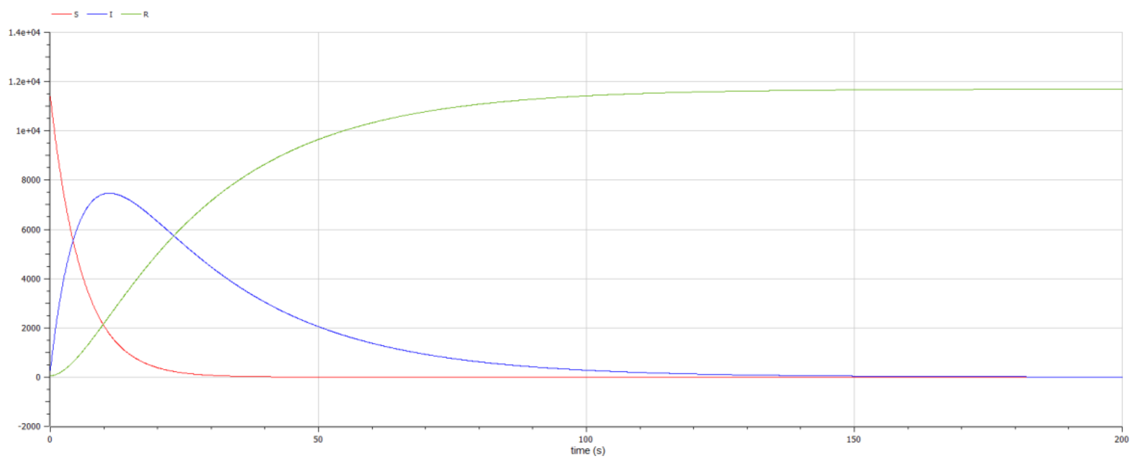

Figure 2: Графики численности в случае $I(0) > I^*$

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построены графики.

Список литературы

1. SIR models of epidemics
2. Конструирование эпидемиологических моделей