Отчет по лабораторной работе №2

Задача о погоне - вариант 30

Доре Стевенсон Эдгар НКНбд-01-19

Содержание

1 Цель работы

1.1 Цель лабораторной работы

Дана задача: На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку. Нам необходимо разобраться в том, как решить эту задачу, написать код для решения диф.уравнений, которые лягут в основу решения, после чего необходимо будет смоделировать математическую модель, с помощью который можно будет наглядно определить оптимальный путь береговой охраны.

1.2 Задание к лабораторной работе

1. Теоретически выделить необходимые сведения из задачи и сопутствующих источников.
2. Вывести диф.уравнения для двух случаев (когда сторость катера больше скорости лодки в n раз и наоборот).
3. Написать код программы.
4. Построить траетории двидения.
5. Определить по графикам наиболее выгодный путь.

2 Ход работы

2.1 Ход выполнения лабораторной работы №2:

1. Для того, чтобы начать составлять уравнение необходимо определить важные параметры, а именно: место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения - будет приниматься за $t_0 = 0, X_0 = 0$ место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки - будет приниматься за $X_0 = k$.

2. После необходимо ввести полярные координаты: $x_0 = 0(\theta = x_0 = 0)$ Будем считать, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

3. Чтобы найти расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса (x), необходимо составить простое уравнение: пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер $x - k$ (или $x + k$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{x+k}{v}$ (для второго случая $\frac{x-k}{v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$ - в первом случае, $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$ во втором случае.

4. Отсюда мы найдем два значения x_1 и x_2, задачу будем решать для двух случаев.

- $x_1 = \frac{k}{n+1}$,при $\theta = 0$
- $x_2 = \frac{k}{n-1}$,при $\theta = -\pi$

2.2 Ход выполнения лабораторной работы №2:

- Далее необходимо разобраться в последовательности. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v.

- Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: радиальная скорость (v_r), и тангенциальная скорость (v_t).
- Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $v = \frac{dr}{dt}$.*
- Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус $r, vr = r\frac{d\theta}{dt}$*
- Тангенциальную скорость в нашей задачи - $v_t = r\frac{d\theta}{dt}$.
- Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна v, то тангенциальную скорость находим из уравнения $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$. Следовательно, $v_\tau = v\sqrt{n^2 - 1}$.

2.3 Ход выполнения лабораторной работы №2:

Тогда мы получаем $r\frac{d\theta}{dt} = v\sqrt{n^2 - 1}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r\frac{d\theta}{dt} = v\sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{n-1} \end{cases}$$

2.4 Ход выполнения лабораторной работы №2:

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

2.5 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 12.2 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.1 раза больше скорости браконьерской лодки

2.6 Код программы

```
from math import *
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plot

n=4.1 #разница в скорости
s=12.2 #расстояние обнаружения
fi=pi*3/4 #угол движения

def f(tetha, r): #уравнение катера
    dr=r/sqrt(n**2 - 1)
    return dr

def f2(t): #лодка браконьеров
    xt = tan(fi+pi)*t
    return xt

r0=s/(n+1) #первый случай

#решение диф уравнения для катера
tetha = np.arange(0, 2*pi, 0.01)
r = odeint(f, r0, tetha)

#вычисление траектории лодки
t=np.arange(0.00000000000001, 20)
r1=np.sqrt(t**2 + f2(t)**2)
tetha1=np.arctan(f2(t)/t)

plot.rcParams["figure.figsize"] = (10, 10)


plot.polar(tetha, r, 'red')
plot.polar(tetha1, r1, 'green')

#вычисление точки пересечения
tmp=0
for i in range(len(tetha)):
    if round(tetha[i], 2) == round(fi+pi, 2):
        tmp=i
```

```
print("Тета:", tetha[tmp], "r:", r[tmp][0])
print("X:", r[tmp][0]/sqrt(2), "Y:", -r[tmp][0]/sqrt(2))

plot.legend()
plot.savefig("01.png",dpi=100)


r0=s/(n-1) #второй случай

#решение диф уравнения для катера
tetha = np.arange(0, 2*pi, 0.01)
r = odeint(f, r0, tetha)

#вычисление траектории лодки
t=np.arange(0.00000000000001, 20)
r1=np.sqrt(t**2 + f2(t)**2)
tetha1=np.arctan(f2(t)/t)

plot.rcParams["figure.figsize"] = (8, 8)


plot.polar(tetha, r, 'red', label = 'катер')
plot.polar(tetha1, r1, 'green', label = 'лодка')

#вычисление точки пересечения
tmp=0
for i in range(len(tetha)):
    if round(tetha[i], 2) == round(fi+pi, 2):
        tmp=i
print("Тета:", tetha[tmp], "r:", r[tmp][0])
print("X:", r[tmp][0]/sqrt(2), "Y:", -r[tmp][0]/sqrt(2))

plot.legend()
plot.savefig("02.png",dpi=100)
```

2.7 Решение

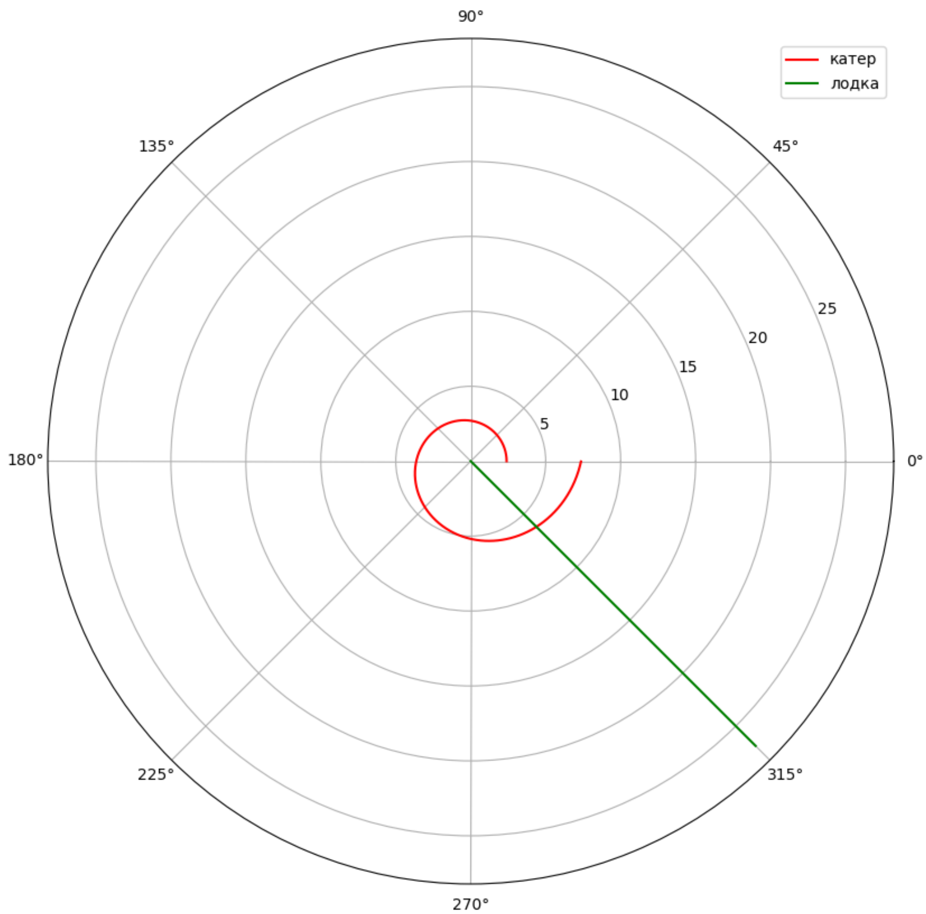

Figure 1: траектории для случая 1

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 6.19 \end{cases}$$

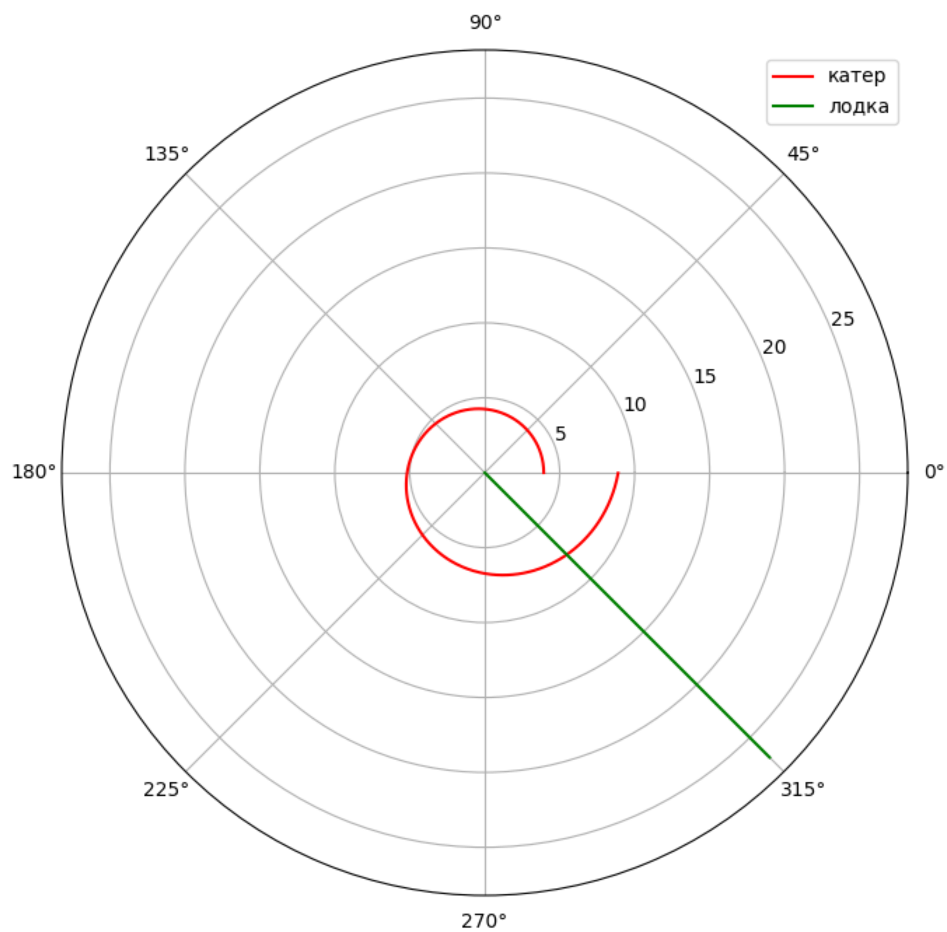

Figure 2: траектории для случая 2

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 7.74 \end{cases}$$

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти значительно меньшее расстояние.

3 Выводы

Мы рассмотрели задачу о погоне катера за лодкой, научились применять ранее изученные дисциплины, написали код программы, который позволяет проанализировать смоделированные ситуации. Сделали вывод с помощью моделей.