自动化车床管理

一道工序用自动化车床连续加工某种零件，由于刀具损坏等原因该工序会出现故障，其中刀具损坏故障占 95%, 其它故障仅占 5%。工序出现故障是完全随机的, 假定在生产任一零件时出现故障的机会均相同。工作人员通过检查零件来确定工序是否出现故障。现积累有 100 次刀具故障记录，故障出现时该刀具完成的零件数如附表。现计划在刀具加工一定件数后定期更换新刀具。

已知生产工序的费用参数如下：

故障时产出的零件损失费用 f=200 元/件；

进行检查的费用 t=10 元/次；

发现故障进行调节使恢复正常的平均费用 d=3000 元/次(包括刀具费)；

未发现故障时更换一把新刀具的费用 k=1000 元/次。

假定工序故障时产出的零件均为不合格品，正常时产出的零件均为合格品，试对该工序设计效益最好的检查间隔（生产多少零件检查一次）和刀具更换策略。

附:100 次刀具故障记录(完成的零件数)

459	362	624	542	509	584	433	748	815	505
612	452	434	982	640	742	565	706	593	680
926	653	164	487	734	608	428	1153	593	844
527	552	513	781	474	388	824	538	862	659
775	859	755	649	697	515	628	954	771	609
402	960	885	610	292	837	473	677	358	638
699	634	555	570	84	416	606	1062	484	120
447	654	564	339	280	246	687	539	790	581
621	724	531	512	577	496	468	499	544	645
764	558	378	765	666	763	217	715	310	851

三、 问题的假设条件

1 **刀具寿命**：由于故障出现的随机性，刀具寿命是一个随机变量。根据历史数据可以假定服从正态分布 $N(600, 196.63^2)$（**见模型的检验**）;

2 **工序故障与刀具故障**： 由于工序故障在绝大多数场合是由刀具损坏引起的，在一把刀具的寿命周期中，其他故障是一个小概率事件，所以方案设计主要根据刀具故障的动态过程。

3 **故障的判断**：工序故障是通过检查零件是否合格来判断。

4 费用参数：本文理解零件损失费为不合格品损失。在故障时必产生不合格品，无故障就没有零件损失。零件损失费用 200 元/件；检查的费用 10 元/次；发现故障进行时更换一把新刀具的费用(包括刀具费)3000 元/次 ；未发现故障时更换一把新刀具的费用 1000 元/次。

5 效益（优化目标）：使用较小的费用生产较多的零件，我们基于每件产品的平均费用最小为优化目标。

四、 模型与求解

1.基本模型

设 x 表示刀具寿命，n 表示检查间隔，m 表示定期换刀周期。当检查发现不合格品或到达 m 则停机，此为一个加工周期。在这样一个周期内，设生产了 n_p 个零件。由于不是逐个检查，因此当刀具达到寿命即发生故障时有可能未能检测到，导致 n_p 个零件中有可能有不合格品，不合格品数 b_p。一个周期内的总费用由零件损失费、检查费、换刀费 k_f 组成。通过对 n、m 优化，使平均费用（总费用/完成零件个数）尽可能达到最小。而平均费用是随机变量 x(零件寿命)的函数，最后在模型中转化为使平均费用的数学期望最小。即

$$\min E(L)/E(n_p) \qquad (1)$$

总损失费用: $L=200b_p+10e_t+k_f$;

生产零件数: $n_p=\min\left(\left\{\frac{x}{n}\right\},m\right)$；（{a}表示不小于 a 的整数）；

检验次数: $e_t=[\frac{n_p}{n}]$; （[a]表示不超过 a 的整数）；

不合格品数 $b_p=\max(n_p-x+1,0)$;

换刀及调节费: $k_f=\begin{cases}3000 & x\le m\\ 1000 & x>m\end{cases}$

2．简化模型

由于基本模型中包含非线性部分求解困难。当 n 不太大时，粗略估计{x/n}=x/n+1/2，可简化如下：

$$n_p=\begin{cases} m & x+n/2>m\\ x+n/2 & x+n/2\le m\end{cases}$$

那么

$$e_t=\begin{cases} m/n & x>m-n/2\\ x/n+1/2 & x<m-n/2\end{cases}$$

$$b_p = \begin{cases} n/2 & x < m - n/2 \\ m - x & m - n/2 < x < m \\ 0 & x > m \end{cases}$$

$$L = \begin{cases} 200(m-x) + 10m/n + 3000 & m - n/2 < x < m \\ 10m/n + 1000 & x > m \\ 100n + 3000 + 10(x/n + 1/2) & x < m - n/2 \end{cases}$$

从而，单位零件期望费用

$$E(n_p) = \int_{-\infty}^{\infty} n_p(x)\, p(x) dt = \int_0^{m-n/2} xp(x)dt + \frac{n}{2}\int_0^{m-n/2} p(x)dx + m(1 - \int_0^{m-n/2} p(x)dx)$$

$$E(L) = \int_{-\infty}^{\infty} L(x)\, p(x)dx = (100n + 3005)\int_0^{m-n/2} p(x)dx + \frac{n}{10}\int_0^{m-n/2} xp(x)dx +$$

$$= (200m + \frac{10m}{n} + 3000)\int_{m-n/2}^{m} p(x)dx - 200\int_{m-n/2}^{m} xp(x)dx + (\frac{10n}{m} + 1000)(1 - \int_0^m p(x)dx)$$

（2）

其中 $p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$， μ=600，σ=196.63

4．求解及结果

数值积分+最优化

由于正态分布密度函数 $p(t)$的积分不可解析求出，采用数值积分法，并选取适当初值进行优化计算，求非整数最优解. 然后在非整数解邻近枚举。我们用 MATLAB7 求解，主要使用了 normcdf, normpdf, trapz, fminsearch 命令。

```
%M 函数：平均费用
function f=jm99afun(n)
mu=600;sig=196.63;
%E(n_p)的计算
t=0:0.1:(n(2)-n(1)/2);
np=trapz(t,t.*normpdf(t,mu,sig)) +n(1)/2*normcdf(n(2)-n(1)/2,mu,sig)+n(2)*(1-normcdf(n(2)-n(1)/2,mu,sig));
%这里 normcdf 为正态分布函数，normpdf 为正态密度函数
%E(L)的计算
L=100*n(1)+3005; %n(1)表示 n, n(2)表示 m
L=L*normcdf(n(2)-n(1)/2,mu,sig); %  第 1 个积分，
t=0:0.1:(n(2)-n(1)/2);
L=L+10/n(1)*trapz(t,t.*normpdf(t,mu,sig)); %第 2 个积分，normpdf 为正态密度函数
c=200*n(2)+10*n(2)/n(1)+3000;
L=L+c*(normcdf(n(2),mu,sig)-normcdf(n(2)-n(1)/2,mu,sig)); %第 3 个积分
```

```
t=(n(2)-n(1)/2):0.01:n(2);
L=L-200*trapz(t,t.*normpdf(t,mu,sig)); %第 4 个积分
L=L+(10*n(2)/n(1)+1000)*(1-normcdf(n(2),mu,sig)); %第 5 个积分
%平均费用 f 的计算
f=L/np;

%M 脚本：求最优的 n,m 使平均费用最小
clear
opt=inf;
%在 10<n<30, 300<m<400 内，取一些初值，用 fminsearch 求最优解
for n=10:5:30
    for m=300:10:400
        [x0,op]=fminsearch(@jm99afun,[n m]);
        if op<opt,
            x=x0;opt=op;
        end
    end
end
```

计算结果为：检查间隔 n=19（个）,换刀周期 m=359（个），单位零件期望费用=4.59

五、模型的检验

(1）根据数据计算得均值 600, 均方差 196.63. 进一步检验刀具寿命 x 服从正态分布 $N(600, 196.63^2)$;

```
%M 函数：卡方分布拟合度检验
% n：数据总数，xp：实际组频数向量，p：理论组频数向量
function [h,sig]=chi2test(n,xp,p,alpha)
if nargin<4,alpha=0.05;end
kx=length(xp);kp=length(p);
chi2=sum((xp-p).^2./p);
sig=1-chi2cdf(chi2,kx-1);
if sig<alpha, h=1;else h=0;end
%正态分布检验如下
clear;
x=[459   362  624  542  509  584  433  748  815  505
612  452  434  982  640  742  565  706  593  680
926  653  164  487  734  608  428  1153 593  844
527  552  513  781  474  388  824  538  862  659
775  859  755  649  697  515  628  954  771  609
402  960  885  610  292  837  473  677  358  638
699  634  555  570  84   416  606  1062 484  120
447  654  564  339  280  246  687  539  790  581
621  724  531  512  577  496  468  499  544  645
```

```
764   558   378   765   666   763   217   715   310   851];
x=x(:);
xbar=mean(x),sig=std(x)
g=linspace(min(x),max(x),11)%分 10 组
g1=g(1:10);g2=g(2:11);
for i=1:10, xp(i)=(x>=g1(i))&(x<g2(i)); end
p=normcdf(g2,xbar,sigma)-normcdf(g1,xbar,sigma);
p=100*p;[h,sig]=chi2test(100,xp,p)
```

计算结果：p=0.9436>0.05 **说明应接受正态假设**

(2)模型化简过程是否损失精度。可用原始数据检验(只检验化简的损失)

```
function f=test(x,n,m)
num_prod=min((n*ceil(x/n)),m);
exam_times=fix(num_prod/n);
bad_prod=max(num_prod-x+1,0);
knife_fee=3000*(x<num_prod)+3000*(x==num_prod).*(num_prod~=m)+1000*(x>num_prod)+1000*(x==nu
m_prod).*(num_prod==m);
loss=bad_prod*200+exam_times*10+knife_fee;
f=mean(loss)/mean(num_prod);
```

test(x,19,359)计算得 f=4.45，与简化计算 4.59 差别不大。

(3) Monte Carlo 模拟检验(完整的检验)

a) 用 Matlab 函数 normrnd 模拟生成 10000 次到距刀具寿命数据，对于设定 n，m,直接计算平均费用;
b) 对于不同 n. m，比较平均费用，求得最小值;
c) 多运行几次模拟程序，取较好的结果 n=19, m=355

```
clear;
data=normrnd(600,196.6292,1,10000);
out=find((data>1200)|(data<=0));
data(out)=[];
leng=length(data);
minfee=inf;
for n=1:20
    for m=310:5:390
        f=jm99asmfun(data,n,m);
        if f<minfee
            minfee=f;
            n0=n;m0=m;
        end
    end
end
n0,m0,minfee
```