

1.

(1).

当 $|V| \leq 3$, 结论显然成立, 对于 $|V| = k + 1 > 3$, 如果有

$$|E| \geq |V|$$

则第 $k + 1$ 个点需要与 $v_{1:k}$ 中的至少两个连结, 如果这两个点间存在路径(在原来 k 个点构成的图中), 则这两点间的路径和这第 $k + 1$ 点可以构成一个循环.

如果不存在路径, 那么去掉第 $k + 1$ 个点, 我们得到两个子图, 显然这两个子图的点都小于 k , 所以他们的边数之和小于至多为 $k - 2$, 于是第 $k + 1$ 点需要与第三个点相连结, 这样的讨论可以一直进行下去, 直到我们找到了一个循环或用完了所有 k 个点.

(2).

从(1)中的讨论中容易知道, 每多进行一次讨论, 就会多得到一棵树(每个子图都是一棵树), 因此

$$|tree| = |V| - |E|$$

2.

A directed acyclic graph is a directed graph which has no cycles

3.

Binary-relation list

Adjacency matrix

Adjacency list