



HAUTE ECOLE NAMUR-LIEGE-Luxembourg

Catégorie technique

Année académique : 2023-2024

UE - IG226

Modélisation de l'événementiel

Module2 : Probabilités- exercices

1. Pour bien gérer un grand magasin, il faut évidemment connaître les habitudes des consommateurs. C'est pourquoi un gérant a observé (discrètement) le contenu des caddies de ses clients. Il a ainsi pu remarquer que 55% des caddies contenaient des produits d'entretien, que 75% des caddies contenaient des produits alimentaires et que 40 % des caddies contenaient les deux.
 - a. Traduire les données en termes de probabilité.
 - b. Quelle est la probabilité, que dans un caddie choisi au hasard, on trouve des produits d'entretien mais aucun produit alimentaire ?
 - c. Quelle est la probabilité que dans un caddie, on ne trouve ni produit alimentaire, ni produit d'entretien ?
 - d. Quelle est la probabilité, que dans un caddie on trouve soit des produits alimentaires, soit des produits d'entretien, mais pas les deux ?
2. Parmi 1500 francophones diplômés d'écoles de commerce, on constate que 700 maîtrisent parfaitement le néerlandais, que 1200 maîtrisent parfaitement l'anglais, et qu'ils sont 500 à maîtriser parfaitement les deux langues. On ne compte aucune personne parlant une autre langue étrangère que l'anglais ou le néerlandais.
 - a. Traduire les données en termes de probabilité.
 - b. Quelle est la probabilité qu'un diplômé choisi au hasard, soit capable de s'exprimer autrement que dans la langue de Voltaire ?
 - c. Quelle est la probabilité qu'un diplômé choisi au hasard soit uniquement bilingue ?
 - d. Quelle est la probabilité qu'un diplômé choisi au hasard soit uniquement bilingue Français – Néerlandais ?

3. Trois chasseurs sont en train de viser un pauvre canard. Ils ont chacun 4 chances sur 5 d'atteindre l'animal.
Quelle est la probabilité que le canard soit toujours vivant après leurs tirs ?

4. Un négociant en vins propose à la vente du vin français (60%) et du vin produit en dehors de l'Hexagone. Il y a en permanence des vins en promotion et le négociant s'arrange pour que 10% des bouteilles de vins français soient concernées ; ce chiffre est de 20% pour les bouteilles ne venant pas de France.
 - a. Traduire les données en termes de probabilité.
 - b. Un client sort du magasin avec une bouteille de vin, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un vin en promotion ?
 - c. Un client sort du magasin avec une bouteille de vin, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un vin français en promotion ?
 - d. Un client sort du magasin avec une bouteille de vin, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un vin français ou un vin en promotion ?

Un client sort du magasin avec une bouteille de vin en promotion, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un vin français ?

5. Un restaurateur achète son vin chez 2 fournisseurs différents A (85%) et B (15%). Chez le fournisseur A, il constate que seulement 1% de bouteilles pose un problème ; ce chiffre est de 3% pour les bouteilles du fournisseur B.
 - a. Traduire les données en termes de probabilité.
 - b. Quelle est la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard pose problème ?
 - c. Quelle est la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard vienne du fournisseur B ou pose problème ?
 - d. Quelle est la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard qui pose problème vienne du fournisseur B ?
 - e. Le restaurateur vient de déboucher une bouteille, et manifestement, il constate un problème. Encore une qui vient de chez B pense-t-il. Sa réflexion est-elle pertinente ?

6. Lors de manœuvres un soldat doit aller d'un point A à un point B. Pour ce faire, il doit traverser 3 rivières successives. Deux ponts permettent de traverser la 1^{ère} rivière, 3 ponts permettent de traverser la 2^{ème} et la 3^{ème} rivière. A l'occasion de ces manœuvres, 30% des ponts de la région ont été « minés ».

Quelle est la probabilité que le soldat arrive au point B trempé (sachant qu'il ne pleut pas) ?

7. La population scolaire d'une haute école est répartie de la façon suivante :
 1^{ère} année : 55% 2^{ème} année : 25% 3^{ème} année : 20%
 On constate un taux d'absentéisme global de 15%. On sait que seulement 5% des étudiants de 3^{ème} sont des brosseurs et que 12% des élèves de 2^{ème} les imitent.
 Quelle est la probabilité qu'un étudiant de 1^{ère} choisi au hasard soit assidu au cours ?
8. Deux joueurs tirent chacun une carte dans un jeu de 52 cartes, montrer que le deuxième joueur a autant de chances de tirer un as que le premier.
9. La garantie sur les appareils électroménagers a été portée à 2 ans. Pour la marque A, on constate que 10% des appareils doivent subir une réparation alors qu'ils sont encore sous garantie. Ce chiffre est de 15% pour la marque B et de 12% pour la marque C.
 Les parts de marché sont respectivement de 30% pour A, 50% pour B et 20% pour C.
- Quelle est la probabilité qu'un lave-vaisselle choisi au hasard tombe en panne alors qu'il est toujours sous garantie ?
 - J'ai acheté un four que j'ai dû faire réparer alors qu'il était toujours sous garantie. Quelle est la probabilité qu'il soit de la marque A ?
10. On a effectué un sondage auprès des clients des trois principaux opérateurs de téléphonie d'une région. Parmi le public ciblé, 55 % des clients sont abonnés chez Proximum, 30% sont chez Basic et le reste est chez V2O. Le pourcentage de clients satisfaits de leur opérateur est respectivement de 40, 65 et 80 pour Proximum, Basic et V2O.
- On désire interviewer pour le JT un client mécontent. On choisit un client au hasard, quelle est la probabilité qu'il soit mécontent ?
 - On choisit un client au hasard parmi les mécontents, quelle est la probabilité que ce soit un client de chez Proximum ?
11. La famille X souhaite installer une nouvelle cuisine équipée. Elle hésite entre les fabricants F1, F2, F3 et F4. A l'occasion de « Batibouw » F1, F2 et F3 se sont engagés à offrir les électroménagers. F4 n'a pas encore arrêté sa décision, mais on estime qu'il y a 6 chances sur 10 pour qu'il emboîte le pas aux autres. Si F4 n'offre pas d'électroménagers, la famille X l'écartera de son choix. Il y aura alors 25% de chances qu'elle choisisse F1 et 40% de chances qu'elle choisisse F2. Par contre, si F4 accepte d'offrir les électroménagers, il y aura alors 40% de chances que la famille X choisisse F4, 15% de chances qu'elle choisisse F1 et 25% de chances qu'elle choisisse F2.
 On a appris récemment que le choix de la famille X s'était porté sur F2, quelle est la probabilité que F4 ait finalement accepté d'offrir les électroménagers ?

12. Chaque jour, on a relevé le nombre X de P.C. en panne dans une entreprise. Après étude des résultats, il s'avère que X est une variable aléatoire qui prend les valeurs suivantes :

x_i	3	4	5	6	7	8
$\Pr\{X = x_i\}$	0.05	0.15	0.60	0.10	0.06	???

- Quelle est la valeur de la probabilité manquante ?
 - Calculer $E(X)$.
 - Calculer la probabilité qu'il y ait, aujourd'hui, un maximum de 5 pannes dans l'entreprise.
13. Une œuvre philanthropique a émis 90 000 billets de tombola numérotés de 10000 à 99999. Les prix sont les suivants :
- Billet gagnant : 100 000 €
- Lots de consolation :
- 4 derniers chiffres corrects : 5 000 €
 - 3 derniers chiffres corrects : 500 €
 - 2 derniers chiffres corrects : 5 €
- Définir complètement la variable aléatoire « gain brut ».
 - Définir complètement sa fonction de répartition.
 - Quel doit être au minimum le prix d'un billet si on veut que l'opération soit rentable ?
14. L'entreprise GEGER fait appel à la firme IG pour la maintenance de son matériel informatique. Soit X la variable aléatoire « nombre de pannes par semaine ». Sur cette variable aléatoire, on dispose des renseignements suivants :

x_i	2	3	4	5	6	7
$\Pr\{X = x_i\}$	0.10	0.30	p	0.15	q	0.05

La réparation de chaque panne est facturée 175 €. L'entreprise GEGER a la possibilité d'engager un gradué en technologie de l'informatique au salaire mensuel de 2 835 € (charges patronales comprises). Si on considère qu'un mois correspond à 4 semaines, que doivent vérifier p et q pour que l'engagement du gradué soit rentable à long terme ?

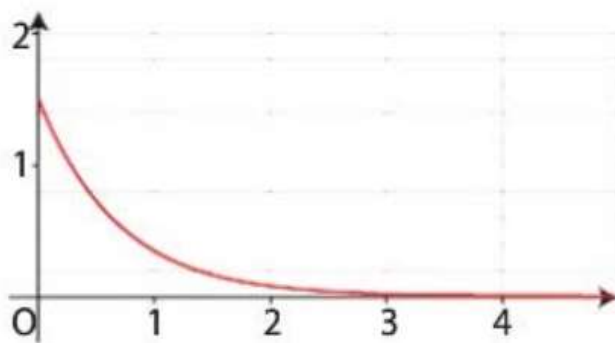
15. Un nouveau restaurant propose 3 menus aux prix respectifs de 20, 25 et 40 €. L'originalité de ce restaurant réside dans le fait que le menu est choisi aléatoirement. Le client n'a donc aucun pouvoir de décision ! Toutefois, pour des raisons d'intendance, 50% des menus servis sont des menus à 20 €. Ce pourcentage est de 30 pour les menus à 25 €. Un inspecteur d'un guide bien connu se rendra 3 jours de suite dans ce restaurant. Toutefois, s'il teste un menu à 40 €, il ne reviendra pas dans ce restaurant.

- a. Définir la V.A. X « dépense totale effectuée par cet inspecteur dans ce restaurant ».
 - b. Combien cet inspecteur doit-il s'attendre à dépenser ?
16. La durée d'un meeting politique est une V.A. dont la loi de distribution est inconnue.
Tout au plus sait-on que l'espérance est évaluée à 2h30 et l'écart-type à 45 minutes.
- a. Quelle est la probabilité que la durée d'un meeting politique se situe entre 1h30 et 3h30 ?
 - b. Dans au moins 75% des cas, dans quel intervalle centré en l'espérance, se situe la durée d'un meeting politique ?
17. En Belgique, 40% des cantines scolaires connaissent des problèmes d'hygiène.
Sur 20 cantines choisies au hasard,
- a. À combien de cantines « à problèmes » peut-on s'attendre ?
 - b. Quelle est la probabilité d'obtenir ce nombre ?
 - c. Quelle est la probabilité, que parmi ces 20 cantines, il y en ait au moins 2 qui connaissent des problèmes d'hygiène ?
18. C'est la publicité qui le dit, 90% des chats préfèrent les sachets fraîcheur ! Les autres sont de bons vieux chats préférant les souris. Cinq chats passent devant une souris.
- a. Quelle est la probabilité que la souris soit croquée et morte une heure plus tard ?
 - b. Quelle est la probabilité que 2 chats exactement se disputent la souris ?
19. C'est toujours la publicité qui le dit, 80 % des français ne consomment pas assez de vitamine D.
- a. Dans un groupe de 15 français, quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux consomment suffisamment de vitamine D ?
 - b. Supposons deux groupes distincts composés chacun de 15 français. Quelle est la probabilité qu'un des groupes compte 3 français consommant suffisamment de vitamine D et que l'autre groupe compte 10 français en carence de vitamine D ?
20. La population d'une certaine région est composée d'autant d'hommes adultes que de femmes adultes (+ de 18 ans) et de deux fois moins d'hommes adultes que de jeunes (- de 18 ans). On sait que 65% des hommes adultes sont accros au foot. Ce pourcentage est de 10 pour les femmes adultes et de 40 pour les jeunes.
- a. Quelle est la probabilité que parmi 10 hommes adultes, au moins deux soient accros au foot ?
 - b. Quelle est la probabilité que parmi 10 adultes, 4 soient accros au foot ?
 - c. Quelle est la probabilité que parmi 10 personnes (adultes ou jeunes), au maximum 8 soient accros au foot ?

21. D'après les services de police, une alarme installée contre le vol d'une habitation se déclenche en moyenne une fois tous les 2 mois (le plus souvent de manière intempestive). Supposons que ces déclenchements d'alarme suivent une loi de Poisson.
- Quelle est la probabilité que durant les 2 mois à venir l'alarme de l'I.E.S.N. se déclenche une fois ?
 - Quelle est la probabilité que cette même alarme se déclenche une fois durant le mois de mai ?
 - Quelle est la probabilité que cette alarme se déclenche au moins une fois durant le premier semestre de l'année prochaine ?
22. Toujours d'après les mêmes services de police, sur 200 déclenchements, seulement 3 sont justifiés.
- Sur 200 déclenchements d'alarme, quelle est la probabilité que 3 soient justifiés ?
 - Sur 300 déclenchements d'alarme, quelle est la probabilité que 4 soient justifiés ?
 - Sur 100 déclenchements d'alarme quelle est la probabilité qu'au moins 2 soient justifiés ?
23. Dans une certaine commune, la police dénombre environ un vol avec violence par mois, et elle constate que ces vols avec violence surviennent en respectant une loi de Poisson.
- Quelle est la probabilité d'observer dans cette commune, 2 vols avec violence durant les vacances de Pâques ?
 - Quelle est la probabilité d'observer plus de 2 vols avec violence durant les prochaines grandes vacances ?
 - Durant le premier semestre de l'année prochaine, quelle est la probabilité que 2 mois connaissent chacun 2 vols avec violence, et que pour les 4 autres mois, ce soit le calme plat ?
 - Afin de lutter contre l'insécurité, la commune consacre à la prévention un budget mensuel de 3 500 €. Elle souhaiterait « récupérer », du moins en partie, cet investissement en infligeant à toute personne arrêtée et coupable d'un vol avec violence, une amende de 4 000 €. En admettant que 80% des coupables de vol avec violence sont arrêtés, quelle est la probabilité que, durant les vacances d'été, la commune « rentre dans ses frais » ?
24. Il arrive que des petits plaisantins (inconscients) appellent la police pour s'amuser ! Heureusement, ce n'est le cas que pour un appel sur 800. Durant le mois de décembre, la police a reçu 2 200 appels. On s'intéresse à la V.A. X « nombre d'appels intempestifs reçus par la police durant le mois de décembre ».
- Quelle est théoriquement la distribution de cette variable aléatoire ?
 - Cette variable aléatoire peut-elle être approchée par une loi de Poisson ?
 - Quelle est la probabilité que la police ait reçu 3 appels intempestifs durant le mois de décembre ? (Utiliser Poisson et la binomiale).
 - Parmi les deux réponses obtenues au point précédent, laquelle est numériquement parfaitement correcte ?

25. Supposons que le temps mis par la police locale pour se rendre sur les lieux d'un vol soit distribué normalement avec une moyenne égale à 5 minutes et un écart-type de 2 minutes.
- Quelle est la probabilité, que pour le prochain vol, la police arrive dans les 4 minutes ?
 - Quelle est la probabilité de voir la police arriver plus de 10 minutes après avoir été prévenue d'un vol ?
 - La police vient d'être prévenue d'un vol, quelle est la probabilité qu'elle arrive sur les lieux de ce vol dans un laps de temps compris entre 4 et 8 minutes ?
 - En dessous de quel laps de temps peut-on situer 70% des interventions ?
 - Parmi les interventions pour lesquelles le temps d'attente est compris entre 4 et 8 minutes, quel pourcentage a un temps d'attente inférieur à 6 minutes ?
26. Supposons que le montant consacré par les ménages à leurs vacances d'été soit distribué normalement avec un écart-type de 1 000 €. Supposons également que 20% des ménages consacrent plus de 3 500 € à ces vacances d'été.
- Que dépense en moyenne un ménage pour ses vacances d'été ?
 - Quel est le pourcentage des ménages qui consacrent moins de 2 500 € à leurs vacances d'été ?
 - Quelle est la probabilité qu'un ménage choisi au hasard ait un budget vacances d'été qui s'écarte de plus de 15% du budget moyen ?
27. Supposons que le nombre de kilomètres parcourus annuellement par un véhicule particulier est distribué normalement avec une moyenne de 20 000 km. Supposons également que 15 % des véhicules parcourent annuellement plus de 35 000 km.
- Quel est l'écart type de la variable aléatoire X « nombre de kilomètres parcourus annuellement » ? (Réponse arrondie à 100 km).
 - 25 % des véhicules particuliers parcourent annuellement moins d'une certaine distance. Quelle est cette distance ?
 - Afin d'encourager les automobilistes à laisser leur voiture au garage, l'Etat Fédéral a décidé d'octroyer une réduction de 50 € sur la taxe de roulage pour les véhicules ayant parcouru moins de 10 000 kilomètres durant l'année écoulée, et d'imposer une taxe complémentaire de 125 € pour les véhicules ayant parcouru plus de 40 000 kilomètres durant l'année écoulée. En admettant que le parc automobile se compose de 3 500 000 véhicules particuliers, quel est le coût de cette mesure ?
- (Interpolation linéaire facultative pour tout l'exercice.)

28. Le nombre de trèfles à 4 feuilles qu'on peut cueillir en une journée dans un champ d'un hectare est distribué normalement avec une moyenne de 300 et un écart-type de 50. On estime qu'une personne est chanceuse si elle parvient à ramasser au moins 400 trèfles à 4 feuilles en une journée.
- Quelle est la probabilité qu'une personne soit chanceuse ?
 - Quelle est la probabilité que, dans un groupe de 20 personnes, 2 personnes soient chanceuses ?
 - Quelle est la probabilité que dans un groupe de 200 personnes, 2 personnes soient chanceuses ? (Utiliser un autre procédé que celui du point précédent.)
29. Une étude portant sur des tablettes électroniques a montré que leur durée de vie suivait une loi exponentielle négative d'espérance égale à 450 jours.
- Que vaut le paramètre μ et que représente-t-il ?
 - Calculez la probabilité que la tablette tombe en panne avant 500 jours.
 - On désire contrôler la tablette lorsque sa fiabilité (probabilité que la tablette fonctionne) sera descendue à 85%. Quand faudra-t-il agir
30. La durée de vie d'un processeur suit une loi exponentielle d'espérance égale à 7800 heures.
- Quelle est la probabilité que ce processeur fonctionne jusqu'à 7800 heures ?
 - Quelle est la durée de vie maximale atteinte par 90% de ces processeurs ?
 - Quelle est la durée de vie que 5% de ces processeurs n'atteindront pas ?
31. La durée de vie, en heures, d'un composant électronique est modélisée par une exponentielle négative de paramètre 0,005. Quelle est la probabilité que l'un des composants pris au hasard :
- ait une durée de vie inférieure à 100 h?
 - Soit encore en état de marche au bout de 250 h.
 - Calculer la durée de vie moyenne de l'un de ces composants.
32. X est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre μ .
La courbe représentative de la fonction densité de probabilité est la suivante :



- Lire la valeur de μ .
- En utilisant cette valeur, calculer :
 $Pr(X > 1)$ et $Pr(X > 2)$.