

HW1 实验报告

郑涛 SA24001077

2024 年 9 月 23 日

1 问题描述

本次实验完成的任务是：

- (1) 实现图像的简单变换，包括放缩、旋转、平移、翻转。
- (2) 用MLS和RBF算法实现图像扭曲。

2 程序思路说明

2.1 图像变换

运用cv2.getRotationMatrix2D构建变换矩阵，加上平移参数，调用cv2.warpAffine即可完成变换。

2.2 图像扭曲

2.2.1 MLS

本次实验实现的是论文 [1] 中的Affine Deformations算法。

MLS算法思路为最小化下方函数：

$$\sum_{i=0}^n w_i |l_v(x) - q_i|^2 \quad (1)$$

其中 p_i 为控制点， q_i 为目标点， $w_i = \frac{1}{|p_i - v|(2\alpha)} \circ$

由于 l_v 为仿射变换，因此 l_v 可以写成 $l_v(x) = xM + T$ ， M 为变换矩阵， T 为平移。论文中计算出了 $T = q_* - p_*M$ ，其中

$$p_* = \frac{\sum_{i=0}^n w_i p_i}{\sum_{i=0}^n w_i}$$

$$q_* = \frac{\sum_{i=0}^n w_i q_i}{\sum_{i=0}^n w_i}$$

$$\therefore l_v(x) = (x - p_*)M + q_*$$

论文中提出的Affine Deformations算法：

$$M = (\sum_{i=0}^n \hat{p}_i^T w_i \hat{p}_i)^{-1} \sum_{j=0}^n w_j \hat{p}_j^T \hat{q}_j \quad (2)$$

其中 $\hat{p}_i = p_i - p_*$ ， $\hat{q}_i = q_i - q_*$ 。

因此仿射变换可以写为(下面的 f_a 即为上文中的 l_v)：

$$f_a(v) = (v - p_*)(\sum_{i=0}^n \hat{p}_i^T w_i \hat{p}_i)^{-1} \sum_{j=0}^n w_j \hat{p}_j^T \hat{q}_j + q_* \quad (3)$$

2.2.2 RBF

本次实验实现的是论文 [2]中的算法。

RBF算法思想是用径向基函数(*Radial Basis Functions*)对像素点位置进行插值映射。插值函数：

$$T(x, y) = (T_U(x, y), T_V(x, y))$$

$$= (\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \sum_{i=1}^N a_i g(\|x - x_i\|), \quad (4)$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 y + \sum_{i=1}^N b_i g(\|y - y_i\|))$$

由于条件个数少于未知数个数，在求解 T_U (求解 T_V 时类似)时加上三个条件使得映射有唯一解：

$$\sum_{i=1}^N a_i q(x_i) = 0, \text{ for } q(x, y) = 1, x, y$$

本次实验选用的径向基函数是 $g(r) = e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}}$ ，该函数可以调整参数更好地实现局部映射。

3 编译环境

opencv-python==4.10.0.84
numpy==1.23.5
gradio==3.36.1

4 结果展示

4.1 图像变换

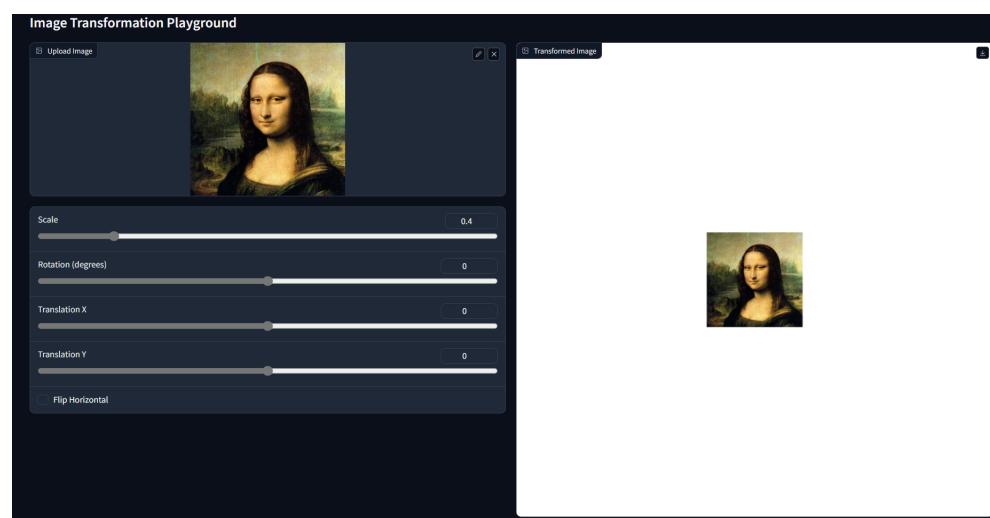


图 1: 0.4scale

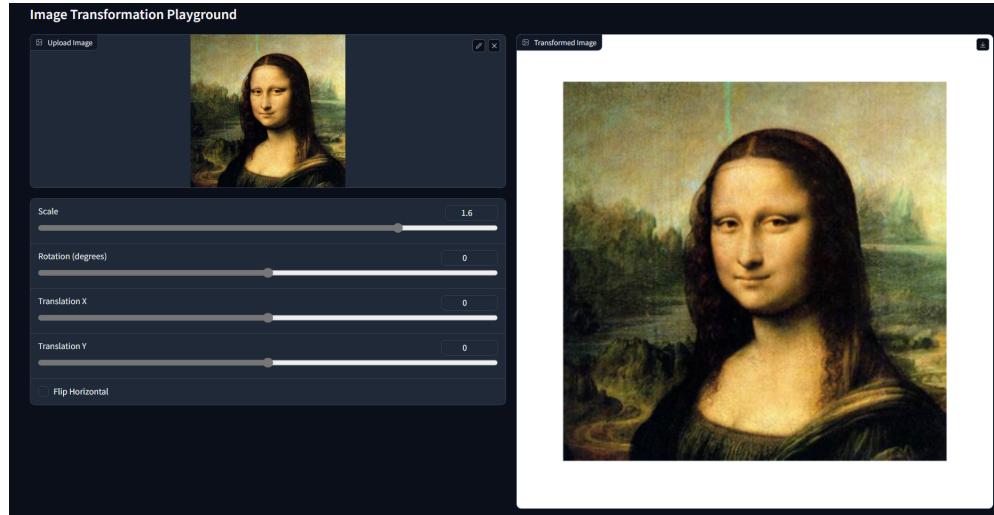


图 2: 1.6scale

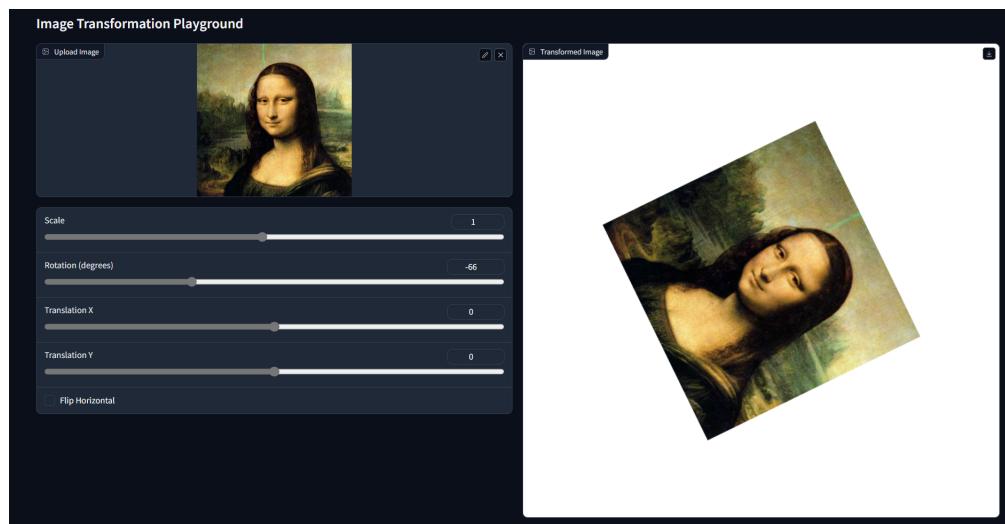


图 3: -66rotate

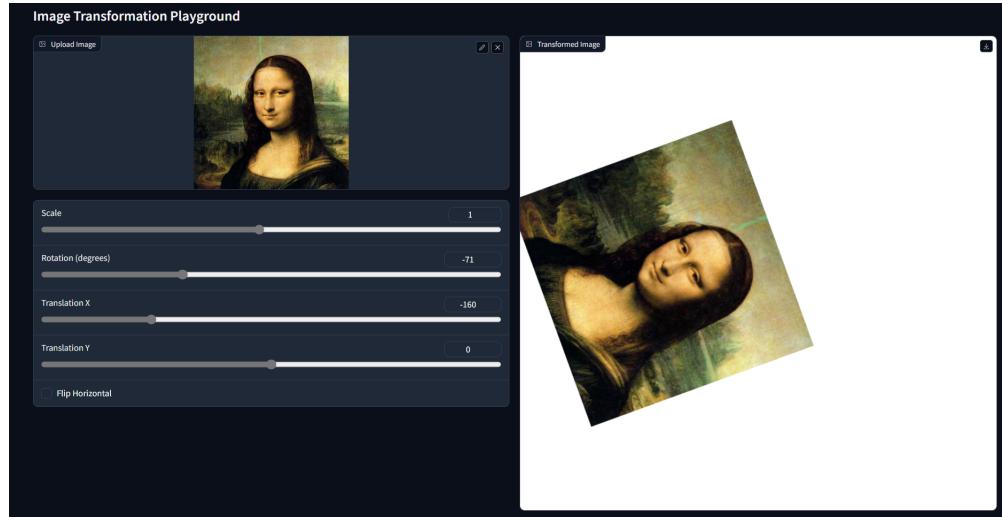


图 4: rotate+translationx

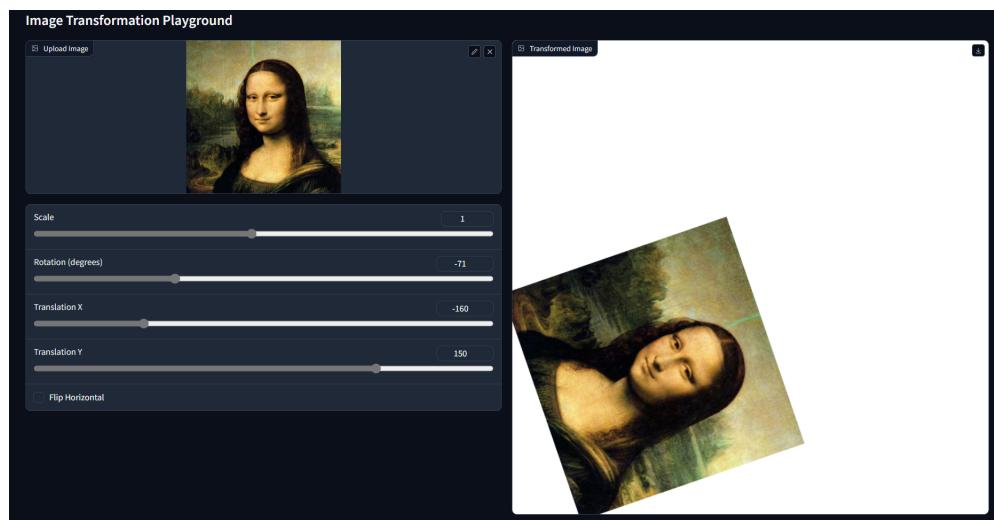


图 5: rotate+translationy

4.2 图像扭曲

4.2.1 MLS

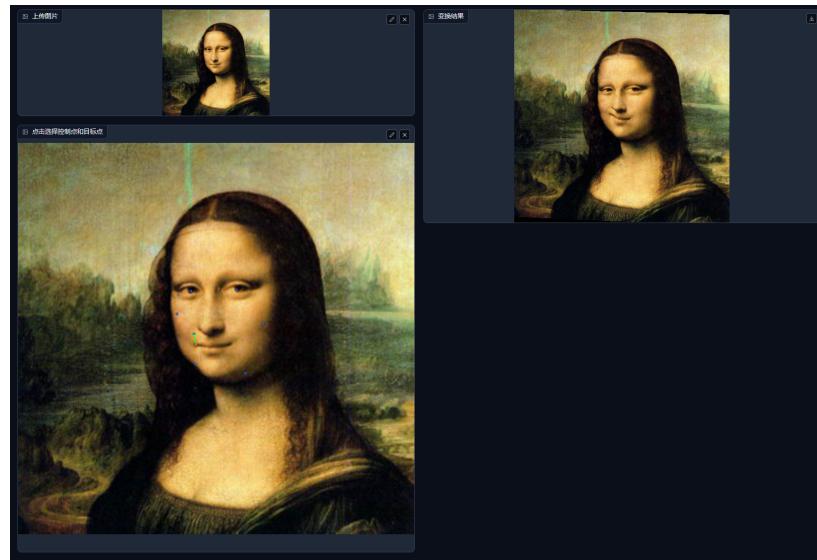


图 6: MLS1

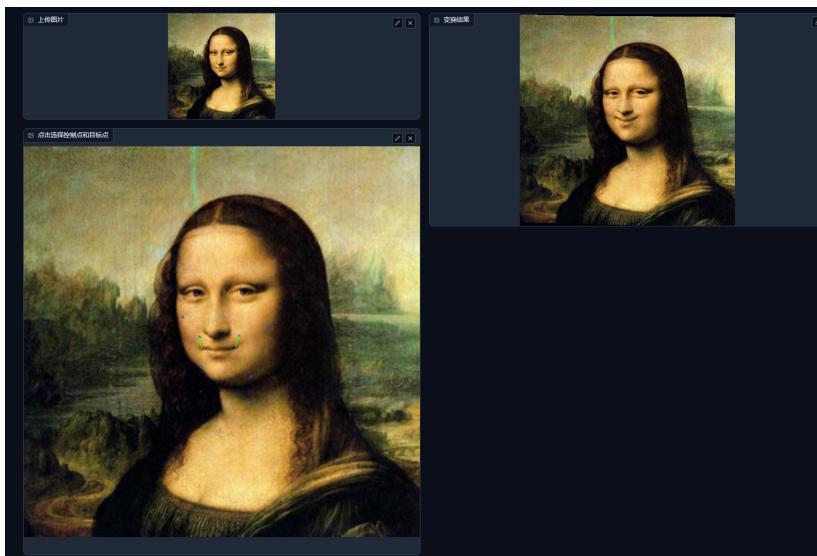


图 7: MLS2

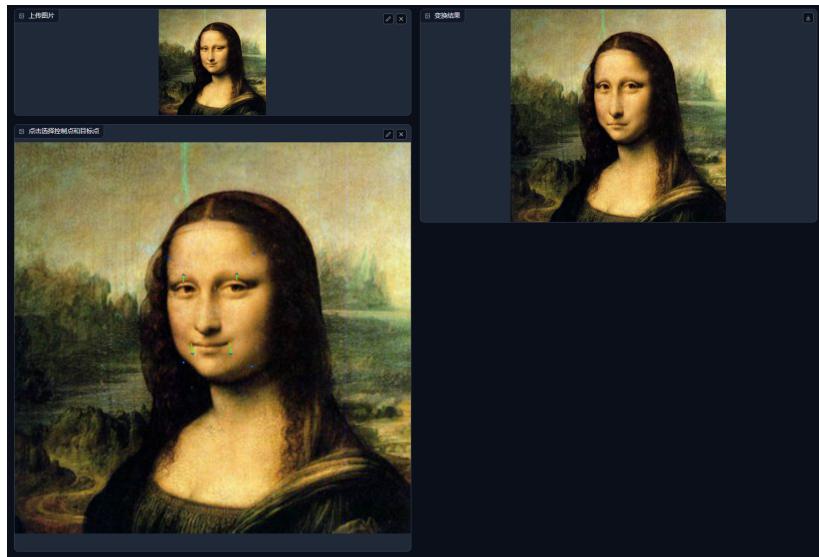


图 8: MLS3

4.2.2 RBF

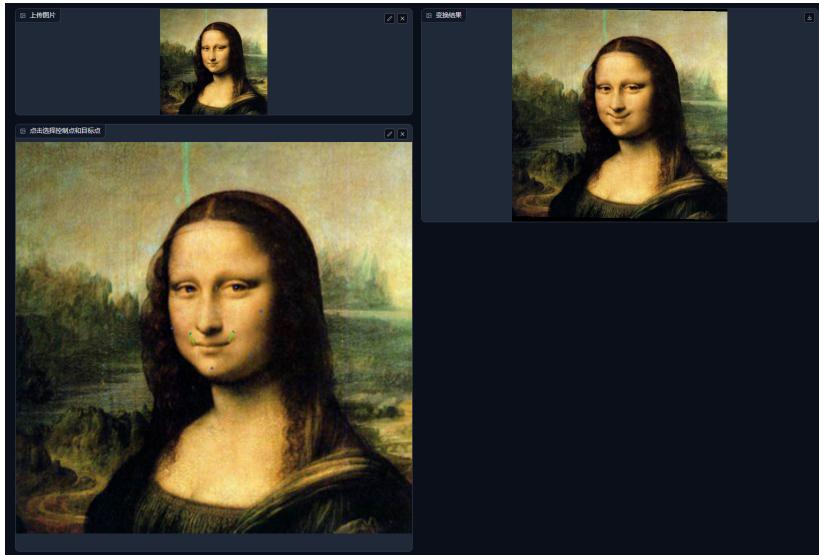


图 9: RBF1

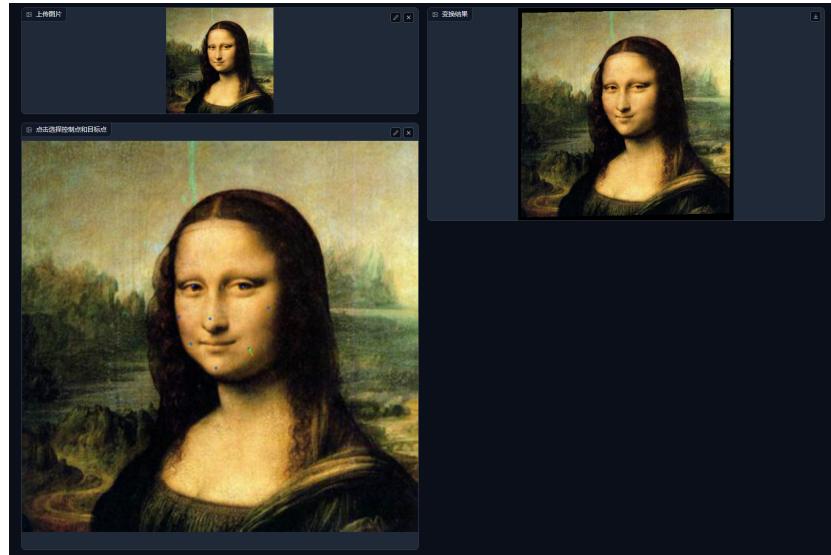


图 10: RBF2

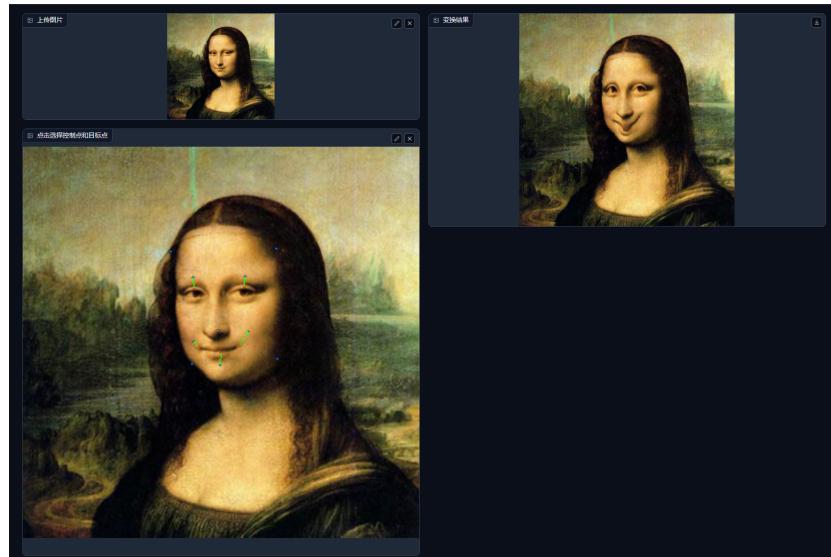


图 11: RBF3

参考文献

- [1] Scott Schaefer, Travis McPhail, and Joe Warren. Image deformation using moving least squares. *ACM Trans. Graph.*, 25(3):533–540, July 2006.
- [2] N. Arad, N. Dyn, D. Reisfeld, and Y. Yeshurun. Image warping by radial basis functions: Application to facial expressions. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 56(2):161–172, 1994.