

# 数值代数第三次实验报告

教师：邓建松

PB20061327 郑涛

## 3.1 问题描述

用 QR 分解求解第一章上级习题中的三个线性方程组，并将所得的计算结果与前面的结果相比较，说明各方法的优劣。

## 3.1 程序运行结果

第一章第一个方程组：

```
习题3.1:
QR分解求解第一章第一问方程组:
阶为40的解为:
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
误差: 4.2327e-05
the run time is : 27ms
```

```
习题3.1:
QR分解求解第一章第一问方程组:
阶为53的解为:
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 0.9999 1.0001 0.9998 1.0005
0.9991 1.0018 0.9963 1.0073 0.9854 1.0291 0.9420 1.1151 0.7735 1.4384
0.1816 2.4030 -0.8707
误差: 2.52964
the run time is : 53ms
```

```
习题3.1:
QR分解求解第一章第一问方程组:
阶为54的解为:
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) inf -inf
误差: -nan(ind)
the run time is : 57ms
```

```
Microsoft Visual Studio 调试控制台
习题1.1:
全主元消去法的解:
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
误差: 3.78284e-06
the run time is :33ms
列主元消去法的解:
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
误差: 3.78284e-06
the run time is :21ms
不选主元消去法的解:
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
0.88 1.25 0.50 2.00 -1.00 5.00 -7.00 17.00 -31.00 65.00
-126.99 256.98 -510.97 1024.94 -2046.87 4096.74 -8190.47 16383.88 -32764.50 65531.00
-131055.00 262097.00 -524127.01 1048001.03 -2094975.12 4185857.50 -8355329.00 16645129.00 -33028127.00 65007745.00
-125821439.00 234866689.00 -402628607.00 536838145.00
误差: 7.25938e+08
the run time is :12ms
C:\Users\郑涛\Desktop\数值代数\数值代数实验\第一章实验\x64\Debug\Homework1.exe (进程 21716)已退出, 代码为 0.
```

## 第一章第二问方程组:

```
QR分解求解第一章第二问第一个方程组:
阶为100的解为:
16693.0000 334.0000 17020.0000 3127.0000 4643.0000 30260.0000 19184.0000 25248.0000 20435.0000 18853.0000
15710.0000 3666.0000 26632.0000 16995.0000 21840.0000 27965.0000 20293.0000 6134.0000 27897.0000 11866.0000
32748.0000 1350.0000 5493.0000 6368.0000 29863.0000 26985.0000 1106.0000 21435.0000 8711.0000 27322.0000
31310.0000 16698.0000 13163.0000 20523.0000 1890.0000 17160.0000 3876.0000 1244.0000 20480.0000 31325.0000
26070.0000 31212.0000 14234.0000 22645.0000 20769.0000 23183.0000 5219.0000 4930.0000 17793.0000 18016.0000
20569.0000 21086.0000 23411.0000 1529.0000 7043.0000 10307.0000 13274.0000 28097.0000 4983.0000 11198.0000
31648.0000 25350.0000 1056.0000 17825.0000 21152.0000 14156.0000 9662.0000 1721.0000 6596.0000 19940.0000
31790.0000 6655.0000 27754.0000 16320.0000 15212.0000 10002.0000 18701.0000 29061.0000 21846.0000 14565.0000
11553.0000 20450.0000 5299.0000 31925.0000 10302.0000 9761.0000 26995.0000 27967.0000 10881.0000 17147.0000
19000.0000 15919.0000 4656.0000 24497.0000 20246.0000 7131.0000 15516.0000 32088.0000 27031.0000 4913.0000
精确解为:
16693.0000 334.0000 17020.0000 3127.0000 4643.0000 30260.0000 19184.0000 25248.0000 20435.0000 18853.0000
15710.0000 3666.0000 26632.0000 16995.0000 21840.0000 27965.0000 20293.0000 6134.0000 27897.0000 11866.0000
32748.0000 1350.0000 5493.0000 6368.0000 29863.0000 26985.0000 1106.0000 21435.0000 8711.0000 27322.0000
31310.0000 16698.0000 13163.0000 20523.0000 1890.0000 17160.0000 3876.0000 1244.0000 20480.0000 31325.0000
26070.0000 31212.0000 14234.0000 22645.0000 20769.0000 23183.0000 5219.0000 4930.0000 17793.0000 18016.0000
20569.0000 21086.0000 23411.0000 1529.0000 7043.0000 10307.0000 13274.0000 28097.0000 4983.0000 11198.0000
31648.0000 25350.0000 1056.0000 17825.0000 21152.0000 14156.0000 9662.0000 1721.0000 6596.0000 19940.0000
31790.0000 6655.0000 27754.0000 16320.0000 15212.0000 10002.0000 18701.0000 29061.0000 21846.0000 14565.0000
11553.0000 20450.0000 5299.0000 31925.0000 10302.0000 9761.0000 26995.0000 27967.0000 10881.0000 17147.0000
19000.0000 15919.0000 4656.0000 24497.0000 20246.0000 7131.0000 15516.0000 32088.0000 27031.0000 4913.0000
误差: 3.55578e-11
the run time is : 333ms
```

```
习题1.2.(1)+习题1.3:  
初始的b:  
34545.00 153948.00 121704.00 63482.00 263067.00 319704.00 220128.00 63686.00 206157.00 69261.00  
40298.00 150300.00 132221.00 40259.00 253829.00 352523.00 112873.00 326780.00 208760.00 262048.00  
175337.00 311279.00 252339.00 141862.00 138399.00 320009.00 254664.00 292813.00 87060.00 280907.00  
308953.00 115912.00 121997.00 98519.00 311426.00 306712.00 346259.00 70557.00 235105.00 280758.00  
151366.00 293672.00 356304.00 262953.00 255603.00 135368.00 37027.00 74469.00 134096.00 225802.00  
56252.00 117728.00 191793.00 247891.00 212181.00 328597.00 335767.00 287516.00 104762.00 171821.00  
234917.00 103819.00 194373.00 265255.00 132224.00 214714.00 167239.00 189534.00 354369.00 271706.00  
288527.00 179477.00 153311.00 93687.00 185009.00 303317.00 185014.00 78962.00 83005.00 42041.00  
117617.00 73860.00 155729.00 132642.00 97875.00 331039.00 122335.00 215663.00 124266.00 293589.00  
192224.00 213011.00 58801.00 214360.00 319470.00 319967.00 158821.00 199673.00 237316.00 160200.00
```

全主元消去法的解:

```
2040.00 14145.00 10458.00 2979.00 23234.00 27748.00 18990.00 2480.00 19896.00 4717.00  
2195.00 13631.00 11795.00 640.00 22064.00 32549.00 4969.00 30634.00 15471.00 23416.00  
12417.00 27751.00 21352.00 11068.00 9830.00 29031.00 19869.00 26943.00 3514.00 24977.00  
27623.00 7746.00 10829.00 5961.00 28080.00 24665.00 31982.00 1774.00 20835.00 24981.00  
10113.00 25255.00 31009.00 20959.00 22354.00 11104.00 1974.00 6183.00 10665.00 21263.00  
2507.00 9919.00 16031.00 21564.00 16220.00 28417.00 28207.00 25280.00 6509.00 14392.00  
21392.00 6605.00 16377.00 23998.00 8898.00 19246.00 13356.00 14433.00 31848.00 21456.00  
25298.00 14091.00 13269.00 6530.00 15118.00 27299.00 15209.00 5625.00 7503.00 2350.00  
11038.00 4887.00 13952.00 11322.00 5470.00 31853.00 7039.00 20092.00 7704.00 27134.00  
14545.00 19640.00 2066.00 18501.00 27284.00 28129.00 11393.00 16762.00 20660.00 13954.00
```

误差: 2.19142e-11

the run time is :53ms

列主元消去法的解

```
2040.00 14145.00 10458.00 2979.00 23234.00 27748.00 18990.00 2480.00 19896.00 4717.00  
2195.00 13631.00 11795.00 640.00 22064.00 32549.00 4969.00 30634.00 15471.00 23416.00  
12417.00 27751.00 21352.00 11068.00 9830.00 29031.00 19869.00 26943.00 3514.00 24977.00  
27623.00 7746.00 10829.00 5961.00 28080.00 24665.00 31982.00 1774.00 20835.00 24981.00  
10113.00 25255.00 31009.00 20959.00 22354.00 11104.00 1974.00 6183.00 10665.00 21263.00  
2507.00 9919.00 16031.00 21564.00 16220.00 28417.00 28207.00 25280.00 6509.00 14392.00  
21392.00 6605.00 16377.00 23998.00 8898.00 19246.00 13356.00 14433.00 31848.00 21456.00  
25298.00 14091.00 13269.00 6530.00 15118.00 27299.00 15209.00 5625.00 7503.00 2350.00  
11038.00 4887.00 13952.00 11322.00 5470.00 31853.00 7039.00 20092.00 7704.00 27134.00  
14545.00 19640.00 2066.00 18501.00 27284.00 28129.00 11393.00 16762.00 20660.00 13954.00
```

误差: 1.32916e-11

the run time is :46ms

不选主元消去法的解

```
2040.00 14145.00 10458.00 2979.00 23234.00 27748.00 18990.00 2480.00 19896.00 4717.00  
2195.00 13631.00 11795.00 640.00 22064.00 32549.00 4969.00 30634.00 15471.00 23416.00  
12417.00 27751.00 21352.00 11068.00 9830.00 29031.00 19869.00 26943.00 3514.00 24977.00  
27623.00 7746.00 10829.00 5961.00 28080.00 24665.00 31982.00 1774.00 20835.00 24981.00  
10113.00 25255.00 31009.00 20959.00 22354.00 11104.00 1974.00 6183.00 10665.00 21263.00  
2507.00 9919.00 16031.00 21564.00 16220.00 28417.00 28207.00 25280.00 6509.00 14392.00  
21392.00 6605.00 16377.00 23998.00 8898.00 19246.00 13356.00 14433.00 31848.00 21456.00  
25298.00 14091.00 13269.00 6530.00 15118.00 27299.00 15209.00 5625.00 7503.00 2350.00  
11038.00 4887.00 13952.00 11322.00 5470.00 31853.00 7039.00 20092.00 7704.00 27134.00  
14545.00 19640.00 2066.00 18501.00 27284.00 28129.00 11393.00 16762.00 20660.00 13954.00
```

误差: 1.32916e-11

the run time is :32ms

平方根法的解

```
2040.00 14145.00 10458.00 2979.00 23234.00 27748.00 18990.00 2480.00 19896.00 4717.00  
2195.00 13631.00 11795.00 640.00 22064.00 32549.00 4969.00 30634.00 15471.00 23416.00  
12417.00 27751.00 21352.00 11068.00 9830.00 29031.00 19869.00 26943.00 3514.00 24977.00  
27623.00 7746.00 10829.00 5961.00 28080.00 24665.00 31982.00 1774.00 20835.00 24981.00  
10113.00 25255.00 31009.00 20959.00 22354.00 11104.00 1974.00 6183.00 10665.00 21263.00  
2507.00 9919.00 16031.00 21564.00 16220.00 28417.00 28207.00 25280.00 6509.00 14392.00  
21392.00 6605.00 16377.00 23998.00 8898.00 19246.00 13356.00 14433.00 31848.00 21456.00  
25298.00 14091.00 13269.00 6530.00 15118.00 27299.00 15209.00 5625.00 7503.00 2350.00  
11038.00 4887.00 13952.00 11322.00 5470.00 31853.00 7039.00 20092.00 7704.00 27134.00  
14545.00 19640.00 2066.00 18501.00 27284.00 28129.00 11393.00 16762.00 20660.00 13954.00
```

误差: 2.97088e-11

the run time is :22ms

改进的平方根法的解

```
2040.00 14145.00 10458.00 2979.00 23234.00 27748.00 18990.00 2480.00 19896.00 4717.00  
2195.00 13631.00 11795.00 640.00 22064.00 32549.00 4969.00 30634.00 15471.00 23416.00  
12417.00 27751.00 21352.00 11068.00 9830.00 29031.00 19869.00 26943.00 3514.00 24977.00  
27623.00 7746.00 10829.00 5961.00 28080.00 24665.00 31982.00 1774.00 20835.00 24981.00  
10113.00 25255.00 31009.00 20959.00 22354.00 11104.00 1974.00 6183.00 10665.00 21263.00  
2507.00 9919.00 16031.00 21564.00 16220.00 28417.00 28207.00 25280.00 6509.00 14392.00  
21392.00 6605.00 16377.00 23998.00 8898.00 19246.00 13356.00 14433.00 31848.00 21456.00  
25298.00 14091.00 13269.00 6530.00 15118.00 27299.00 15209.00 5625.00 7503.00 2350.00  
11038.00 4887.00 13952.00 11322.00 5470.00 31853.00 7039.00 20092.00 7704.00 27134.00  
14545.00 19640.00 2066.00 18501.00 27284.00 28129.00 11393.00 16762.00 20660.00 13954.00
```

误差: 1.32916e-11

the run time is :56ms

C:\Users\郑涛\Desktop\数值代数\数值代数实验\第一章实验\64\Debug\Homework1.exe (进程 18004)已退出, 代码为 0。

第一章第三个方程组:



```

QR分解求解第一章第二问第二个方程组：
阶为40的Hilbert方程组的解为：
1.0000 1.0000 1.0007 0.9922 1.0110 1.4191 -2.7944 16.3240 -30.6996 24.7445
32.5801 -79.4928 51.9772 11.6572 -25.0383 -4.5359 72.0446 -48.9751 -131.9325 198.4694
-60.7876 19.4544 -27.4671 5.3124 -71.8623 79.8686 63.7820 -100.0552 0.5608 34.6768
21.1261 -46.6815 53.4150 -14.2887 -62.2583 66.9882 -15.3405 8.0149 -9.6997 4.4903
误差：350.982
the run time is : 36ms

习题1.2.(2)+习题1.3：
全主元消去法的解：
1.00 1.00 1.00 0.98 1.07 1.12 -1.38 10.35 -14.06 4.40
15.83 -2.77 3.04 -58.88 63.84 23.17 -8.45 -52.06 8.79 18.86
45.63 -94.68 59.68 -16.44 114.03 -120.98 17.55 -83.59 140.61 -22.26
-74.17 8.93 136.01 -81.53 -22.98 -25.00 61.36 -46.43 43.00 -15.60
误差：349.04
the run time is :7ms
列主元消去法的解
1.00 0.99 39.54 1.00 185.00 -0.51 -82.58 32.34 1.17 -41.59
-115.65 8.61 11.53 -21.54 -36.23 125.46 377.11 65.54 -9.97 31.75
-26.86 -15.46 -7.34 -13.68 87.17 -54.07 13.75 -38.97 -228.97 -83.75
200.06 -164.97 -83.00 -106.40 -112.56 -57.84 123.57 175.28 -116.50 -22.40
误差：677.095
the run time is :6ms
不选主元消去法的解
1.00 1.00 1.01 0.82 2.72 -8.60 32.63 -56.88 40.70 48.60
-118.23 106.70 -74.52 42.11 15.48 15.68 -28.45 -78.64 99.04 -61.05
93.38 -61.95 -9.04 91.16 -65.00 43.83 -175.18 38.71 153.48 -0.69
-65.66 51.38 33.10 -194.96 75.15 100.40 -73.56 60.17 -52.62 16.79
误差：467.733
the run time is :4ms
平方根法的解
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
误差：-nan(ind)
the run time is :4ms
改进的平方根法的解
1.00 1.00 1.00 0.95 1.50 -1.73 9.55 -12.84 6.81 13.45
-9.63 -0.24 -23.55 39.18 15.43 -33.54 4.00 -7.55 25.19 -29.76
8.04 61.49 -58.14 18.62 -11.44 6.39 -22.75 37.58 15.67 -41.95
6.25 -21.33 44.75 45.97 -45.07 -17.97 -27.25 32.64 26.02 -17.75
误差：164.424
the run time is :8ms
C:\Users\郑涛\Desktop\数值代数\数值代数实验\第一章实验\64\Debug\Homework1.exe (进程 15224)已退出，代码为 0。
要在调试停止时自动关闭控制台，请启用“工具”->“选项”->“调试”->“调试停止时自动关闭控制台”。

```

## 3.1 结果分析

由 QR 分解的方法可以看出第一章第一个方程组在阶数较高（大于 53 阶）的时候是奇异的。对于三个方程组，QR 分解的运行时间都比之前方法要久，第二个方程 QR 分解精度低，第三个方程 QR 分解精度仅次于改进的平方根法。总结，QR 分解求解第一章的方程没有优势。

## 3.2 问题描述

求一个二次多项式  $y=at^2+bt+c$ ，使得在残向量的 2 范数最小的意义下拟合表 3.2 中的数据：

### 3.2 程序运行结果

```
习题三第二问：
解为：
1.0000 1.0000 1.0000
误差：2.10734e-08
the run time is : 2ms
```

### 3.2 结果分析

拟合完的  $(a,b,c) = (1,1,1)$ 。

### 3.3 问题描述

在房产估价的线性模型

$$y = x_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{11}x_{11}$$

中， $a_1, a_2, \dots, a_{11}$  分别表示税、浴室数目、占地面积、居住面积、车库数目、房屋数目、居室数目、房龄、建筑类型、户型及壁炉数目， $y$  代表房屋价格。现根据表 3.3 和表 3.4 给出的 28 组数据，求出模型中的最小二乘结果。

### 3.3 程序运行结果

```
习题三第三问：
解为：
2.0775 0.7189 9.6802 0.1535 13.6796 1.9868 -0.9582 -0.4840 -0.0736 1.0187
1.4435 2.9028
误差：16.2891
the run time is : 12ms
```

### 3.3 结果分析

解得  $x = (2.075, 0.7189, 9.6802, 0.1535, 13.6769, 1.9868, -0.9582, -0.4840, -0.0736, 1.0187, 1.4435, 2.9028)$ 。