

# Отчет по лабораторной работе №5

## Модель хищник-жертва - вариант 13

Дорофеева Алёна Тимофеевна НПИбд-01-20

### Содержание

1	Цель работы .....	1
2	Задание .....	1
3	Выполнение лабораторной работы.....	1
3.1	Теоретические сведения.....	1
3.2	Задача.....	2
4	Выводы .....	5
	Список литературы .....	5

## 1 Цель работы

Изучить модель хищник-жертва.

## 2 Задание

1. Построить график зависимости  $x$  от  $y$  и графики функций  $x(t)$ ,  $y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет  $X$  хищников и  $Y$  жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих

популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + by(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = cy(t) - dy(t)x(t) \end{cases}$$

Параметр  $a$  определяет коэффициент смертности хищников,  $b$  – коэффициент естественного прироста хищников,  $c$  – коэффициент прироста жертв и  $d$  – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметров система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе  $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва:  $x > 0, y > 0$  Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

### 3.2 Задача

Вариант 13.

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.41x(t) + 0.039y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.51y(t) - 0.019y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 7, y_0 = 9$  Найдите стационарное состояние системы.

Код на Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 7
y0 = 9
u0 = [x0; y0]

t0 = 0
tmax = 100
t = collect(LinRange(t0, tmax, 1000))
```

```
tspan = (t0, tmax)
```

```
a = 0.41
```

```
b = 0.039
```

```
c = 0.51
```

```
d = 0.019
```

```
function f(dy, y, p, t)
```

```
    dy[1] = -a*y[1] + b*y[1]*y[2]
```

```
    dy[2] = c*y[2] - d*y[1]*y[2]
```

```
end
```

```
prob = ODEProblem(f, u0, tspan)
```

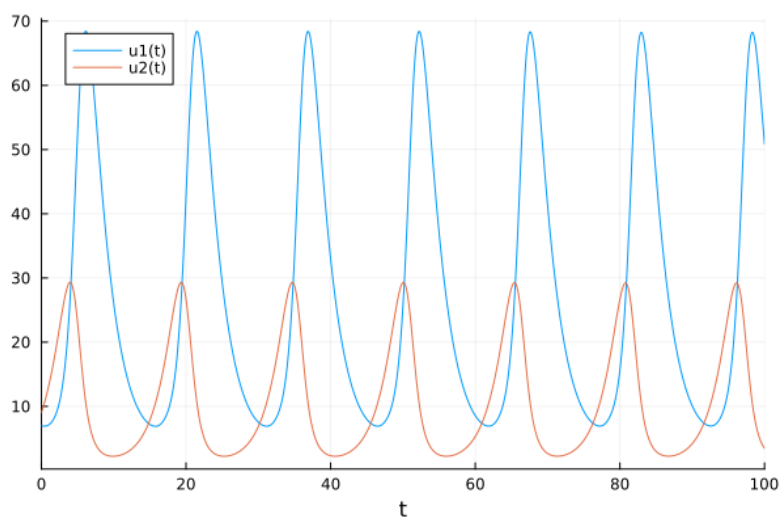
```
sol = solve(prob, saveat=t)
```

```
# plot(sol)
```

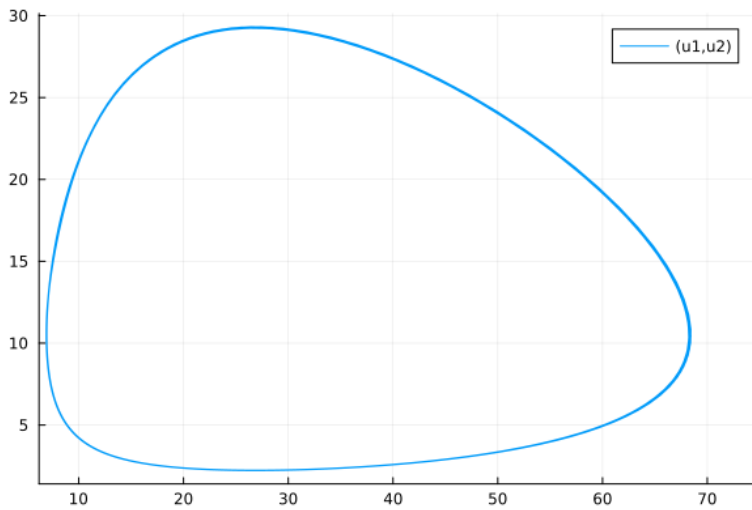
```
# savefig("1.png")
```

```
plot(sol, vars=(1, 2))
```

```
savefig("pha1.png")
```



*График численности жертв и хищников от времени*



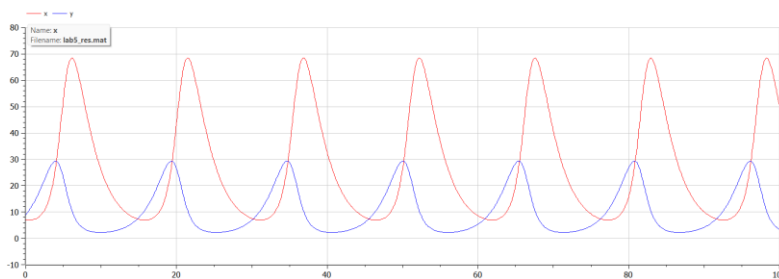
*Фазовый портрет численности хищников от численности жертв*

Код на OpenModelica

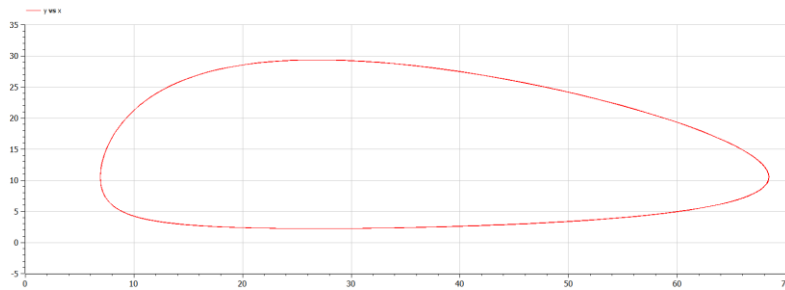
```
model lab5
  Real x(start=7);
  Real y(start=9);

  parameter Real a = 0.41;
  parameter Real b = 0.039;
  parameter Real c = 0.51;
  parameter Real d = 0.019;

  equation
    der(x) = -a*x + b*x*y;
    der(y) = c*y - d*x*y;
end lab5;
```



*График численности жертв и хищников от времени*



*Фазовый портрет численности хищников от численности жертв*

Стационарное состояние

$$x_0 = \frac{a}{b} = 10.513$$

$$y_0 = \frac{c}{d} = 26.84$$

## 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.

## Список литературы

1. Модель Лотки-Вольтерры
2. Биология математическая