Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии - вариант 13

Дорофеева Алёна Тимофеевна НПИбд-01-20

Содержание

1 Цель работы

Изучить модель эпидемии SIR

2 Задание

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & ,\text{если } I(t) > I^* \\ 0 & ,\text{если } I(t) \le I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & ,\text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & ,\text{если } I(t) \le I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \le I^*$ и $I(0) > I^*$

3.2 Задача

Вариант 13

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 19000$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 119$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 19$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \le I^*$
2. $I(0) > I^*$

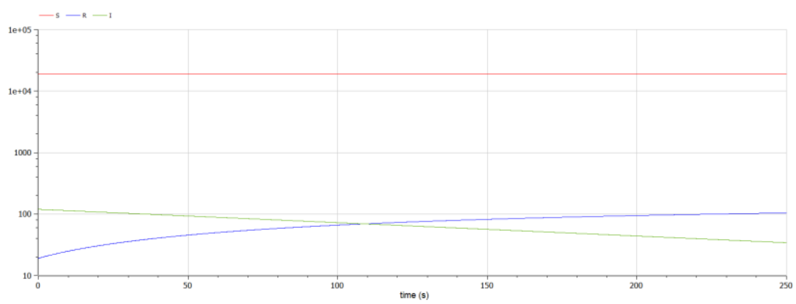
Решение на OpenModelica, случай 1

```
model lab6
parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.005;

Real S(start=18862);
Real I(start=119);
Real R(start=19);

equation
  der(S) = 0;
```

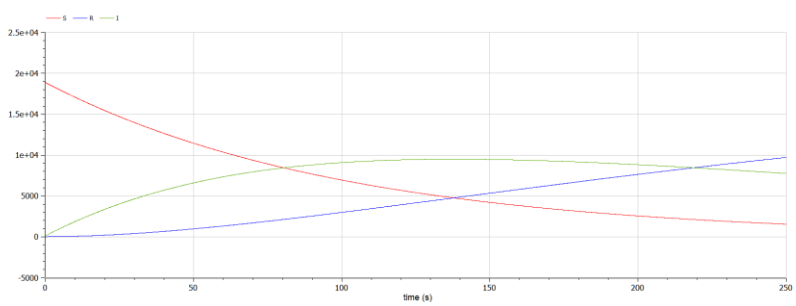
```
  der(I) = -b*I;
  der(R) = b*I;
end lab6;
```

Решение на OpenModelica, случай 2

```
model lab6
parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.005;

Real S(start=18862);
Real I(start=119);
Real R(start=19);

equation
  der(S) = -a*S;
  der(I) = a*S-b*I;
  der(R) = b*I;
end lab6;
```



Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$

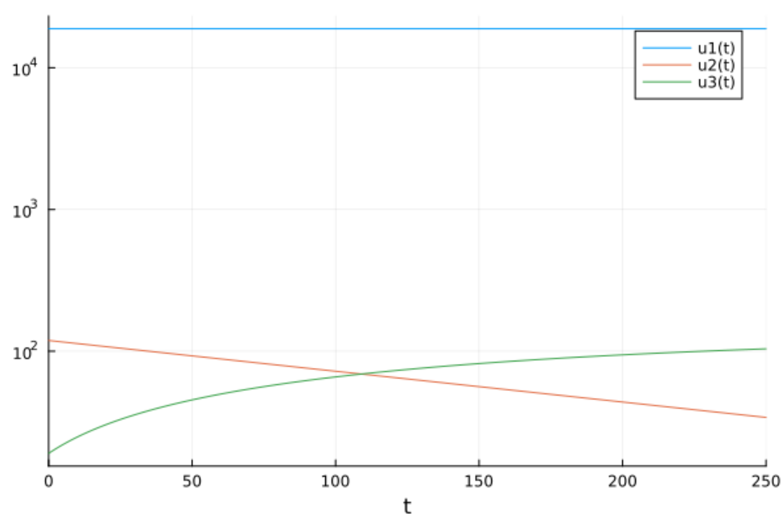


Графики численности в случае $I(0) > I^*$

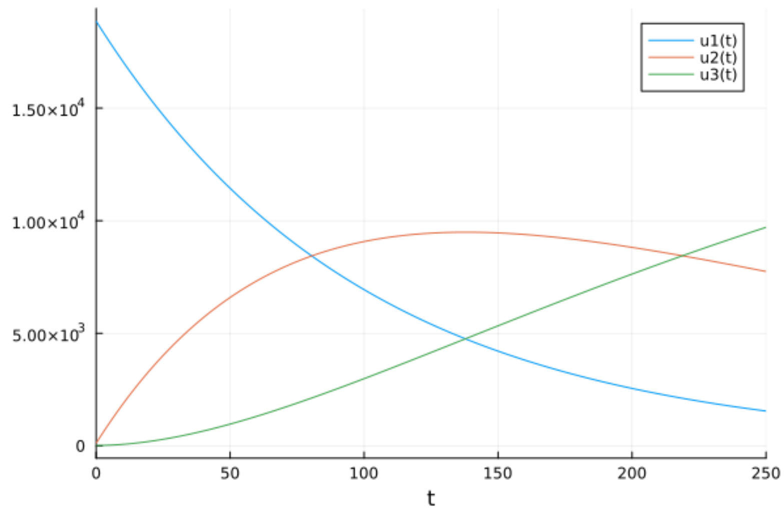
Решение на Julia, случай 1-2

```
using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.01
b = 0.005

S = 18862
I = 119
R = 19
```

```
tspan = (0, 250)
t = collect(LinRange(0, 250, 1000))
u0 = [S; I; R]

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1]=0
    dy[2]=-b*y[2]
    dy[3]=b*y[2]
end

prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)

plot(sol, yaxis=:log)

savefig("21.png")

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1]=-a*y[1]
    dy[2]=a*y[1]-b*y[2]
    dy[3]=b*y[2]
end

prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)
```



Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$



Графики численности в случае $I(0) > I^*$

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построены графики.

Список литературы

1. SIR models of epidemics
2. Конструирование эпидемиологических моделей