

## תרגיל בית מספר 3: קיבולי חום ומשוואת הגז האידיאלי

### שאלה 1: קיבול חום ושיווי משקל תרמי

(א) נתונים שני גופים בעלי קיבולי חום  $C_1, C_2$  קבועים. הגופים נמצאים בטמפרטורות  $T_1, T_2$  בהתאמה. הראו שכאשר מביאים את שני הגופים לשיווי משקל, הטמפרטורה המתקבלת היא:

$$T_f = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}$$

(ב) בהנחה שמערכת שני הגופים היא מערכת מבודדת, בכמה השתנתה אנטרופיית המערכת?

### שאלה 2: נפח ואנטרופיה של גז אידיאלי

בהרצאות ובתרגולים ראיתם את הקשר הבא:  $\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}$

(א) השתמשו בביטוי לאנרגיה של גז אידיאלי חד אטומי, ומצאו את השינוי באנטרופיית הגז כאשר מחממים אותו מטמפרטורה  $T_1$  לטמפרטורה  $T_2$ . (הגז מוכל בנפח קבוע).

(ב) כעת נניח כי נפח הגז יכול להשתנות, אבל הטמפרטורה שלו נשארת קבועה. הסבירו במילים, על ידי שיקולים בסיסיים שלמדנו בקורס, מדוע אנטרופיית הגז תשתנה כתוצאה מהשינוי בנפחו?

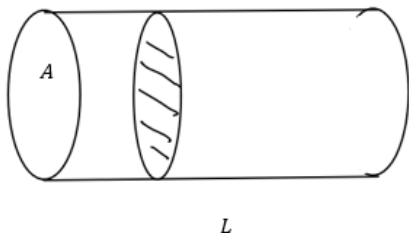
(ג) נתון הקשר הדיפרנציאלי הבא עבור הקשר בין שינוי נפח הגז לשינוי באנטרופיה שלו (כאשר הטמפרטורה נשארת קבועה)

$$\frac{\partial S}{\partial V} = \frac{N k_b}{V}$$

נניח כי נפח הגז השתנה מנפח  $V_1$  לנפח  $V_2$ . מה היה השינוי באנטרופיית הגז?

(ד) נתונה קופסה גלילית בעלת שני חלקים. שני חלקי הקופסה מופרדים על ידי מחיצה שיכולה לזוז ללא חיכוך (התבוננו בציור). אורך הקופסה  $L$  ושטח הבסיסים שלה  $A$ . הטמפרטורות בשני החלקים של הקופסה זהות, ונשארות קבועות לכל אורך השאלה.

בחלק הימני יש גז עם  $N_1$  חלקיקים ובחלק השמאלי גז עם  $N_2$  חלקיקים.



נסמן את אורך החלק השמאלי ב  $x$ .

בהנחה שאורכו ההתחלתי של החלק השמאלי היה  $x_0$ , בכמה השתנתה האנטרופיה הכוללת של המערכת בין המצב ההתחלתי למצב בו אורך החלק השמאלי הוא  $x$ ?

ה) השתמשו בשיקולים תרמודינמיים בסיסיים כדי למצוא מה יהיה האורך  $x$  של החלק השמאלי כאשר המערכת תגיע לשיווי משקל. בטאו זאת באמצעות  $N_1$ ,  $N_2$  ו  $L$ . כעת התייחסו למצב בו מספר החלקיקים בשני החלקים זהה, האם התוצאה הגיונית לדעתכם?  
ו) סעיף ב) – כפי שאולי שמתם לב, לתנאי שאתם מכירים לשיווי משקל (שוויון טמפרטורות) מתווסף תנאי נוסף, מהו תנאי זה? (רמז – היזכרו בקורס פיזיקה 1. למה המחיצה נשארת במצב יציב כאשר אינה נעה?).

### שאלה 3 : קיבול חום

מול אחד של גז מסוים מוכל בכלי סגור כך שהנפח שלו נשאר קבוע. נתון כי קיבול החום בנפח קבוע למול של הגז נתון על ידי  $c_v = a + bT$  וכי טמפרטורת הגז ההתחלתית היתה  $T_0$ . חיממו את הגז לטמפרטורה  $T$ . (שימו לב כי נוסחה זו לא מקיימת את החוק השלישי של התרמודינמיקה, ותקפה רק בטמפרטורות גבוהות).  
א) מצאו את האנרגיה של הגז כתלות בטמפרטורה.  
ב) מצאו את השינוי באנטרופיית הגז בעקבות החימום.

### שאלה 4 : מעיינות חמים ומעיינות קרים

א) מים ממעיין חם עם טמפרטורה  $T_1$  מתערבבים עם מים ממעיין קר עם טמפרטורה  $T_2$ . לאחר הערבוב המים זורמים בנהר במהירות  $v$  לא נתונה ועם טמפרטורה  $T$ .  
נניח כי קיבול החום של המים ליחידת מסה הוא  $C$  קבוע.  
מצאו את מהירות הזרימה בנהר  $v$  במונחים של  $T, T_1, T_2, C$ . (רמז – הניחו כי המהירויות של המים במעיינות הן אפס, חשבו את השינוי באנרגיה של כמות מים כלשהי  $\Delta m$  מכל אחד מהמעיינות והניחו כי כל האנרגיה התרמית הומרה לאנרגיה קינטית לאחר הערבוב).  
ב) נתון כי האנטרופיה של מים נתונה על ידי  $S(T) = C \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$  כאשר  $T_0$  קבוע נתון כלשהו. השתמשו בחוק השני של התרמודינמיקה כדי למצוא חסם תחתון לטמפרטורת הנהר  $T$ .

### שאלה 5: קיבול החום של מוצק איינשטיין

בתרגול השני הכרנו את מוצק איינשטיין. ראינו שעבור  $N$  אוסילטורים ו- $n_e$  יחידות אנרגיה נתונים, הריבוי עבור מוצק זה הוא:

$$\Omega(n_e) = \binom{n_e + N - 1}{n_e} = \frac{(n_e + N - 1)!}{n_e! (N - 1)!}$$

ספקטרום האנרגיות האפשריות של כל אוסילטור הוא:

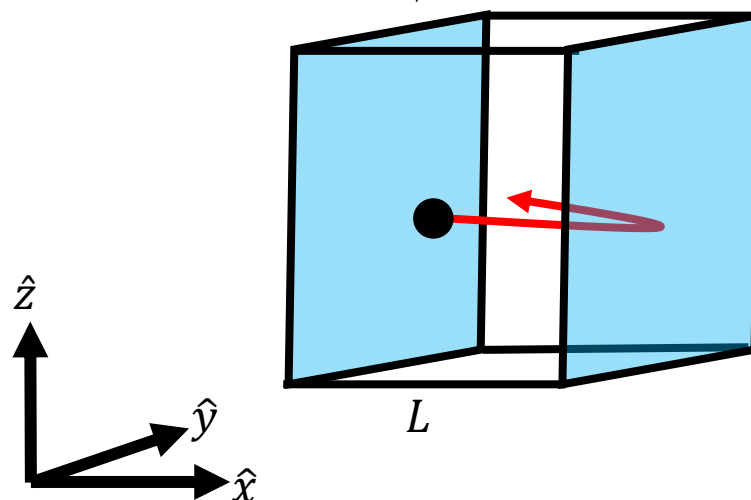
$$E_n = hf \left( n + \frac{1}{2} \right)$$

כאשר  $h$  הוא קבוע פלאנק ו- $f$  הוא תדר נתון וקבוע.

- כתבו ביטוי לאנטרופיה של המערכת. השתמשו בקירוב סטרלינג.
- מצאו ביטוי לאנרגיה הכוללת של המערכת.
- בהנחה שהמערכת מצויה בשיווי משקל, קבלו ביטוי לטמפרטורה של המוצק.
- מצאו את הביטוי לקיבול החום (זהו ביטוי הקרוב מאוד לביטוי אותו ראיתם בהרצאה).
- מה קורה לקיבול החום עבור  $T \rightarrow 0$ ,  $T \rightarrow \infty$ ? נמקו!

### שאלת רשות: משוואת הגז האידיאלי

בתרגיל זה נפתח את משוואת המצב של הגז האידיאלי. על מנת להקל על עצמנו, נניח שהגז מצוי בתוך תיבה שאורך צלע שלה הוא  $L$  כלשהוא. הגז מורכב מ- $N$  חלקיקים בעלי מסה  $m$  אשר מבצעים התנגשויות אלסטיות לחלוטין עם דפנות הכלי (נניח שהם לא מתנגשים זה בזה).



כמו כן, לצורך פשטות נתמקד רק בתנועה לאורך ציר  $\hat{x}$  (נניח שהתנועה בשאר הצירים זהה) עבור חלקיק בודד.

א. בהינתן שמהירות החלקיק בציר  $\hat{x}$  היא  $v_x$ , מהו הזמן בין התנגשויות עבור אחת הפאות (שימו לב שמדובר בפאה אחת שבחרנו)?

ב. מהו הכוח הממוצע אותו מפעיל החלקיק על אחת הדפנות?

ג. מהו הלחץ אותו החלקיק מפעיל על אחת הדפנות?

היות ובפועל ישנם  $N$  חלקיקים שלהם התפלגות מהירויות כלשהיא, עלינו לקחת זאת בחשבון.

נתון כי  $\langle v^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$  וכן  $\langle v_x^2 \rangle = \frac{3k_B T}{m}$  (בהמשך הקורס נראה כיצד מקבלים את הקשרים הנ"ל).

ד. מהנתון קבלו את משוואת הגז האידיאלי עבור כלל החלקיקים בתיבה.