אלקטרוניקה פיזיקלית 044124
סמסטר חורף 2020
מועד ב׳ - פתרון

הנחיות

1. משך הבחינה ־ שלוש שעות.

2. בבחינה 3 שאלות. בידקו כי ברשותכם 6 עמודים כולל עמוד זה.

3. ניתן להשתמש בחומר עזר מכל סוג שהוא כולל מחשבונים פרט לציוד תקשורת אלקטרוני (מחשב, טאבלט, טלפון וכו׳).

4. יש להגיש את מחברת הבחינה בלבד.

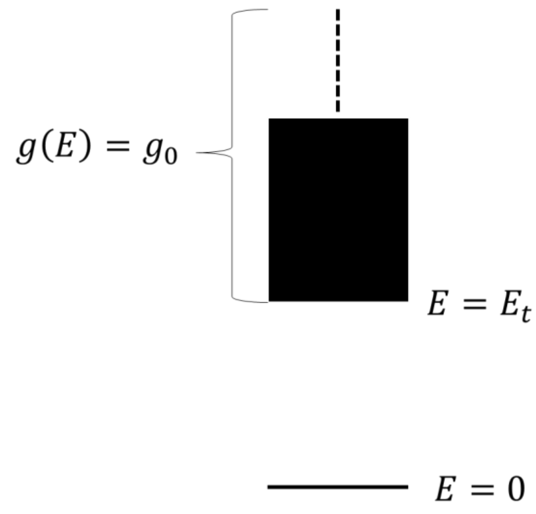
5. כיתבו בכתב יד ברור.

6. תשובות לא מנומקות לא תתקבלנה.

7. אנא ודאו שרשמתם את מספר תעודת הזהות על מחברת הבחינה.

<u>שאלה מספר 1 (25 נקודות):</u>

נתונה מערכת של N חלקיקים בלתי מובחנים כאשר עבור כל חלקיק נתונות האנרגיות הנראות בציור.



ישנה רמה דיסקרטית אחת ללא ניוון בעוד שהחל מאנרגיית סף מסויימת (E_t), ישנו רצף של אנרגיות מותרות עם ניוון נתון (למען הסר ספק רצף זה ממשיך עד אינסוף).

1. (5 נק׳) - כתבו ביטוי לפונקציית החלוקה של אחד החלקיקים במערכת.

במקרה הנ״ל יש לנו מערכת המכילה רצף של מצבים לצד מצבים דיסקרטים, כלומר שעבור פונקציית החלוקה נקבל סכימה לצד אינטגרציה של פקטורי בולצמן:

$$Z = e^{0} + \int_{E_t}^{\infty} g_0 e^{-E/k_BT}\,dE = 1 - g_0 k_B T e^{-E/k_BT}\Big|_{E_t}^{\infty} =$$
$$= 1 + g_0 k_B T e^{-E_t/k_BT}$$

2. (5 נק׳) - מהי האנרגיה הממוצעת של כל המערכת כתלות בטמפרטורה? כיצד היא מתנהגת אסימפטוטית עבור טמפרטורות נמוכות מאוד או גבוהות מאוד? נמקו!

נכתוב את הביטוי לאנרגיה הממוצעת:

$$\langle E\rangle = N\frac{\int_{E_t}^{\infty} g_0 E e^{-E/k_BT}\,dE}{1 + g_0 k_B T e^{-E_t/k_BT}} = \frac{N g_0 [e^{-E/k_BT}(-E/k_BT - 1)(k_BT)^2]_{E_t}^{\infty}}{1 + g_0 k_B T e^{-E_t/k_BT}} =$$
$$= \frac{N g_0 (E_t k_B T + (k_BT)^2) e^{-E_t/k_BT}}{1 + g_0 k_B T e^{-E_t/k_BT}}$$

כאשר נשים לב שיש צורך למצע על האנרגיות הרציפות!

כאשר הטמפרטורה שואפת ל-0, האנרגיה הממוצעת שואפת ל-0 (המונה של הביטוי מתאפס). הדבר הגיוני שכן כל החלקיקים נמצאים ברמות הנמוכות ביותר. עבור טמפרטורות גבוהות, האקספוננטים שואפים ל-1 ונקבל:

$$\langle E\rangle = \frac{N g_0 (E_t k_B T + (k_BT)^2) e^{-E_t/k_BT}}{1 + g_0 k_B T e^{-E_t/k_BT}} \approx \frac{N g_0 (E_t k_B T + (k_BT)^2)}{1 + g_0 k_B T} \approx \frac{N g_0 (E_t k_B T + (k_BT)^2)}{g_0 k_B T} =$$
$$= N(E_t + k_B T)$$

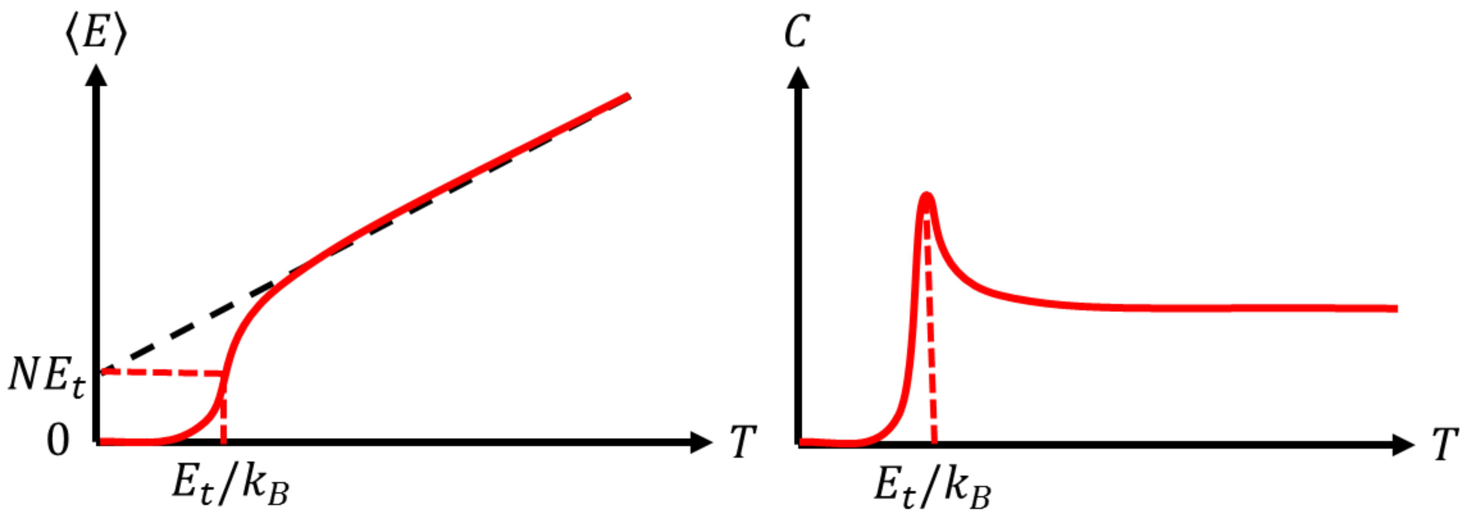
נשים לב שקיבלנו את הגודל Nk_BT (בנוסף לקבוע)! צפיפות המצבים שלנו הינה קבועה, דבר התואם לחלקיקים הנעים בעולם דו-מימדי, כלומר שיש שתי דרגות חופש לבעיה ולכן אנו מקבלים שכל חלקיק מכיל בממוצע אנרגיה תרמית k_BT בהתאם למשפט החלוקה השווה. מעבר לכך, ישנה אנרגיית סף E_t שיש לכל חלקיק על מנת שיוכל להימצא בתחום הרציף של האנרגיות.

3. (5 נק׳) - מהו קיבול החום של המערכת בטמפרטורות גבוהות? הסבירו מדוע הדבר נכון!
בטמפרטורות גבוהות נשים לב שהאנרגיה הממוצעת פרופורציונית לטמפרטורה! גזירה לפי הטמפרטורה תיתן:

$$C = \frac{\langle E \rangle}{dT} = Nk_B$$

למעשה קיבלנו קיבול חום קבוע אשר מזכיר לנו את קיבול החום של הגז האידיאלי. זה לא במקרה. רצף האנרגיות שקול לדרגת חופש רציפה של המערכת. ברגע ש״פתחנו״ את דרגת החופש הנ״ל עם האנרגיה המתאימה, נקבל תוצאה המזכירה את משפט החלוקה השווה.

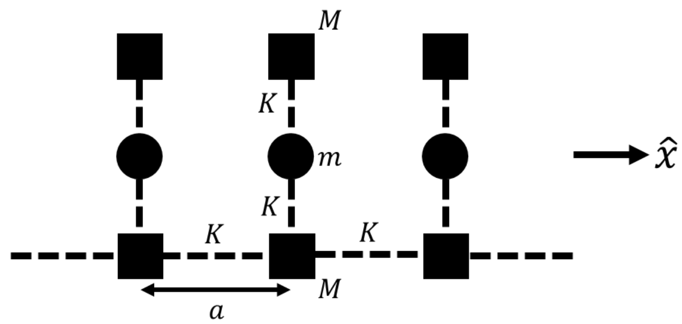
4. (10 נק׳) - שרטטו גרפים עבור האנרגיה הממוצעת וקיבול החום של המערכת. הסבירו (על סמך הסעיפים הקודמים) את הגרפים.
למעשה קיבלנו את כל המידע הדרוש לשרטוט שני הגרפים מהסעיפים הקודמים. להלן שרטוט לדוגמה:



עבור האנרגיה הממוצעת, בטמפרטורות נמוכות היא שואפת ל-0 בעוד שבטמפרטורות גבוהות היא שואפת לאופיין ליניארי. מכאן שקיבול החום בטמפרטורות נמוכות שואף ל-0 כנדרש בעוד שבטמפרטורות גבוהות הוא שואף לערך קבוע. מדוע מופיע השיא בקיבול החום בנקודת המעבר? ראינו שבטמפרטורות גבוהות האנרגיה הממוצעת היא $\langle E \rangle = N(E_t + k_BT)$. לכאורה נראה שבטמפרטורה 0 אנו אמורים לקבל $\langle E \rangle = NE_t$ אולם אנו יודעים שהדבר אינו נכון. מכאן שחייב להתקיים אזור בו השיפוע באופיין האנרגיה הממוצעת של המערכת יהיה גדול יותר מזה של האנרגיה הממוצעת בטמפרטורות גבוהות. שיפוע גדול יותר משמעו קיבול חום גדול יותר ולכן אנו רואים שיא בקיבול החום.

<u>שאלה מספר 2 (40 נקודות):</u>

נתון חלק משרשרת אטומים (כנראה באיור) אשר מסוגלים לנוע בציר x בלבד. האטומים השונים בעלי מסות M, m וכל קבועי הקפיץ הינם K כלשהוא.



1. (15 נקי) – מצאו את המטריצה האופיינית של הבעיה (אין צורך לחשב את יחס הנפיצה מתוך מטריצה זו).

נתחיל ממציאת תא היחידה. ניתן לראות שבשרשרת זו כל תא יחידה כולל 3 אטומים. נגדיר את האטום העליון ביותר בתא כ- $u_{n,1}$, האטום האמצעי כ- $u_{n,2}$ ואת האטום התחתון כ- $u_{n,3}$
האנרגיה הפוטנציאלית הכוללת עבור תא בודד תהיה:

$$U = \frac{K}{2}[(u_{n,1}-u_{n,2})^2 + (u_{n,2}-u_{n,3})^2 + (u_{n,3}-u_{n-1,3})^2 + (u_{n+1,3}-u_{n,3})^2]$$

נשים לב שישנם 4 איברים בהתאם למספר החיבורים (פנימיים + חיצוניים) של אותו תא יחידה.
נצפה ל-3 משוואות תנועה ונגזור את הביטוי עבור כל אטום:

$$\begin{cases} M\ddot{u}_{n,1} = -\dfrac{dU}{du_{n,1}} = -K[(u_{n,1}-u_{n,2})] \\ m\ddot{u}_{n,2} = -\dfrac{dU}{du_{n,2}} = -K[-(u_{n,1}-u_{n,2}) + (u_{n,2}-u_{n,3})] \\ M\ddot{u}_{n,3} = -\dfrac{dU}{du_{n,3}} = -K[-(u_{n,2}-u_{n,3}) + (u_{n,3}-u_{n-1,3}) - (u_{n+1,3}-u_{n,3})] \end{cases}$$

נגדיר 3 גלים מישוריים עבור כל אחד מהאטומים:

$$\begin{cases} u_{n,1} = A_1 e^{ikna-i\omega t} \\ u_{n,2} = A_2 e^{ikna-i\omega t} \\ u_{n,3} = A_3 e^{ikna-i\omega t} \end{cases}$$

נציב את הביטויים הנ"ל אל תוך סט המשוואות שקיבלנו מקודם:

$$\begin{cases} M\ddot{u}_{n,1} = -K[(u_{n,1}-u_{n,2})] \\ m\ddot{u}_{n,2} = -K[-(u_{n,1}-u_{n,2}) + (u_{n,2}-u_{n,3})] \\ M\ddot{u}_{n,3} = -K[-(u_{n,2}-u_{n,3}) + (u_{n,3}-u_{n-1,3}) - (u_{n+1,3}-u_{n,3})] \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} M\omega^2 A_1 e^{ikna-i\omega t} = K[(A_1 e^{ikna-i\omega t} - A_2 e^{ikna-i\omega t})] \\ m\omega^2 A_2 e^{ikna-i\omega t} = K[-(A_1 e^{ikna-i\omega t} - A_2 e^{ikna-i\omega t}) + (A_2 e^{ikna-i\omega t} - A_3 e^{ikna-i\omega t})] \\ M\omega^2 A_3 e^{ikna-i\omega t} = K[-(A_2 e^{ikna-i\omega t} - A_3 e^{ikna-i\omega t}) + (A_3 e^{ikna-i\omega t} - A_3 e^{ikna-i\omega t-ika}) - (A_3 e^{ikna-i\omega t+ika} - A_3 e^{ikna-i\omega t})] \end{matrix}$$

נצמצם את הביטויים:

$$\begin{cases} M\omega^2 A_1 = K[(A_1 - A_2)] \\ m\omega^2 A_2 = K[-(A_1 - A_2) + (A_2 - A_3)] \\ M\omega^2 A_3 = K[-(A_2 - A_3) + (A_3 - A_3 e^{-ika}) - (A_3 e^{ika} - A_3)] \end{cases}$$

נסדר את האיברים השונים ונעבור להצגה מטריציונית:

$$\begin{cases} M\omega^2 A_1 = K[(A_1 - A_2)] \\ m\omega^2 A_2 = K[-(A_1 - A_2) + (A_2 - A_3)] \\ M\omega^2 A_3 = K[-(A_2 - A_3) + (A_3 - A_3 e^{-ika}) - (A_3 e^{ika} - A_3)] \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1[M\omega^2 - K] + A_2[K] + A_3[0] = 0 \\ A_1[K] + A_2[m\omega^2 - 2K] + A_3[K] = 0 \\ A_1[0] + A_2[K] + A_3[M\omega^2 - 3K + Ke^{-ika} + Ke^{ika}] = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} M\omega^2 - K & K & 0 \\ K & m\omega^2 - 2K & K \\ 0 & K & M\omega^2 - 3K + Ke^{-ika} + Ke^{ika} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} M\omega^2 - K & K & 0 \\ K & m\omega^2 - 2K & K \\ 0 & K & M\omega^2 - 3K + 2K\cos(ka) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. (10 נקי) - עבור $k=0$, מצאו את תדרי התנודות של האטומים בתא היחידה. כמה סוגי תנודות כאלה קיימים בבעיה? הסבירו איזה אופן (אקוסטי/אופטי) שייך לכל תנודה.

נציב k=0 אל תוך הדטרמיננטה ונחפש ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים:

$$\begin{vmatrix} M\omega^2 - K & K & 0 \\ K & m\omega^2 - 2K & K \\ 0 & K & M\omega^2 - K \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (M\omega^2 - K)[(m\omega^2 - 2K)(M\omega^2 - K) - K^2] - K[K(M\omega^2 - K)] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (M\omega^2 - K)[(m\omega^2 - 2K)(M\omega^2 - K) - K^2] - K^2(M\omega^2 - K) = 0$$

נשים לב שבשלב זה קיבלנו פתרון ראשון בדמות הביטוי הבא:

$$\omega^2 = \frac{K}{M}$$

היות ותדר זה אינו 0, נסיק שמדובר באופן אופטי.
נמשיך עם הביטוי המצומצם ללא פתרון זה:

$$[(m\omega^2 - 2K)(M\omega^2 - K) - K^2] - K^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mM\omega^4 - Km\omega^2 - 2KM\omega^2 + 2K^2 - 2K^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mM\omega^4 - \omega^2(Km + 2KM) = 0$$

נשים לב שגם כאן קיבלנו פתרון נוסף:

$$\omega^2 = 0$$

היות ופתרון זה הינו 0, נסיק שמדובר באופן האקוסטי.
לאחר צמצום הפתרון הנ"ל נקבל פתרון נוסף:

$$\omega^2 = \frac{Km + 2KM}{mM} = \frac{K}{M} + \frac{2K}{m}$$

גם פתרון זה הוא פתרון אופטי שכן אינו מתאפס ב-0.

3. (10 נק') – מצאו את הווקטורים העצמיים עבור התדרים מהסעיף הקודם וציירו (בצורה איכותית) את תנועת האטומים בתא היחידה עבור כל תדר.

נציב את התדר העצמי $\omega = 0$ במטריצה ונחלץ את הוקטור העצמי:

$$\begin{pmatrix} -K & K & 0 \\ K & -2K & K \\ 0 & K & -K \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -KA_1 + KA_2 = 0 \\ KA_1 - 2KA_2 + KA_3 = 0 \Rightarrow \\ KA_2 - KA_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 = A_2 \\ KA_1 - 2KA_2 + KA_3 = 0 \Rightarrow \\ A_2 = A_3 \end{cases} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_1 \\ A_1 \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

אכן קיבלנו שכל האטומים בתא היחידה מצויים באותה פאזה כדרוש מתדר אקוסטי התואם לגל קול.

נציב את התדר העצמי $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & K & 0 \\ K & K\frac{m}{M} - 2K & K \\ 0 & K & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} KA_2 = 0 \\ KA_1 + (K\frac{m}{M} - 2K)A_2 + KA_3 = 0 \Rightarrow \\ KA_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_2 = 0 \\ A_1 = -A_3 \Rightarrow \\ A_2 = 0 \end{cases} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ 0 \\ -A_1 \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

כלומר שהאטומים החיצוניים נעים בפאזה הפוכה בעוד שהאטום המרכזי נשאר נייח.

נציב את התדר העצמי $\omega = \sqrt{\frac{K}{M} + \frac{2K}{m}}$:

$$\begin{pmatrix} M(\frac{K}{M}+\frac{2K}{m})-K & K & 0 \\ K & m(\frac{K}{M}+\frac{2K}{m})-2K & K \\ 0 & K & M(\frac{K}{M}+\frac{2K}{m})-K \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix} \frac{2KM}{m} & K & 0 \\ K & \frac{Km}{M} & K \\ 0 & K & \frac{2KM}{m} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases} \frac{2KM}{m}A_1+KA_2=0 \\ KA_1+\frac{Km}{M}A_2+KA_3=0 \\ KA_2+\frac{2KM}{m}A_3=0 \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} A_2=-\frac{2M}{m}A_1 \\ A_1+\frac{m}{M}A_2+A_3=0 \\ A_2=-\frac{2M}{m}A_3 \end{cases}\Rightarrow\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -\frac{m}{2M}A_2 \\ A_2 \\ -\frac{m}{2M}A_2 \end{pmatrix}=A_2\begin{pmatrix} -\frac{m}{2M} \\ 1 \\ -\frac{m}{2M} \end{pmatrix}$$

כלומר שהאטום המרכזי נע ושני האטומים החיצוניים נעים בכיוון ההפוך לתנועתו כדי לפצות.

4. (5 נקי) – פונונים הם בוזונים, כיצד ניתן לראות זאת?

פונונים יוצרים גלי קול שהם תופעה גלית מאקרוסקופית, כלומר שניתן לאגד מספר רב של פונונים יחד באותו המצב. זוהי תכונה בוזונית ולא פרמיונית.

שאלה מספר 3 (35 נקודות):

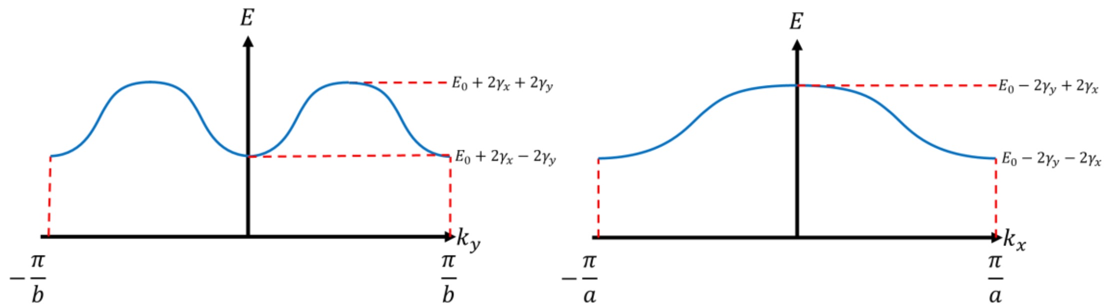
נתון שריג דו-מימדי מלבני שקבועי השריג שלו הם הם a,b כלשהם והוא בעל שני פסי אנרגיה: פס ערכיות שערכו המקסימלי הוא $E_V(k_x=0,k_y=0)=0$ ופס הולכה שצורתו נתונה בביטוי הבא:

$$E_C(k_x,k_y)=E_0+2\gamma_x\cos(k_x a)-2\gamma_y\cos(2k_y b)$$

כאשר $E_0,\gamma_x,\gamma_y>0$ נתונים. עוד נתון ש- $E_0>4\gamma_x, E_0>4\gamma_y$.

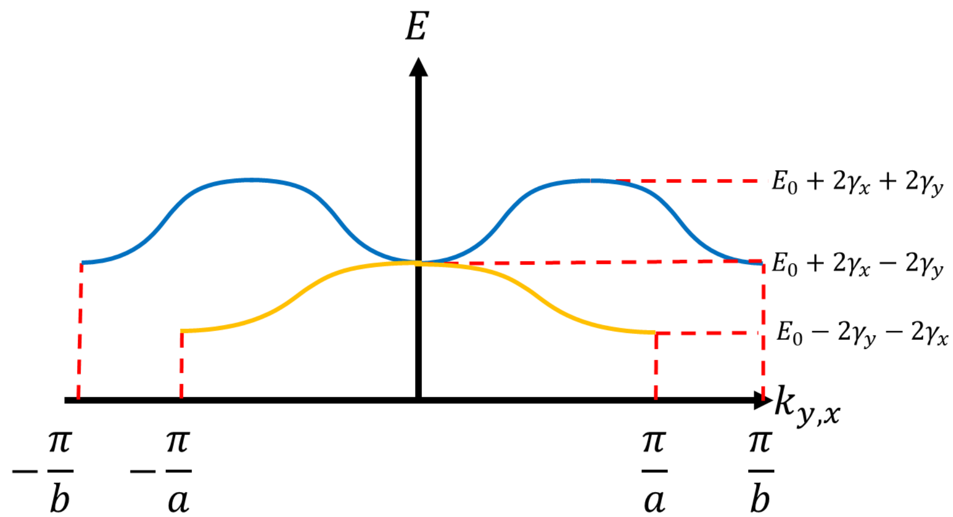
א. (5 נק') - שרטטו איכותית את צורת הפס העליון לאורך הצירים k_x,k_y (כלומר עבור $(k_x,0)$ ו- $(0,k_y)$).

להלן דוגמה לשרטוט של הפס ב-2 הצירים:



ב. (5 נק') - מהו פער האנרגיה של השריג הנתון? האם מדובר בפער אנרגיה ישיר או עקיף?

על מנת להבין האם מדובר בפער ישיר או עקיף, נמקם את שני השרטוטים שלנו על פני אותו גרף:



בשרטוט הנחנו ש- $a>b$ אולם אין הדבר קריטי אלא לצורך הציור בלבד. ניתן לראות שפער האנרגיה הינו $E_{Gap}=E_0-2\gamma_y-2\gamma_x$ כאשר גודל זה הינו בהכרח חיובי עקב הדרישה ש- $E_0>4\gamma_x, E_0>4\gamma_y$. קיבלנו אם כן שפער האנרגיה אינו ישיר אלא עקיף!

כעת נתונה גם צורתו של פס הערכיות:

$$E_V(k_x,k_y)=-E_V+\frac{E_V}{2}\cos(k_x a)+\frac{E_V}{2}\cos(2k_y b)$$

ג. (5 נק') - מצאו את המסות האפקטיביות בקצהו העליון של פס הערכיות.

נבצע קירוב של קצה פס הערכיות לטור טיילור מסדר שני:

$$E_V(k_x,k_y) = -E_V + \frac{E_V}{2}\cos(k_x a) + \frac{E_V}{2}\cos(2k_y b) \approx$$
$$\approx -E_V + E_V - \frac{E_V}{2} a\sin(k_x a)|_{k_x=0}\cdot k_x - \frac{1}{2}\cdot\frac{E_V}{2} a^2\cos(k_x a)|_{k_x=0}\cdot k_x^2 +$$
$$-\frac{E_V}{2} 2b\sin(2k_y b)|_{k_y=0}\cdot k_y - \frac{1}{2}\cdot\frac{E_V}{2} 4b^2\cos(2k_y b)|_{k_y=0}\cdot k_y^2 =$$
$$= -\frac{E_V}{4}a^2k_x^2 - E_V b^2 k_y^2$$

נוכל להשוות את הביטויים המתקבלים לביטוי הכללי עבור יחס הנפיצה הפרבולי $\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ ונקבל:

$$\begin{cases} -\frac{E_V}{4}a^2k_x^2 = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} \\ -E_V b^2 k_y^2 = \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_x = -\frac{2\hbar^2}{E_V a^2} \\ m_y = -\frac{\hbar^2}{2E_V b^2} \end{cases}$$

ד. (5 נק') - נתון כי בתא היחידה של שריג זה אטום אחד התורם שני אלקטרונים למבנה הפסים. עבור הטמפרטורה $T=0$ האם החומר מבודד או מוליך?

היות ומדובר באלקטרונים, כלומר פרמיונים (ספין חצי), כל מצב אנרגטי מסוגל לאכלס שני אלקטרונים. היות ומבנה הפסים הנתון נובע מתא יחידה מחזורי המכיל אטום אחד בלבד (הדבר אפשרי למשל אם ישנן מספר רמות אנרגיה פר אטום), פס הערכיות יתמלא כולו, כלומר שבטמפרטורות נמוכות מאוד החומר יתנהג כמבודד.

ה. (5 נק') - בהמשך לסעיף הקודם, כעת נתון ש- $T>0$. כיצד תשתנה תשובתכם לסעיף הקודם כתלות בטמפרטורה? איזה תנאי צריך להתקיים כדי שתשובתכם תשתנה (אם היא אכן משתנה)?

לפנינו חומר עם פער אנרגיה, כלומר שיש לו את הפוטנציאל להתנהג כמוליך למחצה. כאשר נעלה את הטמפרטורה, נושאי מטען יתחילו לאכלס את פס ההולכה. הטמפרטורה בה נתחיל לראות את האכלוס הנ"ל תהיה הטמפרטורה בה האנרגיה התרמית של נושאי המטען תימצא בסדר גודל של פער האנרגיה, כלומר שנקבל:

$$E_{th} = k_B T \approx E_0 - 2\gamma_y - 2\gamma_x = E_{Gap}$$

ו. (5 נק') - כעת נתון (עבור סעיף זה בלבד) ש- $\gamma_x + \gamma_y > \frac{E_0}{2}$. האם תשובתכם לשני הסעיפים הקודמים תשתנה? נמקו!

הנתון הינו בעל משמעות גדולה שכן כעת החומר חסר פער אנרגיה! יש חפיפה בין האנרגיות של פסי ההולכה והערכיות. לכן החומר הופך להיות סמי-מתכתי ושינוי בטמפרטורה לא ישנה את תכונה זו של החומר!

ז. (5 נק') – האם ניתן להשתמש בחומר הנתון לבניית דיודה פולטת אור? האם ניתן להשתמש בחומר הנתון לבניית גלאי למצלמה? נמקו!

היות ולחומר הנ"ל פער אנרגיה עקיף, הוא לא יוכל לשמש לבניית דיודה פולטת אור. עם זאת הוא כן יוכל לשמש לבניית גלאי למצלמה שכן הוא עדיין מסוגל לספוג פוטונים באורכי גל כלשהם!

<u>גדלים פיזיקליים שימושיים:</u>

$$m_e = 9.1\cdot 10^{-31}[kg]$$
$$k_B = 1.38\cdot 10^{-23}[J/K]$$
$$h = 6.626\cdot 10^{-34}[J\cdot s]$$

<u>זהויות טריגונומטריות שימושיות:</u>

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a+b)+\cos(a-b)]$$
$$\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b)-\cos(a+b)]$$
$$\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\sin(a+b)+\sin(a-b)]$$
$$\sin(\pi-a) = \sin(a)$$
$$\cos(\pi-a) = -\cos(a)$$
$$\sin(\frac{\pi}{2}-a) = \cos(a)$$
$$\cos(\frac{\pi}{2}-a) = \sin(a)$$
$$\sin(-a) = -\sin(a)$$
$$\cos(-a) = \cos(a)$$
$$\cos(a) = \frac{1}{2}[e^{ia}+e^{-ia}]$$
$$\sin(a) = \frac{1}{2i}[e^{ia}-e^{-ia}]$$