

# אלקטרוניקה פיזיקלית 044124

## סמסטר אביב 2020

### מועד א' - זום

#### הנחיות

1. משך הבחינה - שלוש שעות.
2. בבחינה 3 שאלות. בידקו כי ברשותכם 5 עמודים כולל עמוד זה.
3. ניתן להשתמש בכל החומרים המופיעים באתר המודל של הקורס וכן במחשבון.
5. יש להעלות את הבחינה הסרוקה למטלה המוגדרת באתר המודל של הקורס.
6. כיתבו בכתב יד ברור.
7. תשובות לא מנומקות לא תתקבלנה.
8. אנא ודאו שרשמתם את מספר תעודת הזהות על מחברת הבחינה (לצורך העניין הדפים בהם השתמשתם).
9. משקל טופס זה הינו 60% מציון הבחינה הכולל כאשר 40% הנותרים יתקבלו ע"י בחינה בע"פ ע"י סגל הקורס.

## שאלה מספר 1 (30 נקודות):

נתונה שכבה דקה של המל"מ GaAs כך שעובי השכבה קטן מאורך הגל של האלקטרונים בשכבה.

א. (5 נק') – עבור אלקטרונים הנמצאים סביב המינימום של פס ההולכה  $E_{\min}$ , רשמו ביטוי לצפיפות המצבים של האלקטרונים.

ב. (5 נק') – אלקטרון מוזרק לשכבת ה-GaAs ממגע קטן כך שפונקציית הגל של האלקטרון יכולה להיות מתוארת באמצעות חבילת גלים שבמרחב הממשי היא בקירוב טוב גאוסיאן ברוחב  $5[nm]$ . בהנחה שאין פיזורים והאלקטרון נשאר במינימום של הפס, ציירו איכותית את חבילת הגלים אחרי מרחק התקדמות ארוך. איך ישתנה הרוחב של החבילה? הסבירו.

כעת מחליפים את השיכבה בשכבת גרפן (שכבה דו-מימדית מאטומי פחמן) עם יחס נפיצה

$$E = \hbar v k \text{ עם } v = 10^6 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

ג. (5 נק') – עבור אלקטרון המוזרק לגרפן במהירות  $10^6 \left[ \frac{m}{s} \right]$  (מהירות החבורה הממוצעת של חבילת הגלים) חשבו את מהירות החבורה של חבילת הגלים של האלקטרון אחרי זמן של  $1[ns]$  תחת השפעת שדה חשמלי של  $1 \left[ \frac{kV}{cm} \right]$  בהנחה שאין פיזורים.

ד. (5 נק') – כעת נתון שאלקטרון מוזרק לשכבת הגרפן ממגע קטן כך שפונקציית הגל של האלקטרון יכולה להיות מתוארת באמצעות חבילת גלים שבמרחב הממשי היא בקירוב טוב גאוסיאן ברוחב  $5[nm]$ . בהנחה שאין פיזורים והאלקטרון נשאר במינימום של הפס, ציירו איכותית את חבילת הגלים אחרי מרחק התקדמות ארוך. איך ישתנה הרוחב? הסבירו.

ה. (5 נק') – רשמו את הביטוי לצפיפות המצבים בגרפן על סמך יחס הנפיצה הנתון.

ו. (5 נק') – חשבו את אנרגיית פרמי (בטמפרטורה  $T = 0$ ) בשכבת הגרפן אם ידוע כי ריכוז האלקטרונים בשכבה הינו  $10^{12} [cm^{-2}]$ .

## שאלה מספר 2 (40 נקודות):

נתונה מערכת של חלקיקים חופשיים בעלי ספין חצי הנמצאים בתיבה תלת-מימדית בגודל  $L \times L \times L$ . אנרגיית החלקיקים נתונה ע"י הביטוי:

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

א. (7 נק') - בהנתן שתנאי השפה על פאות התיבה מחזוריים, מהו מספר המצבים בעלי אנרגיה  $E(\vec{k}) \leq E_0$ ?

רמז: עבור תנאי שפה מחזוריים ראינו מגלי בלוך שפונקציית הגל מקיימת:  $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \propto e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ . חשבו כיצד תנאי זה מתחבר למרחק בין פאות התיבה  $L$ .

ב. (7 נק') - חשבו את צפיפות המצבים ליח' נפח.

כעת נתונה מערכת המכילה  $N$  חלקיקים בעלי ספין חצי המצויים בשדה מגנטי  $B$ . נתון כי הטמפרטורה של המערכת היא  $T = 0$ . אנרגיית החלקיקים נתונה ע"י הביטוי הבא:

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu_0 \sigma B$$

כאשר  $\sigma = \begin{cases} 1, & \text{spin} = 1/2 \\ -1, & \text{spin} = -1/2 \end{cases}$  (כלומר שערך זה תלוי בספין של החלקיק) ו- $\mu_0$  הינו קבוע כלשהו (זוהי לא מסה אפקטיבית!). עוד נתון כי  $\mu_0 B > 0$ .

ג. (7 נק') - חשבו את צפיפות המצבים ליח' נפח.  
רמז: התייחסו לכל ספין בנפרד.

ד. (7 נק') - מצאו קשר בין אנרגיית פרמי לצפיפות החלקיקים ( $n \triangleq N/L^3$ ) וחשבו את המגנטיזציה הכוללת הנתונה ע"י ( $M \triangleq \mu_0(N_{\uparrow} - N_{\downarrow})$ ).

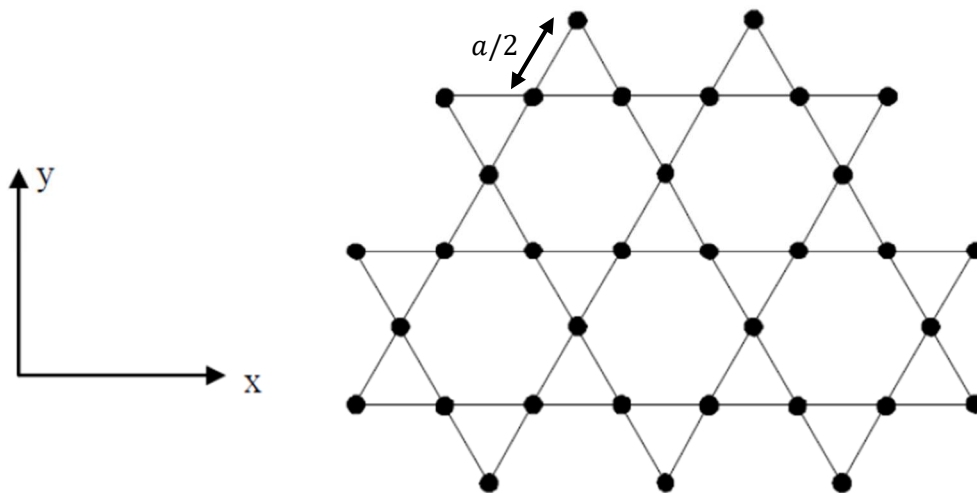
ה. (7 נק') - כעת נתון כי השדה המגנטי הפועל על החלקיקים חלש מאוד ( $B \ll \frac{E_F}{\mu_0}$ ). מצאו את הביטוי לאנרגיית פרמי והשוו אותו לביטוי לאנרגיית פרמי ללא שדה מגנטי. הסבירו את התוצאה אותה קיבלתם.

ו. (5 נק') - נגדיר את התגובה של המערכת לשדה מגנטי בתור  $\chi \triangleq \frac{\partial M}{\partial B}$ . מצאו את

התגובה של המערכת בהנחה והשדה המגנטי חלש מאוד ( $B \ll \frac{E_F}{\mu_0}$ ). מהי המשמעות של הביטוי אותו קיבלתם מבחינת התנהגות המצבים?

### שאלה מספר 3 (30 נקודות):

נתון סריג דו-מימדי (ראו איור מצורף) כאשר כל משולש בסריג הינו משולש שווה-צלעות.



א. (5 נק') - האם הסריג הינו סריג ברווה? נמקו!

ב. (10 נק') - מצאו את הוקטורים הפרימיטיביים ואת וקטורי הבסיס (אם ישנם) של הסריג. סמנו על גבי הציור של הסריג את הוקטורים הפרימיטיביים, וקטורי הבסיס (אם ישנם) ואת תא היחידה אותו בחרתם (באם יש צורך באחד).

ג. (5 נק') - האם  $\vec{a}_1 = a\hat{x}, \vec{a}_2 = a\hat{y}$  הם וקטורים פרימיטיביים? הסבירו!

ד. (10 נק') - מצאו את וקטורי הסריג ההופכי (הפרימיטיביים) וציירו את אזור ברילואן הראשון (התייחסו רק לסריג ההופכי ולא לבסיס כזה או אחר).

### גדלים פיזיקליים שימושיים:

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} [kg]$$

$$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} [J / K]$$

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} [J \cdot s]$$

### זהויות טריגונומטריות שימושיות:

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\sin(\pi - a) = \sin(a)$$

$$\cos(\pi - a) = -\cos(a)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos(a)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin(a)$$

$$\sin(-a) = -\sin(a)$$

$$\cos(-a) = \cos(a)$$

$$\cos(a) = \frac{1}{2}[e^{ia} + e^{-ia}]$$

$$\sin(a) = \frac{1}{2i}[e^{ia} - e^{-ia}]$$