אלקטרוניקה פיסיקאלית 044124

סמסטר אביב 2021

בוחן אמצע

פתרון

הנחיות

- **משך הבחינה – שעתיים**
- **בבחן 10 שאלות אמריקאיות בעלות משקל שווה**
- **בדקו שברשותכם 14 עמודים**
- **ניתן להשתמש במחשבון ו- 5 דפי נוסחאות דו-צדדיים**

בהצלחה!

שאלה 1

נתון תיל עשוי כסף (Ag) באורך $3m$ ובעל חתך עגול עם רדיוס של $100\mu m$ והתנגדות של $R = 1.5\Omega$. ידועה הצפיפות של כסף $\rho_V = 10.5\ g/cm^3$ ומשקלו האטומי $107.8\ amu$. הניחו שכל אטום תורם אלקטרון הולכה אחד וחשבו את הזמן הממוצע בין פיזורים. הניחו שלאלקטרון יש מסה של אלקטרון חופשי.

תשובות:

א. $38.6 \times 10^{-15} sec$
ב. $12.5 \times 10^{-15} sec$
ג. $10.1 \times 10^{-15} sec$
ד. $2.4 \times 10^{-13} sec$
ה. $1.7 \times 10^{-12} sec$

פתרון:

לפי מודל דרודה מתקיים:

$$\frac{1}{\rho_e} = \sigma = \frac{q^2 n\tau}{m_e} \to \tau = \frac{m_e}{q^2 n \rho_e}$$

לכן עלינו לדעת את ההתנגדות הסגולית ואת ריכוז האלקטרונים בתיל:

$$R = \frac{\rho_e l}{A} \to \rho_e = \frac{RA}{l}$$

ניתן לחשב את מסת התיל על ידי הכפלה של המשקל האטומי של כסף w במספר אטומי הכסף בתיל N, ומכיוון שכל אטום תורם אלקטרון בודד אז מספר האלקטרונים בתיל זהה למספר אטומי הכסף שבו:

$$m = N \times w = \rho_V V \to n = \frac{N}{V} = \frac{\rho_V}{w}$$

לבסוף נקבל

$$\tau = \frac{m_e}{q^2 n \rho_e} = \frac{w m_e l}{q^2 \rho_V R A}$$
$$= \frac{(1.79 \times 10^{-25}[kg])(9.11 \times 10^{-31}[kg])(3\ [m])}{(1.6 \times 10^{-19}[C])^2 (10.5 \times 10^3 [kg/m^3])(1.5[\Omega])(\pi(10^{-4}[m])^2)}$$
$$= \frac{(1.79 \times 10^{-25}[kg])(9.11 \times 10^{-31}[kg])(3\ [m])}{(1.6 \times 10^{-19}[C])^2 (10.5 \times 10^3 [kg/m^3])(1.5[kg \times m^2]/[sec \times C^2])(\pi(10^{-4}[m])^2)}$$

$$\tau = 38.6 \times 10^{-15} sec$$

ולכן התשובה הנכונה היא א'

שאלה 2

נתונה פיסת נחושת דו-ממדית בעלת צפיפות אלקטרונים $n = 2 \times 10^{15} cm^{-2}$. הניחו שהאלקטרונים בעלי יחס נפיצה פרבולי וקבלו ערך של אנרגיית פרמי ב-$T = 0K$. הניחו שלאלקטרון יש מסה של אלקטרון חופשי.

תשובות:

א. $7.1eV$
ב. $4.74eV$
ג. $0.18eV$
ד. $-1.13eV$
ה. $11.57eV$

פתרון:

נחשב לפי הגדרת רמת פרמי כפוטנציאל הכימי בטמפרטורה $T = 0$ - נמלא את כל המצבים במרחב k עד שנגיע ל-k_F. מספר האלקטרונים נתון על ידי:

$$N = 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{\pi k_F^2}{V_k} \overset{*}{\cong} \frac{k_F^2}{2\pi} \times L^2 = \frac{k_F^2}{2\pi} \times A$$

$$* \quad V_k = \frac{\pi}{L} \times \frac{\pi}{L} = \frac{\pi^2}{L^2}$$

צפיפות האלקטרונים נתונה על ידי:

$$n \equiv \frac{N}{A} = \frac{k_F^2}{2\pi} \Longrightarrow k_F^2 = 2\pi n$$

היות שנתון כי יחס הנפיצה הינו פרבולי, אנרגיית פרמי הינה:

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m_e} = \frac{\pi\hbar^2}{m_e} \times n = \frac{3.14 \times (1.05 \times 10^{-34}[J \cdot sec])^2}{9.11 \times 10^{-31}[kg]} \times 2 \times 10^{19}[m^{-2}]$$
$$= 7.6 \times 10^{-19}\ [J]$$

$$E_F = 4.74\ eV$$

ולכן התשובה הנכונה היא ב'

שאלה 3

נתון גז תלת ממדי של חלקיקים המצייתים לסטטיסטיקת מקסוול-בולצמן. הניחו שלכל חלקיק ישנם שלושה מצבי ספין $s = -1,0,1$. פילוג גודל המהירות נתון על ידי:

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_bT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_bT}}$$

חשבו את הגודל $\langle v\rangle\langle 1/v\rangle$

תשובות

א. $\hbar/2$
ב. 1
ג. π
ד. $4/\pi$
ה. $3/2k_bT$

פתרון:

היות שמדובר במערכת קלאסית, אין כל השפעה לספין על פילוג ההסתברות. עלינו לחשב שני גדלים ממוצעים:

$$(1)\quad \langle v\rangle = \int_0^\infty vf(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_bT}\right)^{3/2}\int_0^\infty v^3 e^{-\frac{mv^2}{2k_bT}}dv$$
$$= \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_bT}\right)^{3/2}\left(\frac{2k_bT}{m}\right)^{4/2}\int_0^\infty x^3e^{-x^2}dx = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2k_bT}{m}\right)^{1/2}\times\frac{1}{2}\Gamma(2)$$
$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2k_bT}{m}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{8k_bT}{\pi m}}$$

$$(2)\quad \langle 1/v\rangle = \int_0^\infty 1/v\, f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_bT}\right)^{3/2}\int_0^\infty ve^{-\frac{mv^2}{2k_bT}}dv$$
$$= \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_bT}\right)^{3/2}\left(\frac{2k_bT}{m}\right)\int_0^\infty xe^{-x^2}dx = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2k_bT}{m}\right)^{-1/2}\times\frac{1}{2}\Gamma(1)$$
$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2k_bT}{m}\right)^{-1/2} = \sqrt{\frac{2m}{\pi k_bT}}$$

לבסוף נקבל:

$$\langle v\rangle\langle 1/v\rangle = \sqrt{\frac{8k_bT}{\pi m}}\times\sqrt{\frac{2m}{\pi k_bT}} = \frac{4}{\pi}$$

ולכן התשובה הנכונה היא ד'

שאלה 4

נתונה מערכת בממד אחד המוצמדת לאמבט חום בטמפ׳ T. האנרגיות האפשריות במערכת נתונות על ידי $E=\alpha|x|$ כאשר x מסמן את מיקום החלקיק לאורך ציר x ו- α הינו קבוע חיובי כלשהו. חשבו מהי האנרגיה הממוצעת של החלקיק ?

תשובות

א. $3/2k_bT$
ב. k_bT
ג. $\alpha/2k_bT$
ד. $1/2k_bT$
ה. $4/2k_bT$

פתרון:

עלינו לחשב את פונקציית החלוקה המתאימה וממנה לקבל את האנרגיה הממוצעת :

$$\langle E\rangle=-\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial\beta}$$

$$Z=\int_x e^{-\beta E(x)}dx=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\beta\cdot\alpha|x|}dx=2\times\int_0^{\infty}e^{-\beta\cdot\alpha x}dx=\frac{2}{\alpha\beta}$$

$$\langle E\rangle=-\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial\beta}=-\frac{\alpha\beta}{2}\times\left(-\frac{2}{\alpha\beta^2}\right)=k_bT$$

ולכן התשובה הנכונה היא ב׳

שאלה 5

חלקיק קוונטי מתקדם במרחב החופשי ומתואר באמצעות חבילת גלים גאוסית מהצורה הבאה:

$$\psi(x,t)=\left(\frac{2a^2}{\pi}\right)^{1/4}\frac{e^{i\varphi}}{(a^4+4\hbar^2t^2/m^2)^{1/4}}e^{ik_0x}e^{-\frac{\left(x-\frac{\hbar k_0}{m}t\right)^2}{a^2+\frac{2i\hbar t}{m}}}$$

כיצד ערכו הממוצע של התנע $\langle p\rangle$ וסטיית התקן שלו Δp משתנים עם הזמן?

א. $\langle p\rangle(t)=2k_0/m, \Delta p(t)=1/a+\hbar k_0 t$

ב. $\langle p\rangle(t)=\hbar k_0, \Delta p(t)=\hbar/a+\hbar k_0 t/m$

ג. $\langle p\rangle(t)=\hbar k_0, \Delta p(t)=\hbar/a$

ד. $\langle p\rangle(t)=\hbar k_0, \Delta p(t)=\frac{\hbar}{a}\sqrt{1+\frac{4\hbar^2t^2}{a^4m^2}}$

ה. $\langle p\rangle(t)=\hbar k_0 t, \Delta p(t)=\frac{\hbar}{a}\sqrt{1+\frac{4\hbar^2t^2}{a^4m^2}}$

פתרון:

היות שהחלקיק מתקדם במרחב החופשי ואינו חווה פיזורים, התנע הממוצע וסטיית התקן שלו לא משתנים עם הזמן. נובע מכאן שתנע הממוצע וגם סטיית התקן **לא משתנים בזמן** לכן **התשובה הנכונה היא ג.**

אם נרצה לחשב אז מספיק לנו לחשב את סטיית התקן של התנע רק ברגע $t=0$.

ערך התוחלת של תנע הינו (ראו הסבר בתרגול)

$$\boldsymbol{p}=\hbar\boldsymbol{k_0}$$

לפי עיקרון האי-וודאות

$$\Delta p\Delta x(0)=\frac{\hbar}{2}$$

$$|\psi(x,t)|^2=\frac{1}{\sqrt{2\pi}(a/2)}e^{-\frac{x^2}{2(a/2)^2}}$$

ולכן סטיית התקן נתונה על ידי $\Delta x(0)=a/2$.

נקבל לבסוף:

$$\Delta p=\frac{\hbar}{2\Delta x(0)}=\frac{\hbar}{a}$$

שאלה 6

נתון אוסף מערכות בעלות שלוש רמות $E = 0, \epsilon, 2\epsilon$ המוצמדת לאמבט חום בשיווי משקל תרמי בטמפ' T כלשהי. מהי האנרגיה הממוצעת של מערכת בודדת?

א. $\frac{\epsilon e^{-\beta\epsilon}\left(1+2e^{-\beta\epsilon}\right)}{1+e^{-\beta\epsilon}+e^{-\beta 2\epsilon}}$

ב. $\frac{1}{2}+\frac{\epsilon}{e^{\epsilon/k_bT}+1}+\frac{2\epsilon}{e^{2\epsilon/k_bT}+1}$

ג. ϵ

ד. $1+\frac{\epsilon}{e^{\epsilon/k_bT}-1}+\frac{2\epsilon}{e^{2\epsilon/k_bT}-1}$

ה. $\frac{\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{1-e^{-\beta\epsilon}-e^{-\beta 2\epsilon}}$

פתרון:

מכיוון שמדובר בצבר הקנוני, עלינו לכתוב את פונקציית החלוקה וממנה לקבל את האנרגיה הממוצעת:

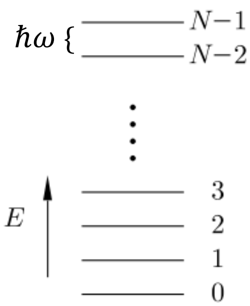
$$Z = \sum_i e^{-\beta E_i} = 1 + e^{-\beta\epsilon} + e^{-\beta 2\epsilon}$$

$$\langle E \rangle = -\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta} = \frac{\epsilon e^{-\beta\epsilon} + 2\epsilon e^{-\beta 2\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon} + e^{-\beta 2\epsilon}} = \frac{\epsilon e^{-\beta\epsilon}\left(1 + 2e^{-\beta\epsilon}\right)}{1 + e^{-\beta\epsilon} + e^{-\beta 2\epsilon}}$$

ולכן התשובה הנכונה היא א'

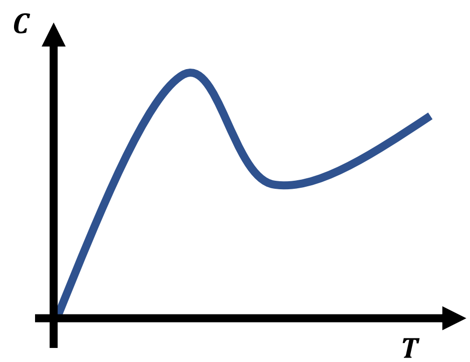
שאלה 7

נתונה מערכת בעלת N רמות אנרגיה בדידות במרחקים שווים $\hbar\omega$ (מערכת N-רמות), כמתואר בשרטוט:

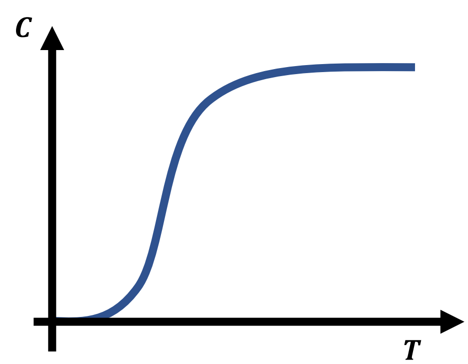


כלומר $E_n = \hbar\omega n$ כאשר $n = 0,1,2,..,N-1$, עבור N סופי כלשהו. המערכת מצומדת בשיווי משקל תרמי לאמבט חום המוחזק בטמפ' T כלשהי.

בחרו את הגרף המתאים ביותר עבור קיבול החום של המערכת כתלות בטמפ':

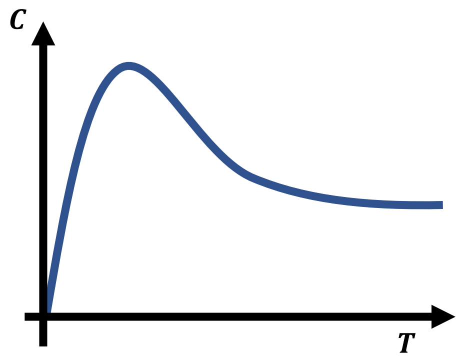


א.

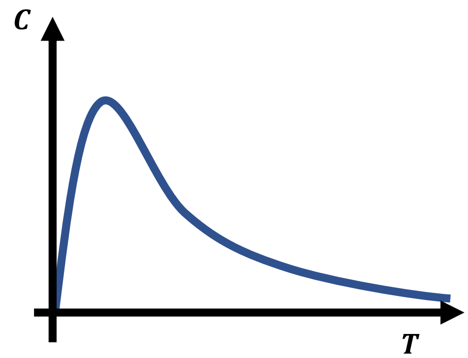


ב.

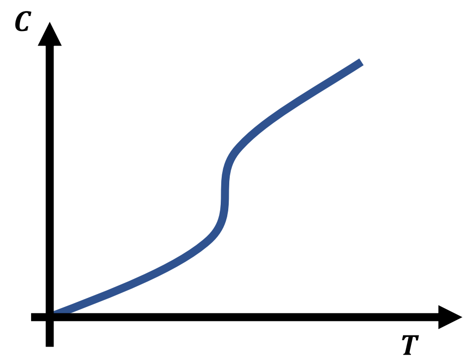
ג.



ד.



ה.



פתרון:

כפי שראינו בכיתה, במערכת בעלת מספר סופי כלשהו של מצבי אנרגיה אפשריים, קיבול החום בסופו של דבר יישאף ל-0 כאשר טמפ׳ האמבט המוצמד למערכת הזו תשאף לאינסוף, שכן בשלב מסוים כל ניסיון נוסף להכניס חום למערכת ייעצר בשל הגעתה לאי-סדר מקסימלי [בדומה לבעיה עם החיצים שראינו בתרגיל כיתה 3 (שהיא פשוט מקרה פרטי שבו $N = 2$) – במצב זה כל N הרמות מאוכלסות בממוצע באופן הממקסם כבר את האנטרופיה]. בנוסף, קיים ערך כלשהו של טמפ׳ שבו קיבול החום של המערכת מקבל מקסימום, כאשר $k_B T$ שווה בערך ל-$\hbar\omega$ שהוא פער האנרגיה הטיפוסי במערכת. ברור לכן מההסבר הנ״ל ומפסילת התשובות האחרות, **שהתשובה הנכונה היא ד׳.**

ניתן כמובן לבצע גם חישוב מלא כלהלן - פונקציית החלוקה של המערכת הינה:

$$Z=\sum_{\alpha}e^{-\beta E_\alpha}=\sum_{n=0}^{N-1}e^{-\beta\hbar\omega n}\overset{Geom.\ Series}{\triangleq}\frac{1-e^{-N\beta\hbar\omega}}{1-e^{-\beta\hbar\omega}}$$

הביטוי לאנרגיה הממוצעת הינו לכן :

$$\langle E\rangle=-\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial\beta}=-\frac{\left(1-e^{-\beta\hbar\omega}\right)}{1-e^{-N\beta\hbar\omega}}\cdot\frac{N\hbar\omega e^{-N\beta\hbar\omega}\left(1-e^{-\beta\hbar\omega}\right)+\hbar\omega e^{-\beta\hbar\omega}\left(1-e^{-N\beta\hbar\omega}\right)}{(1-e^{-\beta\hbar\omega})^2}$$

$$\Longrightarrow\langle E\rangle=\frac{N\hbar\omega e^{-N\beta\hbar\omega}}{1-e^{-N\beta\hbar\omega}}+\frac{\hbar\omega e^{-\beta\hbar\omega}}{1-e^{-\beta\hbar\omega}}=\frac{N\hbar\omega}{e^{N\beta\hbar\omega}-1}+\frac{\hbar\omega}{e^{\beta\hbar\omega}-1}=\frac{N\hbar\omega}{e^{\frac{N\hbar\omega}{k_BT}}-1}+\frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_BT}}-1}$$

ומכאן הביטוי לקיבול החום :

$$C=\frac{d\langle E\rangle}{dT}=\frac{-N\hbar\omega e^{\frac{N\hbar\omega}{k_BT}}\left(-\frac{N\hbar\omega}{k_BT^2}\right)}{\left(e^{\frac{N\hbar\omega}{k_BT}}-1\right)^2}+\frac{-\hbar\omega e^{\frac{\hbar\omega}{k_BT}}\left(-\frac{\hbar\omega}{k_BT^2}\right)}{\left(e^{\frac{\hbar\omega}{k_BT}}-1\right)^2}\Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow\boldsymbol{C}=\frac{\boldsymbol{\hbar^2\omega^2}}{\boldsymbol{k_BT^2}}\left(\frac{\boldsymbol{N^2e^{\frac{N\hbar\omega}{k_BT}}}}{\left(\boldsymbol{e^{\frac{N\hbar\omega}{k_BT}}-1}\right)^2}+\frac{\boldsymbol{e^{\frac{\hbar\omega}{k_BT}}}}{\left(\boldsymbol{e^{\frac{\hbar\omega}{k_BT}}-1}\right)^2}\right)$$

שאלה 8

נתון מהוד אלקטרומגנטי תלת ממדי בצורת קובייה שממדיה $L \times L \times L$, המכיל פוטונים בעלי שני מצבי קיטוב אפשריים, המצייתים ליחס נפיצה $E = \hbar c|\vec{k}|$. למה שווה צפיפות המצבים הפוטונית במהוד (מספר המצבים ליח' אנרגיה ליחידת נפח)?

א. $$g(E) = \frac{E}{\pi^2 \hbar^2 c^2}$$

ב. $$g(E) = \frac{E^3}{3\pi^2 \hbar^3 c^3}$$

ג. $$g(E) = \frac{E^2}{\pi^2 \hbar^3 c^3}$$

ד. $$g(E) = \frac{E}{\pi^2 \hbar^3 c^3}$$

ה. $$g(E) = \frac{E^2}{\pi^2 \hbar^2 c^2}$$

פתרון

מתקיים:

$$k_x = n_x \cdot \frac{\pi}{L}, k_y = n_y \cdot \frac{\pi}{L}, k_z = n_z \cdot \frac{\pi}{L}$$

כאשר:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^2$$

החישוב עצמו זהה לחלוטין לחישוב עבור אלקטרונים בתלת-ממד כאשר את ההכפלה ב-2 עקב הספין מחליפה כעת הכפלה ב-2 עקב שני מצבי הקיטוב אפשריים של השדה האלקטרומגנטי. נקבל עבור מספר המצבים בתחום $[0, k]$:

$$N(k) = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{\frac{4\pi k^3}{3}}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^3} = \frac{L^3 k^3}{3\pi^2}$$

כאשר נחלק בנפח המהוד ונשתמש ביחס הנפיצה הפוטוני נקבל:

$$G(E) = \frac{1}{L^3} \cdot \frac{L^3 \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^3}{3\pi^2} = \frac{E^3}{3\pi^2 \hbar^3 c^3}$$

ולבסוף גזירה לפי האנרגיה תיתן לנו את צפיפות המצבים ליח' אנרגיה ליח' נפח במהוד :

$$g(E) = \frac{dG(E)}{dE} = \frac{d}{dE}\left(\frac{E^3}{3\pi^2 \hbar^3 c^3}\right) = \frac{E^2}{\pi^2 \hbar^3 c^3}$$

והתשובה הנכונה היא ג'.

שאלה 9

קיבול החום למול אחד של גרפיט, נתון בקירוב טוב (עבור תחום טמפ' סופי) ע"י:

$$C \cong a + bT - \frac{d}{T^2}$$

כאשר הקבועים הם:

$$a = 16.86 \left[\frac{J}{K \cdot mol}\right] \quad ; \quad b = 4.77 \cdot 10^{-3} \left[\frac{J}{K^2 \cdot mol}\right] \quad ; \quad d = 8.54 \cdot 10^5 \left[\frac{J \cdot K}{mol}\right]$$

מחממים 5 מול של גרפיט מטמפ' החדר (298 מעלות קלווין) לטמפ' של 700 מעלות קלווין. מהי האנטרופיה של המערכת במצב הסופי?

*נתון כי האנטרופיה במצב ההתחלתי עבור 1 מול של גרפיט הינה $s(298K) \cong 3.67 \left[\frac{J}{K \cdot mol}\right]$

א. $18.350 \left[\frac{J}{K}\right]$

ב. $72.562 \left[\frac{J}{K}\right]$

ג. $36.985 \left[\frac{J}{K}\right]$

ד. $61.894 \left[\frac{J}{K}\right]$

ה. $80.244 \left[\frac{J}{K}\right]$

התשובה הנכונה היא ה'.

האנטרופיה של המערכת (5 מול של גרפיט) במצב ההתחלתי נתונה ע"י:

$$S(298K) \cong 5\,[mol] \cdot 3.67 \left[\frac{J}{K \cdot mol}\right] = 18.35 \left[\frac{J}{K}\right]$$

השינוי הדיפרנציאלי באנרגיית החום המועברת לגרפיט נתון ע"י:

$$dQ = C_p \left[\frac{J}{K}\right] dT = 5\,[mol] \cdot c_p \left[\frac{J}{K \cdot mol}\right] dT = 5\left(a + bT - \frac{c}{T^2}\right) dT$$

ולכן השינוי הדיפרנציאלי באנטרופיה של המערכת נתון ע"י:

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{5\left(a + bT - \frac{d}{T^2}\right)}{T} dT$$

מכאן נובע שהשינוי באנטרופיה של המערכת בתהליך החימום הינו:

$$\Delta S = \int dS = \int_{298}^{700} \frac{5\left(a + bT - \frac{d}{T^2}\right)}{T} dT$$

$$\cong 5a\,ln\left(\frac{700}{298}\right) + 5b(700 - 298) + \frac{5c}{2}\left(\frac{1}{700^2} - \frac{1}{298^2}\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow 5\cdot 16.86\cdot ln\left(\frac{700}{298}\right)+5\cdot 4.77\cdot 10^{-3}\cdot(700-298)+\frac{5}{2}\cdot 8.54\cdot 10^{5}\cdot\left(\frac{1}{700^{2}}-\frac{1}{298^{2}}\right)$$

$$\Longrightarrow \Delta S\cong 61.894\left[\frac{J}{K}\right]$$

והאנטרופיה במצב הסופי :

$$S(700K)=S(298K)+\Delta S\cong 18.35\left[\frac{J}{K}\right]+61.894\left[\frac{J}{K}\right]=80.244\left[\frac{J}{K}\right]$$

שאלה 10

נתונה פיסת מתכת עם ריכוז אלקטרונים $n = 10^{29} m^{-3}$, כאשר האלקטרונים לא מבצעים אינטראקציה זה עם זה. באיזו טמפרטורה ניתן להתייחס לאלקטרונים הללו כגז קלאסי של חלקיקים? הניחו שהאלקטרונים בעלי מסה של אלקטרון חופשי.

א. רק ב- $\mathrm{T} = 0K$
ב. $\mathrm{T} < 77K$
ג. $T = 300K$
ד. $10000K \geq T \geq 1500K$
ה. $T \geq 120000K$

פתרון:

נדרוש שאורך הגל התרמי של האלקטרונים יהיה מספיק קטן ביחס למרחק הממוצע ביניהם:

$$\lambda_{th} n^{1/3} \ll 1$$

$$\lambda_{th} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_b T}} \ll n^{-1/3}$$

$$T \gg \frac{\left(h n^{1/3}\right)^2}{2\pi m k_b} = \frac{\left(6.626 \times 10^{-34}\,[J \times sec] \times (10^{29}[m^{-3}])^{1/3}\right)^2}{2\pi \times 9.109 \times 10^{-31}[kg] \times 1.381 \times 10^{-23}[J/K]} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{T \gg 119672\ K}$$

והתשובה הנכונה היא ה'

טבלת נוסחאות שימושיות:

גדלים פיזיקליים שימושיים:

Atomic Weight Conversion	$1amu = 1.661 \times 10^{-27} kg$
Plank’s Constant	$h = 6.626 \times 10^{-34}\ J \cdot sec$
Reduced Plank’s Constant	$\hbar = 1.055 \times 10^{-34} J \cdot sec$
Avogadro Constant	$N_A = 6.022 \times 10^{23}$
Gas Constant	$R = 8.314\ J\ K^{-1} mol^{-1}$
Boltzmann’s Constant	$k_b = 1.381 \times 10^{-23} J/K$
Electron Mass	$m_e = 9.109 \times 10^{-31} kg$
Electron Charge	$q = 1.602 \times 10^{-19}$
Bohr Radius	$a_0 = 5.292 \times 10^{-11} m$
Speed of Light	$c = 2.997 \times 10^{8} m/sec$

זהויות אלגבריות/טריגונומטריות שימושיות:

Trigonometric Identities
$\cos(a)\cos(b) = 1/2(\cos(a+b) + \cos(a-b))$
$\sin(a)\sin(b) = 1/2(\cos(a-b) - \cos(a+b))$
$\sin(a)\cos(b) = 1/2(\sin(a+b) + \sin(a-b))$
$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(b)$
$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 b$
$\sin^2 a = 1/2(1 - \cos(2a))$
$\cos^2 a = 1/2(1 + \cos(2a))$
$\sin(\pi - a) = \sin(a)$
$\cos(\pi - a) - \cos(a)$
$\sin(\pi/2 - a) = \cos(a)$
$\cos(\pi/2 - a) = \sin(a)$
$\sin(-a) = -\sin(a)$
$\cos(-a) = \cos(a)$
$\cos(a) = 1/2\left(e^{ia} + e^{-ia}\right)$
$\sin(a) = 1/(2i)\left(e^{ia} - e^{-ia}\right)$
$\cosh(a) = \frac{1}{2}(e^{a} + e^{-a})$
$\sinh(a) = \frac{1}{2}(e^{a} - e^{-a})$

אינטגרליים שימושיים:

Gaussian Distribution

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

תוחלת μ

סטיית תקן σ

Gaussian Integral $\alpha > 0$

$$\int_{a}^{b} e^{-\alpha(x+b)^2} dx = \sqrt{\pi/\alpha}$$

Gamma Function

$$\Gamma(n) \equiv \int_{0}^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx = n-1!$$

$$\Gamma(n) = (n-1)\Gamma(n-1)$$

$\boldsymbol{n}$	$1/2$	1	$3/2$	2	$5/2$	3
$\boldsymbol{\Gamma(n)}$	$\sqrt{\pi}$	1	$\sqrt{\pi}/2$	1	$3\sqrt{\pi}/4$	2

More Gaussian Integrals $\alpha > 0, n \geq 0$

$$I(n) \equiv \int_{0}^{\infty} x^n e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)\alpha^{-\frac{n+1}{2}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n e^{-\alpha x^2} dx = \begin{cases} 2I(n) & n \in Even \\ 0 & n \in Odd \end{cases}$$

$\boldsymbol{n}$	0	1	2	3	4	5
$\boldsymbol{I(n)}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$	$\frac{1}{2\alpha}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}$	$\frac{1}{2\alpha^2}$	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^5}}$	$\frac{1}{\alpha^3}$