

אלקטרוניקה פיסיקאלית 044124

סמסטר אביב 2021

בוחן אמצע

הנחיות

- **משך הבחינה – שעתיים**
- **בבחן 10 שאלות אמריקאיות בעלות משקל שווה**
- **בדקו שברשותכם 14 עמודים**
- **ניתן להשתמש במחשבון ו- 5 דפי נוסחאות דו-צדדיים**

בהצלחה!

שאלה 1

נתון תיל עשוי כסף (Ag) באורך $3m$ ובעל חתך עגול עם רדיוס של $100\mu m$ והתנגדות של $R = 1.5\Omega$. ידועה הצפיפות של כסף $\rho_V = 10.5 g/cm^3$ ומשקלו האטומי $107.8 amu$. הניחו שכל אטום תורם אלקטרון הולכה אחד וחשבו את הזמן הממוצע בין פיזורים. הניחו שלאלקטרון יש מסה של אלקטרון חופשי.

תשובות:

א. $38.6 \times 10^{-15} sec$

ב. $12.5 \times 10^{-15} sec$

ג. $10.1 \times 10^{-15} sec$

ד. $2.4 \times 10^{-13} sec$

ה. $1.7 \times 10^{-12} sec$

שאלה 2

נתונה פיסת נחושת דו-ממדית בעלת צפיפות אלקטרונים $n = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-2}$. הניחו שהאלקטרונים בעלי יחס נפיצה פרבולי וקבלו ערך של אנרגיית פרמי ב- $T = 0 \text{ K}$. הניחו שלאקטרון יש מסה של אלקטרון חופשי.

תשובות:

- א. 7.1 eV
- ב. 4.74 eV
- ג. 0.18 eV
- ד. -1.13 eV
- ה. 11.57 eV

שאלה 3

נתון גז תלת ממדי של חלקיקים המצייתים לסטטיסטיקת מקסוול-בולצמן. הניחו שלכל חלקיק ישנם שלושה מצבי ספין $s = -1, 0, 1$. פילוג גודל המהירות נתון על ידי:

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2k_b T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_b T}}$$

חשבו את הגודל $\langle 1/v \rangle \langle v \rangle$

תשובות

- א. $\hbar/2$
- ב. 1
- ג. π
- ד. $4/\pi$
- ה. $3/2k_b T$

שאלה 4

נתונה מערכת בממד אחד המוצמדת לאמבט חום בטמפ' T . האנרגיות האפשריות במערכת נתונות על ידי $E = \alpha|x|$ כאשר x מסמן את מיקום החלקיק לאורך ציר x ו- α הינו קבוע חיובי כלשהו. חשבו מהי האנרגיה הממוצעת של החלקיק?

תשובות

א. $3/2k_bT$

ב. k_bT

ג. $\alpha/2k_bT$

ד. $1/2k_bT$

ה. $4/2k_bT$

שאלה 5

חלקיק קוונטי מתקדם במרחב החופשי ומתואר באמצעות חבילת גלים גאוסית מהצורה הבאה :

$$\psi(x, t) = \left(\frac{2a^2}{\pi}\right)^{1/4} \frac{e^{i\varphi}}{(a^4 + 4\hbar^2 t^2/m^2)^{1/4}} e^{ik_0 x} e^{-\frac{\left(x - \frac{\hbar k_0}{m} t\right)^2}{a^2 + \frac{2i\hbar t}{m}}}$$

כיצד ערכו הממוצע של התנע $\langle p \rangle$ וסטיית התקן שלו Δp משתנים עם הזמן?

א. $\langle p \rangle(t) = 2k_0/m, \Delta p(t) = 1/a + \hbar k_0 t$

ב. $\langle p \rangle(t) = \hbar k_0, \Delta p(t) = \hbar/a + \hbar k_0 t/m$

ג. $\langle p \rangle(t) = \hbar k_0, \Delta p(t) = \hbar/a$

ד. $\langle p \rangle(t) = \hbar k_0, \Delta p(t) = \frac{\hbar}{a} \sqrt{1 + \frac{4\hbar^2 t^2}{a^4 m^2}}$

ה. $\langle p \rangle(t) = \hbar k_0 t, \Delta p(t) = \frac{\hbar}{a} \sqrt{1 + \frac{4\hbar^2 t^2}{a^4 m^2}}$

שאלה 6

נתון אוסף מערכות בעלות שלוש רמות $E = 0, \epsilon, 2\epsilon$ המוצמדת לאמבט חום בשיווי משקל תרמי בטמפ' T כלשהי. מהי האנרגיה הממוצעת של מערכת בודדת?

א. $\frac{\epsilon e^{-\beta\epsilon}(1+2e^{-\beta\epsilon})}{1+e^{-\beta\epsilon}+e^{-\beta 2\epsilon}}$

ב. $\frac{1}{2} + \frac{\epsilon}{e^{\epsilon/k_b T} + 1} + \frac{2\epsilon}{e^{2\epsilon/k_b T} + 1}$

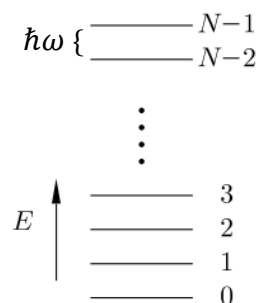
ג. ϵ

ד. $1 + \frac{\epsilon}{e^{\epsilon/k_b T} - 1} + \frac{2\epsilon}{e^{2\epsilon/k_b T} - 1}$

ה. $\frac{\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{1 - e^{-\beta\epsilon} - e^{-\beta 2\epsilon}}$

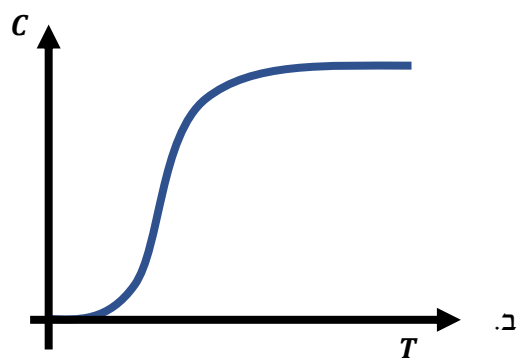
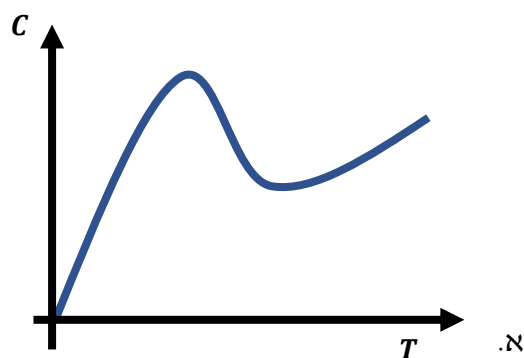
שאלה 7

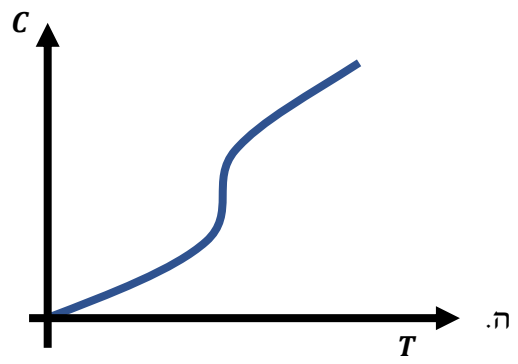
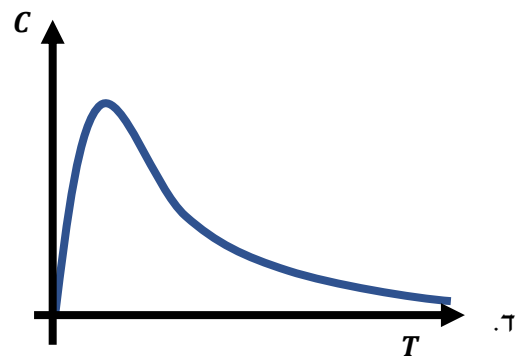
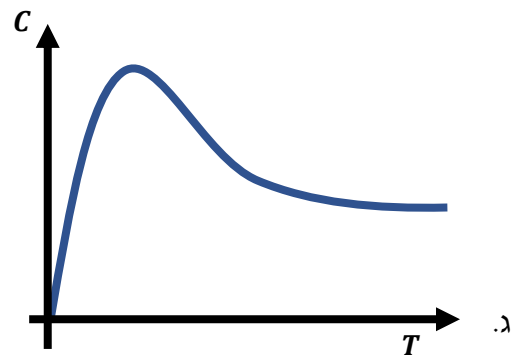
נתונה מערכת בעלת N רמות אנרגיה בדידות במרחקים שווים $\hbar\omega$ (מערכת N -רמות), כמתואר בשרטוט:



כלומר $E_n = \hbar\omega n$ כאשר $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, עבור N סופי כלשהו. המערכת מצומדת בשיווי משקל תרמי לאמבט חום המוחזק בטמפר' T כלשהי.

בחרו את הגרף המתאים ביותר עבור קיבול החום של המערכת כתלות בטמפר':





שאלה 8

נתון מהוד אלקטרומגנטי תלת ממדי בצורת קובייה שממדיה $L \times L \times L$, המכיל פוטונים בעלי שני מצבי קיטוב אפשריים, המצייתים ליחס נפיצה $E = \hbar c |\vec{k}|$. למה שווה צפיפות המצבים הפוטונית במהוד (מספר המצבים ליח' אנרגיה ליחידת נפח)?

$$g(E) = \frac{E}{\pi^2 \hbar^2 c^2} \quad \text{א.}$$

$$g(E) = \frac{E^3}{3\pi^2 \hbar^3 c^3} \quad \text{ב.}$$

$$g(E) = \frac{E^2}{\pi^2 \hbar^3 c^3} \quad \text{ג.}$$

$$g(E) = \frac{E}{\pi^2 \hbar^3 c^3} \quad \text{ד.}$$

$$g(E) = \frac{E^2}{\pi^2 \hbar^2 c^2} \quad \text{ה.}$$

שאלה 9

קיבול החום למול אחד של גרפיט, נתון בקירוב טוב (עבור תחום טמפ' סופי) ע"י :

$$C \cong a + bT - \frac{d}{T^2}$$

כאשר הקבועים הם :

$$a = 16.86 \left[\frac{J}{K \cdot mol} \right] ; \quad b = 4.77 \cdot 10^{-3} \left[\frac{J}{K^2 \cdot mol} \right] ; \quad d = 8.54 \cdot 10^5 \left[\frac{J \cdot K}{mol} \right]$$

מחממים 5 מול של גרפיט מטמפ' החדר (298 מעלות קלווין) לטמפ' של 700 מעלות קלווין. מהי האנטרופיה של המערכת במצב הסופי?

*נתון כי האנטרופיה במצב ההתחלתי עבור 1 מול של גרפיט הינה $s(298K) \cong 3.67 \left[\frac{J}{K \cdot mol} \right]$

- | | |
|----|-------------------------------------|
| א. | $18.350 \left[\frac{J}{K} \right]$ |
| ב. | $72.562 \left[\frac{J}{K} \right]$ |
| ג. | $36.985 \left[\frac{J}{K} \right]$ |
| ד. | $61.894 \left[\frac{J}{K} \right]$ |
| ה. | $80.244 \left[\frac{J}{K} \right]$ |

שאלה 10

נתונה פיסת מתכת עם ריכוז אלקטרונים $n = 10^{29} m^{-3}$, כאשר האלקטרונים לא מבצעים אינטראקציה זה עם זה. באיזו טמפרטורה ניתן להתייחס לאלקטרונים הללו כגז קלאסי של חלקיקים? הניחו שהאלקטרונים בעלי מסה של אלקטרון חופשי.

א. רק ב- $T = 0K$

ב. $T < 77K$

ג. $T = 300K$

ד. $10000K \geq T \geq 1500K$

ה. $T \geq 120000K$

טבלת נוסחאות שימושיות:

גדלים פיזיקליים שימושיים:

Atomic Weight Conversion	$1amu = 1.661 \times 10^{-27} kg$
Plank's Constant	$h = 6.626 \times 10^{-34} J \cdot sec$
Reduced Plank's Constant	$\hbar = 1.055 \times 10^{-34} J \cdot sec$
Avogadro Constant	$N_A = 6.022 \times 10^{23}$
Gas Constant	$R = 8.314 J K^{-1} mol^{-1}$
Boltzmann's Constant	$k_b = 1.381 \times 10^{-23} J/K$
Electron Mass	$m_e = 9.109 \times 10^{-31} kg$
Electron Charge	$q = 1.602 \times 10^{-19}$
Bohr Radius	$a_0 = 5.292 \times 10^{-11} m$
Speed of Light	$c = 2.997 \times 10^8 m/sec$

זהויות אלגבריות/טריגונומטריות שימושיות:

Trigonometric Identities
$\cos(a) \cos(b) = 1/2(\cos(a + b) + \cos(a - b))$
$\sin(a) \sin(b) = 1/2(\cos(a - b) - \cos(a + b))$
$\sin(a) \cos(b) = 1/2(\sin(a + b) + \sin(a - b))$
$\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(b)$
$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 b$
$\sin^2 a = 1/2(1 - \cos(2a))$
$\cos^2 a = 1/2(1 + \cos(2a))$
$\sin(\pi - a) = \sin(a)$
$\cos(\pi - a) = -\cos(a)$
$\sin(\pi/2 - a) = \cos(a)$
$\cos(\pi/2 - a) = \sin(a)$
$\sin(-a) = -\sin(a)$
$\cos(-a) = \cos(a)$
$\cos(a) = 1/2(e^{ia} + e^{-ia})$
$\sin(a) = 1/(2i)(e^{ia} - e^{-ia})$
$\cosh(a) = \frac{1}{2}(e^a + e^{-a})$
$\sinh(a) = \frac{1}{2}(e^a - e^{-a})$

אינטגרליים שימושיים:

Gaussian Distribution

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

μ תוחלת
 σ סטיית תקן

Gaussian Integral $\alpha > 0$

$$\int_a^b e^{-\alpha(x+b)^2} dx = \sqrt{\pi/\alpha}$$

Gamma Function

$$\Gamma(n) \equiv \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx = n - 1!$$

$$\Gamma(n) = (n-1)\Gamma(n-1)$$

n	1/2	1	3/2	2	5/2	3
$\Gamma(n)$	$\sqrt{\pi}$	1	$\sqrt{\pi}/2$	1	$3\sqrt{\pi}/4$	2

More Gaussian Integrals $\alpha > 0, n \geq 0$

$$I(n) \equiv \int_0^\infty x^n e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) \alpha^{-\frac{n+1}{2}}$$

$$\int_{-\infty}^\infty x^n e^{-\alpha x^2} dx = \begin{cases} 2I(n) & n \in \text{Even} \\ 0 & n \in \text{Odd} \end{cases}$$

n	0	1	2	3	4	5
$I(n)$	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$	$\frac{1}{2\alpha}$	$\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}$	$\frac{1}{2\alpha^2}$	$\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha^5}}$	$\frac{1}{\alpha^3}$