

بسمه تعالی



## دستورکار پنجم (گروه یک)

تاریخ برگزاری جلسه: یکشنبه ۱۳۹۹/۰۹/۰۲

مهلت تحویل گزارش: ۱۳۹۹/۰۹/۰۹

### نحوه تحویل گزارشکار کارگاه:

هر گروه یک فایل گزارش آماده نماید. فایل اصلی گزارش در قالب ورد (word) باشد و pdf شده آن نیز ضمیمه گردد. در ابتدای فایل گزارش، شماره دستورکار، نام و شماره دانشجویی اعضای گروه و تاریخ آپلود فایل گزارش نوشته شود. در یک فولدر (که نام فولدر حاوی شماره دانشجویی‌های اعضای گروه است) بایستی کدهای M-file متلب (ذخیره شده با پسوند m) و متغیرهای احتمالی مورد نیاز (ذخیره شده با پسوند mat) و فایل‌های word و pdf گزارش قرار داده شود. سپس فولدر مذکور را در قالب rar. فشرده نموده و فایل فشرده شده را در درس افزار آپلود کنید.

در متن گزارش و کدهای ارسالی، حتماً توضیح (comment) قرار دهید تا خوانایی کدهای برنامه افزایش یابد. ضمناً در متن گزارش، دستورات مورد استفاده و یا کدهای برنامه نویسی شده و توضیحات کافی را نیز قرار دهید.

متلب یک ماشین حساب گرافیکی قدرتمند محسوب می شود. از اینرو رسم شکل‌های مناسب در متلب یک هنر است. از حداکثر سلیقه خود و توانایی‌های نرم افزار متلب برای تهیه نمودارهای مناسب و دقیق استفاده کنید.

## انتگرال عددی (numerical integration) توابع:

\*\* برای محاسبه انتگرال معین تابع به روش ذوزنقه ای از دستور trapz استفاده می شود.

تکلیف ۵-۱: با استفاده از راهنمای متلب، در مورد آرگومانهای ورودی و خروجی تابع trapz و روابط ریاضی نحوه محاسبه آن تحقیق و گزارش کنید.

تکلیف ۵-۲: با استفاده از تابع trapz مقدار انتگرالهای معین زیر را بیابید. همچنین هر یک از توابع انتگرالده زیر را در بازه انتگرالگیری داده شده رسم کنید و با توجه به قضیه تعامد دستگاه مثلثاتی (Orthogonality of the Trigonometric System) نتایج به دست آمده را تحلیل کنید؟

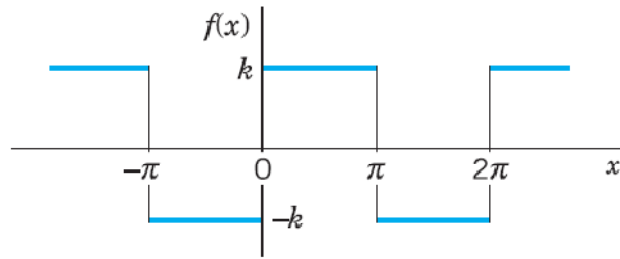
$$A = \int_{-2\pi}^{2\pi} \sin(4x) \cdot \cos(4x) dx = ?, B = \int_{-2\pi}^{2\pi} \sin(x) \cdot \sin(4x) dx = ?, C = \int_{-2\pi}^{2\pi} (\sin(x))^2 dx = ?$$

$$D = \int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) \cdot \cos(4x) dx = ?, E = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(x) \cdot \cos(4x) dx = ?, F = \int_{-\pi}^{\pi} (\cos(4x))^2 dx = ?$$

تکلیف ۵-۳: با استفاده از راهنمای متلب در مورد دستورات quad و integral به منظور محاسبه انتگرال عددی یک تابع تحقیق و گزارش نمایید. مقدار انتگرالهای معین تکلیف ۵-۲ را با استفاده از دستورات ذکر شده مجدداً محاسبه و نتایج به دست آمده را با یکدیگر مقایسه کنید.

تکلیف ۵-۴: تابع متناوب  $f(x)$  را در نظر بگیرید:

$$f(x) = \begin{cases} -k & \text{if } -\pi < x < 0 \\ k & \text{if } 0 < x < \pi \end{cases} \quad \text{and} \quad f(x + 2\pi) = f(x).$$



Given function  $f(x)$  (Periodic reactangular wave)

می دانیم تابع مجموع جزئی  $N$  نمایش سری فوریه تابع  $f(x)$  بصورت زیر محاسبه می شود:

$$S_N\{f(x)\} = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

که در آن ضرایب سری فوریه از روابط زیر حاصل شده اند:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^0 (-k) \cos nx \, dx + \int_0^{\pi} k \cos nx \, dx \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \left[ -k \frac{\sin nx}{n} \Big|_{-\pi}^0 + k \frac{\sin nx}{n} \Big|_0^{\pi} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^0 (-k) \sin nx \, dx + \int_0^{\pi} k \sin nx \, dx \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \left[ k \frac{\cos nx}{n} \Big|_{-\pi}^0 - k \frac{\cos nx}{n} \Big|_0^{\pi} \right] = \frac{2k}{n\pi} (1 - \cos n\pi). \end{aligned}$$

همچنین تابع خطای تخمین مجموع جزئی  $N$  بصورت زیر تعریف می شود،

$$e_N\{f(x)\} = |f(x) - S_N\{f(x)\}|$$

و مقدار خطای تخمین مجموع جزئی  $N$  در یک دوره تناوب از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$E_N\{f(x)\} = \int_{-\pi}^{+\pi} f^2(x)dx - \pi \left( 2a_0^2 + \sum_{n=1}^N (a_n^2 + b_n^2) \right)$$

۵-۴-۱- تابع مجموع جزئی  $N$  نمایش سری فوریه تابع فوق را در بازه  $[-8,8]$  و با مقادیر  $N=5, N=1$ ،  $N=11$  و  $N=101$  رسم نمایید.

**راهنمایی:**  $x$  را یک بردار با طول دلخواه (تعداد المان بردار) در نظر بگیرید که حاوی مقادیر بازه مدنظر مسئله باشد. متناظر با بردار  $x$ ، توابع  $f(x)$  و  $S_N\{f(x)\}$  را نیز بردارهایی با اندازه مشابه با بردار  $x$  در نظر بگیرید. همچنین برای انجام محاسبات تابع مجموع جزئی  $N$  می توانید از دستورهایی حلقه `for-end` و برای رسم نمودار دو بُعدی از دستور `plot` استفاده نمایید. مقدار  $k=3$  فرض شود.

۵-۴-۲- تابع خطای تخمین را در بازه  $(-8,8)$  و به ازای مقادیر  $N=5, N=1, N=11$  و  $N=101$  رسم نمایید.

۵-۴-۳- مقدار خطای تخمین را به ازای مقادیر  $N=5, N=1, N=11$  و  $N=101$  محاسبه و گزارش نمایید.

۵-۴-۴- با استفاده از دستور حلقه `while-end` تعیین نمایید که کمترین مقدار  $N$  برای دستیابی به مقدار خطای تخمین کمتر از  $0.01$  چقدر است؟

پیروز و موفق باشید

شکفته