

**Первая лабораторная: задания 1-6.**

**Вторая лабораторная (лекция 2, часть 1): задания 5-10**

**Третья лабораторная (лекция 2, часть 2): задания 11-14.**

**Четвёртая лабораторная: задания 15-16.**

## **1. Работа с изображениями.**

Выбрать язык программирования и библиотеку для записи изображений в файл.

Создать матрицу размера  $H \times W$ , заполнить её элементы нулевыми значениями, сохранить в виде полутонового (одноканального) 8-битового изображения высотой  $H$  и шириной  $W$ , убедиться, что полученное изображение открывается средствами операционной системы и полностью чёрное.

Создать матрицу размера  $H \times W$ , заполнить её элементы значениями, равными 255, сохранить в виде полутонового (одноканального) 8-битового изображения высотой  $H$  и шириной  $W$ , убедиться, что полученное изображение открывается средствами операционной системы и полностью белое.

Создать матрицу размера  $H \times W \times 3$ , заполнить её элементы значениями, равными (255, 0, 0), сохранить в виде цветного (трёхканального) 8-битового изображения высотой  $H$  и шириной  $W$ , убедиться, что полученное изображение открывается средствами операционной системы и полностью красное.

Создать матрицу размера  $H \times W \times 3$ , заполнить её элементы произвольными значениями по выбранной схеме (например, значение элемента равно сумме его координат по модулю 256), сохранить в виде 8-битового изображения высотой  $H$  и шириной  $W$ , убедиться, что полученное изображение открывается средствами операционной системы (в предложенном примере должен получиться плавный градиент от чёрного цвета в верхнем левом углу изображения).

## **2. Отрисовка прямых линий**

Реализовать все описанные в лекциях алгоритмы отрисовки прямых (до алгоритма Брезенхема включительно).

Для каждого алгоритма сохранить в файл изображение размера 200x200 с нарисованной на нём «звездой» (см. лекции).

*Подсказка:*

*начальная координата* (100,100)

*конечная координата*  $(100 + 95 \cos(\alpha), 100 + 95 \sin(\alpha))$ ,  $\alpha = \frac{2\pi i}{13}$ ,  $i = 0, 1, \dots, 12$ .

### 3. Работа с трёхмерной моделью (вершины)

Считать из приложенного файла obj строки, содержащие информацию о вершинах модели в объект созданного класса:

v X1 Y1 Z1

v X2 Y2 Z2

<...>

### 4. Отрисовка вершин трёхмерной модели

Нарисовать вершины модели (игнорируя координату Z) на изображении размером (1000, 1000).

Для того, чтобы модель была видна на изображении (и не была слишком большой), поэкспериментируйте с масштабированием и смещением координат точек, например:

$[50 * X + 500, 50 * Y + 500]$

### 5. Работа с трёхмерной моделью (полигоны)

Считать из приложенного файла строки, содержащие информацию о полигонах модели.

Сведения о полигонах в файле хранятся в формате:

f v1/vt1/vn1 v2/vt2/vn2 v3/vt3/vn3

В рамках лабораторной загрузить в память необходимо только первые значения в каждой тройке – номера вершин, загруженных ранее.

Обратите внимание, что вершины нумеруются, начиная с единицы.

### 6. Отрисовка рёбер трёхмерной модели

Отрисовать все рёбра всех полигонов модели с помощью алгоритма Брезенхема (координаты вершин округляем до ближайшего целого).

## 7. Барицентрические координаты

Написать функцию вычисления барицентрических координат для точки с экранными (целочисленными координатами)  $(x, y)$  относительно вещественных вершин треугольника  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ .

Они вычисляются по формулам:

$$\text{lambda0} = ((x_1 - x_2) * (y - y_2) - (y_1 - y_2) * (x - x_2)) / ((x_1 - x_2) * (y_0 - y_2) - (y_1 - y_2) * (x_0 - x_2))$$

$$\text{lambda1} = ((x_2 - x_0) * (y - y_0) - (y_2 - y_0) * (x - x_0)) / ((x_2 - x_0) * (y_1 - y_0) - (y_2 - y_0) * (x_1 - x_0))$$

$$\text{lambda2} = ((x_0 - x_1) * (y - y_1) - (y_0 - y_1) * (x - x_1)) / ((x_0 - x_1) * (y_2 - y_1) - (y_0 - y_1) * (x_2 - x_1))$$

Убедиться, что сумма барицентрических координат

$$\text{lambda0} + \text{lambda1} + \text{lambda2} = 1.0$$

Обратите внимание, что координаты  $(x, y)$  – экранные, и поэтому целочисленные. В то же время вершины треугольника  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  – вещественные, округлять их перед вычислениями **не надо**.

С точки зрения написания и выполнения программы это не оказывает большого влияния, но важно для понимания. Барицентрические координаты в рамках этого курса будут описывать положение **пикселя**, который вы собираетесь отрисовать, относительно **реального** треугольника.

## 8. Отрисовка треугольников

Написать функцию отрисовки треугольника с вершинами  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ . Для этого выполнить следующие шаги.

1. Определить ограничивающий прямоугольник: минимальные и максимальные возможные значения координат X и Y. Например:

$$x_{\min} = \min(x_0, x_1, x_2)$$

$$y_{\min} = \min(y_0, y_1, y_2)$$

$$x_{\max} = \max(x_0, x_1, x_2)$$

$$y_{\max} = \max(y_0, y_1, y_2)$$

2. Для ограничивающего прямоугольника учесть границы изображения, так, например:

```
if (xmin < 0): xmin = 0
```

Разумеется, вы можете сделать 1 и 2 пункты одновременно.

3. Для каждого пикселя внутри ограничивающего прямоугольника вычислить барицентрические координаты относительно вершин треугольника.

Если **все** барицентрические координаты пикселя больше нуля – пиксель рисуется, иначе – переходим к следующему.

Обратите внимание, что рёбра треугольника линиями (как в задании 7) рисовать **не надо**.

## 9. Тестирование функции

Протестировать функцию отрисовки треугольника для разных треугольников, в том числе, частично (или полностью) выходящих за пределы изображения.

## 10. Отрисовка полигонов трёхмерной модели

Нарисовать все полигоны модели разными цветами (для одного треугольника – один случайный цвет).

## 11. Вычисление нормали к поверхности треугольника

Для каждого треугольника вычислить нормаль к этому треугольнику по формуле:

$$\bar{n} = [X_1 - X_0 \quad Y_1 - Y_0 \quad Z_1 - Z_0] \times [X_1 - X_2 \quad Y_1 - Y_2 \quad Z_1 - Z_2],$$

где  $(X_0, Y_0, Z_0)$ ,  $(X_1, Y_1, Z_1)$  и  $(X_2, Y_2, Z_2)$  – **исходные** координаты вершин треугольника (до любых преобразований), а  $\times$  – векторное произведение.

Координаты нормали могут быть вычислены через определитель:

$$\bar{n} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ X_1 - X_0 & Y_1 - Y_0 & Z_1 - Z_0 \\ X_1 - X_2 & Y_1 - Y_2 & Z_1 - Z_2 \end{vmatrix}.$$

## 12. Отсечение нелицевых граней

Для каждого треугольника определить косинус угла падения направленного света (считать направление света равным  $\bar{l} = [0, 0, 1]$ ) через нормализованное скалярное произведение  $\frac{\langle \bar{n}, \bar{l} \rangle}{\|\bar{n}\| \cdot \|\bar{l}\|}$ .

Изменить цикл отрисовки полигонов таким образом, чтобы отрисовывались только полигоны с  $\frac{\langle \bar{n}, \bar{l} \rangle}{\|\bar{n}\| \cdot \|\bar{l}\|} < 0$ .

## 13. Базовое освещение

Отрисовку полигонов выполнять не случайным цветом, а пропорциональным косинусу угла между  $\bar{n}$  и  $\bar{l}$ , например  $\left( 255 * \frac{\langle \bar{n}, \bar{l} \rangle}{\|\bar{n}\| \cdot \|\bar{l}\|}, 0, 0 \right)$ .

## 14. z-буфер

При отрисовке полигонов проверять перекрытие полигонов с использованием z-буфера.

z-буфер – это матрица из вещественных значений по размеру совпадающая с изображением. Все элементы z-буфера изначально инициализируются некоторым достаточно большим значением.

При отрисовке для каждой точки выполняется следующая проверка:

1. Вычисляются барицентрические координаты  $(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2)$ .
2. Если все барицентрические координаты больше нуля, вычисляем z-координату **исходного** полигона через **исходные** z-координаты вершин этого полигона:

$$\hat{z} = \lambda_0 z_0 + \lambda_1 z_1 + \lambda_2 z_2.$$

3. Если вычисленное значение координаты  $\hat{z}$  больше координаты z-буфера для текущего пикселя, пропускаем точку.
4. Если вычисленное значение координаты  $\hat{z}$  меньше координаты z-буфера для текущего пикселя, отрисовываем этот пиксель, а соответствующему элементу z-буфера присваиваем значение  $\hat{z}$ .

## 15. Проективное преобразование

Заменить преобразование к экранным координатам вида

$$[50 * X + 500, 50 * Y + 500]$$

на проективное преобразование:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} a_x & 0 & u_0 \\ 0 & a_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

где  $(u, v)$  – экранные координаты,  $a_x, a_y$  – масштаб,  $(u_0, v_0)$  – центр изображения.

Для того, чтобы проективное преобразование вычислялось правильно, к координате  $Z$  всех точек модели необходимо добавить фиксированное значение (так, чтобы значения  $Z$  всех точек стали положительными).

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} a_x & 0 & u_0 \\ 0 & a_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ t_z \end{bmatrix} \right)$$

*Для кролика можно попробовать использовать следующие параметры:*

$$t = \begin{bmatrix} 0.005 \\ -0.045 \\ 15.0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 500 \\ 0 & 10000 & 500 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 16. Поворот модели:

Реализовать поворот модели. Для этого исходные координаты вершин заменить на преобразованные:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

где

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha, \beta, \gamma$  – углы поворота вокруг осей  $X, Y$  и  $Z$ , соответственно.

Для начала рекомендуется попробовать реализовать поворот вокруг оси  $Y$ . Такой поворот проще всего визуально отследить и проверить.

