

1.1.1. Числа, цифры и коды

1.1.2. Десятичная, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления

1.1.3. Контрольные вопросы по теме «Системы счисления»

1.1.4. Тестовые задания по теме «Системы счисления»

1.1.1. Числа, цифры и коды

Число – основное понятие математики, которое обычно означает либо количество, размер, вес и тому подобное, либо порядковый номер, расположение в последовательности, код, шифр и тому подобное. В простейшем случае мы будем иметь дело с множеством целых неотрицательных чисел, которое начинается с нуля и продолжается до бесконечности: 0, 1, 2, 3, 4, ... В информатике эти числа, начинающиеся с нуля, называются натуральными.

Цифра – специальные графические знаки, используемые для представления и записи чисел. Например, число 256 состоит из трех цифр 2, 5 и 6, число 16 состоит из двух цифр 1 и 6, а число 0 – из одной цифры 0. Цифра – условный знак для обозначения чисел. Числа записываются при помощи цифр. Цифра в узком смысле – один из 10 знаков десятичной системы счисления: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Код – это правило отображения одного набора объектов или знаков в другой набор знаков без потери информации. Чтобы избежать потерь информации, это отображение должно быть таким, чтобы можно было всегда однозначно возвратиться к прежнему набору объектов или знаков. Например, любую информацию можно передать русским языком с помощью 33 букв русского алфавита и добавочных знаков препинания.

Кодирование – это представление, моделирование одного набора знаков другим с помощью кода. Кодовая таблица — это соответствие между набором знаков и их кодами, обычно разными числами. Так, например, однозначными десятичными числами можно закодировать 10 предметов, приписав каждому предмету одно из 10 однозначных чисел, а двузначными десятичными числами – 100 предметов. В качестве примера можно привести универсальную компьютерную кодовую таблицу ASCII.

Система счисления, или просто счисление, — набор конкретных знаков-цифр вместе с системой приемов записи, которая представляет числа этими цифрами. Различные системы счисления могут отличаться друг от друга по следующим признакам:

- разное начертание цифр, которые обозначают одни и те же числа;
- разные способы записи чисел цифрами;
- разное количество цифр.

По способу записи чисел цифрами системы счисления бывают позиционные и непозиционные.

Непозиционная система счисления – система, в которой значение символа не зависит от его положения в числе. Непозиционные системы счисления возникли раньше позиционных систем. Примером непозиционной системы счисления служат цифры в римской системе, обозначающиеся знаками: 1 - I, 3 - III, 5 - V, 10 - X, 50 - L, 100 - C, 500 - D, 1000 - M. Тогда, например, десятичное число 27 будет представляться как XXVII = 10+10+5+1+1, то есть количественное значение числа представляется суммой значений символов. Основной

недостаток непозиционных систем - большое число разных знаков и сложность выполнения арифметических операций.

Позиционная система счисления – система, в которой значение символа зависит от его места в ряду символов (цифр), изображающих число. Это значение меняется в однозначной зависимости от позиции, занимаемой цифрой, по некоторому закону. Например, в числе 7382 первая цифра слева означает количество тысяч, вторая – количество сотен, третья – количество десятков, четвертая — количество единиц. Номер позиции, определяющий вес единицы, называется разрядом.

Позиционные системы счисления более удобны для вычислительных операций, поэтому они и получили наибольшее распространение. Позиционная система счисления характеризуется основанием или базисом.

Основание (базис) позиционной системы счисления - количество знаков или символов, используемых в разрядах для изображения числа в данной системе счисления.

Для позиционной системы счисления справедливо равенство:

$$x(g) = a_n g^n + a_{n-1} g^{n-1} + \dots + a_1 g^1 + a_0 g^0 + a_{-1} g^{-1} + \dots + a_{-m} g^{-m}, \quad (1.1)$$

где: g – основание позиционной системы счисления – целое положительное число; $x(g)$ – произвольное число, записанное в системе счисления с основанием q ; a_n – коэффициент ряда (цифры системы счисления); n, m – количество целых и дробных разрядов.

1.1.2. Десятичная, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления

Кроме десятичной системы счисления, в вычислительной технике используются позиционные системы счисления с основанием **2, 8, 16**. Значения шестнадцати целых чисел в этих системах приведены в таблице 1.1.2-1.

Таблица 1.1.2-1

| q=10 | q=16 | q=8 | q=2 |
|------|------|-----|------|
| 0 | 0 | 0 | 0000 |
| 1 | 1 | 1 | 0001 |
| 2 | 2 | 2 | 0010 |
| 3 | 3 | 3 | 0011 |
| 4 | 4 | 4 | 0100 |
| 5 | 5 | 5 | 0101 |
| 6 | 6 | 6 | 0110 |
| 7 | 7 | 7 | 0111 |
| 8 | 8 | 10 | 1000 |
| 9 | 9 | 11 | 1001 |
| 10 | A | 12 | 1010 |
| 11 | B | 13 | 1011 |
| 12 | C | 14 | 1100 |
| 13 | D | 15 | 1101 |
| 14 | E | 16 | 1110 |
| 15 | F | 17 | 1111 |

В десятичной системе счисления ($q=10$) любое целое число записывается как сумма величин $10^0, 10^1, 10^2$ и т.д., каждая из которых может быть взята 0-9 раз. Например, числа 4627 и 674.25 соответственно представляют собой сокращенную запись выражения:

$$4627 = 4 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

$$674.25 = 6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}.$$

В двоичной системе (q=2) счисления для записи чисел используются две цифры: 0 и 1. Основание системы $q=2$. В данной системе любое число может быть представлено последовательностью двоичных цифр. Эта запись соответствует сумме степеней цифры 2, взятых с указанными в ней коэффициентами:

$$x(2) = a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0 + a_{-1} \cdot 2^{-1} + a_{-2} \cdot 2^{-2} + \dots$$

Например, числа в **двоичной системе счисления (q=2)**:

$$101_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 5_{10}$$

$$10101101_2 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 173_{10}$$

$$11011.1_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 27.5_{10}.$$

Подобным же образом записываются числа и в других системах.

Например, числа в **восьмеричной системе счисления (q=8)**:

$$11_8 = 1 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 9_{10}$$

$$115_8 = 1 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 77_{10}$$

$$355.44_8 = 3 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2} = 237.5625_{10}.$$

Числа в **шестнадцатеричной системе счисления (q=16)**:

$$11_{16} = 1 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 17_{10}$$

$$1F_{16} = 1 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = 1 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 31_{10}$$

$$A1_{16} = A \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 10 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 161_{10}$$

$$ED.9_{16} = E \cdot 16^1 + D \cdot 16^0 + 9 \cdot 16^{-1} = 14 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 + 9 \cdot 16^{-1} = 237.5625_{10}.$$

1.1.3. Контрольные вопросы по теме «Системы счисления»

1. Что такое число?
2. Что такое цифра?
3. Что такое коды и кодирование?
4. Что такое система счисления?
5. Какие системы счисления называются позиционными?
6. Какие позиционные и непозиционные системы счисления вы знаете?
7. Что такое основание (базис) позиционной системы счисления?

1.1.4. Тестовые задания по теме «Системы счисления»

1. Система счисления – это
 - 1) способ представления чисел различными цифрами и символами
 - 2) способ подсчета различных объектов
 - 3) способ записи чисел арабскими или римскими цифрами
 - 4) способ записи чисел латинскими буквами
2. Системы счисления бывают
 - 1) позиционные и непозиционные
 - 2) цифровые и буквенные
 - 3) цифровые
 - 4) все ответы верные
3. В непозиционной системе счисления
 - 1) количественное значение каждой цифры не зависит от ее положения в числе
 - 2) число записано только латинскими буквами
 - 3) число записывается цифрами и буквами
 - 4) могут быть записаны только целые числа
4. В позиционных системах счисления
 - 1) количественное значение каждой цифры зависит от ее положения в числе
 - 2) число записано арабскими цифрами
 - 3) число записано цифрами и буквами
 - 4) в разных разрядах числа стоят разные цифры
5. Основание (базис) позиционной системы счисления определяет
 - 1) количество различных символов, которые используются для записи числа
 - 2) количество способов представления числа разными символами
 - 3) количество разрядов, которые могут быть задействованы для записи числа
 - 4) все вышеперечисленное верно
6. В позиционной системе счисления с натуральным основанием P должно быть использовано
 - 1) ровно P различных цифр
 - 2) $P+1$ различных цифр
 - 3) $P-1$ различных цифр
 - 4) любое количество цифр
7. Три цифры в двоичной системе счисления можно записать наибольшее десятичное число
 - 1) 7
 - 2) 4
 - 3) 100
 - 4) 15

8. Три цифрами в восьмеричной системе счисления можно записать наибольшее десятичное число
- 1) 511
 - 2) 512
 - 3) 255
 - 4) 777
9. Три цифрами в шестнадцатеричной системе счисления можно записать наибольшее десятичное число
- 1) 4095
 - 2) 256
 - 3) 4096
 - 4) 1000
10. Существует ### позиционных систем
- 1) бесконечное количество
 - 2) четыре (десятичная, двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная)
 - 3) пять (латинская, десятичная, двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная)
 - 4) нет правильного ответа
11. Чисел меньше числа 10_{16}
- 1) 16
 - 2) 15
 - 3) 9
 - 4) 10
12. Десятичное число 16_{10} равно
- 1) 20_8
 - 2) 18_8
 - 3) 100_8
 - 4) нет правильного ответа
13. За числом 17_8 следуют
- 1) $20_8, 21_8$
 - 2) $18_8, 19_8$
 - 3) $20_8, 30_8$
 - 4) нет правильного ответа
14. Перед числом 21_{16} находятся
- 1) $20_{16}, 1F_{16}$
 - 2) $20_{16}, FF_{16}$
 - 3) $20_{16}, 19_{16}$
 - 4) нет правильного ответа
15. Числам $10_2, 10_8, 10_{16}$ предшествуют целые числа
- 1) $1_2, 7_8, F_{16}$
 - 2) $10_2, 02_8, 17_{16}$
 - 3) $11_2, 17_8, 1A_{16}$
 - 4) $01_2, 01_8, 01_{16}$

16. Четное двоичное число заканчивается цифрой.

- 1) 0_2
- 2) 10_2
- 3) 00_2
- 4) 1_2

17. Нечетное двоичное число заканчивается цифрой

- 1) 1_2
- 2) 01_2
- 3) 0_2
- 4) 11_2

18. За числами 1_2 , 1_8 , F_{16} следуют целые числа

- 1) 10_2 , 2_8 , 10_{16}
- 2) 11_2 , 11_8 , 18_{16}
- 3) 10_2 , 02_8 , 17_{16}
- 4) 11_2 , 11_8 , 11_{16}

19. За числами 101_2 , 7_8 , $1F_{16}$ следуют числа

- 1) 110_2 , 08_8 , 20_{16}
- 2) 111_2 , 11_8 , 10_{16}
- 3) 101_2 , 10_8 , FF_{16}
- 4) 110_2 , 10_8 , 20_{16}

20. За числами 111_2 , 37_8 , FF_{16} следуют числа

- 1) 1000_2 , 40_8 , 100_{16}
- 2) 111_2 , 38_8 , 101_{16}
- 3) 111_2 , 36_8 , 100_{16}
- 4) 101_2 , 40_8 , FD_{16}

21. За числами 1111_2 , 177_8 , $9AF9_{16}$ следуют числа

- 1) 10000_2 , 200_8 , $9AFA_{16}$
- 2) 1110_2 , 200_8 , $10AF_{16}$
- 3) 10001_2 , 201_8 , $10AF_{16}$
- 4) 10001_2 , 201_8 , $9AFF_{16}$

22. За числами 101011_2 , 7777_8 , $CDEF_{16}$ следуют числа

- 1) 101100_2 , 10000_8 , $CDF0_{16}$
- 2) 1010111_2 , 7777_8 , $CDEF1_{16}$
- 3) 110111_2 , 77700_8 , $CDF1_{16}$